

SCIENCES SUP

*Cours et exercices corrigés*

IUT • Licence • Master • Écoles d'ingénieurs

# PRINCIPES D'ÉLECTROTECHNIQUE

*Préfaces de*  
*Bertrand Nogarede*  
*Michel Lajoie-Mazenc*  
*Bernard Trannoy*  
*Henri Foch*  
*Jean Faucher*

*Max Marty*  
*Daniel Dixneuf*  
*Delphine Garcia Gilabert*

DUNOD

# **PRINCIPES D'ÉLECTROTECHNIQUE**

## Consultez nos catalogues sur le Web

The screenshot displays the Dunod website interface. At the top left is the Dunod logo. A search bar is located at the top center with the text "Rechercher". To its right are links for "Livre", "Kart Titres", "Audio", "Ouvrages", and "Bibliothèque". Below the search bar is a navigation menu with categories: "Accueil", "Ouvrages", "Livre", "Kart Titres", "Audio", "Ouvrages", "Bibliothèque", and "Accueil". The main content area is divided into several sections. On the left, there are two small portraits with text: "Cliquez sur le lien" and "Cliquez sur le lien". The central area features a grid of product thumbnails, including "Web Marketing", "IDS", and "Thème Complet". On the right, there are sections for "Ebooks", "Ebooks", and "Ebooks". At the bottom of the screenshot, the text "www.dunod.com" is visible.

[www.dunod.com](http://www.dunod.com)

# PRINCIPES D'ÉLECTROTECHNIQUE

Cours et exercices corrigés

***Max Marty***

Président honoraire de l'Institut National Polytechnique de Toulouse

***Daniel Dixneuf***

Professeur à l'École National d'Ingénieur de Tarbes

***Delphine Garcia Gilabert***

Professeur au Lycée Déodat de Séverac

Préfaces de

***Bertrand Nogarede***

***Michel Lajoie-Mazenc***

***Bernard Trannoy***


***Henry Foch***

***Jean Faucher***

DUNOD

Illustrations de couverture :

Dominique Harribey  
Groupe de recherches en Électrodynamique de l'INPT/ENSEEIH/LEEI.

<p>Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.</p> <p>Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements</p>	 <p><b>DANGER</b> LE PHOTOCOPIAGE TUE LE LIVRE</p>	<p>d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.</p> <p>Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).</p>
--	---	--

© Dunod, Paris, 2005  
ISBN 2 10 048550 4

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2° et 3° a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# Table des matières

<b>PREMIÈRE PARTIE :</b>			
<b>ÉNERGIE MAGNÉTISME</b>	<b>1</b>	<b>3 Circuits magnétiques</b>	<b>45</b>
<b>1 Lois des conversions électromécaniques de l'énergie</b>	<b>3</b>	3.1 Loi d'Ohm magnétique	46
1.1 Théorème de l'énergie cinétique	4	3.2 Circuits magnétiques sans entrefer	46
1.2 Principe de la conversion de l'énergie cinétique	5	3.3 Circuits magnétiques avec entrefer	47
1.3 Interaction énergie électrostatique – énergie mécanique	6	3.4 Stockage de l'énergie dans l'entrefer	48
1.4 Forces électrostatiques	8	3.5 Observations	49
1.5 Interaction énergie électromagnétique – énergie mécanique	10	Pour en savoir plus...	51
1.6 Énergie électromagnétique des circuits inductifs linéaires	13	Cahier d'évaluation	52
1.7 Énergétique des circuits électromagnétiques indéformables	15	<b>4 Champs magnétiques tournants</b>	<b>55</b>
1.8 Circuits électromagnétiques déformables	16	4.1 Champs pulsants	56
1.9 Énergétique des circuits électromagnétiques déformables	19	4.2 Champs tournants	57
Pour en savoir plus...	28	Pour en savoir plus...	60
Cahier d'évaluation	30	Cahier d'évaluation	61
<b>2 Magnétisme</b>	<b>33</b>	<b>5 Principales étapes de l'électromécanique</b>	<b>65</b>
2.1 Matériaux magnétiques	34	Pour en savoir plus...	70
2.2 Matériaux ferromagnétiques	35	<b>DEUXIÈME PARTIE :</b>	
Pour en savoir plus...	41	<b>MACHINES SYNCHRONES</b>	<b>73</b>
Cahier d'évaluation	42	<b>6 Principes de fonctionnement à vide</b>	<b>75</b>
		6.1 Principes	76
		6.2 Machine synchrone bipolaire monophasée	77
		6.3 Machine synchrone bipolaire polyphasée	79

## VI ● Table des matières

6.4	Machine synchrone multipolaire	80	9.2	Diagramme temps de Fresnel	150
6.5	Machine synchrone bipolaire équivalente	80	9.3	Diagramme espace	151
6.6	Représentation vectorielle de Fresnel d'un scalaire sinusoïdal	83	9.4	Diagramme espace bipolaire	152
6.7	Caractérisation des champs magnétiques radiaux d'entrefer	89	9.5	Diagrammes espace-temps – diagramme à réactance constante	152
6.8	Écriture des théorèmes fondamentaux appliqués aux champs radiaux d'entrefer	91	9.6	Détermination de la réactance synchrone	153
6.9	Caractérisation du champ radial d'entrefer par le champ maximal	92	9.7	Amplitudes efficaces complexes	153
6.10	Création des champs radiaux d'entrefer	92	9.8	Puissance électromagnétique apparente complexe	154
	Pour en savoir plus...	93	9.9	Expressions du moment du couple	156
	Cahier d'évaluation	95		Pour en savoir plus...	160
<b>7</b>	<b>Structure et technologie</b>	<b>99</b>		Cahier d'évaluation	161
7.1	Enroulements répartis	100	<b>10</b>	<b>Fonctionnement en alternateur autonome</b>	<b>165</b>
7.2	Force électromotrice théorique	104	10.1	Marche à vide	166
7.3	Force électromotrice réelle	106	10.2	Marche en charge	166
7.4	Réglages de la force électromotrice à vide	108	10.3	Marche en charge à vitesse constante	167
7.5	Fréquences normalisées des réseaux	109		Pour en savoir plus...	171
7.6	Conduite d'un projet de calcul de machine	110		Cahier d'évaluation	172
7.7	Technologie des machines synchrones	117	<b>11</b>	<b>Fonctionnement réversible sur réseau puissant</b>	<b>175</b>
	Cahier d'évaluation	133	11.1	Réseau d'énergie – impositions – accrochage – synchronisme	176
<b>8</b>	<b>Marche en charge en régime permanent équilibré</b>	<b>135</b>	11.2	Conventions – diagramme – puissances active et réactive	178
8.1	Avantages du triphasé : production, transport, distribution	136	11.3	Diagramme de l'ingénieur	179
8.2	Fonctionnement de la machine synchrone en générateur autonome	137	11.4	Fonctionnement générateur, moteur – déphasage de $\bar{E}_v$ par rapport à $\bar{V}$	181
8.3	Fonctionnement de la machine synchrone en moteur	139	11.5	Fourniture ou absorption de réactif – surexcitation ou sous-excitation	182
8.4	Fonctionnement réversible générateur-moteur de la machine synchrone	140	11.6	Marche à puissance constante – courbes de Mordey	183
8.5	Modélisation du fonctionnement	142	11.7	Réglages – conduite des machines du réseau	183
	Pour en savoir plus...	143	11.8	Conduite du réseau	185
	Cahier d'évaluation	144	11.9	Décrochage d'un alternateur	187
<b>9</b>	<b>Modélisation des machines à pôles lisses non saturées</b>	<b>147</b>	11.10	Perte de synchronisme du réseau	189
9.1	Équations temporelles et vectorielles	154		Pour en savoir plus...	191
				Cahier d'évaluation	192
			<b>12</b>	<b>Machines à vitesse variable</b>	<b>195</b>
			12.1	Alimentations par convertisseur statique	196

12.2	Machines synchrones autopilotées à commutation électronique	200	16.2	Calcul du flux reçu par la bobine rotor $1R$	283
12.3	Machines synchrones autopilotées à commutation électromécanique	202	16.3	f.é.m. agissante au secondaire	284
12.4	Moteur Brushless	204	16.4	Calcul du moment du couple de démarrage	285
	Pour en savoir plus...	205	16.5	Moment du couple en régime permanent de rotation	286
	Cahier d'évaluation	206	16.6	Machine autopilotée naturelle	288
<b>13</b>	<b>Modélisation des machines saturées</b>	<b>209</b>	16.7	Alimentations des machines asynchrones	289
13.1	Machines saturées à pôles lisses – méthode de Potier	210		Pour en savoir plus...	291
13.2	Machines à pôles saillants, saturées – ou non – méthodes de Blondel	215		Cahier d'évaluation	292
	Pour en savoir plus...	230	<b>17</b>	<b>Constitution</b>	<b>295</b>
	Cahier d'évaluation	232	17.1	Constitution du rotor ferromagnétique	296
<b>14</b>	<b>Actionneurs et moteurs à réluctance</b>	<b>235</b>	17.2	Diversités des machines asynchrones	297
14.1	Actionneurs à réluctance	236	17.3	Utilisation en machine asynchrone à double alimentation	298
14.2	Calcul du couple de réluctance	237	17.4	Alimentation par le rotor des machines à rotor bobiné	299
14.3	Couple de réluctance et couple électromagnétique d'une machine synchrone à pôles saillants	238	17.5	Technologie et applications des machines asynchrones d'induction	300
14.4	Moteurs pas à pas	239		Pour en savoir plus...	304
14.5	Machines à réluctance autopilotées à commutation électronique	244		Cahier d'évaluation	305
	Pour en savoir plus...	253	<b>18</b>	<b>Alimentation à fréquence constante. Fonctionnement en régime permanent équilibré</b>	<b>307</b>
	Cahier d'évaluation	255	18.1	Modélisation – diagramme espace-temps bipolaire	308
<b>15</b>	<b>Approche des machines en régimes transitoires</b>	<b>259</b>	18.2	Équations instantanées – formulation complexe	311
15.1	Modélisation des machines synchrones en régimes transitoires	260	18.3	Notation en amplitude efficace complexe	312
15.2	Transformations de Park	263	18.4	Sens physique des transformations mathématiques	313
15.3	Transformations de Concordia et changement de repères	268	18.5	Machine tournante – modèle – transformateur statique monophasé	318
	Pour en savoir plus...	272	18.6	Impédance complexe du moteur	318
	Cahier d'évaluation	275	18.7	Schémas équivalents déduits des équations	319
<b>TROISIÈME PARTIE :</b>			18.8	Séparation des pertes actives et réactives	321
<b>MACHINES ASYNCHRONES D'INDUCTION</b>	<b>279</b>		18.9	Bilan énergétique	322
<b>16</b>	<b>Fonctionnement des machines asynchrones d'induction</b>	<b>281</b>	18.10	Diagramme circulaire	323
16.1	Principe	282		Pour en savoir plus...	326
				Cahier d'évaluation	327



## VIII ● Table des matières

<b>19</b>	<b>Modèle pour l'ingénieur – fonctionnement en régime permanent équilibré</b>	<b>331</b>			
19.1	Diagramme circulaire simplifié	332			
19.2	Étude du primaire	333			
19.3	Étude du secondaire	335			
19.4	Bilan énergétique	338			
19.5	Expression du moment du couple agissant sur le rotor	338			
19.6	Étude du moment du couple $C(g, R_2)$ avec $V_1 = \text{cste}$ et $\omega = \text{cste}$	343			
19.7	Mesures à effectuer – détermination des paramètres de la machine	345			
	Pour en savoir plus...	349			
	Cahier d'évaluation	350			
<b>20</b>	<b>Fonctionnement industriel sur réseau à fréquence imposée</b>	<b>353</b>			
20.1	Fonctionnements en moteur, en générateur, à contre-courant	354			
20.2	Bilan énergétique réel – rendements vrai et approché	355			
20.3	Rendement approché du moteur asynchrone d'induction	356			
20.4	Diagramme industriel normalisé	357			
20.5	Démarrage du moteur asynchrone d'induction sur réseau à fréquence imposée	358			
20.6	Problèmes posés par le démarrage	358			
20.7	Procédés de démarrage	359			
20.8	Avantages et inconvénients des moteurs asynchrones d'induction	362			
	Pour en savoir plus...	364			
	Cahier d'évaluation	365			
<b>21</b>	<b>Variation de vitesse des moteurs asynchrones</b>	<b>369</b>			
21.1	Moteur à rotor non bobiné alimenté à fréquence constante	370			
21.2	Moteur à rotor bobiné alimenté à fréquence statorique constante	371			
21.3	Variation de la fréquence d'alimentation	392			
21.4	Marché de la variation de vitesse	401			
	Pour en savoir plus...	402			
	Cahier d'évaluation	403			
<b>22</b>	<b>Utilisations particulières des machines asynchrones</b>	<b>407</b>			
22.1	Transformateur à champ tournant	408			
22.2	Régulateur d'induction	408			
22.3	Moteur asynchrone synchronisé	408			
22.4	Moteur asynchrone monophasé	409			
22.5	Synchronisation de deux machines	411			
22.6	Appareils synchros	414			
	Pour en savoir plus...	417			
	Cahier d'évaluation	418			
	<b>QUATRIÈME PARTIE : MACHINES À COURANT CONTINU</b>	<b>421</b>			
<b>23</b>	<b>Principes de fonctionnement</b>	<b>423</b>			
23.1	Principe des machines hétéropolaires	424			
23.2	Fonctionnement en générateur	425			
23.3	Fonctionnement en moteur	428			
23.4	Dispositif balais/collecteur	428			
23.5	Bobine pseudo-stationnaire	429			
23.6	f.é.m. continue et continue commutée	430			
	Pour en savoir plus...	431			
	Cahier d'évaluation	432			
<b>24</b>	<b>Constitution</b>	<b>435</b>			
24.1	Technologie	436			
24.2	Courbe de magnétisme	437			
24.3	Enroulements en tambour	439			
	Pour en savoir plus...	431			
	Cahier d'évaluation	448			
<b>25</b>	<b>Expressions de la f.é.m. développée par l'induit</b>	<b>451</b>			
25.1	f.é.m. aux bornes d'une spire diamétrale	452			
25.2	f.é.m. $E_{ba}$ entre deux points du bobinage	452			
25.3	f.é.m. $E_{BA}$ entre deux balais quelconques frottant sur le collecteur	453			
25.4	f.é.m. $E_{BA}$ aux bornes des balais dans l'axe $q$	454			
25.5	Flux reçu par le demi-induit dans l'axe $d$	454			
25.6	Calcul direct de la f.é.m. à partir de $\Phi_d$	455			

25.7	Cas des machines multipolaires ou à plusieurs voies d'enroulement	456	<b>29 Machines monophasées</b>	<b>527</b>	
25.8	Équations de fonctionnement en régime permanent. Balais $AB$ sur l'axe $q$	456	29.1	Machines synchrones et asynchrones monophasées	528
25.9	Puissance de la machine et limitations technologiques	457	29.2	Machines à courant continu alimentées en alternatif	528
	Pour en savoir plus...	458	29.3	Moteurs monophasés à collecteur	535
	Cahier d'évaluation	460		Pour en savoir plus...	545
				Cahier d'évaluation	546
<b>26</b>	<b>Caractéristiques des machines en régime permanent</b>	<b>463</b>	<b>30 Modélisation des systèmes électromécaniques</b>	<b>549</b>	
26.1	Variables indépendantes	464	30.1	Mise en équations	550
26.2	Montages du circuit d'excitation	464	30.2	Mise en équation « à vue » d'un système électromécanique	555
26.3	Caractéristiques des génératrices	465	30.3	Étude d'un système électromécanique	561
26.4	Caractéristiques des moteurs	468	30.4	Méthodes d'études	566
	Pour en savoir plus...	475	30.5	Modélisation des machines à pôles saillants	569
	Cahier d'évaluation	476		Pour en savoir plus...	575
<b>27</b>	<b>Fonctionnement en charge de l'induit</b>	<b>479</b>		Cahier d'évaluation	577
27.1	Réaction d'induit	480	<b>CINQUIÈME PARTIE : SYNTHÈSE</b>	<b>579</b>	
27.2	Commutation	485	<b>31 Synthèse : machine généralisée – transformations de Park – machines autopilotées à commutation électronique</b>	<b>581</b>	
27.3	Installation des moteurs industriels	489	31.1	Machine généralisée	582
	Pour en savoir plus...	475	31.2	Transformations de Park	596
	Cahier d'évaluation	476	31.3	Machines autopilotées à commutation électronique	601
<b>28</b>	<b>Variation de vitesse des moteurs à courant continu</b>	<b>497</b>		Problèmes	605
28.1	Historique de la variation de vitesse	498	<b>Solutions des questions, exercices et problèmes</b>	<b>623</b>	
28.2	Variateurs électromécaniques de vitesse	499		Pour aller plus loin...	663
28.3	Variateurs électroniques de vitesse	500	<b>Index</b>	<b>665</b>	
	Pour en savoir plus...	522			
	Cahier d'évaluation	524			

# Introduction

L'électrotechnique, appelée aussi génie électrique, est une science ou plutôt un art qui exige la maîtrise de nombreuses techniques (mécanique, thermique, aérodynamique, tenue des matériaux, électricité, électronique de commande, électronique de puissance, automatique, informatique industrielle) pour permettre la production, le traitement, le transport et l'utilisation de l'énergie électrique.

La formation en électrotechnique demande beaucoup d'efforts à l'école pour appréhender toutes les disciplines et de la persévérance pour progresser en entrant dans le monde du travail. Le métier s'apprend, au sein de l'entreprise, au contact des anciens qui connaissent les « tours de main ». Contrairement à d'autres formations où il est possible d'appliquer l'ensemble de ses connaissances dès l'insertion dans le monde industriel, l'électrotechnicien doit d'abord observer, comprendre, apprendre et maîtriser avant d'opérer lui-même. Ce long apprentissage est payé en retour. L'électrotechnicien se bonifiant avec les années est de plus en plus recherché et sa formation généraliste est alors appréciée des industriels. Avec une bonne connaissance de son domaine, l'électrotechnicien devient le chef d'orchestre incontournable des projets globaux en EEAI (électrotechnique, électronique, automatique et informatique industrielle).

L'électrotechnique est un secteur industriel fondamental au plan national par son chiffre d'affaires, par les emplois qu'il procure, par sa balance commerciale toujours excédentaire et par ses applications dans tous les secteurs de l'activité humaine. L'électrotechnique est aussi un point fort de l'Europe qui détient des atouts dans tous les pays : ABB, AEG, Alstom, Ansaldo energia, Areva, ASEA, Bosch, Cegélec, Electrolux, Jeumont Industrie, Labinal, Legrand, Leroy Somer, Marelli Motori, Saft Power System, Schneider electric, Siemens, Tesar, Thalès, Valéo, Vatech, etc.

La désaffection actuelle des étudiants pour les études scientifiques, constatée depuis les années 2000, est une préoccupation, mais elle n'aura qu'un temps. Elle reflète une période de facilité et de moindre effort confortée par l'idée fausse que l'avenir sera forcément le même, quel que soit le type d'étude. Une enquête menée en décembre 2004 a même montré qu'une grande majorité des jeunes Européens de 12 ans rêve aujourd'hui d'être star de la chanson. On peut croire qu'après les déceptions et les échecs, le bon sens reviendra. Une solide formation appliquée à un domaine stable assurera toujours un avenir dans le monde du travail.

Le cours d'électromécanique dispensé à Toulouse de 1967 à 2000, en école d'ingénieurs à l'Enseeiht<sup>1</sup> et en maîtrise EEA à l'université Paul Sabatier, par Max Marty, docteur ès

---

<sup>1</sup> École nationale supérieure d'électrotechnique, d'électronique, d'informatique, d'hydraulique et des télécommunications.

sciences physiques, professeur d'Université, concernait les actionneurs et les machines électriques. Il était accompagné du cours de traitement de l'énergie électrique incluant le transformateur, les lignes et les convertisseurs statiques, pour constituer le cours initial d'électrotechnique, qui, avec l'électronique et l'automatique forment l'enseignement technique de première et deuxième années du département Génie électrique et automatique de l'école, comme celui de la Maîtrise EEA. En troisième année d'école et au DEA, les cours approfondis d'électrotechnique pouvaient tenir compte de ces acquis.

Devant des auditoires toujours jeunes, aptes à tout comprendre et souvent intéressés, l'exigence pédagogique pour l'enseignant était importante, soutenue et motivée. Dans ce contexte, ce cours a profité d'un apport régulier d'informations sur les techniques, les réalisations, les performances et l'économie de ce secteur, son auteur participant au plan national à l'animation du Génie électrique par les commissions techniques du ministère, du club EEA, de la FIEE et du CEFI.

Après toutes ces années consacrées à l'électrotechnique et à son enseignement, le besoin ressenti de transmettre l'ensemble de ses réflexions a donné lieu, en 2000-2002, à la rédaction d'un imposant manuscrit composé de cinq parties et illustré d'un millier de figures. Le manuscrit a été présenté aux Éditions Dunod et expertisé en février 2003. Compte tenu de l'importance de l'ensemble présenté et de son approche historique, Cyrille Benhamou nous a suggéré la réalisation d'un ouvrage pédagogique qui comporterait les manuscrits originaux existants, complétés par des encarts et par un cahier d'évaluation dans chaque chapitre avec exercices et problèmes corrigés. Cette proposition était attrayante.

Pour la réalisation de cet ouvrage pédagogique, Max Marty s'est associé à deux de ses anciens élèves ingénieurs : Daniel Dixneuf, docteur en Génie électrique, professeur agrégé de Génie électrique à l'ENI<sup>2</sup> de Tarbes et Delphine Garcia Gilabert, professeur agrégé de Physique appliquée en classe de STS à Toulouse<sup>3</sup>.

Cette association a eu l'avantage :

- de regrouper trois enseignants passionnés par la pédagogie (licencié d'enseignement de Physique en 1958, agrégé de Génie électrique en 1992 et agrégée de Physique appliquée en 2001) ;
- de faire dialoguer trois générations d'enseignants-ingénieurs (diplômés Enseigt en 1960, 1985 et 2000) chacun apportant son point de vue ;
- de mettre à profit les apports de chacun, savoir et ténacité de l'ancien, compétences et efficacité de l'homme mûr, dynamisme de la jeunesse.

Le travail en commun a consisté à déterminer d'abord le programme de ce que nous désirions introduire pour en faire un livre de travail destiné aux étudiants.

En définitive, après de nombreuses propositions et discussions, la première page de chaque chapitre comporte les objectifs poursuivis, le nouveau vocabulaire et un sommaire du chapitre. Les encarts, destinés à élargir la culture du domaine, ont été choisis de deux types : petits encarts anecdotiques, statistiques ou techniques pour informer, encarts plus ou moins importants pour valoriser le secteur et parfaire sa connaissance. En fin de chaque chapitre, proposer aux étudiants des extensions scientifiques, techniques ou technologiques nous a paru utile.

Le cahier d'évaluation a pour objectif premier le travail de l'étudiant. Il comporte les points-clés et une fiche des principales formules et schémas pour permettre une assimilation

<sup>2</sup> École nationale d'ingénieurs.

<sup>3</sup> Lycée Déodat de Séverac.

régulière. Des questions d'entretien allant des plus simples aux plus complexes, parfois même déroutantes, constituent une bonne auto-évaluation, entraînement préalable à un examen ou à une embauche. Des exercices et des problèmes de synthèse, avec solutions regroupées en fin de volume, permettent la vérification des acquis, tout en soulignant des points particulièrement intéressants.

Le déroulement, de décembre 2003 à mai 2005, du programme élaboré n'a pas empêché le partage des responsabilités dans les tâches à accomplir, en profitant des compétences et des disponibilités de chacun. Des réunions de travail régulières ont permis de parfaire la compréhension des textes, de choisir les illustrations et d'effectuer les mises au point pour la cohésion de l'ensemble de l'ouvrage. Les 31 chapitres, les 1 074 figures, les 86 illustrations, les 60 « Le saviez-vous », les 25 « Vous avez dit électrotechnique », les 36 « Pour en savoir plus » ainsi que les 201 « Questions » avec solutions, les 96 exercices et problèmes corrigés, constituent un ensemble de réflexions, d'illustrations, d'interrogations, d'explications et de démonstrations qui prolongent avec efficacité le corps du texte principal.

L'ouvrage comporte cinq parties. La première partie, *Énergie – magnétisme*, rappelle les lois fondamentales de l'électromagnétisme. La deuxième partie, *Machines synchrones*, n'oublie ni les machines à réluctance ni le fonctionnement des réseaux. La troisième partie, *Machines asynchrones d'induction*, concerne également les machines à double alimentation et la cascade hyposynchrone. La quatrième partie, *Machines à courant continu*, traite de l'extension aux machines alternatives monophasées et à la modélisation des machines à collecteur. La cinquième et dernière partie, *Synthèse*, présente la machine généralisée, les transformations de Park et les machines autopilotées à commutation électronique.

Dans les cinq parties, dès la conception, et pour mettre en relief les thèmes principaux, quelques principes ont été appliqués. Ils concernent la pédagogie, l'explication nécessaire à toute démarche scientifique, l'éclairage apporté par l'histoire des sciences et le souci d'aboutir à une synthèse.

La pédagogie est l'art d'intéresser, d'éveiller l'étudiant au sujet principal pour qu'il retienne ce qu'on lui expose, en prenant des notes ou en faisant un effort de mémoire, finalement en travaillant, plutôt que d'être un simple (télé)spectateur qui regarde, puis oublie. L'enseignant ne doit pas trop abuser des moyens nouveaux mis aujourd'hui à sa disposition, sous peine de n'avoir devant lui que des spectateurs aux bras croisés. En amphithéâtre, la gestuelle est capitale pour renforcer la parole et retenir l'attention de son auditoire. Dans un livre scientifique, la figure est incontournable. Placée en regard du texte la concernant, elle relaie le raisonnement en facilitant sa compréhension. Avec le millier de figures du manuscrit, on se rapproche de la « BD scientifique » pour mieux captiver le lecteur.

Dans le domaine scientifique, face à une technologie galopante, on constate que le nombre d'heures mises à disposition d'un enseignant diminue d'année en année alors que son domaine disciplinaire augmente régulièrement. Ce paradoxe conduit pour le moins à une perte d'informations et risque à terme de déboucher sur un ensemble incompréhensible pour l'étudiant. Il est donc opportun, pour chaque domaine de spécialité, d'offrir toutes les explications nécessaires à celui qui désire parfaire sa compréhension. Pourquoi multiplier par  $m_2/m_1$  les équations du secondaire de l'asynchrone ?... Toute démarche scientifique doit être justifiée en montrant d'où vient l'idée, comment on l'applique et à quoi elle sert.

Le point de vue historique est presque toujours négligé dans le domaine scientifique alors qu'il souligne la suite logique du raisonnement. L'évolution des sciences, animée par l'arrivée des techniques nouvelles et quelquefois bouleversée par des apports fondamentaux, exige une vue d'ensemble pour bien saisir la ligne directrice. On a trop tendance à rayer

définitivement tout ce qui semble sur l'instant dépassé, comme on l'a si bien fait en 1950 avec la suppression des tramways que l'on regrette aujourd'hui. Un certain conservatisme et une bonne mémoire scientifique restent essentiels pour suivre l'évolution. On doit retenir du passé scientifique le cheminement et les points fondamentaux pour mieux prévoir le futur.

La synthèse est en quelque sorte le bouquet final. Satisfaisante pour l'esprit, elle permet de dominer tout l'espace scientifique parcouru, de découvrir d'autres utilisations possibles et d'ouvrir les portes à la simulation. La synthèse tient lieu à la fois de conclusion et d'appel pour donner l'envie d'aller plus loin.

Cet ouvrage, intentionnellement pédagogique, conçu comme approche initiale de l'électromécanique, veut être un livre de travail personnel de l'étudiant :

- où le fondamental et les bases sont expliqués dans le détail ;
- où de très nombreuses figures facilitent la compréhension ;
- où l'aspect historique permet l'évolution de la pensée ;
- où des rubriques « Pour en savoir plus », en fin de chaque chapitre, proposent des développements ou des approfondissements scientifiques ou techniques ;
- où les cahiers d'évaluation, en proposant des points-clés et des fiches pratiques, facilitent une assimilation régulière ;
- où des questions, des exercices et des problèmes, avec solutions, permettent la vérification des acquis ;
- où des rubriques « Vous avez dit électrotechnique » montrent les avantages, les performances, les réalisations et les exploits du secteur ;
- où des rubriques « Le saviez-vous ? » présentent des informations anecdotiques qui interpellent la curiosité du lecteur.

Ce livre s'adresse :

- aux étudiants des IUT, Licences et Masters scientifiques du domaine EEA ;
- aux élèves des écoles d'ingénieurs électriciens ;
- à la formation permanente, pour tous ceux qui désirent compléter leur formation en électromécanique.

### **Remerciements**

Au terme de cet ouvrage, nous tenons à remercier vivement nos collègues, Bertrand Nogarede, Michel Lajoie-Mazenc, Bernard Trannoy, Henry Foch et Jean Faucher qui ont accepté de rédiger des libres propos tenant compte des thèmes des cinq parties et Madame Maria David, Responsable du département Génie électrique-Automatique de l'Enseeiht, pour son soutien lors de la réalisation des manuscrits d'origine.

Nos remerciements s'adressent également à Cyrille Benhamou, éditeur en charge de la physique et des sciences pour l'ingénieur aux Éditions Dunod, pour avoir soutenu auprès de sa direction notre projet et nous avoir guidé dans nos choix, madame et messieurs Françoise Chauveau-Robion (EDF), Stéphane Astier (INPT), Christian Andrieux (Leroy Somer), Jean-marc Combe, Conservateur du musée du chemin de fer de Mulhouse, et Sylvain Fanet, Rédacteur en chef de TGV magazine, pour les photographies mises gracieusement à notre disposition, pour leur gentillesse et leur compréhension ; toutes les entreprises et tous ceux et celles qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à la réalisation de cet ouvrage sans oublier Laurence Vitot des Éditions Dunod.

Comme les trois mousquetaires, nous étions quatre avec la précieuse collaboration de Josette Marty.

# Liste des principaux symboles

$a$	accélération	$E$	champ électrique
$a$	nombre de paires de voies d'un enroulement	$E$	f.c.é.m.
$B$	induction magnétique	$E_2$	f.é.m. agissante au secondaire de la machine asynchrone
$B_r$	champ rémanent	$E_L$	f.é.m. longitudinale
$B_m$	champ maximal	$E_{TR}$	f.é.m. transversale
$B_j, B_I$	champ inducteur et champ induit dans une machine synchrone	$f$	fréquence
$B_s, B_r$	champ stator et champ rotor dans une machine asynchrone	$F$	Force
$B_i, B_I$	champs dans une machine à courant continu	$g$	glissement
$B_J$	champ de réaction d'induit	$g$	accélération de la pesanteur
$B_{CI}$	champ donné par une bobine de compensation parcourue par le courant I	$H$	champ d'excitation magnétique
$c$	vitesse de la lumière	$H_c$	champ coercitif
$c_i$	couple instantané	$H_d$	champ démagnétisant
$c_m$	couple moyen	$H_d, H_q$	composantes de H sur les axes d et q de Blondel
$C$	capacité du condensateur	$i, I$	courants
$C$	moment du couple	$I_N$	courant nominal
$C_N$	couple nominal	$I$	courant efficace
$C_{em}$	couple électromagnétique	$i_1, i_2, i_3$	courants triphasés
$C_d$	couple de démarrage	$i_d, i_q, i_0$	courants diphasés de Park
$d$	axe direct	$i_0, i_h$	courants homopolaires
$D$	induction, excitation ou déplacement électrique	$i_\alpha, i_\beta, i_h$	courants diphasés de Concordia
$e$	force électromotrice	$i_{ds}, i_{dr}, i_{qs}, i_{qr}$	courants d'axe d ou d'axe q, statoriques ou rotoriques
$e_v$	f.é.m. à vide	$I_{lg}, I_{l0}, I_{l\alpha}$	courants absorbés fonction de g
$e_{ch}$	f.é.m. en charge	$j$	densité courant
$e_r$	f.é.m. résultante	$j$	courant d'excitation
$e_{tr}$	f.é.m. transversale	$j_\infty$	courant de court-circuit
$e_l$	f.é.m. longitudinale	$J$	moment magnétique volumique
$e_{ba}$	f.é.m. entre deux points du bobinage	$J$	moment d'inertie
$e_{BA}$	f.é.m. entre deux balais A, B	$J$	intensité d'aimantation
$e$	épaisseur de l'entrefer	$\Im$	axe imaginaire

## XVI ● Liste des principaux symboles

$k$	coefficient de bobinage	$\Re$	axe réel
$k_s$	nombre de fils par encoche	$S$	surface
$k$	facteur de multiplicité d'un enroulement	$S_a$	surface apparente
$l, L$	inductances	$S$	puissance apparente
$l_{t1}, l_{t2}, L_{t2}$	inductances totales	$S_{am}$	surface apparente maximale
$L_d, L_q$	inductances propres dans les axes d et q	$S_{em}$	puissance électromagnétique apparente
$m$	nombre de phases	$t$	temps
$m$	nombre de spires par phase	$T$	période
$m$	nombre de mailles indépendantes	$\bar{u}$	vecteur unitaire
$M$	masse	$U$	tension composée
$M, M_{ab}, M_{s2}$	inductances mutuelles	$V$	tension simple
$\vec{M}_s, \vec{M}_r, \vec{M}_j$	moment magnétique	$v, V$	vitesse
$n$	nombre de fils actifs	$V_g$	vitesse du centre de gravité
$n$	nombre de spires d'une bobine	$W$	travail
$n_e$	nombre d'encoches	$W$	énergie
$n_{te}$	nombre total d'encoches	$X_d, X_q$	réactances longitudinale et transversale
$N$	vitesse (fréquence) de rotation	$y_{AV}$	pas avant
$N, N_1, N_2$	inductances de fuites totales	$y_{AR}$	pas arrière
$p$	nombre de paires de pôles	$Z$	impédance
$p$	pertes	$\alpha$	angle d'ouverture d'un bobinage entre deux points a, b ou A, B
$P$	quantité de mouvement	$\alpha$	angle de début et de fin de conduction
$P$	puissance active	$\alpha$	pas dentaire
$P_{em}$	puissance électromagnétique active	$\varepsilon$	permittivité du vide $\varepsilon_0$ relative $\varepsilon_r$
$q$	axe en quadrature	$\varepsilon$	petit déphasage
$q$	nombre de balais	$\xi$	force magnétomotrice
$q, Q$	charges électriques	$\eta$	rendement
$Q$	puissance réactive	$\eta_v$	rendement vrai
$Q_{em}$	puissance électromagnétique réactive	$\eta_{app}$	rendement approché
$r, R$	résistances	$\theta$	angle ou espace de conduction
$R_2$	résistance du rotor asynchrone à $m_1$ phases	$\theta_0$	retard à l'amorçage d'un thyristor
$R_{ext}$	résistance extérieure	$\theta_b$	angle de repérage de la ligne des balais
$R_c$	résistance critique	$\chi$	susceptibilité diélectrique
$Rh_d$	rhéostat de démarrage	$\chi$	susceptibilité magnétique
$R_c$	rhéostat de champ	$\lambda$	réactance de fuite
$R, \Re$	reluctances	$\mu$	perméabilité du vide $\mu_0$ relative $\mu_r$
$R_e$	reluctance de l'entrefer	$\rho$	densité de charge
$R$	rapport cyclique	$\rho$	résistivité



$\Sigma$	signe de sommation	$\varphi$	déphasage
$\Sigma_v$	somme vraie	$\phi$	flux reçu par une bobine = $n\varphi$
$\Sigma_{app}$	somme approchée	$\phi_d$	flux reçu par chaque demi-induit dans l'axe d
$\tau$	constante de temps	$\omega$	vitesse angulaire électrique de rotation
$\tau_e$	constante électrique	$\omega$	pulsation
$\tau_m$	constante mécanique	$\Omega$	vitesse angulaire de rotation, $\Omega_s$ au synchro- nisme, $\Omega_r$ relative
$\varphi$	flux $\varphi_f$ de fuite $\varphi_u$ utile $\varphi_t$ total		

### Écritures symboliques

$E_{Rot}$	f.é.m. de rotation	$P_{H+F}$	pertes par hystérésis et courants de Foucault au stator
$E_{Transf}$	f.é.m. de transformation	1S, 2S, 3S	axes de lecture tripositionnés
$I_{2S}, I_{10S}, Q_{1S} \dots$	signifiant $I_2, I_{10}, Q_1 \dots$ du diagramme simplifié	$\phi_{r+\frac{\pi}{2}}$	flux en avant de $\frac{\pi}{2}$ électrique par rapport à l'axe $r$
$P_{JS}, P_{JR}$	pertes Joule stator, rotor		
$P_{f+v}$	perte par frottement et ventilation		

# Énergie Magnétisme

Le domaine de l'électromécanique vit aujourd'hui une profonde mutation qui s'opère tant au niveau des technologies (micromachines, matériaux « intelligents »...) que des secteurs d'applications (aéronautique et espace, médecine).

Ainsi, au-delà du domaine des machines électriques classiques qui poursuivent leur évolution technologique, grâce notamment à l'impact de l'électronique de puissance (machines à commutation électronique), s'ouvre aujourd'hui un champ d'investigation nouveau et prometteur concernant plus généralement les « systèmes électroactifs ». L'étude et la mise au point de ces dispositifs repose sur une approche éminemment pluridisciplinaire (électromagnétisme, mécanique, thermique...), en raison notamment d'une intégration fonctionnelle de plus en plus poussée. De ce fait, les sciences fondamentales qui sous-tendent la physique de la conversion électromécanique de l'énergie (thermodynamique, électrodynamique des milieux continus, sciences des matériaux...) s'avèrent d'autant moins incontournables.

Dès lors, parallèlement à l'effort de recherche engagé, l'enseignement de l'électromécanique demande un travail de synthèse pédagogique visant à dégager clairement l'ensemble des concepts fondamentaux mis en jeu. Ce transfert de connaissance est d'autant plus nécessaire aujourd'hui qu'il doit favoriser l'attractivité et la motivation des jeunes pour une matière réputée difficile, mais dont les enjeux sont à l'évidence stratégiques pour la société moderne. C'est cette passion pour l'électromécanique et cette puissante motivation que nous a transmises le Professeur Marty dans ses cours à l'ENSEEIH, passion et enthousiasme qui sauront sans nul doute convaincre les jeunes étudiants abordant la lecture de ce nouvel ouvrage.

Professeur Bertrand Nogarede  
Responsable du groupe de recherches en Électrodynamique  
de l'INPT/ENSEEIH/LEEI



# Lois des conversions électromécaniques de l'énergie

## Objectifs

---

- Remémorer l'ensemble des lois concernant l'énergie : théorème de l'énergie cinétique, principe de conservation de l'énergie, interaction énergie électrique/énergie mécanique.
  - Lier les règles de la capacité maximale ou du flux maximal à l'expression des forces spontanées.
  - Utiliser le théorème des travaux virtuels à partir des expressions de l'énergie ou de la coénergie d'un système magnétique déformable.
  - Appréhender l'énergétique des circuits magnétiques déformables, de structure simple ou couplée, en tenant compte des contraintes supplémentaires imposées.
- 

Le premier chapitre a pour prétention de rassembler les connaissances quelquefois éparses que nous possédons sur les lois des conversions électromécaniques de l'énergie, qu'elles soient sous forme électrostatique ou sous forme électromagnétique. L'intention n'est pas de démontrer, mais de rappeler.

Les circuits déformables permettront de formuler les « règles physiques des mouvements spontanés » et de calculer les expressions des forces et des moments des couples obtenus.

## 1.1 THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

### Le saviez-vous ?

#### Les grandes étapes de la mécanique

Pythagore (570-480 av. notre ère)	théorème, table
Aristote (384-322 av. notre ère)	forces $\vec{F}$
Euclide (300 av. notre ère)	géométrie, sciences des solides
Archimède (287-212 av. notre ère)	équilibre des forces – statique
Léonard de Vinci (1432 - 1519)	précurseur de la dynamique
Copernic (1473-1543)	référentiel lié aux astres
Galilée (1564-1642)	$\vec{F} = m\vec{a}$ , fondateur de la dynamique
Kepler (1591-1630)	lois des aires
Descartes (1596-1650)	quantité de mouvement $\vec{p} = m\vec{v}_G$
Pascal (1623-1662)	presse hydraulique machine à calculer (1641)
Huygens (1629-1695)	forces vives $mv^2$
Newton (1642-1726)	gravitation universelle principe de la mécanique
Leibniz (1646-1716)	forces vives en rotation $J\Omega^2$
Bernouilli (1667-1748)	travaux virtuels
Euler (1707-1783)	mathématiques pour mécaniciens
d'Alembert (1717-1783)	liaisons statique – dynamique
Lagrange (1736-1818)	énoncé des lois de la mécanique
Poncelet (1788-1867)	travail d'une force $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$
Joule (1818-1889)	conservation de l'énergie
Planck (1858-1947)	théorie des quanta
Einstein (1879-1955)	mécanique relativiste
Schroedinger (1887-1961)	propagation – diffraction
L. de Broglie (1892 - 1987)	mécanique ondulatoire
$\vec{a}$ : Accélération	$J$ : Moment d'inertie
$\vec{v}_G$ : Vitesse du centre de gravité	

### 1.1.1 Travail et énergie

En mécanique, on parle de travail. En électricité, on parle d'énergie. Selon les périodes ou selon les domaines d'application, on emploie l'un ou l'autre des deux vocables. Énergie et travail ont la même unité dans le système international :

$$W_{\text{joules}} = P_{\text{watts}} \cdot t_{\text{sec}}$$

Les mécaniciens s'expriment plutôt en joules (J) et kilojoules (kJ) tandis que les électriciens préfèrent utiliser le watt-heure (Wh) égal à 3 600 joules et le kilowatt-heure (kWh).

En mécanique le travail élémentaire s'écrit :

- pour une force exprimée en newtons,  $\vec{F}$  étant un vecteur polaire <sup>1</sup>,  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$ , s'exprime en joules ou à la rigueur en newtons-mètres ;
- pour le moment d'un couple,  $\check{C}$  étant un vecteur axial exprimé en newton  $\wedge$  mètres,  $dW = \check{C} \cdot d\check{\theta} = (\vec{r} \wedge \vec{F}) \cdot d\check{\theta}$  s'exprime en joules.

En électricité, le travail élémentaire s'écrit  $dW = E \cdot i \cdot dt$  exprimé en volt ampère seconde.

Dans tous les cas, le travail élémentaire correspond à une variation d'énergie :

$$\begin{aligned} dW &= F \cdot dl = m \cdot a \cdot dl = m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot dl = m \cdot \frac{dl}{dt} \cdot dv \\ &= m \cdot v \cdot dv = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right), \text{ si } m = \text{cste} \end{aligned}$$

### 1.1.2 Théorème des forces vives (Christiaan Huygens)

Cette appellation primitive du théorème de l'énergie cinétique provient du fait qu'à l'époque on ne connaissait que les eaux dormantes des lacs et les eaux vives des rivières et torrents, seules capables d'actionner des moulins.

Le travail élémentaire est égal à la différentielle de l'énergie cinétique :

– en translation :

$$dW = \text{travail élémentaire} = F \cdot dl = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = d(\text{énergie cinétique}).$$

<sup>1</sup> Voir « Pour en savoir plus », Vecteurs polaires – Vecteurs axiaux » en fin de chapitre.

En introduisant la quantité de mouvement (René Descartes)  $p = m.v$  avec  $m = \text{cste}$  :

$dW = d(\text{énergie} \frac{1}{2}mv^2) = d(\frac{1}{2}p.v) = d(\text{coénergie} \frac{1}{2} \frac{p^2}{m})$ , soulignant les variations simultanées de l'énergie et de la coénergie. La notion de coénergie, introduite par les électriciens, est peu usuelle en mécanique.

– De même, en rotation :

$$dW = C.d\theta = J.\frac{d\Omega}{dt}d\theta = J.d\Omega.\Omega$$

$$dW = C.d\theta = d\left(\frac{1}{2}J\Omega^2\right) = d(\text{énergie} \frac{1}{2}J\Omega^2)$$

**Cas de la pesanteur** Dans le champ de force (uniforme) où l'intensité de la pesanteur, due à l'action de la Terre de masse  $6.10^{24}$  kg sur la masse  $m$ , vaut  $\vec{g} = 9,81$  N/kg à Paris, les composantes de la force d'attraction sont indépendantes du temps (invariables). La force dérive d'un potentiel  $U$ .

$$dW = \text{travail élémentaire} = F.dl = dU$$

$$dW = U_{z1} - U_{z0} = -mg(z_1 - z_0)$$

$$dW = -d(E_{\text{potentielle}}) = d(E_{\text{cinétique}})$$

$$dW = d(\text{énergie} \frac{1}{2}mv^2)$$

$$dW = d\left(\frac{1}{2}pv\right) = d\left(\text{coénergie} \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}\right)$$

$$dW = -d(E_{\text{potentielle}}) = -m.g.dz$$

Soulignons de nouveau les variations simultanées de l'énergie et de la coénergie alors que l'énergie cinétique et l'énergie potentielle varient en sens inverse.

Dans le champ de la pesanteur, l'énergie cinétique croît de façon spontanée, dès qu'elle en a la possibilité, au détriment de l'énergie potentielle.

## 1.2 PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE

Principe établi par James Prescott Joule en 1842.

L'énergie se conserve au cours de ses transformations. Ce principe général s'applique en particulier aux transformations entre l'électricité et la mécanique. Il implique des transformations possibles dans les deux sens (réversibles).

Toutefois, pour réaliser un mécanisme (moteur, générateur, actionneur, capteur), on peut rechercher un transfert énergétique spontané dans un sens déterminé.

### Le saviez-vous ?

#### Funiculaire à eau

À la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, le funiculaire à eau de Lausanne utilisait la pesanteur entre la ville haute et la ville basse. Le système comportait deux cabines liées par câble. Quand l'une était en haut, l'autre était en bas. On remplissait d'eau le réservoir lié à la cabine du haut tandis que l'on vidait celui de la cabine du bas. Un peu au-delà de l'équilibre, on desserrait les freins, permettant la mise en mouvement des cabines. Les cabines arrivées à destination, on resserrait les freins. Quand les nouveaux voyageurs étaient installés, on renouvelait l'opération après fermeture des portes.



Funiculaire à eau de Montmartre

## Le saviez-vous ?

### Tramway inertiel

Dans les années 1880, après les tramways à chevaux et avant les tramways électriques, il existait des tramways inertiels. En tête de ligne, une roue d'inertie, énorme cylindre de fonte, était mise en rotation par une machine à vapeur. Pendant tout le trajet, le « wattman » embrayait sur ce cylindre et débrayait aux arrêts. Les lignes pouvaient être de 5 à 6 km de longueur. Le cylindre inertiel était relancé en bout de ligne.



Passage du tramway sur pont hydraulique, 1892

Tout transfert énergétique s'accompagne de pertes dues à des mouvements. Ces pertes sont parfois petites (pertes Joule  $P_J$ , dues à la circulation du courant dans les fils, pertes par hystérésis et courants de Foucault  $P_{H+F}$ , dues au déplacement du champ dans les matériaux excités, pertes par frottements et ventilation des parties tournantes  $P_{f+v}$ ) entraînant les échauffements des matériaux.

Ces pertes sont difficilement récupérables de manière simple sauf sous forme thermique dans des cas particuliers (chauffage des véhicules, frottement des allumettes...).

Elles sont importantes dans les cas de l'énergie thermique (convection, conduction et rayonnement).

L'énergie fossile, comme celle du charbon ou du pétrole, ne peut être libérée que sous forme d'énergie thermique ou en profitant des propriétés des gaz (centrales thermiques, automobiles...).

## 1.3 INTERACTION ÉNERGIE ÉLECTROSTATIQUE – ÉNERGIE MÉCANIQUE

### 1.3.1 Loi de Coulomb

Une charge électrique dans un champ électrique est soumise à une force polaire  $\vec{F} = q\vec{E}$  où  $q$  représente la charge de l'électron  $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . L'électron négatif, à l'arrêt ou en mouvement, est attiré par la plaque positive.

### 1.3.2 Charge du condensateur

$q = Cv$ . Si les armatures sont fixes,  $dq = Cdv$ . La charge stockée dans un condensateur plan, à armatures fixes distantes de  $x_0$ , est liée à sa tension et à sa capacité  $C = \frac{\epsilon}{x_0} S = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{x_0} S = \text{cste}$ . La permittivité relative  $\epsilon_r$  vaut 1 pour l'air, 6 à 9 pour le mica, 7,5 pour la porcelaine. Sans diélectrique,  $C = \frac{\epsilon_0}{x_0} S = \text{cste}$ .

La loi d'Ohm s'écrit :  $V_a = Ri + v$  avec  $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt}$  (figure 1.1.a).

$V_a = v + RC \frac{dv}{dt}$  est une équation différentielle linéaire à coefficients constants.

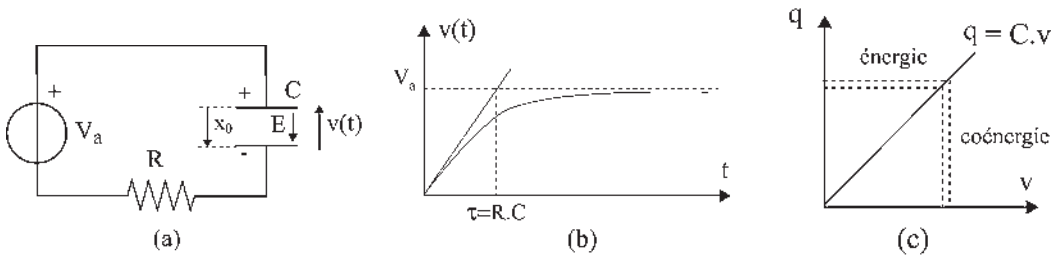


Figure 1.1

En symbolique, cette équation devient :  $\frac{V_a}{p} = V(p) + RC[pV(p) - V_0]$ .

On considère que le condensateur n'est pas chargé à  $t = 0$  :  $V_0 = 0$

$$\frac{V_a}{p} = V(p) + RCpV(p) \text{ d'où } V(p) = \frac{V_a}{p(1 + RCp)}$$

Après décomposition en éléments simples et passage à l'original :

$v(t) = V_a \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$ . La constante de temps  $\tau = RC$  est la sous-tangente de l'exponentielle (figure 1.1.b)

Quand le condensateur est chargé :  $Q = C.V_a$  et  $V_a = E.x_0$ .

### 1.3.3 Application du théorème de l'énergie cinétique

$dW = \text{énergie élémentaire} = v dt = v \frac{dq}{dt} dt = v dq$ . Un changement de charge est associé à un écoulement d'énergie dans le circuit (figure 1.1.c).

$$dW = \frac{q}{C} dq = d\left(\text{énergie} \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}\right) = d\left(\frac{1}{2} qv\right) = d(\text{coénergie} \frac{1}{2} C v^2)$$

Contrairement à la pesanteur, ici le travail  $dW = v dt$  dépend du temps. Il n'y a pas d'énergie potentielle. Énergie et coénergie sont deux expressions duales. Il n'y a pas d'échange énergétique entre elles. Elles sont à variations simultanées.

### 1.3.4 Énergie électrostatique emmagasinée

Dans le condensateur chargé :

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C V_a^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 S}{x_0} V_a^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 S x_0 \left( \frac{V_a}{x_0} \right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \times \text{volume} \times E^2$$

$\epsilon_0 = 8,85.10^{-12}$  étant la permittivité du vide et  $E$  le champ électrique maximal admissible correspondant au champ disruptif de l'air à pression atmosphérique.  $E = 3.10^6$  V/m. La densité d'énergie emmagasinée dans l'air isolant est :  $dW = 39,8$  J/m<sup>3</sup>.



### 1.3.5 Induction ou excitation électrique

Encore appelé déplacement, l'induction s'écrit dans le vide  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$  avec  $\text{div} \vec{D} = \rho$ ,  $\rho$  étant la densité volumique de charge électrique en  $C/m^3$ .

Dans un milieu diélectrique  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{p}$ ,  $\vec{p}$  étant la polarisation diélectrique.

Pour un diélectrique parfait linéaire, isotrope et homogène :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \quad \vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

$\chi$  est la susceptibilité diélectrique et  $\varepsilon$  la permittivité du milieu en  $C/V.m$ .

## 1.4 FORCES ÉLECTROSTATIQUES

### 1.4.1 Règle de la capacité maximale

#### Le saviez-vous ?

##### Forces électrostatiques

Les forces électrostatiques sont universelles dans la nature. Ce sont elles qui maintiennent dans les atomes la cohésion entre les électrons et le noyau, à l'image du Système solaire. Il faut une énergie considérable pour réussir à séparer l'ensemble des électrons du noyau de l'atome.

Deux paquets d'électrons, provenant chacun de  $1 \text{ cm}^3$  de matière, placés à  $1 \text{ m}$  de distance l'un de l'autre, donneraient une force de répulsion d'environ  $10^{+15}$  newtons. Cette expérience, totalement irréalisable, n'est évoquée que pour comparaison avec des forces plus familières. La force de gravitation entre deux billes de  $1 \text{ cm}^3$  serait de  $10^{-11}$  newton. La force attractive ou répulsive entre deux aimants serait de  $10^{-5}$  newton pour les mêmes volumes.

Peut-on espérer se servir un jour de ces forces extraordinaires autrement qu'en détruisant tout comme à Hiroshima ?

Sans chercher à atteindre les forces électrostatiques de cohésion des corps, on peut aussi, dans des machines électrostatiques à influence, rassembler quelques charges pour obtenir des forces beaucoup plus faibles mais utilisables et non destructrices.

Dans un condensateur plan à armature mobile, les deux plaques se rapprochent sous l'action de la force électrostatique.

L'énergie élémentaire reçue par le condensateur est :

$$dW = v \, dq = v \frac{dq}{dt} dt = v \, dq$$

Dans cette hypothèse, la capacité du condensateur étant variable,  $q = C.v$ , avec  $C = \frac{\varepsilon_0 S}{x}$  implique :

$$dq = C \, dv + v \, dC \quad \text{et} \quad dW = C \, v \, dv + v^2 \, dC$$

La variation de coénergie étant  $d\left(\frac{1}{2} C v^2\right) = \frac{1}{2} v^2 \, dC + C \, v \, dv$

on peut écrire :  $dW = d\left(\frac{1}{2} C v^2\right) + \frac{v^2}{2} \, dC$ .

Or,  $dW = d\left(\frac{1}{2} C v^2\right) + F \, dx$ ,  $F \, dx$  étant le travail de la force électrostatique,  $F \, dx$  est obligatoirement positif puisque le déplacement est spontané.

Force et déplacement sont de même signe.  $dx$  étant négatif avec le rapprochement des plaques, la force d'attraction  $F$  est négative et  $dC$  est positif.

Pour le condensateur chargé, le déplacement spontané des plaques entraîne une augmentation de la capacité. C'est la règle de la capacité maximale.

$F \, dx = \frac{v^2}{2} \, dC$  est positif, la droite d'équation  $q = C v$  passe de (1) à (2).

$$F = \frac{v^2}{2} \frac{dC}{dx} = \frac{\partial (\frac{1}{2} C v^2)}{\partial C} \frac{dC}{dx} = \frac{\partial (\frac{1}{2} C v^2)}{\partial x} \quad \text{à } v=\text{cste}$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C^2} \frac{dC}{dx} = - \frac{\partial (\frac{1}{2} \frac{q^2}{C})}{\partial C} \frac{dC}{dx} = - \frac{\partial (\frac{1}{2} \frac{q^2}{C})}{\partial x} \quad \text{à } q=\text{cste}$$

$$F = - \frac{\partial (\frac{1}{2} \frac{q^2}{C})}{\partial x} \quad \text{à } q=\text{cste}$$

Décroissance spontanée de l'énergie emmagasinée à  $q = \text{cste}$  (figure 1.2).

$$F = \frac{\partial (\frac{1}{2} C v^2)}{\partial x} \quad \text{à } v=\text{cste}$$

Croissance spontanée de la coénergie emmagasinée à  $v = \text{cste}$  (figure 1.3).

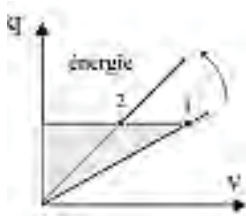


Figure 1.2

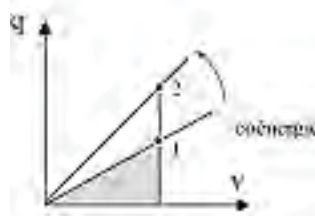


Figure 1.3

$$F = - \frac{\partial (\text{énergie})}{\partial x} \quad \text{à } q=\text{cste}$$

$$F = \frac{\partial (\text{coénergie})}{\partial x} \quad \text{à } v=\text{cste}$$

En rotation :  $C \cdot d\theta = \frac{v^2}{2} dC$

$$C = - \frac{\partial (\text{énergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } q=\text{cste}$$

$$C = \frac{\partial (\text{coénergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } v=\text{cste}$$

Remarquons qu'à  $q = \text{cste}$ , il y a décroissance spontanée de l'énergie et de la coénergie. De même à  $v = \text{cste}$ , il y a croissance spontanée des deux à la fois.

### 1.4.2 Machines électrostatiques

Dans ces machines, les charges  $q$  peuvent être apportées par influence ou par une source extérieure.

Les charges sont ensuite élevées en tension grâce à l'énergie mécanique dépensée pour faire tourner une des armatures d'un condensateur mobile en rotation, contre le couple électrostatique  $\frac{1}{2} v^2 \frac{dC}{d\theta}$ .

## Le saviez-vous ?

### Machines à influence

Thalès de Millet, un des sept sages de la Grèce antique, fut l'un des premiers à observer l'attraction de petits objets, tels que les plumes, par de l'ambre frottée. Après les jeux électrostatiques de salon du XVIII<sup>e</sup> siècle, sont apparues les premières machines à influence telle que celle de Whimshurst en 1890. Cette première machine à influence de faible puissance permettait un débit de quelques dizaines de microampères sous 100 kV.

Le déplacement se fait à charge constante  $Q$ , donc pour le système isolé, en partant de la tension minimale pour atteindre la tension maximale.

Le gain énergétique de ce système élévateur de tension est alors  $(V_{\max} - V_{\min})Q$ . On dispose en final d'une source à la tension  $V_{\max}$  reproductible.

La machine de Van de Graaff (1933), toujours utilisée dans les halls d'essais en hautes tensions, permet d'atteindre  $10^7$  volts avec des débits en milliampères.

En 1950, le professeur Felici a construit une petite machine industrielle de 20 W donnant 0,2 mA sous  $10^5$  volts utilisable pour la peinture électrostatique. Le visiteur était placé judicieusement face au pistolet à peinture, le grillage à peindre étant situé derrière lui. Un générateur électrostatique était relié au pistolet et au grillage. Les particules de peinture ionisées contournaient le

visiteur en suivant les lignes de champ, pour atteindre le grillage de manière uniforme. Le visiteur repartait sans aucune tache.

## 1.5 INTERACTION ÉNERGIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE – ÉNERGIE MÉCANIQUE

La découverte en 1819, par Christiaan Oerstedt, de l'existence d'un champ magnétique créé par un courant ouvre la voie à l'électromagnétisme.

### 1.5.1 Loi de Biot et Savart

Le champ d'induction d'un courant rectiligne infini est :  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ , à la distance  $r$ , avec  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ , les lignes de champ magnétiques étant des cercles axés sur le courant.

### 1.5.2 Théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétique sur un contour fermé ( $\Gamma$ ) est égale à la somme algébrique des forces magnétomotrices des courants enlacés par le contour fermé :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum ni = \xi.$$

### 1.5.3 Équation de Maxwell-Ampère

Prenons une surface  $S$  s'appuyant sur le contour fermé ( $\Gamma$ ), à l'image d'une épaisseur.  $j$  étant la densité de courant sur l'élément  $dS$ , on peut écrire :  $\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \int_{\Gamma} \vec{j} \cdot d\vec{S}$ . D'après le

théorème de Stokes  $\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \int_{\Gamma} \text{rot} \vec{H} \cdot d\vec{S}$  quelle que soit la surface  $S$ . La relation différentielle équivalente de Maxwell-Ampère s'écrit :  $\text{rot} \vec{H} = \vec{j}$ .

Cette expression montre que  $H$  ne dérive pas d'un potentiel<sup>2</sup>.

Par ailleurs, le flux dans les tubes d'induction, tores axés sur le conducteur, est indépendant des sections droites.  $\text{div} \vec{B} = 0$ . La distribution de  $B$  est toujours la même, le flux est conservatif.

### 1.5.4 Loi de Laplace

Loi macroscopique donnant la force agissant sur un courant placé dans un champ d'induction  $d\vec{F} = i(d\vec{l} \wedge \vec{B})$ .

### 1.5.5 Loi de Faraday

$e = \int_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \int_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$ . On ne donnera ici que la

forme macroscopique donnant la f.é.m. aux bornes d'un fil en déplacement dans un champ d'induction.

$$de = \vec{B}(d\vec{l} \wedge \vec{v})$$

. Le sens de la f.é.m. est celui du vecteur  $d\vec{l}$ .

### 1.5.6 Réversibilité énergétique

Roue de Barlow (1828) : si l'on fait circuler un courant  $I$ , il y a création d'un couple. Le fonctionnement est « moteur ».

Disque de Faraday (1831) : si l'on met en rotation à la vitesse angulaire  $\Omega$ , il y a création d'une f.é.m. d'induction. Le fonctionnement est « générateur ».

Réversibilité du fonctionnement générateur/moteur (figure 1.4).



Figure 1.4

<sup>2</sup> Voir « Pour en savoir plus, Équations de Maxwell » en fin de chapitre.

## Le saviez-vous ?

### Machines électrostatiques

Ces machines, fonctionnant aujourd'hui dans des gaz comprimés à une dizaine d'atmosphères pour augmenter leur puissance, sont irremplaçables pour les capteurs de poussières, pour la peinture ionisée, pour la pulvérisation des vernis et des enduits, pour le triage de particules non magnétiques et pour la fixation électrostatique utilisée dans des machines outils permettant d'atteindre une force d'attraction très intéressante de 10 décanewtons par  $\text{cm}^2$ .

En utilisant la même expérience, la différence des noms et des dates montre que la réversibilité n'était pas évidente.

Avec la roue de Barlow, Faraday a découvert le phénomène de l'induction qu'il a vérifié en 1832 en mesurant la f.é.m. induite (50 mV à vide) par le champ magnétique terrestre dans l'eau mouvante et conductrice de la Tamise.

### 1.5.7 Phénomènes d'induction – Loi de Lenz

De manière plus générale, l'expérience a montré que si l'on fait varier le flux d'induction  $\phi$  traversant une spire court-circuitée, quel que soit le procédé de variation, cette spire conductrice est le siège d'un courant induit.

Attention : c'est le flux  $\phi$  qui doit varier dans le temps, que ce soit par déplacement relatif du circuit inducteur par rapport au circuit induit, la f.é.m. est alors dite de rotation ou dynamique, ou que ce soit pour des circuits immobiles par variation dans le temps du courant inducteur ou du courant dans le circuit induit lui-même, alors la f.é.m. est dite de transformation ou statique.

Lenz a établi en 1834 que conformément au principe de l'action et de la réaction, le courant induit produit par cette f.é.m. tend par ses effets à s'opposer à la cause qui lui a donné

naissance 
$$e = - \frac{d\phi}{dt}.$$

### 1.5.8 Force de Lorentz

Une charge électrique déplacée dans un champ d'induction magnétique est soumise à une force axiale  $\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$ . Pour un solide en mouvement dans un champ d'induction magnétique, le déplacement des charges entraîne l'apparition d'un champ électrique intérieur  $\vec{E}$  (figure 1.5).

En régime établi :  $\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0.$

Force généralisée de Lorentz : 
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}).$$

Les trois lois où apparaît un produit vectoriel se gèrent de manière semblable :

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$de = \vec{B} \quad (d\vec{l} \wedge \vec{v}) \quad \text{le sens de la f.é.m. est celui de } d\vec{l}$$

$$d\vec{F} = i(d\vec{l} \wedge \vec{B}) \quad \text{le sens du courant } i \text{ est celui de } d\vec{l}$$

$$\vec{a} = \vec{b} \wedge \vec{c}.$$

La règle des trois doigts s'applique à chacune de ces trois lois de six manières distinctes. Le pouce (1), l'index (2) et le majeur (3) peuvent être placés par rotation circulaire sur chacun des vecteurs positionnés en  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$ .

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ pour la main gauche, ou } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ pour la main droite}$$

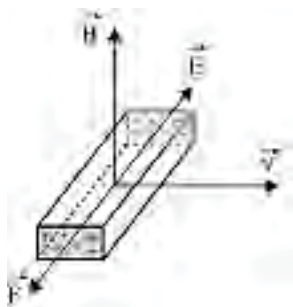


Figure 1.5

## 1.6 ÉNERGIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES CIRCUITS INDUCTIFS LINÉAIRES

Un condensateur chargé développe un champ électrique entre ses plaques. De même, une inductance parcourue par un courant développe un champ d'induction magnétique. La loi d'Ohm appliquée à l'inductance (figure 1.6a) s'écrit :

$$V_a = E + ri = -e + ri = -\left(-n \frac{d\phi}{dt}\right) + ri$$

$\phi$  est le flux du circuit magnétique,  $E$ , la f.c.é.m. et  $e$ , la f.é.m.

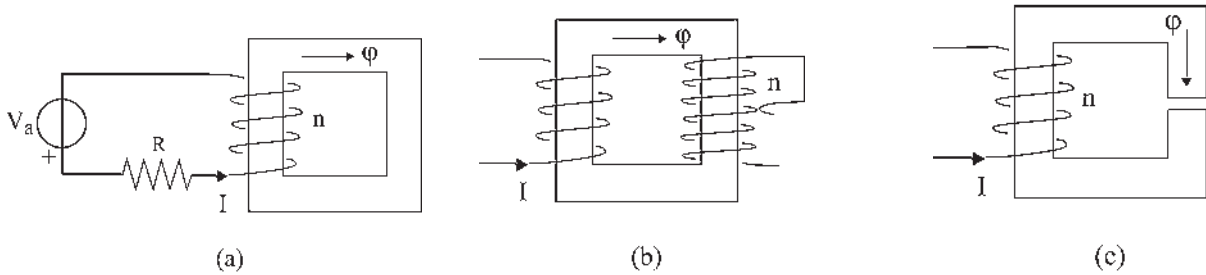


Figure 1.6

On fait souvent intervenir le flux  $\phi = n\phi$  reçu par une bobine de  $n$  spires.  $e = -n \frac{d\phi}{dt}$ .

Attention :  $d\phi = n d\phi$ . En effet, si le flux  $\phi$  dans le circuit magnétique est constant, en déplaçant le curseur (figure 1.6b), donc en modifiant le nombre de spires, appelé systématiquement et arbitrairement  $n$ , il n'y a variation temporelle de flux dans aucune des spires du circuit conducteur fermé. Dans ce cas,  $e = 0$ .

### 1.6.1 Loi d'Ohm magnétique

La force magnétomotrice  $\xi$  (f.m.m.) s'écrit :

$$\xi = ni = \int H dl = \int \frac{B}{\mu_0 \mu_r} l = \int \frac{\phi l}{\mu_0 \mu_r S} = \phi \int \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \phi \sum \mathfrak{R}$$

Théorème d'Ampère  $B = \mu_0 \mu_r H$   $\phi = BS$   $\text{div} \vec{B} = 0$   $\mathfrak{R} = \text{réductance}$

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} \text{ pour l'air } \mu_r = 1, \text{ pour le fer } \mu_r \approx 10^4, \text{ (figure 1.6c)}$$

$\text{div} \vec{B} = 0$ . Le flux conservatif est identique dans l'entrefer et dans le fer,

d'où pour la force magnétomotrice :  $\xi \approx \mathfrak{R}_{\text{entrefer}} \cdot \phi$ .

Le flux reçu par la bobine est  $\phi = n\phi = n \frac{\xi}{\mathfrak{R}_e} = \frac{n^2}{\mathfrak{R}_e} i = Li$ ,

l'inductance étant :  $L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}_e}$ .

### 1.6.2 Établissement du courant dans l'inductance

$$V_a = n \frac{d\phi}{dt} + ri \quad \text{or} \quad \frac{d\phi}{dt} = n \frac{d\phi}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad \text{d'où} \quad V_a = L \frac{di}{dt} + ri$$

Équation différentielle linéaire à coefficients constants :

Passage en symbolique :  $\frac{V_a}{p} = rI(p) + L[pI(p) - i_0]$

$$I(p) = \frac{V_a}{p(r + Lp)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{r + Lp} = \frac{V_a}{r} - \frac{L \frac{V_a}{r}}{r + Lp} = \frac{V_a}{r} \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{\frac{r}{L} + p} \right)$$

avec  $i_0 = 0$  à  $t = 0$ ,  $i(t) = \frac{V_a}{r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  exponentielle de sous-tangente  $\tau = \frac{L}{r}$ .

En régime permanent  $i = \text{cste} = \frac{V_a}{r}$ , l'inductance se comporte comme un aimant en donnant un champ d'induction magnétique.

### 1.6.3 Application du théorème de l'énergie cinétique

$dW =$  énergie élémentaire  $= E idt = -e idt = -\left(-n \frac{d\phi}{dt}\right) idt = n id\phi$  que l'on peut écrire  $dW = id\phi$  ou  $dW = \xi d\phi$ .

À partir du flux de circulation dans le circuit magnétique si  $\mathfrak{R} = \text{cste}$  :

$$dW = \xi d\phi = \mathfrak{R} \phi d\phi = d \underbrace{\left(\frac{1}{2} \mathfrak{R} \phi^2\right)}_{\text{énergie}} = d \left(\frac{1}{2} \xi \phi\right) = d \underbrace{\left(\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{R}}\right)}_{\text{coénergie}}$$

$$\xi = \mathfrak{R} \phi$$

À partir du flux reçu par l'inductance si  $L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}} = \text{cste}$  :

$$dW = id\phi = \frac{\phi}{L} d\phi = d \underbrace{\left(\frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L}\right)}_{\text{énergie}} = d \left(\frac{1}{2} i \phi\right) = d \underbrace{\left(\frac{1}{2} Li^2\right)}_{\text{coénergie}}$$

$$\phi = Li$$

Dans les deux cas, contrairement à la pesanteur, le travail  $dW = E idt$  dépend du temps. Il n'y a pas d'énergie potentielle. Énergie et coénergie sont des expressions duales, elles varient simultanément sans échange entre elles.

### 1.6.4 Énergie électromagnétique stockée

$$W = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \phi^2 = \frac{1}{2} \xi \phi = \frac{1}{2} H I B S = \frac{1}{2} H B \cdot \text{vol}_{\text{entrefer}} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \cdot \text{vol}_{\text{entrefer}}$$

$$\xi \approx H l_{\text{entrefer}} \quad B = \mu_0 H_{\text{air}} \quad \mu_0 = \text{perméabilité du vide}$$

avec  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

Dans les machines industrielles  $B$  est de l'ordre de 1 tesla.

La densité d'énergie électromagnétique emmagasinée dans l'entrefer est  $dW = 3,98 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3$ .

## 1.7 ÉNERGÉTIQUE DES CIRCUITS ÉLECTROMAGNÉTIQUES INDÉFORMABLES

### 1.7.1 Circuits non saturés

Pour un circuit électromagnétique, avec ou sans entrefer, non saturé et indéformable :

$$\xi = ni = \Re \phi$$

avec  $\Re = \text{cste}$  (figure 1.7).

Dans ce circuit électromagnétique excité, il y a spontanément augmentation d'énergie magnétique (et de coénergie) en puisant l'énergie dans la source électrique jusqu'à l'équilibre des tensions. Le travail élémentaire est égal à la différentielle de l'énergie cinétique (théorème des forces vives) :

$$dW = E i dt = n i d\phi = \xi d\phi = i d\phi$$

$$dW = \Re \phi d\phi = d \left( \underbrace{\frac{1}{2} \Re \phi^2}_{\text{énergie}} \right) = d \left( \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\Re}}_{\text{coénergie}} \right)$$

$$d\xi = \Re d\phi \quad dW = \Re \phi d\phi = \boxed{\xi d\phi = \phi d\xi}$$

Quelle que soit la pente, les surfaces sont toujours égales.

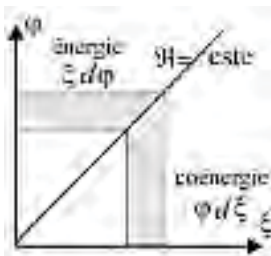


Figure 1.7

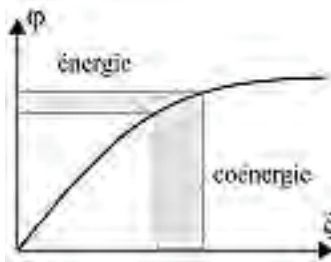


Figure 1.8



### 1.7.2 Circuits saturés

Dans un circuit indéformable saturé la variation d'énergie n'est pas égale à la variation de coénergie, mais elles sont de même sens (figure 1.8).

$$dW = \mathfrak{R}\phi d\phi = \xi d\phi = d\left(\frac{1}{2}\mathfrak{R}\phi^2\right) \neq d\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\mathfrak{R}}\right)$$

$\xi d\phi \neq \phi d\xi$ . Les surfaces ne sont plus égales.

### 1.7.3 Cas des aimants – Énergie magnétique stockée

L'énergie magnétique élémentaire est donnée par  $dW = \xi d\phi = ni d\phi$ .

D'après le théorème d'Ampère,  $\xi = ni = Hl$  or  $\phi = BS$  et  $d\phi = S.dB$  d'où  $ni.d\phi = HlS.dB = H \times \text{volume excité} \times dB$ .

La densité d'énergie étant l'énergie par unité de volume  $H.dB$ ,  $\mu_r$  étant la perméabilité relative du matériau,  $B = \mu_0\mu_r H = \text{cste}$ .

Pour un matériau homogène et non saturable  $\mu_r = \text{cste}$  alors :

$$dW = HdB = \frac{B}{\mu_0\mu_r}dB = d\left(\underbrace{\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0\mu_r}}_{\text{énergie}}\right) = d\left(\frac{1}{2}BH\right) = d\left(\underbrace{\frac{1}{2}\mu_0\mu_r H^2}_{\text{coénergie}}\right)$$

## 1.8 CIRCUITS ÉLECTROMAGNÉTIQUES DÉFORMABLES

### 1.8.1 Règle de la réluctance minimale

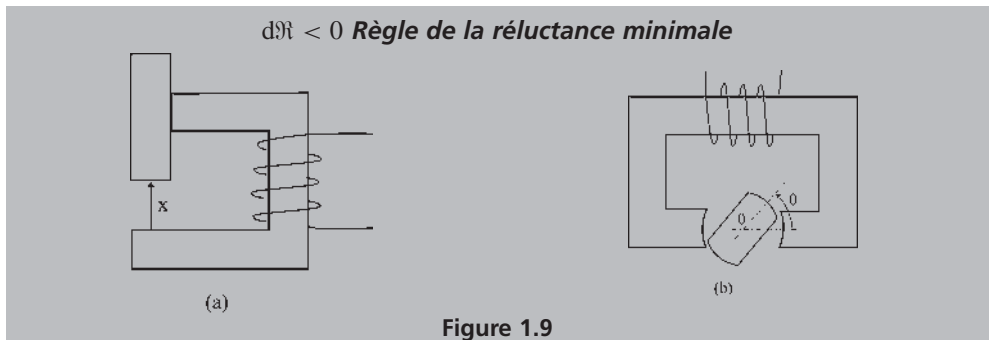
En translation ou en rotation, on a toujours  $dW = \xi d\phi = \mathfrak{R}\phi d\phi$  puisque  $\xi = \mathfrak{R}\phi$ , mais un mouvement du dispositif peut entraîner une variation de réluctance :

$$d\left(\frac{1}{2}\mathfrak{R}\phi^2\right) = \mathfrak{R}\phi d\phi + \frac{\phi^2}{2}d\mathfrak{R} \text{ alors } dW = \xi d\phi = \mathfrak{R}\phi d\phi = d\left(\frac{1}{2}\mathfrak{R}\phi^2\right) - \frac{\phi^2}{2}d\mathfrak{R}$$

Spontanément, la partie mobile du matériau ferromagnétique se déplace :

$$-\frac{\phi^2}{2}d\mathfrak{R} = F.dx \text{ en translation (figure 1.9.a), } F.dx > 0 \text{ le mouvement étant spontané,}$$

$$-\frac{\phi^2}{2}d\mathfrak{R} = C.d\theta \text{ en rotation (figure 1.9.b), } C.d\theta > 0 \text{ mouvement spontané.}$$



$$F = -\frac{\varphi^2 d\mathfrak{N}}{2 dx} = -\frac{\partial \left( \frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2 \right) d\mathfrak{N}}{\partial \mathfrak{N} dx} = -\frac{\partial \left( \frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2 \right)}{\partial x} \quad \text{à } \varphi = \text{cste}$$

$$F = -\frac{1}{2} \frac{\xi^2 d\mathfrak{N}}{\mathfrak{N}^2 dx} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}} \right) d\mathfrak{N}}{\partial \mathfrak{N} dx} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}} \right)}{\partial x} \quad \text{à } \xi = \text{cste}$$

$$F = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x} \quad \text{à } \varphi = \text{cste} \quad (\text{figure 1.10})$$

$$F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x} \quad \text{à } \xi = \text{cste} \quad (\text{figure 1.11})$$

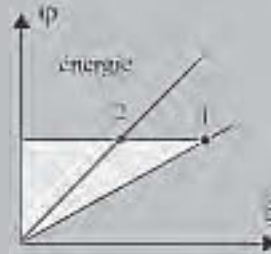


Figure 1.10

De même en rotation, le couple de réluctance est :

$$C = -\frac{\varphi^2 d\mathfrak{N}}{2 d\theta} = -\frac{\partial \left( \frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2 \right) d\mathfrak{N}}{\partial \mathfrak{N} d\theta} = -\frac{\partial \left( \frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2 \right)}{\partial \theta} \quad \text{à } \varphi = \text{cste}$$

$$C = -\frac{1}{2} \frac{\xi^2 d\mathfrak{N}}{\mathfrak{N}^2 d\theta} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}} \right) d\mathfrak{N}}{\partial \mathfrak{N} d\theta} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}} \right)}{\partial \theta} \quad \text{à } \xi = \text{cste}$$

$$C = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } \varphi = \text{cste} \quad (\text{figure 1.10})$$

$$C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } \xi = \text{cste} \quad (\text{figure 1.11})$$

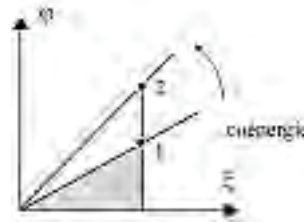


Figure 1.11

En rotation, comme en translation, énergie  $\frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2$  et coénergie  $\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}}$  décroissent spontanément à  $\varphi = \text{cste}$  et croissent spontanément à  $\xi = \text{cste}$ .

### 1.8.2 Règle de l'inductance maximale

On peut aussi, en translation comme en rotation, exprimer le travail élémentaire à partir du flux  $\phi = n \cdot \varphi$  reçu par l'inductance.

$$\text{On a toujours : } dW = i d\phi = \frac{\phi}{L} d\phi \quad \phi = Li$$

Un mouvement du dispositif peut entraîner une variation de l'inductance  $L$  :

$$d\phi = L di + i dL \quad i d\phi = L i di + i^2 dL$$

$$\text{or} \quad d\left(\frac{1}{2} Li^2\right) = L i di + \frac{i^2}{2} dL \quad i d\phi = d\left(\frac{1}{2} Li^2\right) + \frac{i^2}{2} dL$$

$$\frac{i^2}{2}dL = F \cdot dx \text{ ou } C \cdot d\theta$$

Déplacement spontané de la partie mobile du matériau ferromagnétique :

$$F \cdot dx > 0 \quad C \cdot d\theta > 0 \quad dL > 0$$

**Règle de l'inductance maximale**

En rotation ou en translation :

$$F = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} Li^2 \right)}{\partial L} \frac{dL}{dx} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} Li^2 \right)}{\partial x} \text{ à } i=\text{cste}$$

$$C = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\theta} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} Li^2 \right)}{\partial L} \frac{dL}{d\theta} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} Li^2 \right)}{\partial \theta} \text{ à } i=\text{cste}$$

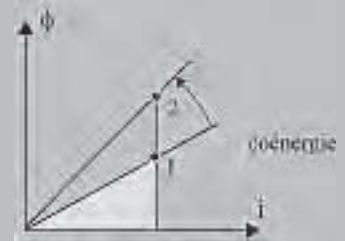


Figure 1.12

À courant  $i = \text{cste}$ , il y a croissance spontanée de la coénergie  $\frac{1}{2} Li^2$  et de l'énergie  $\frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L}$  emmagasinées.

$$dL > 0 \quad i = \text{cste} \quad \phi = Li$$

On retrouve la **règle du flux maximal**  $d\phi > 0$  ;

$$F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x} \text{ à } i=\text{cste} \quad (\text{figure 1.12}) \quad C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \text{ à } i=\text{cste}$$

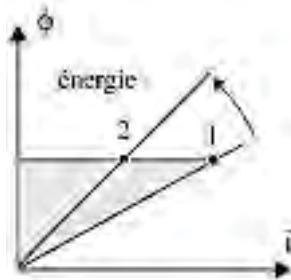


Figure 1.13

De même puisque  $\phi = Li$

$$F = \frac{\phi^2}{2L^2} \frac{dL}{dx} = - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L} \right)}{\partial L} \frac{dL}{dx} = - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L} \right)}{\partial x} \text{ à } \phi=\text{cste}$$

$$C = \frac{\phi^2}{2L^2} \frac{dL}{d\theta} = - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L} \right)}{\partial L} \frac{dL}{d\theta} = - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L} \right)}{\partial \theta} \text{ à } \phi=\text{cste}$$

À flux  $\phi = \text{cste}$ , il y a décroissance spontanée de l'énergie électromagnétique  $\frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L}$  et de la coénergie  $\frac{1}{2} Li^2$  emmagasinées.

$$dL > 0 \quad L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}}$$

On retrouve la règle de la réluctance minimale.

$F = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x} \text{ à } \phi=\text{cste}$	(figure 1.13)	$C = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \text{ à } \phi=\text{cste}$
---	---------------	--

### 1.8.3 Analogies

L'énergie élémentaire  $dW$  est toujours le produit d'une variable intensive (due aux contraintes extérieures et indépendante de l'importance du système) par la différentielle d'une variable extensive.

$p dv$	$v dq$	$\xi d\phi$	$i d\phi$	$H dB$
$p = mv$	$q = Cv$	$\xi = \Re\phi$	$\phi = Li$	$B = \mu_0\mu_r H$
gravitation	charges	champs	champs	pôles

Les mouvements spontanés sont dus à des attractions spontanées.

## 1.9 ÉNERGÉTIQUE DES CIRCUITS ÉLECTROMAGNÉTIQUES DÉFORMABLES

Pour un circuit électromagnétique déformable et non saturé

$$\xi = ni = \Re\phi \text{ avec } \Re = \frac{x}{\mu_0\mu_r S} \text{ variable (figure 1.9 a.b).}$$

On a toujours  $dW = E i dt = n i d\phi = \xi d\phi = i d\phi$  mais,

$$\xi d\phi = \Re\phi d\phi \neq d\left(\frac{1}{2}\Re\phi^2\right) = \Re\phi d\phi + \frac{\phi^2}{2} d\Re$$

$$\xi d\phi \neq \phi d\xi = \phi(\Re d\phi + \phi d\Re) = \Re\phi d\phi + \phi^2 d\Re$$

Dans un circuit électromagnétique excité, linéaire, où la réluctance peut varier par un mouvement du circuit magnétique, il y a mouvement spontané vers la réluctance minimale.

$$dW = \Re\phi d\phi = \xi d\phi = d\left(\frac{1}{2}\Re\phi^2\right) - \frac{\phi^2}{2} d\Re$$

$$\xi d\phi = \phi d\xi - \phi^2 d\Re$$

$$F \cdot dx = -\frac{\phi^2}{2} d\Re > 0 \text{ (mouvement spontané)}$$

Dans ces expressions  $\xi$ ,  $\Re$  et  $\phi$  peuvent varier en étant liés par  $\xi = \Re\phi$ .

On peut imposer certaines contraintes supplémentaires.

#### a) Maintien du flux

$\phi = \text{cste}$   $d\phi = 0$  (figure 1.14).

$$E i dt = \xi d\phi = \Re\phi d\phi = 0 = d\left(\frac{1}{2}\Re\phi^2\right) - \frac{\phi^2}{2} d\Re$$

Aucune énergie n'est puisée à la source. Le circuit ferromagnétique étant magnétisé, il y a attraction spontanée des pôles magnétiques.

$$-\frac{\varphi}{2}d\mathfrak{N} > 0 \quad d\mathfrak{N} < 0 \text{ (mouvement spontané vers la réluctance minimale).}$$

$Fdx$  ou  $Cd\theta = -\frac{\varphi^2}{2}d\mathfrak{N} > 0$  spontané,  $d\left(\frac{1}{2}\mathfrak{N}\varphi^2\right) < 0$  l'énergie magnétique emmagasinée diminue.

**b) Maintien de l'excitation**

$$\xi = ni = \text{cste} \quad d\xi = 0 \text{ (figure 1.15)}$$

$$Eidt = \xi d\varphi = \mathfrak{N}\varphi d\varphi = -\varphi^2 d\mathfrak{N} = d\left(\frac{1}{2}\mathfrak{N}\varphi^2\right) - \frac{\varphi^2}{2}d\mathfrak{N}$$

Les deux énergies égales  $d\left(\frac{1}{2}\mathfrak{N}\varphi^2\right) = -\frac{\varphi^2}{2}d\mathfrak{N}$  ne peuvent être puisées que dans la source.

L'énergie emmagasinée augmente  $d\left(\frac{1}{2}\mathfrak{N}\varphi^2\right) > 0$ .

$$-\frac{\varphi^2}{2}d\mathfrak{N} > 0 \quad d\mathfrak{N} < 0 \text{ (mouvement spontané vers la réluctance minimale).}$$

$$F \cdot dx \text{ ou } C \cdot d\theta = -\frac{\varphi^2}{2}d\mathfrak{N} > 0 \text{ spontané. } dx < 0 \quad d\theta < 0.$$

Le solénoïde se gonfle et se contracte.  $\mathfrak{N} = \frac{l}{\mu_0 S}$ ,  $S$  augmente alors que  $l$  et  $\mathfrak{N}$  diminuent.

La force  $F = -\frac{\varphi^2}{2} \frac{d\mathfrak{N}}{dx}$  et le moment du couple  $C = -\frac{\varphi^2}{2} \frac{d\mathfrak{N}}{d\theta}$  en rotation s'expriment :

– de préférence à partir de la variation de coénergie si  $\xi = \text{cste}$ ,

$$F = \frac{\partial \left(\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}}\right)}{\partial \mathfrak{N}} \frac{d\mathfrak{N}}{dx} = \frac{\partial \left(\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}}\right)}{\partial x} \Big|_{\xi=\text{cste}} = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x} \Big|_{\xi=\text{cste}}$$

$$C = \frac{\partial \left(\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}}\right)}{\partial \mathfrak{N}} \frac{d\mathfrak{N}}{d\theta} = \frac{\partial \left(\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}}\right)}{\partial \theta} \Big|_{\xi=\text{cste}} = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \Big|_{\xi=\text{cste}}$$

– de préférence à partir de la variation d'énergie si  $\varphi = \text{cste}$ ,

$$F = -\frac{\partial \left(\frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2\right)}{\partial \mathfrak{N}} \frac{d\mathfrak{N}}{dx} = -\frac{\partial \left(\frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2\right)}{\partial x} \Big|_{\varphi=\text{cste}} = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x} \Big|_{\varphi=\text{cste}}$$

$$C = -\frac{\partial \left(\frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2\right)}{\partial \mathfrak{N}} \frac{d\mathfrak{N}}{d\theta} = -\frac{\partial \left(\frac{1}{2} \mathfrak{N} \varphi^2\right)}{\partial \theta} \Big|_{\varphi=\text{cste}} = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \Big|_{\varphi=\text{cste}}$$

Dans le diagramme  $\varphi(\xi)$ , la droite  $\xi = \mathfrak{R}\varphi$  passe de D à Δ lorsque dans un mouvement spontané la réluctance devient minimale.

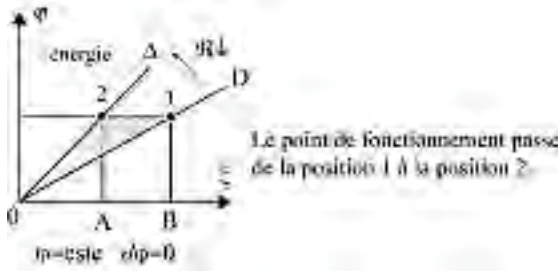


Figure 1.14

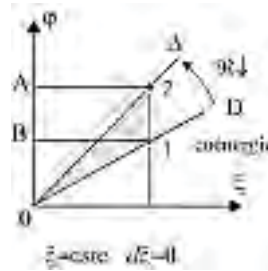


Figure 1.15

Sur la figure 1.14 on obtient les relations suivantes :

$$\xi d\varphi = 0 = \varphi d\xi - \varphi^2 d\mathfrak{R} \quad \varphi d\xi = \varphi^2 d\mathfrak{R} < 0$$

$$\varphi d\xi = \text{surface } AB12 = -\frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R} \Big|_{\varphi=\text{cste}} = \text{surface } A12 = F dx > 0$$

$$\text{surface } A12 = \text{surface } AB1 = \text{surface } O12 = -\partial(\text{énergie})_{1 \rightarrow 2} \Big|_{\varphi=\text{cste}} > 0$$

$$\text{Diminution d'énergie : } F dx = -\partial(\text{énergie}) \Big|_{\varphi=\text{cste}} = -\frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R}$$

$$\text{énergie} = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \varphi^2 \quad \boxed{F = -\frac{\partial \left( \frac{1}{2} \mathfrak{R} \varphi^2 \right)}{\partial x} \Big|_{\varphi=\text{cste}} = -\frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R}}$$

Sur la figure 1.15 on obtient les relations suivantes :

$$\varphi d\xi = 0 = \xi d\varphi + \varphi^2 d\mathfrak{R} \quad \xi d\varphi = -\varphi^2 d\mathfrak{R} > 0$$

$$\xi d\varphi = \text{surface } AB12 = -\frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R} \Big|_{\xi=\text{cste}} = \text{surface } B12 = F dx > 0$$

$$\text{surface } B12 = \text{surface } B2A = \text{surface } O12 = \partial(\text{coénergie})_{1 \rightarrow 2} \Big|_{\xi=\text{cste}} > 0$$

$$\text{Augmentation de coénergie } F dx = \partial(\text{coénergie}) \Big|_{\xi=\text{cste}} = -\frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R}$$

$$\text{coénergie} = \frac{1}{2} \xi^2 \mathfrak{R} \quad \boxed{F = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \xi^2 \mathfrak{R} \right)}{\partial x} \Big|_{\xi=\text{cste}} = -\frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R}}$$

### 1.9.1 Théorème des travaux virtuels

Le travail de la force ou du moment du couple dans un déplacement virtuel ( $dx$  ou  $d\theta$ ) est égal à la variation énergétique du système.

$$C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \Big|_{\xi=\text{cste}} \quad C = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \Big|_{\varphi=\text{cste}}$$

$$F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x} \Big|_{\xi=\text{cste}} \quad F = -\frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x} \Big|_{\varphi=\text{cste}}$$

Dans les exemples suivants, on utilisera aléatoirement l'une ou l'autre des quatre expressions précédentes.

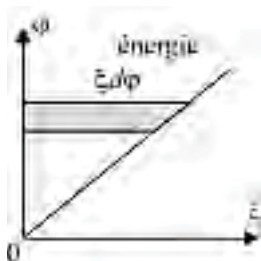


Figure 1.16

**En électromagnétisme** (figure 1.16)

Travail élémentaire :

$$\xi d\phi = \mathfrak{R}\phi d\phi = d\left(\underbrace{\frac{1}{2}\mathfrak{R}\phi^2}_{\text{énergie}}\right) = d\left(\underbrace{\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\mathfrak{R}}}_{\text{coénergie}}\right)$$

$$\xi = \mathfrak{R}\phi \quad C = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\mathfrak{R}}\right)}{\partial\theta} \quad \text{à } \xi = \text{cste}$$

$$C = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\mathfrak{R}\phi^2\right)}{\partial\theta} \quad \text{à } \phi = \text{cste}$$

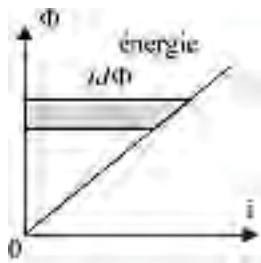


Figure 1.17

**En électromagnétisme** (figure 1.17)

Travail élémentaire :

$$i d\phi = \frac{\phi}{L} d\phi = d\left(\underbrace{\frac{1}{2}\frac{\phi^2}{L}}_{\text{énergie}}\right) = d\left(\underbrace{\frac{1}{2}Li^2}_{\text{coénergie}}\right)$$

$$\phi = Li \quad F = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}Li^2\right)}{\partial x} \quad \text{à } i = \text{cste}$$

$$F = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{\phi^2}{L}\right)}{\partial x} \quad \text{à } \phi = \text{cste}$$

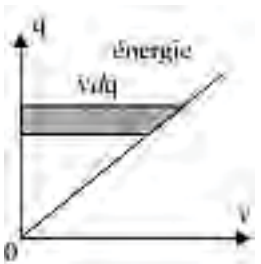


Figure 1.18

**En électrostatique** (figure 1.18)

Travail élémentaire :

$$v dq = \frac{q}{C} dq = d\left(\underbrace{\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}}_{\text{énergie}}\right) = d\left(\underbrace{\frac{1}{2}Cv^2}_{\text{coénergie}}\right)$$

$$q = Cv \quad C = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}Cv^2\right)}{\partial\theta} \quad \text{à } v = \text{cste}$$

$$F = -\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{\partial x} \quad \text{à } q = \text{cste}$$

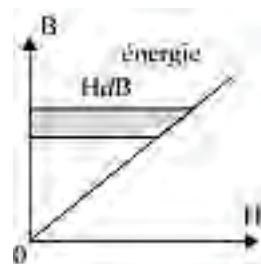


Figure 1.19

**En magnétisme** (figure 1.19)

Travail élémentaire :

$$\xi \cdot d\phi = \xi S \cdot dB = H I S \cdot dB = H \cdot dB \text{ par unité de volume}$$

$$H \cdot dB = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} dB = d \left( \underbrace{\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu_r}}_{\text{énergie}} \right) = d \left( \underbrace{\frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2}_{\text{coénergie}} \right)$$

$$F = - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu_r} \right)}{\partial x} \Big|_{B=\text{cste}} = - \frac{B^2}{2\mu_0} \text{ par unité de surface et dans l'air } \mu_r = 1.$$

### 1.9.2 Force portante d'un électroaimant

Pour l'électroaimant<sup>3</sup>  $F dx = - \frac{\phi^2}{2} d\mathfrak{H} > 0$  (figure 1.20)

$$\mathfrak{H}_{\text{entrefer}} = \frac{x}{\mu_0 S} \quad F = - \frac{\phi^2}{2} \frac{1}{\mu_0 S} \quad \phi = BS$$

$$F = \frac{B^2 S}{2\mu_0} \text{ formule de Maxwell}$$

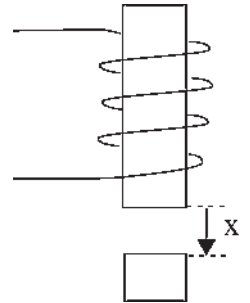


Figure 1.20

### 1.9.3 Ventouses électromagnétiques

Les ventouses électromagnétiques<sup>4</sup> sont très utilisées. Par exemple dans les casses automobiles :  $r = 5$  cm,  $B = 1,5$  tesla,  $S = \pi r^2$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ .

$$F = \frac{(1,5)^2 \pi 0,0025}{2 \times 4\pi \cdot 10^{-7}} = 7031 \text{ newtons}$$

(figure 1.21).

À Paris,  $g = 9,81$  m/sec<sup>2</sup>. Cette force permet de soulever une masse de 717 kg. On réalise actuellement des ventouses ayant des forces d'attraction de 1 à 2 000 daN permettant de saisir des masses de 1 kg à 2 tonnes pour les soulever.

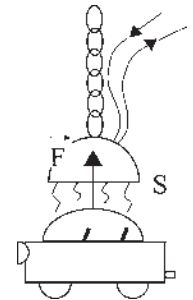
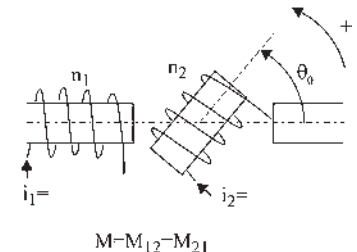


Figure 1.21

### 1.9.4 Circuits couplés sans mouvement

Hypothèses :  $\theta_0 = \text{cste}$  (figure 1.22)

- circuits ferromagnétiques non saturés ;
- répartition spatiale sinusoïdale de l'induction ;



$$M = M_{12} = M_{21}$$

M : mutuelle inductance entre les deux bobines lorsqu'elles sont en phase géométrique

Figure 1.22

<sup>3</sup> Hypothèse sous-entendue que  $B$  soit constant dans un entrefer très petit.

<sup>4</sup> Même hypothèse.



– flux total dans la bobine 2,  $\phi_2 = Mi_1 \cos \theta_0 + L_2 i_2$  ;

– flux total dans la bobine 1,  $\phi_1 = Mi_2 \cos \theta_0 + L_1 i_1$ .

L'énergie électromagnétique élémentaire s'écrit :

$$dW = E_1 i_1 dt + E_2 i_2 dt = -e_1 i_1 dt - e_2 i_2 dt \quad e_1 = -n_1 \frac{d\phi_1}{dt} \quad e_2 = -n_2 \frac{d\phi_2}{dt}$$

(s'il n'y a pas de fuites  $\phi_1 = \phi_2$ )  $\phi_1 = n_1 \phi_1$   $\phi_2 = n_2 \phi_2$

Attention !  $d\phi_1 = n_1 d\phi_1$   $d\phi_2 = n_2 d\phi_2$   $e_1 = \frac{d\phi_1}{dt}$   $e_2 = \frac{d\phi_2}{dt}$

$$dW = - \left( -n_1 \frac{d\phi_1}{dt} \right) i_1 dt - \left( -n_2 \frac{d\phi_2}{dt} \right) i_2 dt = i_1 \frac{d\phi_1}{dt} dt + i_2 \frac{d\phi_2}{dt} dt$$

$$dW = E_1 i_1 dt + E_2 i_2 dt = n_1 i_1 d\phi_1 + n_2 i_2 d\phi_2 = i_1 d\phi_1 + i_2 d\phi_2 = \xi_1 d\phi_1 + \xi_2 d\phi_2$$

$$dW = \sum E i dt = \sum \xi d\phi = \sum i d\phi$$

Un changement de flux est associé à un écoulement d'énergie dans le système.

Ici les deux circuits sont magnétiquement en série :

$$dW = \xi_1 d\phi_1 + \xi_2 d\phi_2 = \mathfrak{R}_1 \phi_1 d\phi_1 + \mathfrak{R}_2 \phi_2 d\phi_2 = (\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2) \phi d\phi$$

Sans mouvement, le travail élémentaire est égal à la différentielle de l'énergie cinétique :

$$dW = \sum E i dt = \sum i d\phi = d(\text{énergie}) = d(\text{coénergie})$$

On peut écrire, en prenant les expressions avec les flux totaux  $\phi$  :

$$\sum i d\phi = i_1 d\phi_1 + i_2 d\phi_2 = i_1 (L_1 di_1 + M \cos \theta_0 di_2) + i_2 (L_2 di_2 + M \cos \theta_0 di_1)$$

$$\sum i d\phi = (L_1 i_1 + M \cos \theta_0 i_2) di_1 + (L_2 i_2 + M \cos \theta_0 i_1) di_2$$

$$\text{coénergie du système} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 \cos \theta_0 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2$$

$$d(\text{coénergie}) = (L_1 i_1 + M i_2 \cos \theta_0) di_1 + (L_2 i_2 + M i_1 \cos \theta_0) di_2$$

$$\sum \phi di = \phi_1 di_1 + \phi_2 di_2 = (L_1 i_1 + M \cos \theta_0 i_2) di_1 + (L_2 i_2 + M \cos \theta_0 i_1) di_2 = \sum i d\phi$$

### Sans mouvement

$$dW = \sum E i dt = \sum i d\phi = \sum \phi di = d(\text{énergie}) = d(\text{coénergie})$$

On trouverait de même :

$$dW = \sum E i dt = \sum \xi d\phi = \sum \phi d\xi = d(\text{énergie}) = d(\text{coénergie})$$

### 1.9.5 Circuits couplés avec mouvement possible

$\theta$  est variable. On a toujours  $dW = \sum E i dt = \sum i d\phi = i_1 d\phi_1 + i_2 d\phi_2$  mais l'expression n'est plus la même.

$$dW = (L_1 i_1 + M \cos \theta i_2) di_1 + (L_2 i_2 + M \cos \theta i_1) di_2 + 2 M i_1 i_2 \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) d\theta$$

Par ailleurs :

$$d(\text{coénergie}) = (L_1 i_1 + M \cos \theta i_2) di_1 + (L_2 i_2 + M \cos \theta i_1) di_2 + M i_1 i_2 \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) d\theta$$

$$d(\text{coénergie}) = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial i_2} di_2 + \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} d\theta$$

tandis que :  $\sum \phi di = \phi_1 di_1 + \phi_2 di_2$  garde la même valeur avec ou sans mouvement.

**Avec mouvement**

$$\begin{aligned} dW &= \sum E i dt = \sum i d\phi = d(\text{coénergie}) + \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} d\theta \\ \sum i d\phi &= \sum \phi di + 2 \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} d\theta \\ \sum \phi di &= d(\text{coénergie}) - \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} d\theta \end{aligned}$$

Déplacement spontané de la partie mobile du système :

$$M i_1 i_2 \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) d\theta = -M i_1 i_2 \sin \theta d\theta = C d\theta > 0 \quad (\text{spontané})$$

$$C = -M i_1 i_2 \sin \theta = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } i_1=\text{cste et } i_2=\text{cste}$$

Dans la figure  $0 < \theta < 45^\circ$ ,  $C < 0$ ,  $d\theta < 0$ , les deux circuits s'alignent pour la réluctance minimale. On montrerait de même :

$$C = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } \phi_1=\text{cste et } \phi_2=\text{cste}$$

### 1.9.6 Dispositifs électromécaniques utilisés

Électromagnétique (interaction de deux champs), initialement :

- machines synchrones : principalement générateurs de grande puissance ;
- machines asynchrones : principalement moteurs de toutes puissances ;
- machines à courant continu : principalement moteur à vitesse variable.

## Le saviez-vous ?

### Vérins hydrauliques et pneumatiques

Les systèmes électriques ne sont pas les plus performants en puissance massique. Les vérins hydrauliques et pneumatiques l'emportent par l'utilisation du théorème de Pascal :

Conservation de la pression, force par unité de surface :  $\vec{p} = \frac{\vec{F}}{S} = \frac{f}{s}$

De plus, leur utilisation n'a pas besoin d'une liaison avec le réseau de distribution d'énergie électrique, d'où leur utilisation dans des engins autonomes, indispensables pour les travaux de terrassement et les travaux publics : bulldozers, grues, camions... On trouve aussi des vérins hydrauliques ou pneumatiques dans des utilisations locales particulières : trains d'atterrissage, freins pneumatiques de TGV, de métro, de camions... En revanche, l'avantage du système unitaire évoqué précédemment a amené les avions à remplacer les vérins hydrauliques des volets d'ailes par des actionneurs électriques.



L'ascenseur à bateaux de Strépy-Thieu sur le canal du Centre, au gabarit européen, peut monter les péniches de 1 350 tonnes à plus de 73 mètres du sol en 6 minutes.

Réductance :

- moteur à réductance variable : puissance moyenne ;
- moteur impulsional à réductance à fort couple et vitesse lente ;
- actionneurs de toutes puissances ;
- moteurs pas à pas, actionneurs répétitifs.

Électrostatique :

- principalement générateur haute tension/microcourant ;
- machines spéciales, par exemple pour la peinture électrostatique ;
- capteurs électrostatiques.

Piézoélectrique :

- cristaux anisotropes se déformant quand un gradient de potentiel est appliqué dans certaines directions. Réciproquement, une déformation donne une apparition de charges ;
- principalement capteurs de petites puissances ;
- travaux récents en actionneurs de petites et moyennes puissances.

## 1.9.7 Étude des machines et actionneurs électriques

Pour concevoir et réaliser des machines électriques de grande puissance, moteurs, générateurs ou actionneurs, on fait appel aux dispositifs électromagnétiques disposant d'une importante énergie emmagasinée dans l'entrefer  $W_{\text{magn}} = 3,98 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3$ , en mettant en œuvre au choix :

- le couple électromagnétique avec deux structures excitées, stator et rotor ;
- le couple de réductance avec une seule structure excitée et pôles saillants sur l'autre.

On aurait pu appeler ces dispositifs « électromagnétomécaniques ». En conséquence, pour une machine électrique on peut écrire l'énergie absorbée et/ou la puissance électromagnétique à l'entrée sous l'une quelconque des trois formes énergétiques.

Par exemple pour un moteur triphasé :

$$P_{em} = \frac{dW}{dt} = 3E_v I \cos \Psi = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \Big|_{i=\text{cste}} \frac{d\theta}{dt} = C_{em} \omega_s$$

L'électricité présente de nombreux avantages :

- structure en réseau de production et d'utilisation d'énergie à l'échelle d'un pays, pas de stockage, mais banque d'énergie avec récupération possible, puisqu'il y a des consommateurs ;
- adaptabilité, souple, production, transport, distribution (domestique et force).
- puissance des machines jusqu'à 1 000 MW et caractéristiques intéressantes tension/courant ;
- système unitaire, commande, contrôle, sécurité, programmation. Cette dernière propriété a incité à développer la transmission « tout électrique » à bord des avions, des bateaux et des mobiles jusqu'aux chars d'assaut.

L'étude des machines électriques passe nécessairement par celle du magnétisme.

# Pour en savoir plus...

## VECTEURS POLAIRES – VECTEURS AXIAUX



### Vecteurs polaires

Un vecteur polaire  $\vec{F}$  est défini par une droite support, un point d'application, un module et un sens d'orientation. Il conduit à un mouvement de translation.

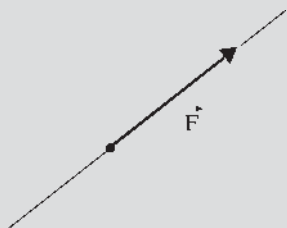


Figure 1.23

### Vecteurs axiaux

Un vecteur axial  $\check{C}$  est défini par une droite support, un point d'application, un module et un sens d'orientation impliquant le sens de rotation sur lui-même donné par la règle du tire-bouchon de Maxwell<sup>5</sup>. Il conduit à un mouvement de rotation.

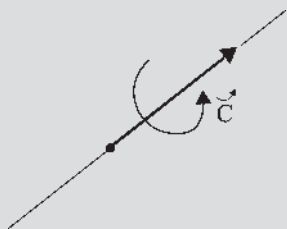


Figure 1.24

### Produit scalaire de deux vecteurs

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

Exemple : travail d'une force  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$

$$\check{a} \cdot \check{b} \cos(\check{a}, \check{b})$$

Exemple : travail d'un couple  $dW = \check{C} \cdot d\check{\theta}$

### Produit vectoriel de deux vecteurs

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{d}$$

Exemple : loi de Faraday,  $e = \check{B} \cdot (d\vec{l} \wedge \vec{v})$

$$\vec{a} \wedge \check{b} = \check{d}$$

Exemple : loi de Laplace,  $d\vec{F} = i(d\vec{l} \wedge \check{B})$

$$\check{a} \wedge \check{b} = \check{d}$$

Exemple : moment d'un couple,  $\check{C} = \check{M} \wedge \check{B}$

$\check{C}$  est un vecteur axial dont la droite support est perpendiculaire au plan formé par les deux vecteurs  $\check{M}$  et  $\check{B}$  et le sens d'orientation et de rotation est donné par le sens de la rotation de  $\check{M}$  vers  $\check{B}$  pour un angle de rotation inférieur à  $\pi$ . (règle du tire-bouchon de Maxwell) :

$$\check{C} = \check{M} \wedge \check{B} \text{ d'amplitude } C = M \cdot B \sin(\check{M}, \check{B})$$

En conséquence :  $\check{B} \wedge \check{M} = -\check{C}$  ou  $\check{C} = -(\check{B} \wedge \check{M})$ .

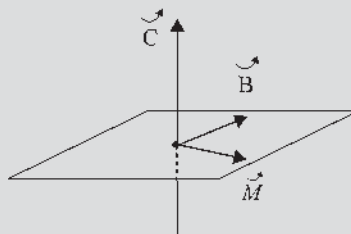


Figure 1.25

<sup>5</sup> Tire-bouchon de Maxwell : le sens d'orientation du vecteur est le sens d'avancement du tire-bouchon qui donne le sens de rotation du vecteur et réciproquement.

## ÉQUATIONS DE MAXWELL

### Équations de Maxwell

Maxwell a unifié les théories de l'électrostatique, de l'électrocinétique et de l'électromagnétisme.

Les phénomènes électromagnétiques macroscopiques dans les milieux linéaires sont décrits en associant :

- les équations de Maxwell liant les variables électromagnétiques ;
- l'état de la matière tenant compte des densités volumiques ;
- la puissance électromagnétique fournie au système.

Les équations de Maxwell sont des équations différentielles, appliquées localement aux variables macroscopiques, écrites en langage symbolique, et décrivant les phénomènes électromagnétiques.

Exemple : Au paragraphe 1.5.3, le théorème d'Ampère

$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum ni$  s'écrit :  $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$ . Cette équation montre que le champ  $H$  ne dérive d'un potentiel scalaire uniforme,  $\text{rot } \vec{H} = 0$ , qu'aux points dépourvus de courants.

Les équations de Maxwell concernent quatre grandeurs :

- le champ électrique  $\vec{E} = -\text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  ;
- le déplacement (induction ou excitation) électrique  $\vec{D}$  ;
- le champ d'induction magnétique  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$  ;
- le champ d'excitation magnétique  $\vec{H}$  ;

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{D} = \rho \quad \text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$\rho$  est la densité volumique de charge électrique en C/m<sup>3</sup>.

$\vec{j}$  est la densité macroscopique de courant en A/m<sup>2</sup>.

Il existe une relation obligatoire entre  $\vec{j}$  et  $\rho$

$$\text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

L'état de la matière traduit les relations particulières du milieu :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{p} \quad \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,85 \cdot 10^{-12}$$

<sup>6</sup> A potentiel vecteur. Le rotationnel d'un gradient est identiquement nul.

La vitesse de la lumière dans le vide étant :  $c = 3 \cdot 10^8$  m/sec,  $\vec{p}$  est le vecteur de polarisation diélectrique,  $\vec{J}$  est le vecteur intensité d'aimantation.

La puissance électromagnétique apportée au système est donnée par l'expression de la densité volumique :

$$P_{em} = \frac{\partial W_{em}}{\partial t} = -\text{div}(\vec{E} \wedge \vec{H})$$

### Équations de Maxwell en électrostatique et magnétostatique

Quand les phénomènes ne dépendent pas du temps, les équations de Maxwell s'écrivent :  $\text{rot } \vec{E} = 0$ ,  $\text{div } \vec{D} = \rho$ ,  $\text{div } \vec{B} = 0$ ,  $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$ . Il n'y a plus de relations entre les groupes  $(E, D)$  et  $(B, H)$ .

Les équations définissant les domaines sont :

#### - Pour l'électrostatique

$\text{rot } \vec{E} = 0$  exprimant que  $\vec{E}$  dérive d'un potentiel.

L'expression du théorème de Gauss étant :  $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ,

$\text{div } \vec{D} = \rho$  et la relation  $\vec{D}(\vec{E})$  définissant le domaine  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{p}$  devient pour un diélectrique parfait  $\vec{p} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$   $\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$ .

#### - Pour la magnétostatique

$\text{div } \vec{B} = 0$  exprimant que l'induction est sans divergence.  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ , la divergence d'un rotationnel étant identiquement nulle. Le flux de  $\vec{B}$  à travers une surface est conservatif :  $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$

La relation  $\vec{B}(\vec{H})$  définissant le domaine  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J})$  devient pour une substance homogène :

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

### Analogies entre l'électrostatique et la magnétostatique

L'analogie trompeuse entre  $D = \epsilon E$  et  $B = \mu H$  long-temps utilisée doit être remplacée par celle entre  $E = \frac{D}{\epsilon}$  et  $B = \mu H$ .

E(V/m)	D(C/M <sup>2</sup> )	q(C)	1/ε <sub>0</sub> (C/V.m)	C(C/V)
B(T)	H(A/m)	φ(Wb)	μ <sub>0</sub> (mT/A)	$\frac{1}{\mathfrak{H}}$ (Wb/A)

Il est donc préférable d'écrire :

$$B = \mu_0(H + J) \text{ et } E = \frac{1}{\varepsilon_0}(D - p).$$

Cette correspondance apparaît bien dans les lois de Coulomb :

$$F = \mu_0 \frac{m \cdot m'}{4\pi r^2} \text{ et } F = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{q \cdot q'}{4\pi r^2} \text{ avec } \mu_0 \varepsilon_0 C^2 = 1$$

En dehors des équations de Maxwell, nous ne ferons pas de différence d'écriture entre un vecteur polaire et un vecteur axial, sauf s'il était impératif de faire ressortir une différence. D'ailleurs, selon les auteurs, l'équation de Maxwell-Ampère s'écrit :  $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$ ,  $\overrightarrow{\text{rot } \vec{H}} = \vec{j}$  ou  $\text{rot } H = j$ .

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### *Théorème de l'énergie cinétique ou théorème des forces vives*

Le travail élémentaire est égal à la différentielle de l'énergie cinétique.

### *Lois fondamentales de l'électromagnétisme*

- magnétostatique : loi de Biot-Savart, théorème d'Ampère, loi de Laplace ;
- induction magnétique : loi de Faraday, loi de Lenz, force de Lorentz.

### *Règles des circuits électromagnétiques déformables*

- réluctance minimale ;
- inductance maximale ;
- flux maximal.

### *Théorème des travaux virtuels*

Le travail de la force ou du moment du couple dans un déplacement virtuel ( $dx$  ou  $d\theta$ ) est égal à la variation énergétique du système.

$$C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \text{ à } \xi = \text{cste}$$

$$C = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \text{ à } \varphi = \text{cste}$$

$$F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x} \text{ à } \xi = \text{cste}$$

$$F = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x} \text{ à } \varphi = \text{cste}$$

## FICHE MÉMO

### *Travail mécanique*

Mouvement de translation  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$

Mouvement de rotation  $dW = \vec{C} \cdot d\vec{\theta}$

Énergie électrostatique énergie  $\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$  coénergie  $\frac{1}{2} C v^2$

Énergie électromagnétique

énergie  $\frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L}$  coénergie  $\frac{1}{2} L i^2$

### *Travaux virtuels*

$$C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \text{ à } \xi = \text{cste}$$

$$C = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \text{ à } \varphi = \text{cste}$$

$$F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x} \text{ à } \xi = \text{cste}$$

$$F = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x} \text{ à } \varphi = \text{cste}$$

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 1.1 Pourquoi place-t-on des diélectriques dans les condensateurs ? Quelle est la capacité de deux condensateurs de capacités  $C_1$  et  $C_2$  groupés en série ? Groupés en parallèle ?
- 1.2 Un condensateur plan de surface  $S$  comporte entre ses armatures une plaque de diélectrique d'épaisseur  $e_2$ , parallèle aux armatures et de permittivité  $\epsilon_r$ , séparant deux espaces d'épaisseurs  $e_1$  et  $e_3$  sans diélectrique. Quelle est la capacité du condensateur ?
- 1.3 Montrer que la force  $F$  d'attraction des plaques d'un condensateur plan sans diélectrique est, si l'on remplit l'espace interplaque par un diélectrique liquide :
  - divisée par  $\epsilon_r$  si l'on procède à l'opération à charge constante, le condensateur étant isolé ;
  - multipliée par  $\epsilon_r$  si l'on procède à la même opération à potentiel constant.
- 1.4 Les plaques d'un condensateur plan sont des demicercles de surfaces  $S$ . Une des plaques est mobile autour du point O, sa position étant repérée par un angle  $\theta$ .

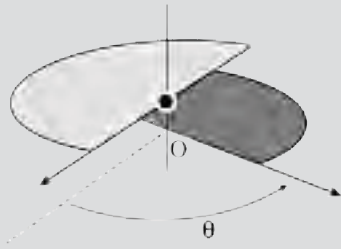


Figure 1.26

Les deux plaques ne sont pas complètement superposées,  $\theta = 30^\circ$ , et sont maintenues dans cette position avant  $t = 0$ . Que se passe-t-il pour la plaque mobile et pour les variations de l'énergie et de la coénergie si :

- le condensateur a été préalablement chargé et est maintenu isolé ;
  - le condensateur est maintenu à tension constante ?
- 1.5 Le circuit ferromagnétique de la figure 1.9.b dont une partie est mobile autour du point O, comporte

un bobinage de  $n_1$  spires sur la partie fixe alimenté par un courant inducteur  $i_1$ . On place sur la partie mobile un second bobinage de  $n_2$  spires. À  $t = 0$  la partie mobile est repérée par un angle  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ .

Que se passe-t-il si à  $t = 0$ , avec le bobinage  $n_2$  ouvert puis avec le bobinage  $n_2$  fermé en court-circuit sur lui-même, on alimente le circuit fixe :

- par un courant continu  $i_1 = cste$  ;
- par un courant alternatif sinusoïdal  $i_1 = I\sqrt{2} \cos \omega t$  ?

- 1.6 Le circuit ferromagnétique de la figure 1.9.b comporte une partie mobile autour du point O. Le bobinage de la partie fixe étant alimenté par un courant continu  $i_1 = cste$ , la partie mobile se place spontanément dans la position de réductance minimale. Pouvez-vous préciser où est prise l'énergie nécessaire au déplacement spontané et si ce déplacement correspond à une augmentation ou à une diminution des énergie et coénergie magnétiques ?

- 1.7 Un électroaimant est suspendu au point O à 2 mm au-dessus de son armature posée sur le sol. Tous deux en fer doux de masse volumique  $7\,800 \text{ kg/m}^3$ , de surface  $S = 15 \text{ cm}^2$  par bras et de longueur moyenne  $L = 42 \text{ cm}$  pour l'électroaimant et  $l = 14 \text{ cm}$  pour l'armature. On prendra  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Calculer la masse de l'armature, la force qu'il faut déployer pour la soulever et l'induction  $B$  à réaliser dans le circuit magnétique pour attirer l'armature.

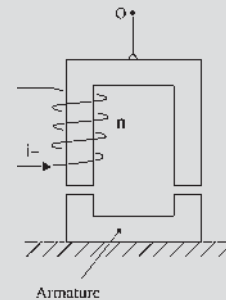


Figure 1.27

- 1.8 Une ventouse électromagnétique comporte un tambour circulaire de rayon  $r = 20 \text{ cm}$  en fournissant une induction de 1 tesla. Peut-elle soulever un véhicule d'une masse de 1 200 kg. On prendra  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .



## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 1.1 On se donne une barre mobile sur deux rails le long desquels elle peut glisser sans frottement. À  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

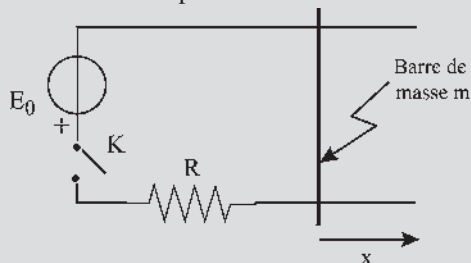


Figure 1.28

Quel doit être le sens de  $\vec{B}$  pour que la barre aille vers la droite ? ( $\vec{B}$  perpendiculaire à la figure).

Décrire qualitativement ce qui se passe et calculer rapidement la vitesse de la barre pour  $t \rightarrow \infty$ .

Bilan énergétique : calculer l'énergie  $E_g$  fournie par le générateur entre 0 et  $t$ . Calculer l'énergie perdue par effet Joule dans le même intervalle. Calculer l'énergie cinétique de la barre à  $t$ . Conclure.

- 1.2 Un cadre rectangulaire de côtés  $a$  et  $b$ , de masse  $m$  est mobile autour d'un de ses côtés horizontaux. Ce cadre est parcouru par un courant constant  $I$  et baigne dans un champ magnétique vertical uniforme.

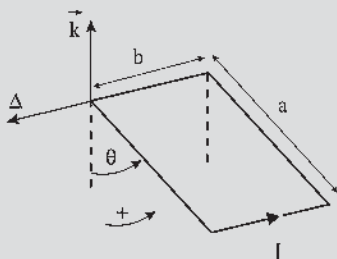


Figure 1.29

Déterminer les positions d'équilibre du cadre et discuter leur stabilité. On notera  $\theta$  l'angle entre la verticale descendante et le plan du cadre.

- 1.3 L'appareil de mesure appelé balance de Cotton comporte un cadre plat, isolant, supportant un circuit

$abcd$  :  $ad$  et  $bc$  sont des arcs de cercle de centre  $O$ . Le fléau de la balance  $O_3O_1O_2$  est mobile autour d'un couteau  $O$ . En  $O_2$ , un plateau permet d'équilibrer la balance. En l'absence de courant, les points  $a, b, O_2$  sont alignés sur une droite horizontale. Le champ magnétique uniforme et indépendant du temps, normal au plan de la figure qui contient  $ab$ , agit sur la zone indiquée ; il est supposé négligeable ailleurs.

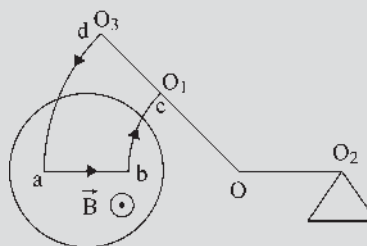


Figure 1.30

- Le circuit étant traversé par un courant  $I$ , étudier les conditions d'équilibre de la balance et la possibilité de mesurer l'intensité  $B$  du champ magnétique. On donne  $ab = l$  ;  $OO_2 = d$  ;  $R$  est la distance de  $O$  au milieu de  $ab$ .
- Quelle masse  $m$  faut-il placer dans le plateau pour équilibrer la balance quand  $B = 0,5 \text{ T}$ ,  $I = 10 \text{ A}$ ,  $l = 1,5 \text{ cm}$ ,  $d = R = 25 \text{ cm}$  ? (On prendra  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ .)
- En supposant que la sensibilité de la balance est  $\Delta m = 1 \text{ cg}$ , trouver l'incertitude qui résulte de ce fait sur la mesure de  $B$ . On négligera le poids du cadre.

- 1.4 Soient 3 condensateurs  $C_1, C_2, C_3$  de tensions respectives  $V_{10}, V_{20}, V_{30}$  montés en série. On court-circuite les deux extrémités de l'association. Déterminer après l'équilibre, les tensions  $V_{11}, V_{21}, V_{31}$  aux bornes des 3 condensateurs.

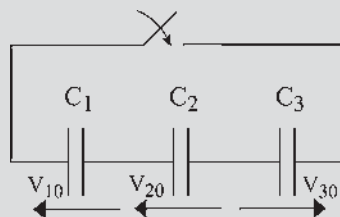


Figure 1.31

# Magnétisme

## Objectifs

- Justifier l'emploi de certains matériaux ferromagnétiques dans la construction des dispositifs électromagnétiques, actionneurs ou machines.
- Mémoriser quelques ordres de grandeur sur l'induction dans les machines et les pertes dues aux mouvements des champs.
- Comprendre le côté « fragile » du magnétisme pour suggérer les précautions à prendre dans les manipulations.

## Vocabulaire

Aimantation  $\vec{J}$   
Champ d'excitation  $\vec{H}$

Induction  $\vec{B}$   
Matériaux magnétiques

Perméabilité  $\mu$

Le magnétisme est l'un des premiers sujets scientifiques abordés par l'humanité. Il fut découvert 600 ans avant notre ère, domestiqué au XI<sup>e</sup> siècle, consacré par l'utilisation de la boussole en navigation avec l'épopée de Christophe Colomb aux Amériques. Tous les grands physiciens s'en sont préoccupés : André Ampère, François Arago, Carl Friedrich Gauss, James Maxwell, Paul Langevin, Pierre Curie (prix Nobel, 1903), Pierre Weiss, Louis Néel (prix Nobel 1979). C'est dire l'intérêt et la difficulté du magnétisme, pourtant des recherches sont encore indispensables pour appréhender vraiment ce domaine complexe.

## 2.1 MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES

Un corps linéaire et isotrope, qui placé dans un champ d'excitation magnétique  $\vec{H}$  exprimé en A/m devient un aimant d'aimantation  $\vec{J}$  exprimé lui aussi en A/m, vérifie  $\vec{J} = \chi \vec{H}$ .  $\chi$ , est un coefficient sans dimension, appelé susceptibilité magnétique.

$\vec{J}$ , vecteur axial<sup>1</sup>, est un moment magnétique volumique :  $\vec{M} = \text{volume} \cdot \vec{J}$ .

À l'intérieur du matériau le vecteur induction magnétique est :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} \text{ (figure 2.1).}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \text{ exprimé en teslas}$$

$\mu_0$  perméabilité du vide =  $4\pi \cdot 10^{-7}$  en m.T/A

$\mu_r$  perméabilité relative est un coefficient sans dimension. Pour l'air  $\mu_r = 1$ .

On distingue trois types de matériaux :

- Les paramagnétiques (rares) ; O ; Pt ;  $\chi = \text{cste} > 0$  ;  $\chi$  très petit  $10^{-3}$  à  $10^{-7}$ ,  $\vec{J}$  et  $\vec{H}$  de même sens. Très faible aimantation temporaire.
- Les diamagnétiques (presque tous les corps)  $\chi = \text{cste} < 0$ .  $\chi$  très petit  $10^{-4}$  à  $10^{-6}$ .  $\vec{J}$  et  $\vec{H}$  opposés. Aimantation très faible et temporaire.
- Les ferromagnétiques (Fe, Ni, Co), groupés dans le tableau de Mendeleïev, et leurs composés (aciers, fontes). Ils se distinguent par une aimantation  $\vec{J}$  très élevée, non proportionnelle à  $\vec{H}$ , avec saturation.  $\chi$  variable.  $\chi(H) > 0$  grand  $10^4$  à  $10^6$ .  $\vec{J}$  et  $\vec{H}$  de même sens. Aimantation forte et persistante.

Exemple pour le fer doux dans la zone linéaire (figure 2.2).

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} (400 + 1,2 \cdot 10^6)$$

$$= 4\pi \cdot 10^{-7} (1 + 0,3 \cdot 10^4) 400$$

$$B \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,3 \cdot 10^4 \cdot 400 = 1,5 \text{ teslas}$$

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ Wb/m}^2 = 10^4 \text{ gauss}$$

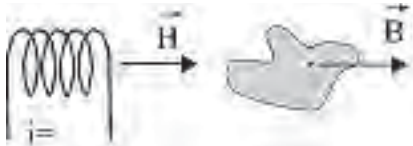


Figure 2.1

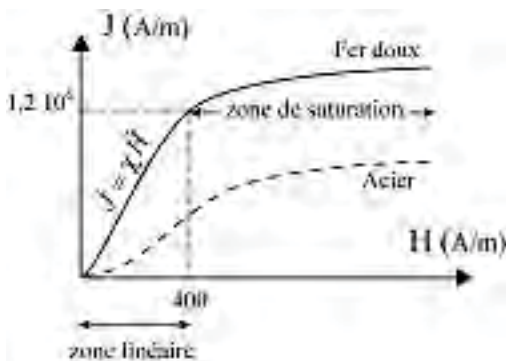


Figure 2.2

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

$$\mu_r \approx 10^3 \text{ à } 10^4$$

Dans les machines industrielles

$$B = \mu H \approx 1,5 \text{ teslas}$$

$\vec{J} = \chi \vec{H}$ . En règle générale, il n'y a pas d'intérêt à atteindre la saturation.

Sans la propriété des corps ferromagnétiques d'augmenter l'induction et de concentrer les flux, on produirait encore le courant électrique à l'aide de piles et on utiliserait l'alternatif uniquement en haute fréquence.

<sup>1</sup> En dehors des équations de Maxwell, nous ne ferons pas de différence d'écriture entre un vecteur axial et un vecteur polaire

La mise en œuvre des machines électriques demande la création de champs d'induction

$$\text{magnétique intenses } e = \vec{B}(\vec{dl} \wedge \vec{v}) \quad e = -\frac{d\phi}{dt}$$

Obtention des inductions magnétiques :

- machines industrielles : 1,5 teslas ;
- électroaimants avec entrefer d'épaisseur 1 cm sur 20 cm<sup>2</sup> : 5 teslas ;
- supraconductivité : 12 teslas ;
- régime impulsif : 80 teslas.

Tout corps excité magnétiquement devient un aimant plus ou moins bon.  $B = \mu_0 \mu_r H$  (figure 2.3).

Pour les paramagnétiques et les diamagnétiques, l'aimantation est négligeable et s'arrête avec l'excitation.

Pour les ferromagnétiques  $\mu_r = 10^4$ , l'aimantation persiste après arrêt de l'excitation.

Avec ces matériaux,  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  peuvent ne plus être colinéaires en dehors des axes de symétrie de la structure s'il y a des pôles saillants.

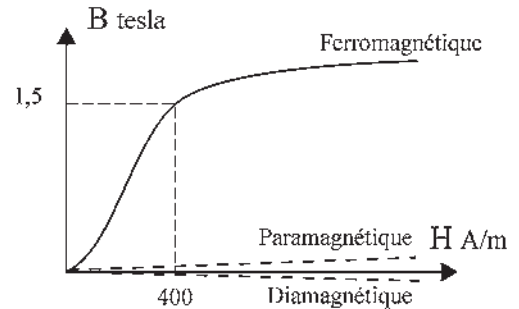


Figure 2.3

## 2.2 MATÉRIAUX FERROMAGNÉTIQUES

On distingue plusieurs matériaux utilisés différemment :

- fer silicié : tôles de machines, fer doux, flux alternatif possible ;
- fonte grise : jantes rotoriques, moment d'inertie important, réalisation des stators avec rémanent ;
- acier coulé : propriétés mécaniques, tenue aux chocs, construction des rotors d'alternateurs volants (300 tr/min) ;
- acier forgé : efforts mécaniques très élevés, construction des rotors de turboalternateurs (3 000 tr/min).

On trouve dans la nature des minerais doués de propriétés magnétiques. C'est le cas de la magnétite  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ . Ces matériaux aimantés produisent en tout point extérieur une induction magnétique  $\vec{B}$  et un champ magnétique  $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$ . Cette magnétisation apparemment spontanée provient de leur exposition antérieure dans le champ magnétique terrestre dont la composante horizontale varie en France selon les lieux de  $1,80 \cdot 10^{-5}$  T à  $2,20 \cdot 10^{-5}$  T, soit une induction moyenne horizontale de l'ordre de  $B \simeq 2 \cdot 10^{-5}$  T.

### 2.2.1 Aimantation induite

L'aimantation est parfois spontanée comme pour les aimants naturels où elle résulte du fait que l'échantillon ferromagnétique est, ou a été, placé dans un champ d'excitation magnétique  $\vec{H}$ .

### Le saviez-vous ?

#### Christophe Colomb

La boussole et le quadrant, donnant la latitude, lui ont permis à bord de ses caravelles, la Nina, la Santa Maria, et la Pinta de découvrir l'Amérique le 12 octobre 1492 ou plus exactement au cours de ses quatre traversées :

1492 – 1493 : Bahamas (San salvador), Cuba, Haïti.

1493 – 1496 : Dominique, Guadeloupe.

1498 – 1500 : Trinité, Amérique méridionale, Orénoque, Vénézuéla.

1502 – 1504 : Amérique centrale, Honduras.

Une autre de ses découvertes, utilisée aujourd'hui par tous les navigateurs, concerne les vents de l'Atlantique nord. Les alizés au sud, chemin d'aller, soufflent de l'Afrique vers l'Amérique tandis qu'au nord, chemin du retour, les vents soufflent de l'ouest vers l'est.

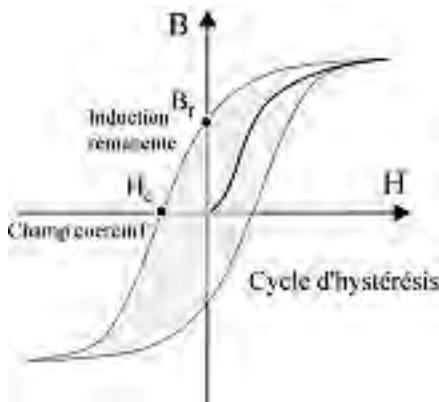


Figure 2.4

On pourrait parler de « mémoire magnétique » mais on nomme ce phénomène aimantation induite.

Pour les matériaux dia et paramagnétiques, elle cesse après l'exposition. Pour les matériaux ferromagnétiques, elle persiste. Ils conservent une induction rémanente  $B_r$  après le retrait de l'excitation.  $B_r$  dépend du matériau et de la façon d'amener et de retirer le champ d'excitation  $\vec{H}$ . Le matériau reste un aimant après arrêt de l'excitation (figure 2.4).

Le magnétisme rémanent peut être détruit par un champ opposé (champ coercitif), mais aussi par des chocs ou des courts-circuits.

### 2.2.2 Hystérésis

Dans un champ d'excitation alternatif, on obtient un cycle d'hystérésis après excitation et désexcitation dans les deux sens.

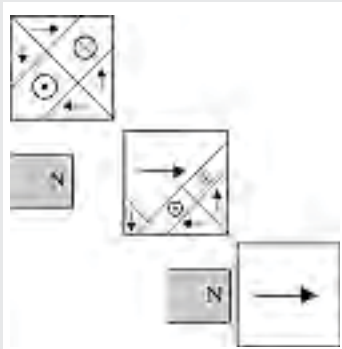
On peut élargir le cycle d'hystérésis par la trempe, obtenue par le refroidissement rapide du matériau, ou par l'écroutissage obtenu par un travail à chaud du métal. On peut réduire la surface du cycle en procédant à un recuit, obtenu par un chauffage suivi d'un refroidissement lent. Les chocs et vibrations rétrécissent aussi le cycle d'hystérésis.

Ces phénomènes sont à l'origine du vieillissement des tôles des machines soumises en permanence à des échauffements suivis de refroidissements.

## Le saviez-vous ?

### Théorie des domaines de Weiss

Les corps ferromagnétiques, à structure cristalline, comportent de nombreux petits domaines. Dans chaque domaine tous les atomes ont une aimantation parallèle. Statistiquement aucun domaine ne l'emporte. Le corps n'est pas aimanté. Sous l'action d'un champ magnétique extérieur, les domaines d'aimantation de même sens que l'excitation grandissent et finalement occupent tout l'espace. Le matériau possède alors une forte aimantation persistante après l'arrêt de l'excitation.



### 2.2.3 Champ démagnétisant

Placé dans un champ d'excitation  $\vec{H}$ , un matériau acquiert une aimantation  $\vec{j} = \chi \vec{H}$ . Pour un matériau ferromagnétique la susceptibilité  $\chi = J/H$  peut atteindre  $10^4$ . Le fait que  $\chi$  soit important, et que  $J$  et  $H$  soient de même sens est à l'origine du champ démagnétisant  $\vec{H}_d$ .

Pour les corps para et diamagnétiques, l'aimantation étant toujours très faible, le champ démagnétisant est complètement négligeable.

En revanche, pour les corps ferromagnétiques l'aimantation  $\vec{J}$  donne deux distributions superficielles  $+J$  et  $-J$  sur les faces du matériau lorsqu'il se présente sous forme d'un barreau. Les distributions superficielles provoquent un champ  $\vec{H}_d$  opposé à  $\vec{J}$ . C'est le champ démagnétisant. Depuis le centre du barreau, les distributions superficielles sont vues sous l'angle solide  $\zeta = s/(l/2)^2$ . Le champ démagnétisant est négligeable si  $\zeta$  est petit.

Pour les barreaux très longs, comme l'étaient les aimants anciens, le champ démagnétisant au centre est négligeable.

Pour un barreau de longueur moyenne, le champ démagnétisant prend de l'importance.

Pour un barreau très court, se présentant sous la forme d'un disque plat, normal au champ  $H$ , c'est  $H$  qui est négligeable

devant  $J$ , tandis que le champ démagnétisant  $H_d$  est égal et opposé à  $\vec{J}$ . L'aimantation du disque sous l'action de  $H$ , au lieu d'être  $10^4$  fois plus grande, est égale à  $H$ .

À l'approche d'une armature en fer doux d'un aimant en fer à cheval, le flux d'induction, de plus en plus canalisé dans l'armature, augmente avec la diminution de la réluctance du circuit et avec la diminution progressive du champ démagnétisant qui n'existe plus quand le circuit est fermé.

On classe les matériaux ferromagnétiques en :

- ➔ **Matériaux doux** (figure 2.5). Facilement magnétisés et démagnétisés. Pertes faibles. Utilisables en alternatif.
- ➔ **Matériaux durs** (figure 2.6).  $B_r$  important. Tenant bien l'aimantation. Surtout pas de cycles. Pertes importantes.

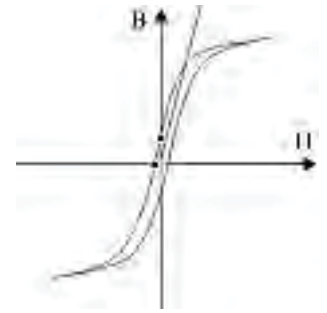


Figure 2.5

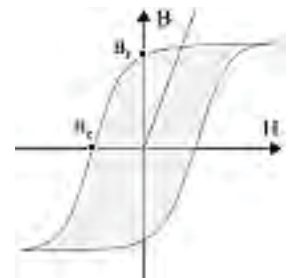


Figure 2.6

## 2.2.4 Matériaux magnétiques doux

### a) Pertes par hystérésis

Constitués de fer avec adjonction d'un petit pourcentage de silicium, les tôles soumises à des champs d'excitations magnétiques alternatifs ont des pertes par hystérésis données par la formule de Steinmetz,  $W_{\text{watt/kg}} = \eta f B_{\text{max}}^{1,6}$ , où  $f$  est la fréquence et  $\eta = 5 \cdot 10^{-2}$  à  $1,6 \cdot 10^{-2}$  selon la proportion croissante de silicium.

Avec les tôles actuelles,  $W_{\text{watt/kg}} = \eta f B_{\text{max}}^2$ . Le fer avec adjonction de silicium présente une aimantation plus faible, des pertes plus faibles et une pente plus grande que le fer sans adjonction. Plus la pente est grande, moins le cycle  $B(H)$  est couché et moins il est « ventru » (figure 2.7).

### b) Pertes par courants de Foucault

Les matériaux soumis à des champs mobiles, même d'amplitude constante, ont des pertes par courants de Foucault.  $W_{\text{watt/kg}} = \gamma e^2 f^2 B_{\text{max}}^2$ .

$\gamma = 17 \cdot 10^{-4}$  à  $3,5 \cdot 10^{-4}$  selon la proportion croissante de silicium.

Les courants induits dans la masse du matériau obligent à feuilletter tous les organes. L'épaisseur  $e$  des tôles a une influence énorme sur les pertes. On réduit donc  $e$  au minimum compatible avec la résistance mécanique des tôles.

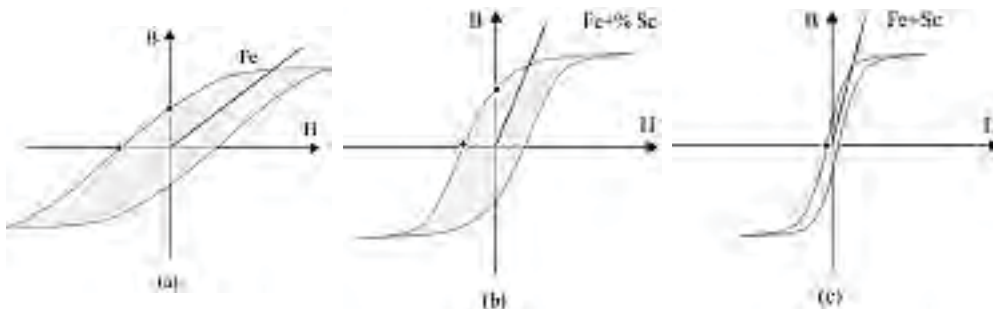


Figure 2.7

Figure 2.7.a : Pas de champs variables. Pertes importantes. Champs fixes. Tenue mécanique recherchée.

Figure 2.7.b : Aimants naturels. Aimants permanents. Bonne aimantation. Garde bien son magnétisme.

Figure 2.7.c : Tôles des machines. Petit rémanent utile à l'amorçage. Désaimantation possible. Pertes faibles. Utilisation recommandée dans les champs variables.

Le feuilletage est réalisé dans le plan de déplacement du champ d'excitation.

Pour une machine donnée,  $e$  est fixée ainsi que la nature des tôles.  $W = k(f^2, B_m^2)$ .

### c) Pertes totales

Les pertes par hystérésis et courants de Foucault :  $P_{H+F}$ , pour des matériaux de 0,35 mm d'épaisseur et soumis à une fréquence de 50 Hz sont :

Tôles de fer doux	3,6 W/kg pour une induction de	1 T
Fer + quelques % Si	1,4 W/kg	1,4 T
Cristaux orientés (fragiles)	1,1 W/kg	1,7 T
Mumétal (quand prix secondaire)	0,1 W/kg	1,7 T

## 2.2.5 Matériaux magnétiques durs

	$B_r$	$\mu_0 H_c$	
<b>SmCo<sub>5</sub></b>	0,85 T	2 T	Travail en répulsion
<b>Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub></b>	1,1 T	0,6 T	Micromoteurs
<b>Neo-Fe-Bore</b>	1,25 T	1 T	Prix faibles, très abondant

### Le saviez-vous ?

#### Conception actuelle des matériaux magnétiques

Les matériaux magnétiques durs étaient obtenus par frittage à 1 300 °C en agglomérant des poudres pour leur donner cohésion et rigidité. Ils sont actuellement réalisés sous forme d'aimants liés par injection ou compression de poudres implantées dans des matrices polymères à 350°. De même, les matériaux magnétiques doux sont obtenus par compression de poudres magnétiques. La production est facilitée, elle autorise la diversification des formes des circuits magnétiques adaptés à la demande et rend les coûts plus attractifs.

Ces matériaux ouvrent, avec cette nouvelle conception et en dehors des applications déjà connues, un marché important de petits dispositifs mettant à profit les qualités des matériaux magnétiques : électroportatifs, automobile, industrie du jouet, actionneurs pour l'électroménager et la robotique...

- aimants nouveaux, cycles carrés, « droits et ventrus » ;
- aimants terres rares, samarium cobalt ou néodyme fer bore.

Les matériaux magnétiques durs sont très utilisés dans les accouplements magnétiques, les suspensions, les micromoteurs pour le spatial, les alternateurs à aimants permanents pour l'automobile, les actionneurs pour la robotique...

## 2.2.6 Aimants permanents

- **Aimantation** : elle doit se faire à  $H$  croissant continûment (sans retour en arrière) jusqu'à la saturation si l'on veut retrouver toujours les mêmes  $B_r$  et  $H_c$  après diminution continue puis disparition du champ  $H$  d'excitation (figure 2.8).
- **Objectif** : obtenir dans un entrefer donné une induction magnétique  $B$  donnée avec le minimum de matériau (critère d'Evershed).

Trois lois concernent la fabrication des aimants permanents :

1. Il faut  $(HB)$  maximal.

Densité d'énergie = énergie par unité de volume = énergie volumique =  $w_m$ .

$$w_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 = \frac{1}{2} HB \quad \text{dans l'air } \mu_r = 1.$$

$$\text{Énergie } W_m = \frac{1}{2} HB \text{ volume} = \frac{1}{2} HBSL = \frac{1}{2} (BS) \cdot (HL) = \frac{1}{2} \phi \xi$$

$$\xi = ni = \int Hdl = \int \frac{B}{\mu_0 \mu_r} dl = \int \frac{\phi}{\mu_0 \mu_r S} dl = \phi \int \frac{dl}{\mu_0 \mu_r S} = \phi \sum \mathfrak{R}.$$

Pour les matériaux ferromagnétiques  $\mu_r = 10^4$ .

$$\xi \approx \mathfrak{R}_{\text{entrefer}} \phi$$

$$W_m = \frac{1}{2} HB \cdot \text{volume}_{\text{entrefer}} = \frac{1}{2} \mathfrak{R}_{\text{entrefer}} \phi^2$$

L'énergie est stockée dans l'entrefer. Pour un entrefer donné, il faut  $(HB)$  maximal pour avoir  $\phi$  et  $B$  maximaux (figure 2.9a).

2.  $(HB)_{\text{max}}$  pour  $\alpha = \beta$ ,  $d(HB) = HdB + BdH$

$$d(HB) = 0 \quad \frac{dB}{dH} = -\frac{B}{H}$$

$$\tan \beta = \tan \alpha \quad \alpha = \beta \quad (\text{figure 2.9b}).$$

3.  $\alpha$  dépend de la forme du circuit et de la forme du cycle (figure 2.9c).

Dans l'entrefer de l'aimant, on a  $\vec{H} + \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ . Il n'y a aucune bobine d'excitation sur le circuit magnétique.

$$\xi = \int Hdl = ni = 0$$

$$\xi = H \cdot e + H_d \cdot L = 0$$

$H_d$  champ interne démagnétisant :

$$H_d = 0 \text{ si } e = 0$$

$$\vec{H}_d = -\vec{H} \frac{e}{L} \vec{H}_d = -\frac{\vec{B}}{\mu_0} \frac{e}{L}$$

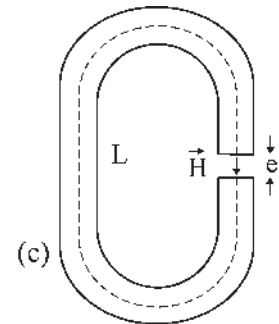
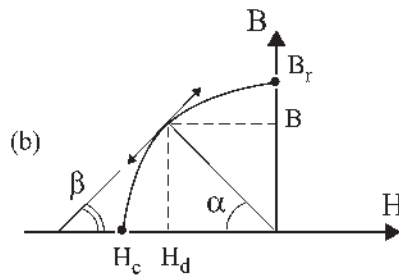
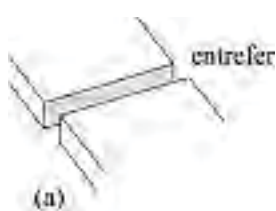
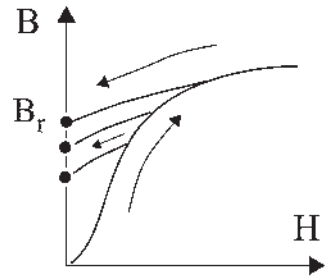


Figure 2.8

Figure 2.9





Le point de fonctionnement est de coordonnées  $H_d, B$ .

$$\tan \alpha = \frac{B}{H_d} = \mu_0 \frac{L}{e}$$

➔ **Aimants anciens**

Fer à cheval,  $L$  grand,  $e$  petit,  $\alpha$  important.

Cycle assez redressé (figure 2.10).

Pour avoir un bon  $B$ , il faut  $\alpha$  grand.

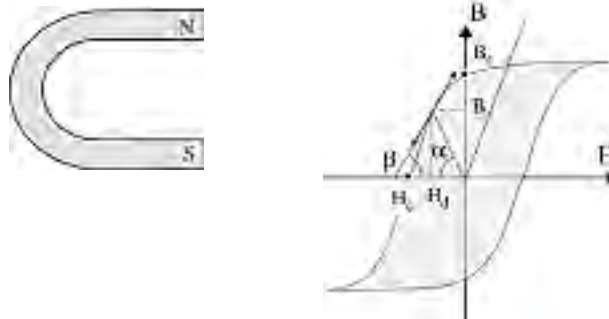


Figure 2.10

➔ **Aimants nouveaux**

Aimants en acier très dur. Ne peuvent pas être usinés. Forme parallélépipédique. Volume réduit. Rectification à la meule. Aimantation après assemblage avec un circuit ferromagnétique en acier doux (figure 2.11).

$L$  petit.  $e$  grand.  $\alpha$  moyen.

Cycle droit, ventru (figure 2.12).

Pour avoir un bon  $B$ , il faut  $\alpha$  moyen.

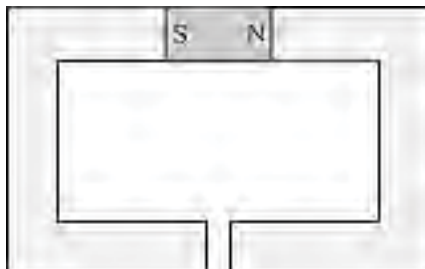


Figure 2.11

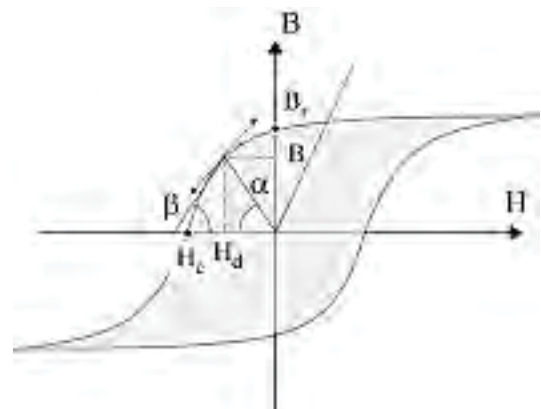


Figure 2.12

# Pour en savoir plus...

## LE CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE

### Modèle

Le champ magnétique terrestre est comparable à celui donné par un énorme aimant situé au centre de la Terre. La composante horizontale du champ d'induction

magnétique terrestre est :  $B = B_0 \left( \frac{R}{R + H} \right)^3 \cos \varphi$ ,

avec  $B_0 = 3 \cdot 10^{-5}$  tesla au niveau du sol à l'équateur ( $H = 0, \varphi = 0$ ).

$R$  : rayon de la Terre = 6 400 km.  $H$  : altitude.  $\varphi$  : déclinaison par rapport au zénith équatorial.

### Origine du champ magnétique terrestre

Dès son origine, noyau en fusion due aux bombardements et à l'énergie solaire, la Terre en se refroidissant en surface s'est recouverte petit à petit d'un manteau solide puis d'une écorce superficielle gênant le refroidissement du noyau maintenu par ailleurs en fusion par des réactions nucléaires internes. La température de 6 000 °C atteinte par le noyau a permis la fusion des roches. Le fer, à cause de sa forte densité de 7,87 et fondant à 1 535 °C s'est accumulé dans le noyau responsable du champ magnétique terrestre tandis que des corps moins denses remontaient en surface et que les gaz s'échappaient à l'extérieur.

### Déplacement des pôles magnétiques

Les pôles magnétiques ne coïncident pas avec les pôles géographiques et de plus, ils présentent une instabilité en se déplaçant de part et d'autre des pôles géographiques, allant jusqu'à des retournements complets. Une explication possible serait donnée par les mouvements du noyau, une partie toujours en fusion étant interposée entre le noyau et le manteau.

## Protection de la Terre

Sous l'effet du « vent solaire » formé des particules chargées électriquement, le champ magnétique terrestre n'est pas symétrique et s'étend dans le sens opposé au Soleil. Le champ magnétique sert de protection à la Terre en déviant la quasi-totalité des particules électrisées. Certaines se font piéger et terminent leur course dans les ceintures de Van Allen entourant la Terre au niveau de l'équateur tandis que d'autres sont attirées par les pôles et forment les aurores boréales et australes, phénomènes lumineux extraordinaires de la haute atmosphère.

## LES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES

### Les diamagnétiques

Presque tous les corps, Cu, Pb, Zn, Ag, Si... le sont. La susceptibilité  $\chi$  est négative. Le corps s'oppose à l'approche d'un champ magnétique, par mise en mouvement des électrons, en accord avec la loi de Lenz. La très faible augmentation de l'aimantation  $\vec{J} = \chi \vec{H}$  est temporaire.

### Les paramagnétiques

Ils sont rares : O, Pt, Al, Mn... La susceptibilité  $\chi$  est positive. La théorie de Paul Langevin suppose que les atomes possèdent un moment magnétique permanent sans aucun couplage entre eux. À l'approche d'un champ magnétique, les moments, en cherchant à s'aligner, provoquent une élévation de température faisant diminuer  $\chi$  selon la loi de Curie. L'aimantation est faible et temporaire.

### Les ferromagnétiques

Fe, Ni, Co et composés. La susceptibilité  $\chi$  est positive, importante, fonction de  $H$  avec saturation. Les atomes

possèdent un moment magnétique permanent, mais avec couplage entre eux par petits domaines. Chaque domaine de Weiss présente spontanément des moments permanents orientés dans le même sens. L'orientation de chaque domaine est différente. Le corps ne présente pas de magnétisme. À l'approche d'un champ magnétique extérieur, les domaines d'orientation de même sens grandissent et finalement occupent tout l'espace et la saturation intervient. L'aimantation est persistante. Une élévation de température ramène à une distribution aléatoire des moments magnétiques permanents. Ils obéissent à la loi de Curie.

### Les antiferromagnétiques

Un grand nombre d'oxydes et de chlorures de métaux le sont. Ils se distinguent par une variation brutale de la susceptibilité  $\chi$  à partir de la température de Néel. En dessous de cette température, ils sont organisés comme

les ferromagnétiques, en domaines, mais à l'approche d'un champ magnétique deux orientations subsistent, en strates successives, identiques en direction et en nombre et de sens opposés. Au-delà de cette température, ils se comportent comme les paramagnétiques.

### Les ferrimagnétiques

Les ferrites sont des oxydes de fer binaires associés au zinc, au cuivre, au nickel... Ils ont naturellement deux types de moments magnétiques opposés, en nombres différents, de mêmes directions et présents en strates successives, de telle sorte qu'ils possèdent une aimantation en dehors de toute excitation magnétique. L'aimantation naturelle disparaît à la température de Curie.

En 1997, le prix Nobel de physique a été décerné à Louis Néel pour ses travaux sur les matériaux ferrimagnétiques et antiferromagnétiques.

# Cahier d'évaluation

## QUELQUES RAPPELS

### Matériaux magnétiques linéaires

Aimantation  $\vec{J} = \chi \vec{H}$  avec  $\chi$  susceptibilité magnétique

Induction  $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$  avec  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  m.T.A<sup>-1</sup>

### Cycle d'hystérésis des matériaux magnétiques

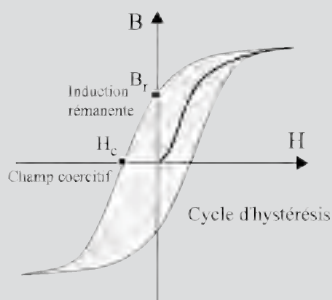


Figure 2.13

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 2.1 Quelles sont les unités du flux, de la perméabilité du vide  $\mu_0$ , de la perméabilité relative  $\mu_r$  et de la force magnétomotrice  $\xi$  ?
- 2.2 Un moment magnétique est-il un vecteur polaire ou un vecteur axial ?
- 2.3 Comment peut-on annuler le champ démagnétisant  $H_d$  d'un aimant en fer à cheval ?
- 2.4 Un aimant en forme de disque plat est posé sur une surface plate, métallique, verticale.  
Exprimer sa force d'attraction en fonction de  $B$  et en fonction de  $H$ .  
La masse volumique du fer étant de  $7,8$  g/cm<sup>3</sup>, l'accélération de la pesanteur  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>, quelle induction doit-on donner au disque ferromagnétique d'épaisseur  $e = 3$  mm pour qu'il ne tombe pas ?

Peut-on améliorer le maintien du disque en augmentant sa surface, donc son volume à épaisseur constante ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**2.1** Un électroaimant est suspendu au point O à 2 mm au-dessus de son armature posée sur le sol. Tous deux sont en fer doux de masse volumique  $7\,800\text{ kg/m}^3$ , de surface  $S = 15\text{ cm}^2$  par bras et de longueur moyenne  $L = 42\text{ cm}$  pour l'électroaimant et  $\ell = 14\text{ cm}$  pour l'armature. On prendra  $g = 9,81\text{ m/s}^2$ . La bobine est constituée de  $N = 20$  spires et elle est parcourue par un courant d'intensité  $I$ .

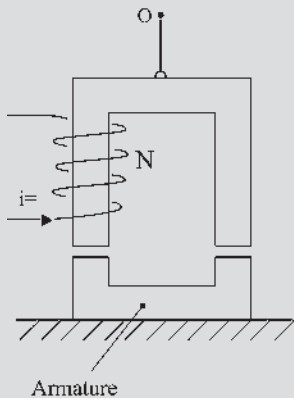


Figure 2.14

- On cherche à calculer le courant nécessaire pour soulever l'armature. Pour cela, établir successivement :
  - la force portante et la force de gravitation ;
  - l'intensité du champ magnétique d'induction ;
  - la force magnétomotrice nécessaire.
- L'armature étant collée, calculer l'intensité du champ magnétique  $H$  dans le circuit. La comparer avec les intensités de  $H$  dans le fer et dans l'entrefer juste avant l'attraction.
- Quelle force doit-on appliquer vers le bas pour décoller l'armature ?

Données :

B (T)	0,2	0,6	1	1,2	1,3
H (A/m)	70	120	250	520	1 000

- 2.2** Un volume torique, de faible épaisseur par rapport au rayon moyen est constitué de trois parties :
- une pièce de matériau ferromagnétique dur (aimant) de longueur  $\lambda = 4\text{ cm}$  ;
  - deux pièces en matériau ferromagnétique doux, de longueur totale  $\ell = 20\text{ cm}$  ;
  - un entrefer d'épaisseur  $a$ , de même section que le tore.

Le matériau dur est caractérisé par un cycle d'hystérésis rectangulaire avec les valeurs remarquables  $B_m = 1\text{ T}$  et  $H_c = 5 \cdot 10^4\text{ A/m}$ . Le matériau doux est linéaire, de perméabilité relative  $\mu_r = 5\,000$ . Dans le bobinage de  $N = 4\,000$  spires circule un courant d'intensité  $i$ . Les fuites magnétiques sont négligeables.

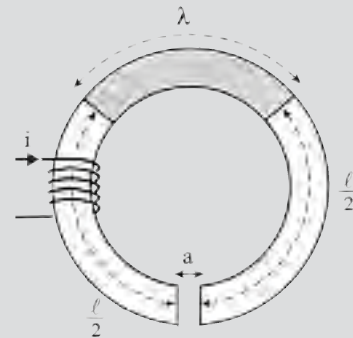


Figure 2.15

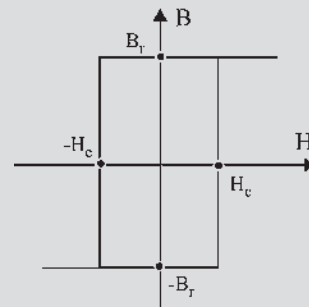


Figure 2.16

- Montrer que le circuit magnétique et le bobinage parcouru par  $i$  imposent aux variables  $B$  et  $H$  de l'aimant de vérifier une deuxième relation à exprimer. Simplifier cette relation si  $a > 1\text{ mm}$ . Ces deux variables sont déjà liées par le cycle d'hystérésis.

2. On impose  $a = 5$  mm. Donner la relation précédente sous forme numérique où  $i$  tient lieu de paramètre. La représenter sur le graphe du cycle pour  $i = 2$  A.
- 2.3 À Paris, la déclinaison par rapport au zénith équatorial est de  $48^\circ$ . Une aiguille aimantée suspendue sans torsion et mobile autour d'un axe horizontal est inclinée vers le sol, de  $64^\circ$ , mesurant ainsi l'inclinaison par rapport au plan horizontal du lieu. Sachant que Paris est à une altitude moyenne de 178 m, calculer le module du champ magnétique terrestre  $\vec{B}$  et la composante horizontale  $B_h$ .

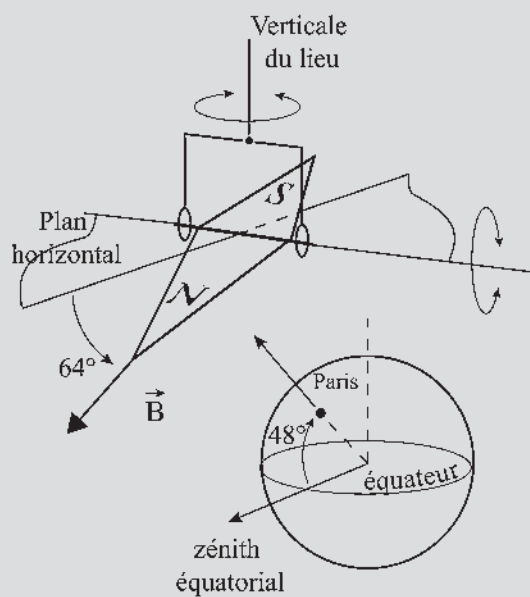


Figure 2.17

- 2.4 Un galvanomètre à cadre mobile, magnétoélectrique, est formé d'un cadre rectangulaire de  $n$  spires placées dans le champ radial d'un aimant. Le cadre pivote autour d'un axe vertical, parallèle aux génératrices du cylindre aimanté. Deux ressorts de rappel opposent un couple résistant de moment  $K\theta$  proportionnel à l'angle de rotation. Montrer la proportionnalité entre l'intensité du courant  $i$  et l'angle de déviation du cadre.

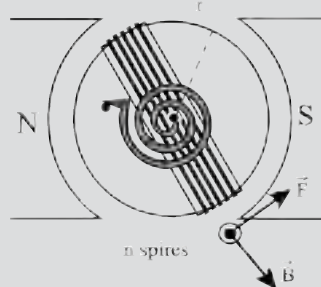


Figure 2.18

# Circuits magnétiques

## Objectifs

- Maîtriser la loi d'Ohm magnétique pour l'appliquer dans sa première approximation.
- Déterminer, pour un circuit magnétique, la loi donnant le flux de circulation  $\varphi(\xi)$  en fonction de la force magnétomotrice appliquée.
- Comprendre la voracité de l'entrefer et le relier au stockage de l'énergie.
- Distinguer un couple électromagnétique et un couple de réluctance entre deux structures.

## Vocabulaire

Circuits magnétiques

Entrefer

Ce chapitre traite du calcul rapide de l'excitation d'un circuit magnétique et des possibilités de vision avec déformation des lignes d'induction. Plus de précisions pourront être obtenues par le calcul des champs et la représentation informatique.

### 3.1 LOI D'OHM MAGNÉTIQUE

$$\xi = ni = \int H d\ell = \int \frac{B}{\mu_0\mu_r} d\ell = \int \frac{\phi}{\mu_0\mu_r} \frac{d\ell}{S} = \phi \int \frac{d\ell}{\mu_0\mu_r S} = \phi \sum \mathfrak{R}$$

Théorème d'Ampère  $B = \mu_0\mu_r H$   $\phi = BS$   $\text{div} \vec{B} = 0$  (flux conservatif)

### 3.2 CIRCUITS MAGNÉTIQUES SANS ENTREFER

#### 3.2.1 Circuit homogène

$\text{div} \vec{B} = 0$ . Le flux est conservatif,  $\xi = ni = \mathfrak{R} \phi$   $\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0\mu_r} \frac{\ell}{S}$ .

$\xi = ni$  étant donné, le théorème d'Ampère  $\xi = H \cdot L$  permet, connaissant  $L$ , de déterminer  $H$  puis  $B = \mu_0\mu_r H$  par la courbe  $B(H)$  et enfin  $\phi = B \cdot S$  connaissant la section  $S$  du matériau. En se donnant  $\xi$  on obtient  $\phi$ . Réciproquement, pour un seul circuit homogène, on pourrait se donner  $\phi$  et obtenir  $\xi$  (figure 3.1).

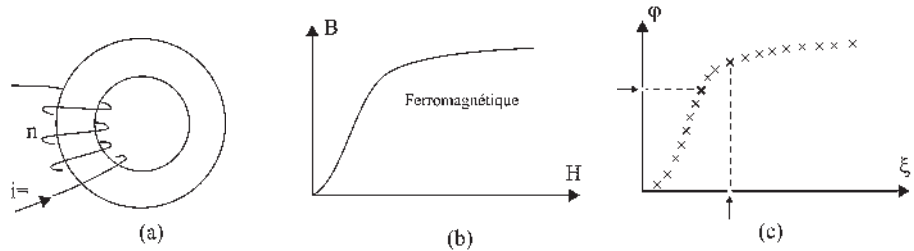


Figure 3.1

#### 3.2.2 Circuit inhomogène par la section ou par la nature du matériau

Prenons deux circuits en série,  $\text{div} \vec{B} = 0$ . Le flux étant conservatif, il est le même dans les deux parties du circuit inhomogène.

$$\xi = ni = \int H d\ell = H_1 L_1 + H_2 L_2$$

$\xi$  étant donné, même en connaissant  $L_1$  et  $L_2$ , il est impossible de déterminer  $H_1$  et  $H_2$ .

Par contre, si on se donne arbitrairement le flux  $\phi$  de circulation dans le circuit,  $\phi = B_1 S_1 = B_2 S_2$  on peut alors calculer  $B_1$  et  $B_2$ .

Connaissant les courbes  $B(H)$  des matériaux, il est possible de déterminer  $H_1 = \frac{B_1}{\mu_0\mu_1}$  et  $H_2 = \frac{B_2}{\mu_0\mu_2}$ , puis  $\xi_1 = H_1 L_1$  et  $\xi_2 = H_2 L_2$

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = H_1 L_1 + H_2 L_2$$

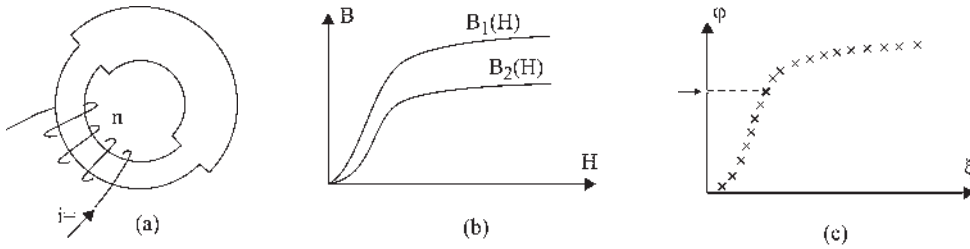


Figure 3.2

On peut tracer la courbe  $\varphi(\xi)$  en se donnant plusieurs valeurs successives de  $\varphi$  pour obtenir les  $\xi$  correspondants (figure 3.2).

Le tracé de  $\varphi(\xi)$  se fait à sens unique pour plusieurs valeurs de  $\varphi$ .

### 3.2.3 Circuits parallèles

$\text{div} \vec{B} = 0$ . Le flux est conservatif (figure 3.3)  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$   $\xi = \mathfrak{R}\varphi + \xi'$

$$\xi' = \mathfrak{R}_1\varphi_1 = \mathfrak{R}_2\varphi_2 = \mathfrak{R}'\varphi = \mathfrak{R}'(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\varphi_1 = \frac{\mathfrak{R}'}{\mathfrak{R}_1}\varphi \quad \varphi_2 = \frac{\mathfrak{R}'}{\mathfrak{R}_2}\varphi$$

$$\mathfrak{R}'\varphi = \mathfrak{R}'\frac{\mathfrak{R}'\varphi}{\mathfrak{R}_1} + \mathfrak{R}'\frac{\mathfrak{R}'\varphi}{\mathfrak{R}_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{\mathfrak{R}'} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2}}$$

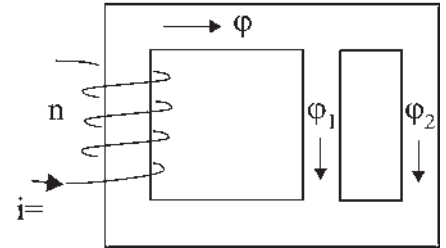


Figure 3.3

## 3.3 CIRCUITS MAGNÉTIQUES AVEC ENTREFER

### 3.3.1 Entrefer étroit

$\text{div} \vec{B} = 0$ . Le flux  $\varphi$  est conservatif dans le circuit et dans l'entrefer d'épaisseur  $e$ .

$$\xi = ni = \mathfrak{R}\varphi + \mathfrak{R}_{\text{entrefer}}\varphi = (\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_e)\varphi = \left(\frac{1}{\mu_0\mu_r} \frac{L}{S} + \frac{e}{\mu_0 S}\right)\varphi$$

$$\mu_{\text{air}} = 1 ; \mu_{\text{fer}} = 10^4$$

$$\xi = \frac{\varphi}{\mu_0 S} \left(\frac{L}{\mu_r} + e\right) \approx \frac{\varphi}{\mu_0 S} e$$

$$\boxed{\xi \approx \mathfrak{R}_e \varphi}$$

- L'entrefer est « vorace » d'ampères-tours, 1 m de fer  $\equiv$  0,1 mm d'entrefer.
- L'entrefer des machines sera le plus petit possible afin de permettre la rotation et la dilatation. Ordre de grandeur :  $e = \frac{5}{10}$  mm pour une machine de puissance moyenne.



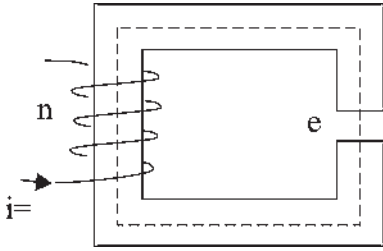


Figure 3.4

– Dans un tracé de lignes d'induction dans le fer, une erreur de type imprécision n'a pas trop d'importance. Le tracé est alors très facile. On peut prendre le raccord « à angle droit » (figure 3.4).

### 3.3.2 Entrefeer large

- Les lignes d'induction ne sont plus canalisées (figure 3.5).
- Il se produit des fuites magnétiques.
- $\text{div} \vec{B} = 0$ , le flux est conservatif,  $\phi_t = \phi_u + \phi_f$ .

Coefficient  $v$  d'Hopkinson  $\phi_t = v\phi_u$  :

entrefeer étroit  $v = 1$  – petit entrefeer  $v = 1,05$ .

Machines ordinaires  $v = 1,07$  à  $1,15$  – grand entrefeer  $v = 1,2$ .

Pour avoir l'induction désirée dans l'entrefeer alors qu'il y a des fuites, on sera obligé d'augmenter  $\phi_t$  donc  $\xi$ . En consommant davantage d'ampères-tours,  $\xi = ni$ , on se rapproche de la saturation.

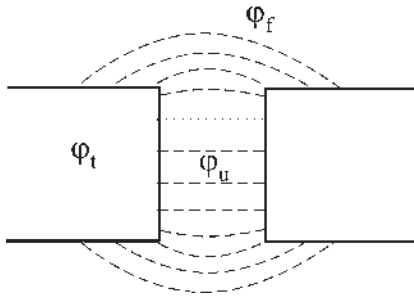


Figure 3.5

## 3.4 STOCKAGE DE L'ÉNERGIE DANS L'ENTREFEER

Le flux étant conservatif,  $\phi = BS$ . À surfaces égales, l'induction  $B$  est la même dans l'entrefeer ou dans le matériau ferromagnétique.

$H$  est réparti régulièrement en spatial dans des structures parfaitement homogènes. C'est le cas dans l'air comme dans un tore ferromagnétique.

En revanche, si un tore ferromagnétique possède un entrefeer, les champs d'excitation sont bien différents dans le fer et dans l'air.  $H$  est important dans l'entrefeer afin de permettre la circulation du flux.

$$H_{\text{entrefeer}} = \frac{B}{\mu_0} \quad H_{\text{fer}} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} \quad \mu_r = 10^4$$

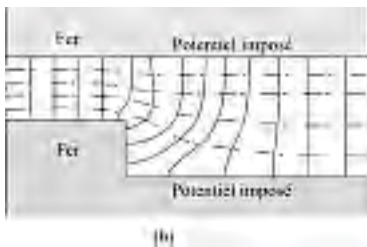
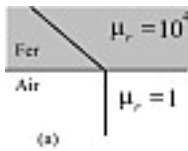


Figure 3.6

- On doit exciter fortement l'air pour avoir un  $B$  régulier donnant un flux conservatif. L'énergie  $W_m = \frac{1}{2} \phi \xi$  s'écrit avec  $\xi \approx \mathfrak{N}_e \phi$   $W_m = \frac{1}{2} \mathfrak{N}_e \phi^2$
- Il y a peu de dépenses d'énergie pour la circulation de  $H$  dans les matériaux ferromagnétiques. L'énergie est stockée dans l'entrefeer.

### Tracé des champs d'induction

On utilise la méthode de Lehmann. On trace un double faisceau de lignes équipotentielles magnétiques et de lignes d'induction orthogonales entre elles.

L'induction doit être normale aux lignes équipotentielles (figure 3.6).

$\text{Div} \vec{B} = 0$  entraîne qu'à la surface de deux milieux de perméabilités différentes, la composante normale de  $\vec{B}$  reste continue.

$\frac{\text{tg } \varphi_1}{\mu_1} = \frac{\text{tg } \varphi_2}{\mu_2}$ . L'induction est normale dans l'entrefer.  $\frac{\text{tg } \varphi_1}{10^4} = \text{tg } \varphi_2$   
 d'où  $\varphi_2 = 0$ .

**Exemple** (figure 3.7) : Tracé du champ d'induction dans une machine à vide, excitée au stator, sans courant rotorique. Le champ est radial dans l'entrefer.

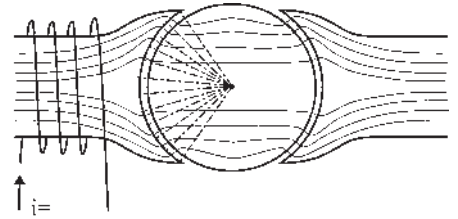


Figure 3.7

### Calcul des champs

Résolution des équations aux dérivées partielles avec conditions aux limites imposées. Calcul de l'induction en tout point par la méthode des éléments finis.

L'intérêt est une vision des déformations des lignes d'induction avec possibilité, par le potentiel vecteur en tout point, de donner le flux entre deux points quelconques et donc l'induction  $\varphi = BS$ . Connaissant l'induction, on peut calculer l'énergie  $\frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu_r}$ , les forces, les réluctances, etc.

## 3.5 OBSERVATIONS

Le solénoïde se gonfle et se contracte (figure 3.8a) pour atteindre la réluctance minimale. Dès qu'elles en ont la possibilité, les lignes d'induction se déforment pour se concentrer dans les matériaux ferromagnétiques (flux maximal) en exerçant force ou couple sur les matériaux immobiles. Le sens de l'action s'imagine en tirant « virtuellement » sur les lignes d'induction (figure 3.8c et d). De même, le matériau ferromagnétique s'oriente et se déplace, s'il est mobile, comme le font les noyaux plongeurs des électroaimants (figure 3.8b).

Le matériau ferromagnétique s'oriente selon la ligne moyenne d'excitation s'il est orientable autour d'un point (figure 3.9) :

$$\vec{C} = \vec{B} \wedge \vec{M} = \vec{B} \wedge v\vec{J} = \vec{B} \wedge v\chi\vec{H}.$$

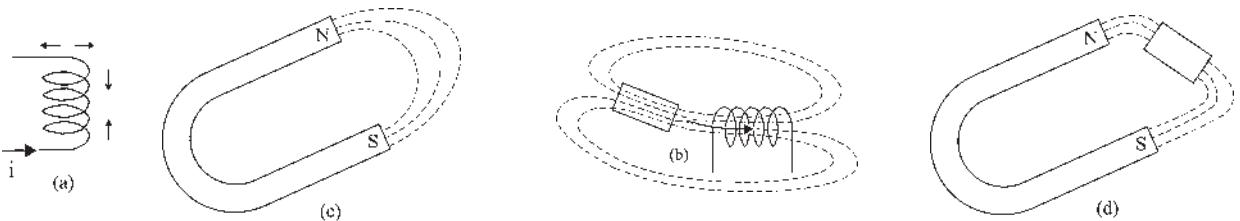


Figure 3.8

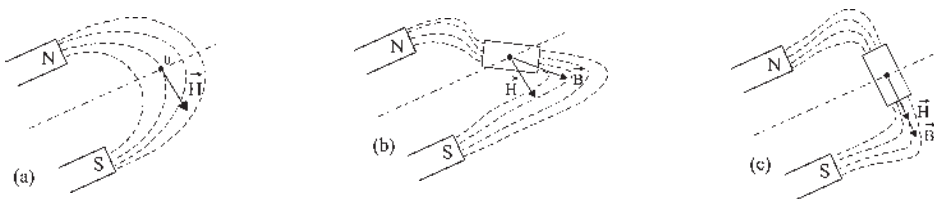


Figure 3.9

### 3.5.1 Moment du couple électromagnétique entre deux structures

L'une a un moment magnétique  $\vec{M} = i\vec{S}$ , l'autre donne un champ d'induction  $\vec{B}$ . (figure 3.10).

$$\vec{C} = \vec{M} \wedge \vec{B} \quad \text{d'amplitude} \quad C = i \cdot S \cdot B \sin(\theta)$$

### 3.5.2 Moment du couple de réluctance entre deux structures

L'une, excitée, donne un champ d'excitation magnétique  $\vec{H}$  porté par la partie fixe du dispositif, l'autre, ferromagnétique, à pôles saillants, non excitée, est soumise au champ d'induction  $B$  porté par la partie mobile (figure 3.11).

Le champ d'excitation  $\vec{H}$  se décompose selon les axes  $d$  et  $q$  déterminés par la structure à pôles saillants.

$$\vec{H} = \vec{H}_d + \vec{H}_q$$

$\vec{H}_d \rightarrow \vec{B}_d$  réluctance faible dans l'axe  $d$ .

$\vec{H}_q \rightarrow \vec{B}_q$  réluctance importante dans l'axe  $q$ .

$$B_d > B_q$$

$$\vec{B} = \vec{B}_d + \vec{B}_q \quad \vec{B} \text{ non colinéaire à } \vec{H}.$$

Le moment du couple est :

$$\vec{C} = \vec{B} \wedge v\chi\vec{H}.$$

## Le saviez-vous ?

### Matériaux électroactifs

Certains matériaux, sous l'action d'un champ électrique ou d'un champ magnétique, sont capables de se contracter en produisant force ou couple. Connus depuis longtemps, l'effet piézoélectrique, l'électrostriction et la magnétostriction étaient signalés mais n'étaient pas utilisés, leurs manifestations étant insignifiantes.

Aujourd'hui, après recherches, leur intégration fonctionnelle dans des chaînes de contrôle-commande et leurs efforts spécifiques élevés permettent de les envisager comme actionneurs.

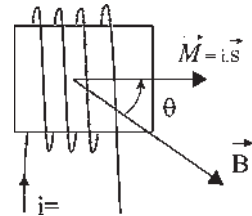


Figure 3.10

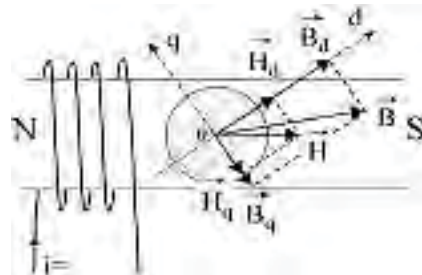


Figure 3.11

# Pour en savoir plus...

## MOMENT D'UN COUPLE

*Moment d'une force par rapport à un point*

$\vec{OA} \wedge \vec{F}$  d'amplitude

$$\begin{aligned} OA \cdot F \cdot \sin(\vec{OA}, \vec{F}) &= OA \cdot F \cdot \sin \psi \\ &= OH \cdot F \\ &= \text{bras de levier} \times \text{force.} \end{aligned}$$

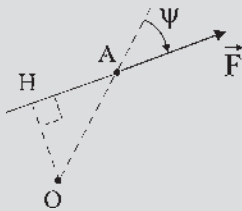


Figure 3.12

*Couple de forces*

Système de deux forces non colinéaires, équidistantes du centre de rotation  $O$ , égales, parallèles et de sens contraires.

*Moment d'un couple de forces*

$$\begin{aligned} 2\vec{OA} \wedge \vec{F} &\text{ d'amplitude} \\ BA \cdot F \cdot \sin \psi &= 2 \cdot OH \cdot F. \end{aligned}$$

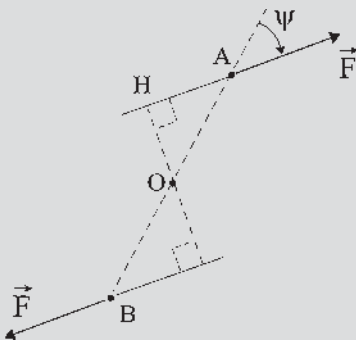


Figure 3.13

*Couple*

Petit à petit le mot couple a pris la place de la valeur du moment d'un couple de forces. On dit qu'une machine a du couple et on donne sa valeur en newtons-mètre ou en joules/radian.

Dans une machine à courant continu, le couple représente la valeur de la sommation des moments des couples de forces exercées sur les brins actifs formant les bobines diamétrales.

On parle de couple moteur lorsqu'il est cause de la rotation et de couple résistant quand il s'oppose à la rotation. Nous resterons fidèles à l'expression « moment d'un couple ».

## MATÉRIAUX ÉLECTROACTIFS

Ils concernent tous les matériaux solides ou liquides subissant des changements internes sous l'action des champs électriques ou magnétiques : céramiques piézo-électriques, céramiques électrostrictives, alliages magnétostrictifs, alliages à mémoire de forme, fluides électro ou magnétorhéologiques. Les changements internes concernent les déformations, l'élasticité, la plasticité des matériaux solides et la viscosité des matériaux fluides.

*L'effet piézoélectrique*

Il a été découvert par Pierre Curie et son frère Jacques en 1880. L'application d'une pression sur les plaques d'un condensateur, comportant un diélectrique tout en étant maintenu à potentiel constant, entraîne l'apparition sur les armatures de charges donnant une induction  $D$ . Le phénomène est réversible. À l'application d'une tension aux bornes pour charger le condensateur correspond l'apparition d'une force agissant sur le diélectrique. L'effet piézoélectrique est utilisé pour le sondage des fonds sous-marins et la recherche des bancs de poissons ou des sous-marins.

**La magnétostriction**

Un milieu magnétique homogène soumis à un champ magnétique  $H$  est l'objet d'une force de pression interne. On retrouve la règle de la réluctance minimale, le matériau se contractant sur lui-même si la contraction augmente la perméabilité. Elle est utilisée dans un champ alternatif pour produire des signaux de fréquences sonores et ultrasonores pour le contrôle non destructif de l'homogénéité des pièces de fonderie.

**L'électrostriction**

Découverte en 1920, elle est le pendant de la magnétostriction avec un champ électrique. Un diélectrique soumis à un champ électrique  $E$  est l'objet d'une force de pression au sein du diélectrique. Ces découvertes anciennes concernant des phénomènes de petite amplitude sont aujourd'hui relancées soit par l'utilisation des multicouches, soit par l'utilisation de la fréquence de résonance mécanique.

# Cahier d'évaluation

**FICHE MÉMO**

**Loi d'Ohm magnétique**

Force magnétomotrice d'entrefer

$$\xi = ni = \int H d\ell = \phi \sum \mathfrak{R}$$

Réluctance d'un circuit magnétique à section constante  $S$  et de longueur  $L$

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{L}{S} \text{ avec } \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ m.T.A}^{-1}$$

Association parallèle :  $\frac{1}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2}$

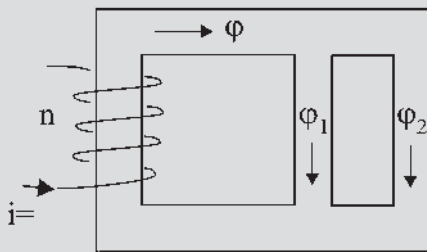


Figure 3.14

Énergie magnétique stockée dans l'entrefer

$$W_m = \frac{1}{2} \mathfrak{R}_e \phi^2$$

**Moment du couple électromagnétique entre deux structures**

$$\vec{C} = \vec{M} \wedge \vec{B} \text{ d'amplitude } C = iSB \sin \theta$$

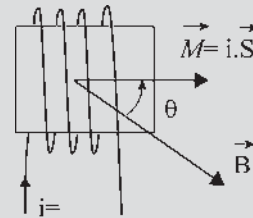


Figure 3.15

**Moment du couple de réluctance entre deux structures**

$$\vec{C} = \vec{B} \wedge v\chi\vec{H}$$

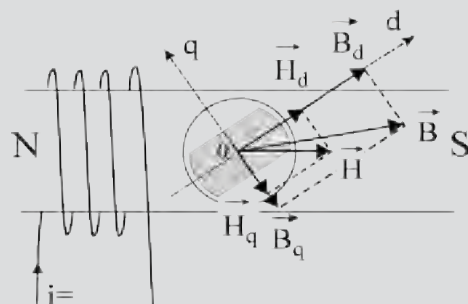


Figure 3.16

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**3.1** Un électroaimant et son armature, tous deux en fer à cheval, sont de même section  $S$  et de matériau identique. De quelles grandeurs avez-vous besoin (par exemple le nombre de spires  $n$ ) pour définir entièrement ce circuit magnétique alimenté par un courant  $i$  de 20 A ?

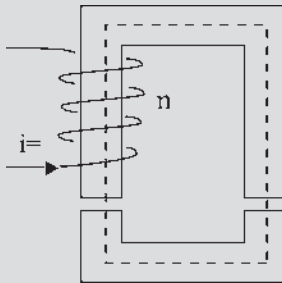


Figure 3.17

- 3.2** Dans quelles conditions peut-on, avec l'électroaimant défini à la question 3.1, se donner indifféremment  $\phi$  pour obtenir  $\xi$  et réciproquement ?
- 3.3** Pouvez-vous comparer les dépenses d'énergie nécessaires pour la circulation de  $H$  dans l'entrefer et dans le fer pour l'électroaimant défini à la question 3.1 ?
- 3.4** Pourquoi le champ d'induction est-il radial dans l'entrefer d'une machine à rotor cylindrique ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**3.1** Le matériau du circuit magnétique représenté sur la figure 3.18 a une caractéristique de magnétisation donnée par le tableau 3.1. Le flux dans l'entrefer de la colonne de droite a pour valeur  $\phi_e e = 1,1 \cdot 10^{-3}$  Wb. La section de  $10 \text{ cm}^2$  est la même partout sauf dans la colonne centrale où elle vaut  $16 \text{ cm}^2$ . Les dimensions du circuit sont données par la figure. Calculer l'intensité du courant  $i$  dans la bobine.

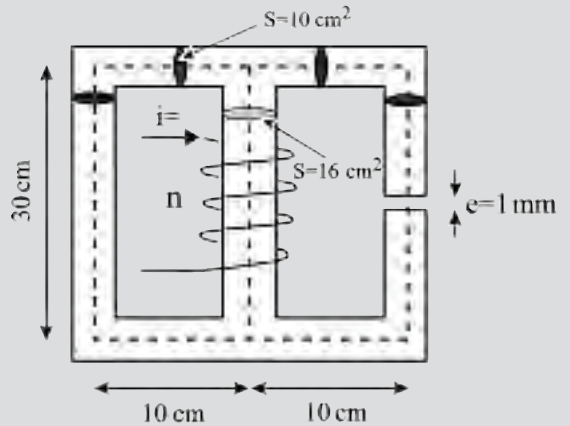


Figure 3.18

Tableau 3.1

B (T)	0,6	0,7	0,8	0,9	1
H (At/m)	76	90	110	132	165
B (T)	1,1	1,2	1,25	1,3	1,35
H (At/m)	220	300	380	600	900
B (T)	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6
H (At/m)	1 200	2 000	3 000	4 500	6 000

**3.2** Un circuit magnétique est constitué de trois colonnes. On suppose la perméabilité constante et on néglige les fuites. Les colonnes latérales ont une réductance  $\mathfrak{R}$  et la colonne centrale (avec son entrefer) une réductance  $\mathfrak{R}_c$  (on posera  $\mathfrak{R}_c = a\mathfrak{R}$ ). Les colonnes latérales portent chacune un enroulement de, respectivement,  $n_1$  et  $n_2$  spires. Aux bornes de l'enroulement de  $n_1$  spires est appliquée une tension  $V_1$  alternative sinusoïdale.

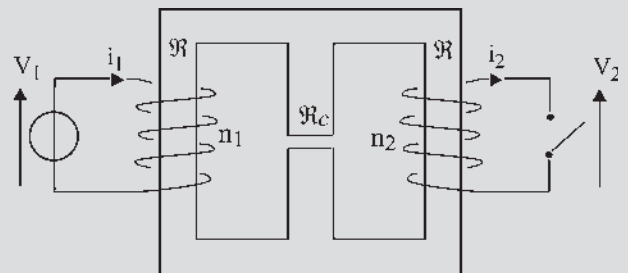


Figure 3.19

- 1) L'enroulement de  $n_2$  spires est ouvert. Donner l'expression analytique de la tension  $V_{20}$  à ses bornes et du courant  $I_{10}$  dans le primaire, en fonction des paramètres  $V_1$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $\Re$  et  $a$ .
- 2) Ce même enroulement de  $n_2$  spires est en court-circuit. Donner l'expression des courants  $I_{2cc}$  et  $I_{1cc}$  dans les deux enroulements.

**3.3** Pour la fabrication d'un tore de rayon moyen 8 cm, de section  $6 \text{ cm}^2$ , on utilise un acier doux caractérisé par la caractéristique  $B = f(H)$  suivante :

- 1) Tracer la caractéristique  $B = f(H)$  de l'acier.

H (At/m)	500	1 000	2 000	3 000	4 000	8 000	12 000
B (T)	0,65	1,25	1,47	1,58	1,65	1,8	1,87

- 2) Quelle est la force magnétomotrice de l'enroulement capable de produire un flux de 1 m Wb à travers la section du tore ? La bobine étant parcourue par un courant d'intensité 2 A, quel est le nombre de spires  $N$  de la bobine ?
- 3) On pratique le long d'une ligne d'induction moyenne dans le fer une coupure de longueur 2 mm. Si on maintient le même nombre de spires dans la bobine, que devra valoir l'intensité du courant si on veut obtenir dans cet entrefer un flux utile de 1 m Wb. On envisagera seulement le cas où il n'y a pas de fuites magnétiques.
- 4) Calculer approximativement la tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz à appliquer à la bobine afin d'obtenir un flux maximal de 1 m Wb à travers la section du tore. Que doit valoir l'intensité efficace du courant alternatif ? En déduire l'impédance de la bobine.

# Champs magnétiques tournants

## Objectifs

- Maîtriser l'écriture sous forme eulérienne dans le plan complexe des champs magnétiques d'induction.
- Assimiler le théorème de Leblanc de décomposition d'un champ pulsant en deux champs tournants en sens inverse.
- Comprendre l'élaboration d'un champ tournant à partir de champs pulsants diphasés et maîtriser son écriture vectorielle à partir du vecteur unitaire tournant dans le plan complexe  $\vec{u}e^{j\omega t}$ .
- Posséder le théorème de Ferraris d'élaboration d'un champ tournant principalement à partir de champs pulsants triphasés.

## Vocabulaire

Champ magnétique elliptique    Champ magnétique pulsant  
Champ magnétique tournant

Très important pour l'étude des machines à courants alternatifs, ce chapitre traite des champs d'induction alternatifs sinusoïdaux, appelés pulsants, que l'on trouvera dans les machines monophasées. Le théorème de Leblanc montre, contre *l'a priori*, que le monophasé est plus complexe que le triphasé. Le théorème de Ferraris traite des champs tournants obtenus par composition de champs pulsants que l'on utilise dans les machines polyphasées. Ces champs tournants obtenus à partir d'une structure fixe ont permis le fonctionnement réversible des machines synchrones et asynchrones.



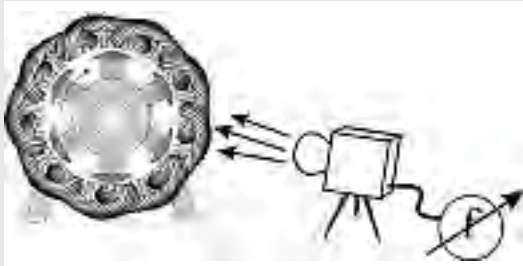
## Le saviez-vous ?

### La vision des forces électrodynamiques

Un alternateur polyphasé multipolaire accroché sur le réseau de fréquence  $f_s = 50$  Hz a son rotor qui tourne à la « vitesse »  $N = \frac{f_s}{p}$  tours/s, soit à la vitesse angulaire électrique  $\omega_s = 2\pi f_s = 314$  rad/s.

En stroboscopant la roue polaire à la fréquence 50 Hz, on aperçoit la roue polaire « apparemment immobile ». Si l'on dérègle légèrement la fréquence des éclairs lumineux, on voit la roue polaire tourner lentement et on peut alors observer la déformation des têtes de bobines du stator.

Celles-ci, soumises à des forces électrodynamiques intenses se déforment lentement en se contorsionnant.



## 4.1 CHAMPS PULSANTS

### 4.1.1 Champ pulsant, alternatif sinusoïdal de direction fixe

Un solénoïde d'axe  $\vec{u}_1$  (figure 4.1) parcouru par un courant alternatif instantané  $i = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$ , donne sur son axe, en un point O, un champ magnétique vectoriel d'excitation  $\vec{H} = \vec{u}_1 H \cos(\omega t)$  et, si le milieu est ferromagnétique, un champ magnétique vectoriel d'induction  $\vec{B} = \vec{u}_1 B \cos(\omega t)$ ,  $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ ,  $\mu_r \approx 10^4$ .

Ces deux champs, alternatifs, de directions fixes au point O, appelés pulsants, sont de même pulsation et en phase dans le temps avec le courant d'excitation.

### 4.1.2 Décomposition d'un champ pulsant en deux champs tournants

Le champ pulsant  $\vec{B}$ , alternatif sinusoïdal de direction fixe, peut s'écrire dans le plan complexe sous forme eulérienne (figure 4.2) :

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{u}_1 B \cos \omega t = \vec{u}_1 B \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \\ &= \vec{u}_1 e^{j\omega t} \frac{B}{2} + \vec{u}_1 e^{-j\omega t} \frac{B}{2} = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 \end{aligned}$$

$\vec{u}_1 e^{j\omega t} = \vec{u}_1 (\cos \omega t + j \sin \omega t)$  est le vecteur unitaire tournant dans le sens direct.

$\vec{u}_1 e^{-j\omega t} = \vec{u}_1 (\cos \omega t - j \sin \omega t)$  est le vecteur unitaire tournant en sens inverse.

Le champ d'induction  $\vec{b}_1 = \vec{u}_1 e^{j\omega t} \frac{B}{2}$  est un vecteur d'amplitude constante  $\frac{B}{2}$  tournant, dans le plan complexe, sur lui-même autour du point O dans le sens direct.

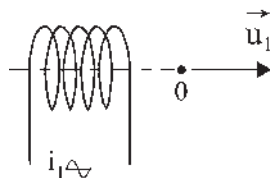


Figure 4.1

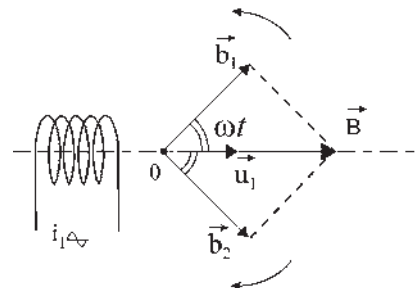


Figure 4.2

Le champ d'induction  $\vec{b}_2 = \vec{u}_1 e^{-j\omega t} \frac{B}{2}$  de même amplitude  $\frac{B}{2}$  tourne, lui, en sens inverse.  $\vec{b}_1$  et  $\vec{b}_2$ , d'amplitude  $\frac{B}{2}$  tournent en sens inverse à vitesse angulaire  $\omega$ .

### 4.1.3 Théorème de Leblanc

La décomposition mathématique en deux champs tournants en sens inverse est aussi une décomposition physique. Une aiguille aimantée, suspendue sans torsion en O, ne tourne pas. Par contre, dès qu'on la lance dans un sens ou dans l'autre, elle se met en rotation permanente dans le sens où on l'a lancée.

Un champ pulsant  $\vec{B}$ , alternatif de direction fixe, de pulsation  $\omega$ , est décomposable en deux champs  $\vec{b}_1$  et  $\vec{b}_2$  tournants en sens inverse l'un de l'autre à vitesse angulaire  $\omega$ .

## 4.2 CHAMPS TOURNANTS

### 4.2.1 Élaboration d'un champ tournant par deux champs pulsants

Un champ tournant est caractérisé par son amplitude et par le sens de sa rotation donné par les vecteurs unitaires tournants dans le sens direct  $\vec{u}_1 e^{j\omega t}$  ou dans le sens inverse  $\vec{u}_1 e^{-j\omega t}$ .

Un champ tournant direct est de la forme :

$$\vec{B} = \vec{u}_1 e^{j\omega t} B = \vec{u}_1 B (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

$$\vec{B} = \vec{u}_1 B \cos \omega t + \vec{u}_1 j B \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\vec{B} = \vec{u}_1 B \cos \omega t + \vec{u}_2 B \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

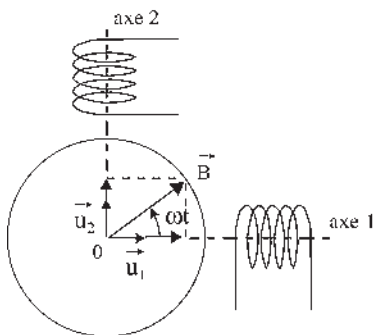


Figure 4.3

## Le saviez-vous ?

### Puissance électrique disponible dans les avions. Champ tournant et courant continu

L'aéronautique civile comme militaire est à la recherche permanente de diminution du poids des appareils pour augmenter la capacité de charge en passagers pour les uns et en systèmes d'armes pour les autres. Dès l'origine, le choix du 400 Hz, tout en permettant une prise quasi directe de l'alternateur sur le réacteur, répondait à cette obligation, la puissance étant proportionnelle au volume et à la fréquence. Au cours des quarante dernières années, la puissance électrique disponible dans les appareils a augmenté régulièrement et considérablement. Aujourd'hui l'accroissement de la vitesse périphérique du rotor des machines tournantes, jusqu'à 200 m/s, est un moyen d'augmenter encore la puissance massique en utilisant des machines multipolaires, de puissances unitaires voisines de 200 kW. Les alternateurs fonctionnant à fréquence variable, un redresseur statique autoriserait le réseau avion à tension continue qui serait relié directement aux batteries de dernier recours.



Ce champ tournant direct sera produit par deux bobines perpendiculaires dans l'espace, d'axes 1 et 2, parcourues par des courants déphasés de  $\pi/2$  dans le temps (figure 4.3). En appliquant le théorème de Leblanc aux deux bobines, on retrouve que la résultante est un vecteur d'amplitude 2 fois  $B/2$  tournant dans le sens direct. Les vecteurs tournant dans le sens inverse ont une somme nulle.

#### 4.2.2 Propriétés des champs elliptiques

Dès que l'amplitude n'est plus la même sur les deux axes, que les vecteurs unitaires ou les déphasages soient différents, le champ résultant n'est plus circulaire mais elliptique.

$$\vec{B} = \vec{u}_1 B_1 \cos \omega t + \vec{u}_2 B_2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \vec{u}_1 B_1 \cos \omega t + \vec{u}_1 j B_2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\vec{B} = \vec{u}_1 B_1 \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} + \vec{u}_1 e^{j\frac{\pi}{2}} B_2 \frac{e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} + e^{-j(\omega t - \frac{\pi}{2})}}{2}$$

$$\vec{B} = \vec{u}_1 \frac{B_1 + B_2}{2} e^{j\omega t} + \vec{u}_1 \frac{B_1 - B_2}{2} e^{-j\omega t}.$$

Un champ elliptique peut être considéré comme la somme de deux champs circulaires d'amplitudes différentes, tournant en sens inverse.

La somme en un point d'un nombre quelconque de champs sinusoïdaux de même pulsation dans un même plan est un champ elliptique.

Dans les machines, un champ inverse est cause de pertes supplémentaires.

#### 4.2.3 Théorème de Ferraris

Trois bobines, dont les axes convergent en O, décalées régulièrement dans l'espace de  $2\pi/3$ , parcourues par des courants alternatifs sinusoïdaux de pulsation  $\omega$  déphasés entre eux dans le temps de  $2\pi/3$ , en donnant chacune un champ alternatif de direction fixe d'amplitude maximale  $B$ , donnent au point O, par composition, un champ tournant unique de vitesse angulaire  $\omega$  et d'amplitude  $3B/2$ .

$$\vec{B} = \vec{u}_1 B \cos \omega t + \vec{u}_2 B \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \vec{u}_3 B \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

(figure 4.4).  $\vec{u}_2 = \vec{u}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}}$

$$\vec{u}_3 = \vec{u}_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} = \vec{u}_1 e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

$\vec{B}$  s'écrit alors :

$$\vec{u}_1 B \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} + \vec{u}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}} B \frac{e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}}{2} + \vec{u}_1 e^{j\frac{4\pi}{3}} B \frac{e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{4\pi}{3})}}{2}$$

$$\vec{B} = \vec{u}_1 \frac{3}{2} B e^{j\omega t}$$

$$\vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{-j\omega t} \left( 1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{8\pi}{3}} \right) = 0$$

Le champ aura la direction de l'axe d'une bobine lorsque le courant sera maximal dans cette bobine.

#### 4.2.4 Élaboration d'un champ tournant à l'aide de champs pulsants polyphasés

Trois champs pulsants, déphasés dans le temps de  $2\pi/3$ , donnés par des bobines dont les axes convergent en O et décalées entre elles dans l'espace de  $2\pi/3$ , donnent un champ tournant unique.

##### Théorème de Ferraris généralisé pour $n \geq 3$

$n$  bobines décalées régulièrement de  $2\pi/n$  dans l'espace, parcourues par des courants de pulsation  $\omega$  déphasés entre eux de  $2\pi/n$  dans le temps et donnant chacun un champ pulsant d'amplitude maximale  $B$ , créent un champ tournant unique d'amplitude  $n \frac{B}{2}$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ .

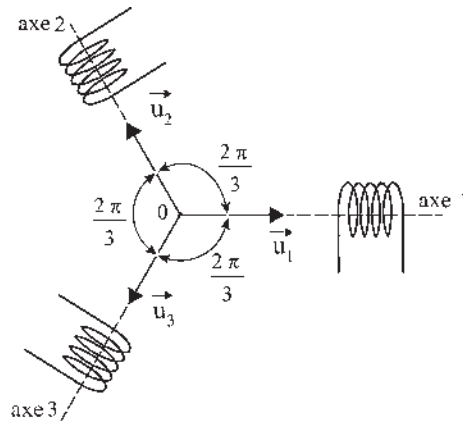


Figure 4.4

# Pour en savoir plus...

## MOTEUR LINÉAIRE

L'idée d'utiliser des courants triphasés revient à Nikola Tesla qui a montré l'existence des champs tournants comme des champs glissants et réalisé la première machine asynchrone d'induction rotative. Bien que les moteurs tournants et les moteurs linéaires soient contemporains, seul le rotatif a eu le développement que l'on sait. Il a fallu attendre la fin des années 1950 pour apercevoir un renouveau du moteur linéaire grâce à l'apport de l'automatique, la réalisation des chaînes de transport pour la manutention, les aérotrains avec la sustentation magnétique puis la robotique exigeant plusieurs degrés de liberté.

Un moteur linéaire est assimilable à un moteur rotatif de rayon arbitrairement grand. Comme pour les machines rotatives on peut dénombrer tous types de machines :

- moteur linéaire alimenté en continu, à balais et collecteur ;
- moteurs linéaires alimentés en alternatif, de type
  - synchrone hétéropolaire ou homopolaire,
  - asynchrone,
  - à réluctance.

En revanche, contrairement aux moteurs rotatifs, les moteurs linéaires possèdent des extrémités qui apportent quelques complications que l'on nomme « effets de bords ».

Les plus intéressants sont les moteurs à champ progressif où chaque bobine constituante prend le relais de la précédente, avec sa complicité, pour former une onde d'induction progressive à répartition spatiale sinusoïdale glissante comparable au champ tournant des machines rotatives.

### Théorie simplifiée

La bobine 1 donne un champ d'induction alternatif à répartition spatiale sinusoïdale.

Un modèle peut être donné dans le plan complexe par

$$\vec{b}_1 = \vec{u}_1 B_m \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) e^{j\theta}$$

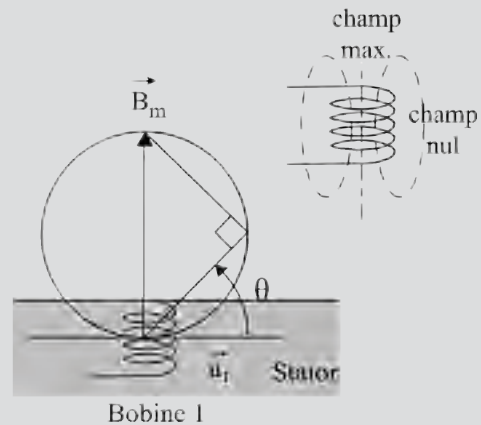


Figure 4.5

avec  $B_m = \text{cste}$ , si le courant  $i_1$  est continu, et

$$\vec{b}_1 = \vec{u}_1 B_m \cos \omega t \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) e^{j\theta}$$

si le courant est sinusoïdal.

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos \omega t.$$

Avec des courants triphasés dans les bobines 1, 2, 3, à  $t_1 = 0$  :

$$\vec{b}_1 = \vec{u}_1 B_m \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) e^{j\theta}$$

$$\vec{b}_2 = \vec{u}_1 B_m \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) e^{j\theta}$$

à  $t_2 = \frac{2\pi}{3\omega}$  :

$$b_2 = \vec{u}_1 B_m \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) e^{j\theta}$$

La vitesse de propagation de l'onde d'induction est :

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\Upsilon 3\omega}{2\pi}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \Upsilon \frac{3\omega}{2\pi} = 3\Upsilon f$$

La longueur d'onde est  $3\Upsilon$ .

$$x = \Upsilon \frac{3\omega}{2\pi} t \quad \omega t = \frac{2\pi}{3} \frac{1}{\Upsilon} x = kx$$

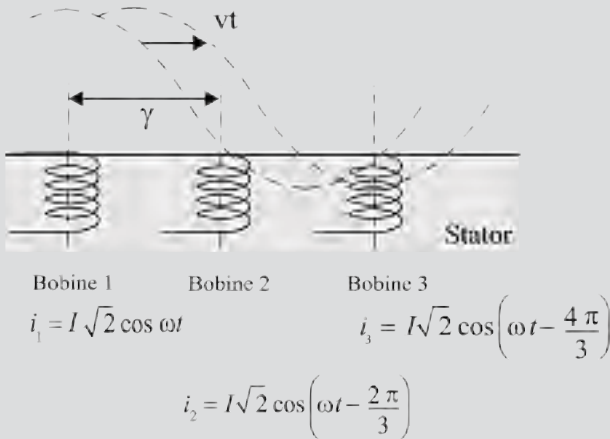


Figure 4.6

L'onde progressive s'écrit :  $\vec{b} = \vec{u}_1 B_m \cos(\omega t - kx) \cos(\pi - \theta) e^{j\theta}$  montrant que pour  $\theta = \text{cste}$  quelconque, pour chaque valeur de  $x$  on trouve le même  $\vec{b}$  à des instants différents.

La formule  $v = 3\Upsilon f$  montre la possibilité de changement de vitesse du champ progressif en modifiant soit la

fréquence d'alimentation  $f$  soit la subdivision  $3\Upsilon$  entre deux bobines de type 1.

### Actionneurs linéaires

On peut là aussi trouver de nombreux dispositifs : actionneurs linéaires oscillants, actionneurs angulaires oscillants, moteurs linéaires pas à pas, moteur linéaire à alimentation séquentielle.

La force volumique de ces dispositifs est de l'ordre de  $30 \text{ daN/dm}^3$  et les forces maximales atteintes sont de  $100 \text{ kN}$ .

### Canons électromagnétiques

Ce sont des canons à rail, comme le sont les lanceurs de fusées, mais dans lesquels les projectiles sont accélérés par des forces électromagnétiques.

Les lanceurs électromagnétiques à induction permettent d'atteindre des vitesses de  $7\,000 \text{ km/h}$ . Il est impossible de placer un homme dans de tels engins utilisés uniquement pour le catapultage des drones et des missiles.

Le lanceur linéaire est tubulaire. Les axes des phases 1, 2 et 3 sont tous dans le sens de l'axe de lancement.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

**Théorème de Leblanc** : décomposition d'un champ pulsant en deux champs tournants.

Un champ pulsant  $\vec{B}$ , alternatif de direction fixe, de pulsation  $\omega$ , est décomposable en deux champs  $\vec{b}_1$  et  $\vec{b}_2$  tournant en sens inverse l'un de l'autre à la vitesse  $\omega$ .

**Théorème de Ferraris** : élaboration d'un champ tournant à l'aide de champs pulsants.

Trois bobines, dont les axes convergent en un point O, décalées régulièrement dans l'espace de  $2\pi/3$ , parcourues par des courants alternatifs sinusoïdaux de pulsation  $\omega$  déphasés entre eux de  $2\pi/3$ , en donnant chacune un champ alternatif de direction fixe d'amplitude maximale

$B$ , donnent au point O par composition un champ tournant unique de vitesse angulaire  $\omega$  et d'amplitude  $\frac{3B}{2}$ .

## FICHE MÉMO

### Champ magnétique pulsant

$$\vec{B} = \vec{u}_1 B \cos(\omega t)$$

### Champ magnétique tournant

$$\vec{B} = \vec{u}_1 B e^{j\omega t} = \vec{u}_1 B \cos(\omega t) + j\vec{u}_1 B \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

### Champ magnétique elliptique

$$\vec{B} = \vec{u}_1 B_1 \cos(\omega t) + \vec{u}_2 B_2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

4.1 Le courant passant dans la bobine 1 étant  $i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$ , quels courants  $i_{21}$  et  $i_{22}$  doit-on faire passer dans les bobines 2.1 et 2.2 pour obtenir le même champ tournant, tournant en sens inverse au point O ?

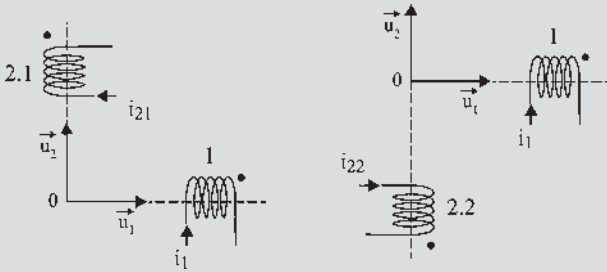


Figure 4.7

4.2 Un champ d'induction circulaire est de type  $\vec{B} = \vec{u}_1 B e^{j\omega t}$  c'est-à-dire  $\vec{B} = \vec{u}_1 B \cos(\omega t) + \vec{u}_2 B \sin(\omega t)$  avec  $\vec{u}_2 = j\vec{u}_1$ , l'équation paramétrique du cercle est  $x = B \cos \omega t$ ,  $y = B \sin \omega t$  et l'équation cartésienne  $x^2 + y^2 = B^2$ .

Montrer que  $\vec{B} = \vec{u}_1 B_1 \cos(\omega t) + \vec{u}_2 B_2 \sin(\omega t)$  est un champ elliptique en donnant l'équation paramétrique, l'équation cartésienne et la construction de l'ellipse à partir des cercles concentriques de rayon  $B_1$  et  $B_2$ .

4.3 Soient trois courants triphasés

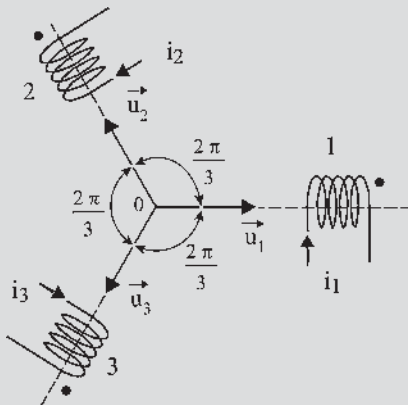


Figure 4.8

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t),$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right);$$

circulant dans les bobines tripositionnées 1, 2 et 3, et donnant un champ tournant direct. Trouver le sens de rotation du champ d'induction si l'on permute les courants  $i_2$  et  $i_3$ .

4.4 À partir des données de la question 4.3, sans permuter les courants  $i_2$  et  $i_3$ , montrer, par calcul et par construction, en décomposant chaque champ pulsant des bobines 1, 2, 3 en deux champs de sens inverse, d'après le théorème de Leblanc, que le champ résultant est un champ tournant direct.

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

4.1 On considère un solénoïde long, de longueur  $L$ , d'axe Ox et de section circulaire comportant  $n$  spires jointives par unité de longueur de rayon  $R$ . Ce solénoïde est parcouru par un courant  $i$  dans le sens indiqué sur la figure. Soit M un point de l'axe dont l'abscisse  $x$  est comptée à partir du point  $O_1$ .

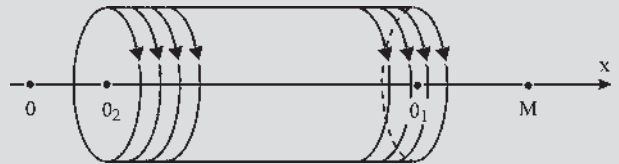


Figure 4.9

- Établir l'expression du champ d'induction magnétique  $\vec{B}$  au point M en fonction de  $x$ ,  $i$  et des données de l'exercice.
  - En déduire l'expression de l'excitation magnétique sur l'axe d'un solénoïde.
- 4.2 Deux bobines identiques B1 et B2 comportent chacune 200 spires disposées en une seule couche. Chaque bobine a une longueur de 40 cm et un diamètre de 10 cm. On les place à angle droit comme indiqué sur la figure 4.10.

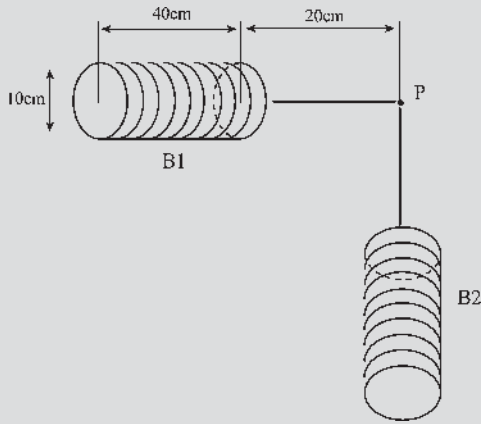


Figure 4.10

La distance du point de rencontre P des axes des bobines à l'extrémité la plus proche de chaque bobine est  $d = 20$  cm. B1 et B2 sont parcourues par des courants sinusoïdaux diphasés de même pulsation et dont les valeurs maximales sont respectivement :  $I_{1m} = 10$  A et  $I_{2m} = 20$  A.

1. Connaissant l'expression de l'excitation magnétique sur l'axe d'un solénoïde (cf. exercice 4.1), déterminer l'équation de la courbe décrite par l'extrémité du vecteur d'excitation magnétique au point P.
2. Déterminer la valeur maximale de cette excitation.

**4.3** 1. Soient deux solénoïdes identiques à celui de l'exercice 4.1. Ces deux solénoïdes alignés sont montés en série et parcourus par un courant  $i$  circulant dans le même sens dans les deux solénoïdes.

$R = 3$  cm ;  $L = 5$  cm ;  $n = 5\,000$  spires/m ;  
 $\ell = 7,5$  cm ;  $i = 12$  A

Calculer le champ d'induction magnétique  $B$  au centre O du système. Le mettre sous la forme  $B = k.i$ . Déterminer  $B$  et  $k$  avec les données de l'exercice.

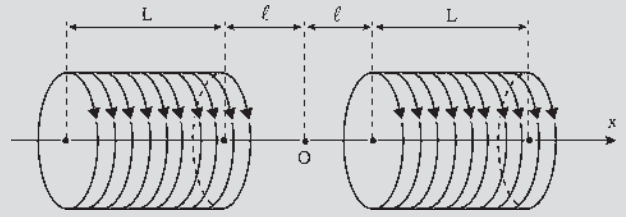


Figure 4.11

2. Trois paires de solénoïdes (1-1'), (2-2'), (3-3') sont disposées comme indiqué sur la figure 4.12. Les trois paires de solénoïdes sont alimentées par un système de courants triphasés équilibrés indirects. Déterminer l'expression du champ magnétique total au point O en fonction du temps. A.N. :  $f = 50$  Hz et  $I_{\text{eff}} = 12$  A.

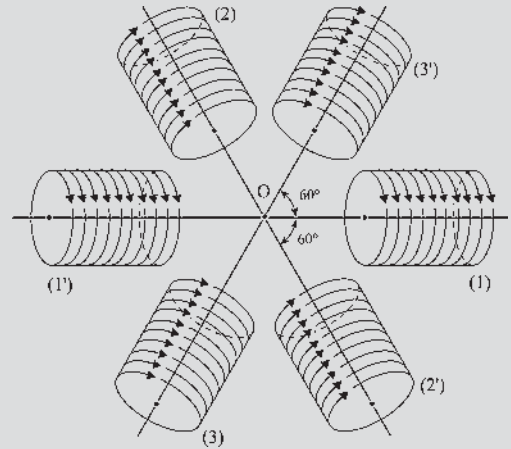


Figure 4.12





# Principales étapes de l'électromécanique

## Les trois grandes périodes

### 1800-1870 Les bases de l'électromécanique

- De la pile de Volta à la génératrice de Gramme.
- Principes, formules fondamentales, lois principales.

### 1870-1940 Les machines et les réseaux électriques

- Du premier moteur au réseau de distribution triphasé.
- Utilisation de l'énergie, production, transport, distribution.

### 1940-2010 La maîtrise du fonctionnement

- De la normalisation à la machine « obéissante » et sûre.
- Traitement de l'énergie, commutation électronique, convertisseurs statiques, modélisation et simulation, régulation, asservissements, temps réel, variateurs de vitesse électroniques, autopilotage, commande vectorielle.

---

Pour mieux voir où l'on va, il faut savoir d'où l'on vient. L'histoire, avec la synthèse du passé, permet l'ambition du futur. Comme dans toutes les disciplines, l'histoire des sciences, souvent négligée, est formatrice. Contrairement à l'histoire des hommes, elle se construit en empilant successivement les acquis et ne tolérerait pas un retour aux pratiques moyenâgeuses.

De plus en plus difficiles à transmettre, les sciences ne sont pas valorisées comme elles le devraient auprès des jeunes ni identifiées comme moteur d'une nation. Elles ne sont pas respectées par ceux qui les ignorent ni mises au service de l'homme comme elles le devraient, bien qu'elles soient sources incontestables du bien-être actuel.

**Des phénomènes inexplicés**

La magnétite, minéral de fer, est connue quelques siècles avant notre ère.  
L'ambre frotté attire les plumes (Thalès de Milet, 600 ans avant notre ère).  
L'aimant attire des matériaux (Chine, début XI<sup>e</sup> siècle).

**Des événements marquants pour la « science électrique »**

- 1269 Pierre Pelerin de Maricourt : « Lettre sur l'aimant » à son retour de Chine.  
1492 Christophe Colomb (1450-1506) : découverte de l'Amérique.  
1641 Blaise Pascal (1623-1662) : machine à calculer.  
1650 Machine électrostatique de Otto von Guericke.  
1690 Denis Papin (1647-1714) : principe de la machine à vapeur.  
1740 Électricité statique, jeux de salons avec des bâtons d'ébonite.  
1745 Condensateur, bouteille de Leyde.  
1747 Benjamin Franklin (1706-1790) : électricité atmosphérique, paratonnerre.  
1780 James Watt (1736-1819) : machine à vapeur, régulateur.  
1785 Charles de Coulomb (1736-1806) :  $\vec{F} = q\vec{E}$ .

**Les bases de l'électromécanique**

- 1800 Alessandro Volta (1745-1827) : pile électrique.  
1802 Électrolyse, galvanoplastie.  
1819 Hans Oersted (1777-1851) : champ magnétique créé par un courant.  
Biot (1774-1862) et Savart (1791-1841) :  $B = \mu_0 I / 2\pi r$ .  
1820 André Marie Ampère (1775-1836) : bonhomme d'Ampère. Théorème  
 $\int H dl = \xi = ni$ . Création d'un champ magnétique par un solénoïde.  
Théorie de l'électrodynamique.  
1825 Pierre Simon Laplace (1749-1827) : champ magnétique créé par un élément de courant  $dH = Idl \sin \alpha / 4\pi r^2$ .  
Action d'un champ sur un courant  $d\vec{F} = Id\vec{l} \wedge \vec{B}$ . Principe moteur.  
1825 Ampère, Arago François (1786-1853) : aimantation du fer doux, ferromagnétisme :  $B = \mu_0 \mu_r H$ . Electroaimants.  
Augustin Fresnel (1788-1827) : représentation vectorielle des scalaires sinusoïdaux.  
Carl Friedrich Gauss (1777-1855) : Théorie du magnétisme.  
Joseph Fourier (1768-1830) : décomposition en séries trigonométriques des fonctions périodiques.  
1827 Georg Ohm (1789-1854)  $v = ri$ .  
1828 Peter Barlow (1776-1862) : roue prototype du moteur électrique.  
1831 Michael Faraday (1791-1867) : électrolyse,  $m = \frac{1}{96\,500} \frac{A}{n} It$ .

- Découverte de l'induction, disque de Faraday :  $e = \vec{B}(\vec{dl} \wedge \vec{v})$ . Générateur.
- 1832 Hippolyte Pixii (1808-1835) : Réalisation du premier alternateur.
- 1834 Henri Frédéric Lenz (1804-1865) : f.é.m. induite  $e = -\frac{d\phi}{dt}$ .
- 1841 Rhéostat.
- 1842 James Prescott Joule (1818-1889) : chaleur dégagée  $W = Ri^2t$ . Équivalent mécanique de la calorie. Conservation de l'énergie.
- Gustav Kirchhoff (1824-1887) : Lois des nœuds, lois des mailles.
- 1851 Bobines d'induction.
- Sir William Thomson Kelvin (1824-1907) : thermodynamique, électricité
- 1859 Gaston Planté (1834-1889) : Accumulateur au plomb.
- 1860 James Maxwell (1831-1879) : Théorie de l'électromagnétisme. Unification des théories de l'électricité et du magnétisme.
- 1869 Invention du *Kommutator* (collecteur).

### Les machines et les réseaux

- 1870 Zenobe Gramme (1826-1901) : Génératrice à courant continu.
- 1871 Génératrice industrielle.
- 1873 Marcel Deprez (1843-1918) : réversibilité générateur/moteur.
- Machine à courant continu. Transport en courant continu sur 1 800 m.
- Hippolyte Fontaine (1833-1910) montre l'intérêt du transport d'énergie.
- 1875 Hendrik Lorentz (1853-1928) : f.é.m. généralisée. Prix Nobel 1902.
- 1878 Thomas Edison (1847-1931) : Lampe à incandescence.
- Lucien Gaulard : Transformateur. Transport d'énergie en courant alternatif.
- 1879 Werner von Siemens (1816-1892) : première locomotive électrique.
- Lester Allen Pelton (1829-1908) : turbine hydraulique de haute chute.
- Pierre Curie (1859-1906) : piézoélectricité.
- 1882 Alternateur industriel monophasé.
- Edwin Hall (1855-1938) : Effet Hall.
- Galiléo Ferraris : théorie du transformateur.
- 1884 Nikola Tesla (1856-1943) : courants polyphasés.
- Machine asynchrone d'induction.
- Thomas Edison (1847-1931) : émission électronique.
- 1886 Éclairage des villes en alternatif. Ferraris : champs tournants.
- Leblanc : champs pulsants. Tesla : champs glissants.

- 1887 Heinrich Hertz (1857-1894) : ondes hertziennes et effet photoélectrique.  
Elihu Thomson (1853-1937) : Moteur à répulsion.
- 1888 Nikola Tesla : Commutatrices.  
André Blondel (1865-1938) : théorie des deux réactions.
- Francis Sprague : premier tramway électrique à trolley (Richmond, Virginie).
- 1889 Tour Eiffel, Exposition universelle, réseaux locaux en courant continu.  
Dobrowolsky : moteur asynchrone à rotor bobiné.  
Machine asynchrone à double alimentation.
- 1891 Premier transport alternatif de 173 km, entre Lauffen et Francfort.
- 1892 Théorie des moteurs électriques : Bethenod, Blondel, Boucherot, Latour, Leblanc, Potier, Picou, Joubert.
- 1894 Paul Langevin (1872-1946) : magnétisme.  
Pierre Curie : principe de symétrie magnétique.  
James Ewing (1855-1935) : ferromagnétisme.
- 1895 Marconi invente la radio, début de l'automobile.
- 1896 H. Ward Léonard. Variateur de vitesse industriel en courant continu.
- 1900 Exposition universelle à Paris. Machines synchrones triphasées. Transport d'énergie en alternatif. Éclairage public. Métro de Paris 600 V continu, Ligne n°1 : Porte Maillot-Château de Vincennes.
- 1903 Prix Nobel de physique décerné à Pierre Curie sur le magnétisme.
- 1904 Sir John Ambrose Fleming (1849-1945) : inventeur de la diode.
- 1907 Lee de Forest : triode. Pierre Weiss (1865-1940) : ferromagnétisme.
- 1908 Kramer et Scherbius (1912) : cascades hyposynchrones électromécaniques.
- 1910 Cooper Hewitt : lampe à vapeur de mercure.
- 1913 Victor Kaplan (1876-1934) : turbine hydraulique de basse chute.  
Travaux sur les génératrices et les commutatrices, Blondel, Boucherot, Latour, Leblanc, Potier, Picou, Mordey.  
Prix Nobel de physique décerné à Kamerlingh Onnes (1853-1926), supraconductivité.
- 1914 H.K. Schrage : machines alternatives à collecteur.
- 1920 Réseaux locaux en continu et en alternatif 25 Hz, 50 Hz et 60 Hz.  
Modélisation des machines : Behn Eschenburg, Potier, Blondel.
- 1929 R. H. Park : transformation triphasé – diphasé.
- 1930 Hippolyte Parodi (1874-1968) : Réseau de traction 1 500 V continu.  
Autriche, Allemagne, Suisse : réseau monophasé 15 kV 16 + 2/3 Hz.  
Washington : réseau monophasé 12,5 kV 25 Hz.  
Installation du réseau triphasé 50 Hz domestique.  
Krön : Machine généralisée, présentation tensorielle.

## La maîtrise du fonctionnement

1940	Génératrices compound (États-Unis). Recherche uniquement aux États-Unis sur la régulation de tension des génératrices et la régulation de vitesse des moteurs. Premières réalisations aux États-Unis de boucles d'asservissement.
↓	
1944	Première calculatrice à séquences contrôlées.
1945	Nationalisation du réseau EDF. Louis Armand (1905-1971) : traction 50 Hz. Naissance de l'automatique.
1948	Apparition du transistor.
1951	Ch. Concordia : Transformations triphasé-diphasé.
1959	Apparition des circuits intégrés.
1960	Disparition progressive des formations en électrotechnique par manque de développement des disciplines indispensables pour son évolution : électronique de commande et de puissance, automatique et informatique.
1964	Apparition des <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">thyristors et transistors de puissance</span> . Développement des centrales nucléaires. Travaux sur la commutation électronique, sur l'électronique de puissance, sur la structure des convertisseurs statiques et sur les régimes transitoires.
1970	Prix Nobel de physique décerné à Louis Néel pour ferri et antiferromagnétisme.
1971	Apparition des microprocesseurs.
1974	Théorie des <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">machines autopilotées</span> à commutation électronique.
1978	TGV Sud-Est. Machine à courant continu avec hacheur.
1979	Commande électronique rapprochée, contrôle. Variateurs de vitesse à fréquence variable. Capteurs, actionneurs, positionnement, robotique.
1988	TGV Sud-Ouest, machine synchrone autopilotée.
1989	Calculateurs, estimations, commande temps réel. <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Commande vectorielle</span> .
1994	TGV Transmanche, machine asynchrone autopilotée.
1998	Matériaux électroactifs, actionneurs.

## Vous avez dit électrotechnique ?

### Toujours plus loin

Après la découverte des principes de l'électromagnétisme est venu le développement des générateurs et des moteurs, pour l'électrification des pays avec des alternateurs de puissance de plus en plus importante, pour l'industrialisation avec la réalisation des moteurs de puissances bien différentes pour répondre aux besoins des entreprises, des PMI et même des particuliers. La fée électricité était là.

Puis est venu le développement des petits moteurs et des actionneurs avec les servomécanismes et l'automatisation des chaînes de production. Ces petits moteurs et actionneurs, de puissance inférieure à 600 W, et pour les anglo-saxons à 736 W (fractionnel Horse Power motors), ont été fabriqués en très grande série. Leur utilisation a été massive.

Après une période difficile, les techniques de l'électromécanique poursuivent sans bruit l'équipement mondial et parallèlement entreprennent une évolution extraordinaire en adaptant à leur fin toutes les avancées technologiques réalisées par ailleurs, en développant par exemple l'électronique de puissance ou l'informatique industrielle.

Puis la miniaturisation des composants électroniques a été accompagnée du développement des minimoteurs et actionneurs de toutes sortes pour s'intégrer comme composants dans des ensembles à objectifs déterminés.

Aujourd'hui, la recherche se porte entre autres sur les « matériaux électroactifs » capables de se déformer par eux-mêmes sous l'action des champs électriques ou magnétiques.

# Pour en savoir plus...

## RÉFLEXIONS SUR LES PROBLÈMES D'AUJOURD'HUI

À l'aube du XXI<sup>e</sup> siècle, de nombreux sujets d'inquiétude interpellent le monde : accès à l'eau potable, pauvreté, malnutrition, accès aux soins et aux médicaments, épuisement des ressources naturelles, prolifération des déchets et des polluants, émission de gaz entraînant l'effet de serre et peut-être des modifications climatiques importantes et fréquentes avec tornades et canicules.

Toutes ces menaces ont amené une réflexion internationale à Stockholm, en 1972, et ont conduit au concept de développement durable, officialisé en 1987 puis repris successivement, en 1992, au sommet de Rio de Janeiro et à celui de Johannesburg, en 2002.

### *Le développement durable*

Il consiste à poursuivre un développement économique, social et culturel, avec l'assentiment et la participation de tous, en cherchant à prendre uniquement le strict nécessaire avec le souci de ne consommer que ce qui est reproductible d'année en année.

C'est aussi l'art de continuer à consommer, mais en maîtrisant pollutions et déchets pour s'inscrire dans la longévité.

Pour l'énergie, indispensable au développement, c'est encore rechercher et favoriser l'émergence de productions renouvelables.

### *Les énergies renouvelables*

La principale source d'énergie dont dépend toute la vie sur la Terre est le Soleil. On peut en tirer parti indirectement par :

- les barrages de retenue des eaux de ruissellement ;
- les centrales marémotrices<sup>1</sup> ;
- les fermes éoliennes ;
- les fours et les panneaux solaires.

<sup>1</sup> Il existe seulement deux usines marémotrices au monde : la Rance en France et Kislaya en Russie.

L'énergie géothermique est développée dans cinquante pays dans le monde. La France n'arrive qu'au 8<sup>e</sup> rang, avec 600 MW produits à 90 % en région parisienne, après les États-Unis, 4 700 MW, la Chine, 2 000 MW, les Philippines et l'Islande, 1 500 MW chacun, l'Italie, le Japon et le Mexique.

En géothermie, la chaleur utilisée provient de la croûte terrestre. Elle est due à la radioactivité des roches pour 90 % et aux déformations provoquées par les marées pour 10 %.

Le bois est considéré comme une ressource constamment renouvelée à la condition que la surface boisée soit stable ou en croissance.

### *Les énergies non renouvelables ne permettant pas un développement durable*

Ce sont les ressources d'énergie primaire d'origine fossile : pétrole, charbon, gaz.

Le pétrole entièrement importé, est l'énergie la plus consommée en France avec 47 % de la consommation totale en 2000. Par sa manutention il est la cause indirecte des marées noires, véritables désastres écologiques.

Sa consommation ne peut que diminuer à terme.

Le charbon et le gaz constituent des ressources épuisables.

Le nucléaire fournit 80 % de l'électricité du pays par les centrales PWR<sup>2</sup> avec peu de rejets de gaz à effet de serre. Le combustible non renouvelable produit des déchets radioactifs, mais le nucléaire assure l'indépendance énergétique.

Le nucléaire est très discuté à cause des incidents possibles et de l'engagement à long terme pour le stockage des déchets.

D'après la politique européenne :

1. Il faut ralentir la courbe de la croissance de la consommation en mettant en place une politique d'économie de l'énergie ambitieuse touchant tous les domaines : transports, en développant davantage le ferroutage,

<sup>2</sup> PWR : réacteurs à eau sous pression.

### La politique énergétique européenne

« Notre sécurité concernant l'approvisionnement énergétique doit être repensée.

L'Europe bénéficie actuellement d'une relative abondance énergétique grâce :

- au programme électronucléaire de certains pays comme la Belgique, l'Espagne ou la France ;
- aux ressources en gaz naturel.

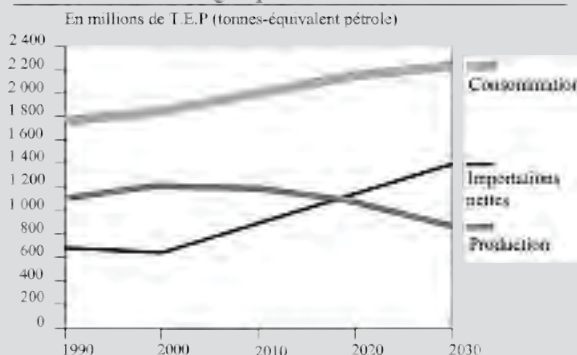
Les ressources énergétiques internes qui assurent aujourd'hui la moitié de nos besoins se tarissent alors que les consommations se développent. »

Un choix au niveau de l'énergie est à faire, des décisions sont à prendre, car :

- de nombreuses centrales nucléaires arrivent à terme ;
- l'acceptation du nucléaire par le public est incertaine ;
- les problèmes des déchets et du recyclage se posent, le pétrole est de plus en plus cher, la consommation énergétique est en perpétuelle augmentation.

Extrait de la note de la Commission européenne Énergie – 2002 : « Maîtrisons notre dépendance. »

EU-30 — Bilan énergétique



véhicules particuliers : pourquoi concevoir des véhicules de plus en plus lourds consommant de plus en plus de carburant pour rouler de moins en moins vite ? De même pour l'habitat, l'industrie, l'éclairage...

2. Il faut diminuer la facture énergétique en diversifiant les provenances de gaz naturel d'une part, et en diminuant progressivement la consommation pétrolière d'autre part.
3. Il faut maintenir la production actuelle interne pendant l'évolution souhaitée par le maintien des réserves de charbon, même si l'on ferme progressivement les mines, par le soutien de la recherche nucléaire sur les réacteurs propres, sur la gestion des combustibles irradiés, sur le stockage des déchets radioactifs et sur la fusion. La fusion nucléaire contrôlée aujourd'hui à l'étude dans les tokamaks, différente de la fission<sup>3</sup>, est l'union de plusieurs atomes légers en un atome plus lourd accompagnée d'un énorme dégagement d'énergie. La maîtrise de la fusion apporterait une indépendance énergétique totale et durable.
4. Il faut inciter fortement au développement des sources d'énergie renouvelables réparties :

- par la substitution des biocarburants liquides aux carburants routiers actuels ;
- par l'aide à l'implantation du parc éolien<sup>4</sup>. Actuellement dans le monde la production est de  $50 \cdot 10^3$  GWh. Le Danemark produisait en 2002 environ 21 % de sa consommation énergétique en éolien ;
- par la pratique de la cogénération, production à partir d'une chaudière d'énergie thermique dont une partie fait fonctionner une turbine à vapeur entraînant un alternateur. Cette technique, de conception nouvelle, garantit un meilleur rendement énergétique global et réduit considérablement les émissions de polluants ;
- par l'incitation à des recherches sur les générateurs utilisant la houle marine en développant des systèmes installés sur les côtes ou par des systèmes à flotteurs en surface ou immergés.

L'énergie est répartie sur la Terre. Il faut aller la chercher là où elle se trouve, même en modeste quantité et en faisant preuve d'imagination. Les petits ruissellements font de grandes rivières !

<sup>3</sup> Fission nucléaire : casser le noyau d'uranium 235 ou de plutonium en plusieurs fragments. Cette réaction maîtrisée a lieu actuellement dans les centrales nucléaires.

<sup>4</sup> Journal officiel du 22 juin 2001. Rachat obligatoire par EDF du kWh éolien à 0,55 franc pendant 5 ans puis dégressif pendant 10 ans pour les sites bien ventés tandis que le tarif reste stable pendant 15 ans pour les autres sites. Après la 16<sup>e</sup> année, 0,29 franc soit 0,04 euro/kWh.





# Machines synchrones

Jusque dans les années 1950-1960, les machines synchrones étaient essentiellement utilisées pour la production d'énergie électrique à partir de l'énergie mécanique en provenance de sources diverses, sous la forme d'alternateurs travaillant dans une gamme de puissance allant de quelques watts jusqu'à quelques centaines de mégawatts.

La propriété intrinsèque de ces machines d'avoir une vitesse directement et mathématiquement liée à la fréquence d'alimentation était aussi mise à profit dans des fonctionnements en moteur pour des applications nécessitant un fonctionnement à vitesse rigoureusement constante.

Les moteurs synchrones pouvant produire de l'énergie réactive par surexcitation, ils étaient également mis à contribution en tant que compensateurs synchrones pour corriger le facteur de puissance de certaines installations, faisant ainsi concurrence aux batteries de capacités.

Par rapport à la machine asynchrone qui était alors considérée comme le moteur industriel le plus standard, la machine synchrone n'occupait donc que des créneaux bien particuliers.

À partir des années 1950-1960, deux évolutions technologiques, initiées depuis quelques années, allaient effectivement s'appliquer dans le domaine des machines électriques et modifier progressivement et inéluctablement cette classification.

La première évolution concernait le développement des semi-conducteurs de puissance qui autorisait la mise au point de convertisseurs statiques permettant d'alimenter les machines à fréquence variable quelle que soit la nature et les caractéristiques de la source de puissance électrique.

Ce type d'alimentation par électronique allait permettre de reproduire avec les machines synchrones les caractéristiques quasi idéales des machines à commutation par balais-collecteur sans avoir les inconvénients et les limitations de cette commutation mécanique. Pour cela, il suffisait de commander le convertisseur statique à partir de capteurs de position du rotor de manière à assurer en permanence la rotation synchrone du rotor et du champ de l'induit. Ce principe, qualifié d'autopilote, allait conduire à la mise au point de dispositifs industriels d'entraînement à vitesse variable, dans une gamme de puissance allant de quelques dizaines de kW à la centaine de MW, pour la ventilation, le pompage ou la compression de fluides, la traction ferroviaire (TGV Atlantique), etc.

Grâce à la possibilité de réglage du facteur de puissance, offerte par la machine synchrone, le convertisseur est alors relativement simple puisque constitué de thyristors dont le blocage est assuré directement par les tensions de la machine. Cette simplicité relative, jointe à une grande fiabilité de fonctionnement, a permis à ces entraînements d'être les premiers ensembles convertisseurs-machines à se répandre industriellement dans le domaine des fortes puissances.

La seconde évolution était relative à l'apparition sur le marché d'aimants permanents performants capables de résister à la désaimantation des champs de réaction d'induit présents dans les machines électriques et possédant des inductions rémanentes suffisantes.

L'excitation des machines synchrones par ces aimants permanents offrait bien sûr l'avantage immédiat d'améliorer leur rendement en supprimant les pertes Joule au rotor, mais elle permettait surtout de remettre en cause la structure même des machines synchrones. En effet, on pouvait envisager de disposer les aimants dans l'inducteur de différentes manières, chacune de ces dispositions conférant à la machine des propriétés particulières. Il était ainsi possible de rechercher l'adéquation optimale entre la machine et l'application envisagée.

Grâce à cette variabilité et en association avec les possibilités offertes par l'électronique de puissance et de contrôle, les machines synchrones à aimants permanents et alimentation électronique se sont rapidement disséminées à travers de très nombreuses applications : informatique et péri-informatique (lecteurs de disques durs et de disquettes, imprimantes), productique et robotique (servomoteurs), aéronautique, traction électrique, etc. Elles ont commencé et devraient poursuivre la conquête d'autres applications à grande diffusion comme l'électroménager et l'équipement automobile.

Dans ces diverses applications, la machine est également autopilotée et de plus alimentée en courant au moyen d'un onduleur de tension. Ce type d'alimentation permet, sans autre artifice, un contrôle direct du couple ce qui constitue un avantage supplémentaire de ces machines synchrones à aimants permanents notamment par rapport aux machines asynchrones. Ce contrôle conduit à d'excellentes performances dynamiques, indispensables pour une implantation dans les boucles d'asservissement par exemple.

Ce trop bref panorama montre la diversité d'intervention des machines synchrones dans des domaines de plus en plus nombreux et variés.

Aujourd'hui, un jeune ingénieur en génie électrique a de fortes chances d'être un jour confronté à un problème relatif à ce type de machine même s'il ne travaille pas directement chez un constructeur de machines électriques. Il est donc important, au niveau de l'enseignement de l'électrotechnique, de connaître les éléments permettant de comprendre et de maîtriser le fonctionnement des machines synchrones.

Michel Lajoie-Mazenc  
Directeur de recherche émérite au CNRS  
LEEI-ENSEEIH/INPT

# Principes de fonctionnement à vide

## Objectifs

- Concevoir dans ses principes une machine synchrone polyphasée.
- Représenter une machine polyphasée multipolaire par une machine bipolaire équivalente.
- Utiliser en triphasé les avantages des axes de lectures simultanées des scalaires temporels.
- Caractériser les champs fixes, pulsants et tournants.

## Vocabulaire

Axes de lectures simultanées

Bobines tripositionnées, polypositionnées

Champs d'induction magnétiques radiaux d'entrefer

Champs d'induction magnétiques fixes, pulsants, tournants

Force électromotrice à vide

Machine synchrone bipolaire polyphasée

Machine synchrone multipolaire polyphasée

Machine bipolaire équivalente

Répartition spatiale sinusoïdale de l'induction

Représentation vectorielle de Fresnel

Scalaire instantané

Scalaires temporels triphasés

Vecteur champ maximal

Vecteurs temporels

Vecteurs temporels pulsants

Vecteurs temporels pulsants polyphasés

Vecteurs temporels pulsants polyphasés polypositionnés

Ce chapitre envisage, à difficulté croissante, la conception d'une machine synchrone polyphasée multipolaire et finalement sa représentation par une machine bipolaire équivalente. Par l'emploi de la représentation vectorielle, la lecture simultanée des scalaires temporels triphasés permet de déterminer la somme de vecteurs temporels pulsants. Par ailleurs, la caractérisation vectorielle des champs d'induction magnétiques radiaux d'entrefer, fixes, pulsants et tournants montre qu'une représentation par le seul vecteur champ maximal est possible.

## 6.1 PRINCIPES

Considérons un aimant permanent bipolaire tournant dans le sens direct à la vitesse angulaire  $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$  radians/s quelconque et une bobine fixe dans l'espace non fermée sur elle-même (figure 6.1).

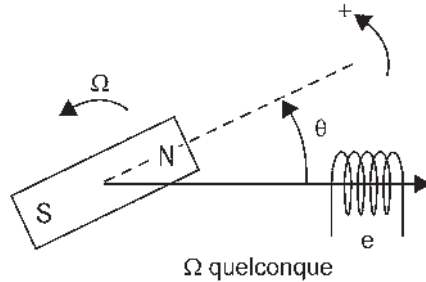


Figure 6.1

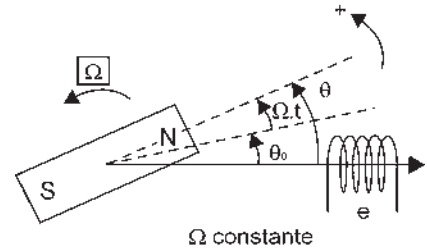


Figure 6.2

L'aimant produit un champ magnétique variable  $B$  à travers la bobine.

Le flux total  $\varphi_t$  reçu par le bobinage étant variable dans le temps, d'après la loi de Lenz, une force électromotrice « à vide »<sup>1</sup>  $e = -\frac{d\varphi_t}{dt}$  prend naissance aux bornes de la bobine ouverte (Delezenne, 1830).

Si  $\Omega$  est constante (figure 6.2) alors l'angle  $\theta$  s'écrit  $\theta = \theta_0 + \Omega t$ ,  $\theta_0$  étant la position repérée de la roue polaire à  $t = 0$ . Le flux devient alors périodique ainsi que la f.é.m.  $e$ .

La fréquence de rotation de la roue polaire  $N$ , en tours/s, appelée à tort par les mécaniciens « vitesse de rotation » et exprimée en tours/minute s'écrit :

$$\frac{\Omega}{2\pi} = N \text{ tr/s} = \frac{N \text{ tr/min}}{60}$$

La fréquence du phénomène électrique est la fréquence du phénomène mécanique :  $f_{\text{hertz}} = N \text{ tr/s}$ . En conséquence, la pulsation du phénomène électrique  $\omega = 2\pi f$ , est égale à la vitesse angulaire de rotation  $\Omega$ .

L'induction étant de nature vectorielle, caractériser l'aimant par son seul vecteur induction maximale  $B_m$  dans l'axe des pôles revient à faire implicitement l'hypothèse de la répartition spatiale sinusoïdale de l'induction :  $B_n = B_m \cos \theta$ .

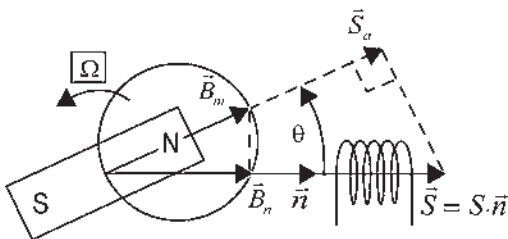


Figure 6.3

L'hypothèse de la répartition spatiale sinusoïdale de l'induction est l'hypothèse indispensable pour l'étude de toutes les machines électriques tournantes.

L'hypothèse est réaliste puisque le but recherché est la f.é.m sinusoïdale. La décomposition en série de Fourier d'une f.é.m périodique prouve que seule la f.é.m sinusoïdale n'engendrera pas de pertes dues principalement aux harmoniques.

<sup>1</sup> Une génératrice à vide ne débite pas. Un moteur à vide n'a pas de charge sur l'arbre.

Avec cette hypothèse, le lieu de l'extrémité du vecteur induction dans toutes les directions est un cercle de diamètre  $B_m$  (figure 6.3).

Le flux total instantané reçu par une spire à l'instant  $t$  s'écrit alors :

$$\varphi_t = \vec{B}_m \cdot \vec{S} = B_m S \cos(\vec{B}_m \cdot \vec{n}) = S(B_m \cos \theta) = S B_n = (S \cos \theta) B_m = S_a B_m$$

L'hypothèse est indispensable, car exprimer  $\varphi_t$  à partir de cette hypothèse rend possible le calcul de la f.é.m :  $e = -\frac{d\varphi_t}{dt}$ .

Si  $\Omega = \text{cste}$  et si l'induction est à répartition spatiale sinusoïdale dans l'espace, la f.é.m instantanée  $e$ , comme  $\varphi_t$ , est sinusoïdale dans le temps et de pulsation  $\omega$ .

En vue de construire une machine industrielle, il y a lieu de favoriser au maximum le flux d'induction à l'endroit des fils actifs. Là où circule le flux, seront utilisés des matériaux ferromagnétiques aussi perméables que possible pour avoir une induction  $B$  importante à partir d'un champ d'excitation  $H$  minimal. L'emploi des matériaux ferromagnétiques permet de concentrer le flux et d'augmenter l'induction dans les machines.

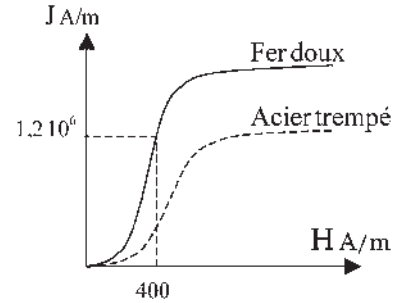


Figure 6.4

**Avantages des matériaux ferromagnétiques** (voir chapitre 2). Les substances ferromagnétiques (fer, nickel, cobalt, fontes, aciers) se distinguent parce que l'aimantation  $\vec{J}$  qu'elles acquièrent n'est pas proportionnelle au champ magnétique d'excitation  $\vec{H}$  qui la produit (figure 6.4).

L'induction magnétique  $\vec{B}$  vaut :  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$  avec  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  perméabilité du vide et peut s'écrire  $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ . Pour l'air  $\mu_r = 1$  tandis que pour les matériaux ferromagnétiques la perméabilité relative n'est pas constante et vaut de l'ordre de  $\mu_{r \text{ ferro}} \approx 10^3$  à  $10^4$ . Dans les machines usuelles  $B \approx 1,5$  T.

L'entrefer, étant vorace d'ampères-tours, devra être le plus petit possible, de l'ordre de 5/10 de mm pour des machines de puissance de 10 à 100 kW.

**Inconvénients des matériaux ferromagnétiques.** Les matériaux ferromagnétiques sont à l'origine des pertes par hystérésis et courants de Foucault<sup>2</sup> à cause des champs pulsants et tournants. En conséquence, pour minimiser ces pertes, on choisira les matériaux par leurs caractéristiques  $B(H)$  et on les divisera parallèlement au champ d'excitation  $\vec{H}$ . Cette dernière opération s'appelle le feuillage.

## 6.2 MACHINE SYNCHRONNE BIPOLAIRE MONOPHASÉE

En pratique, la bobine installée au stator (partie fixe de la machine) sera formée de plusieurs spires logées dans les encoches. On pourra prendre les encoches diamétrales pour obtenir la surface maximale (figure 6.5).

Le flux  $\varphi_t = B_m S \cos \theta$  est reçu par une spire qui produit la f.e.m. :

$$e = -\frac{d\varphi_t}{dt} = -B_m S \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \frac{d\theta}{dt} = B_m S \Omega \sin(\theta) = B_m S \Omega \sin(\theta_0 + \Omega t)$$

<sup>2</sup> Voir « Pour en savoir plus : courants de Foucault » en fin du chapitre 20.

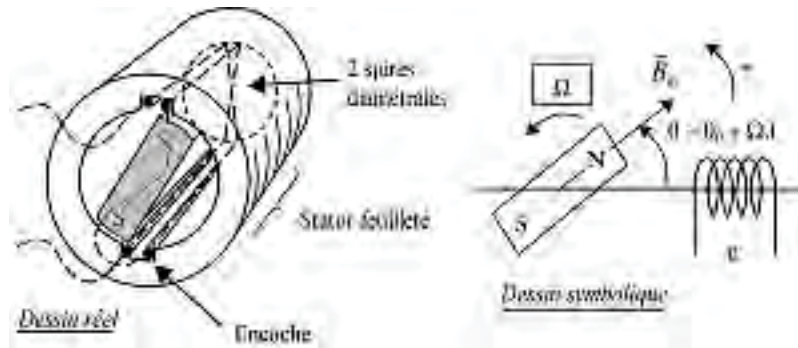


Figure 6.5

On réalise un enroulement « massé » si la bobine est formée de plusieurs spires de même axe et situées dans les mêmes encoches. Avec  $n$  fils actifs, situés dans les encoches, on pourra former  $\frac{n}{2}$  spires.

Dans un enroulement massé, les f.é.m. des différentes spires étant identiques, on a :

$$e = \frac{n}{2} B_m S \Omega \sin(\theta_0 + \Omega t) = \frac{n}{2} \phi_m \Omega \sin(\theta_0 + \Omega t)$$

avec  $\phi_m = B_m S$  flux maximal par spire.

La f.é.m. obtenue est sinusoïdale de pulsation  $\omega$  égale à la vitesse angulaire de rotation de la roue polaire  $\Omega$  et de fréquence  $f_{\text{Hertz}}$ .

Rappelons que :

$$f \text{ Hz} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = N \text{ tours/s} = \frac{N \text{ tours/min}}{60} = \frac{\Omega}{2\pi}$$

$$e = n\pi f \phi_m \sin(\theta_0 + \omega t) = \phi_{am} \omega \sin(\theta_0 + \omega t)$$

avec  $\phi_{am} = \frac{n}{2} \phi_m$ , le flux apparent maximal par bobine de phase.

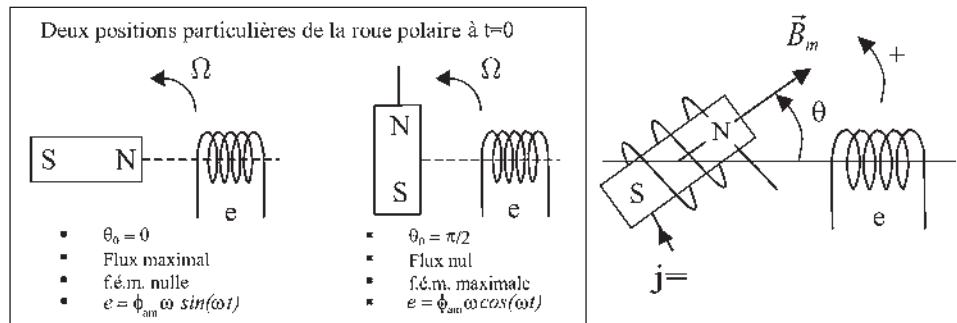


Figure 6.6

Si la roue polaire est un électroaimant excité par un courant continu  $j$  (figure 6.6) et si l'on admet l'hypothèse de la répartition spatiale sinusoïdale de l'induction, le flux reçu par la bobine du stator peut s'écrire :  $\phi_r = M j \cos \theta$  où  $M$  est la mutuelle inductance entre les deux bobinages lorsqu'ils sont en « phase géométrique », c'est-à-dire de même axe.

$$\phi_{am} \omega \sin(\theta_0 + \omega t) = e = M \omega j \sin(\theta_0 + \omega t) \quad M \cdot j = \phi_{am} = \frac{n}{2} \phi_m = \frac{n}{2} B_m S = S_{am} B_m$$

$S_{am}$  est la surface apparente maximale de l'enroulement massé formé de  $n/2$  spires.

### 6.3 MACHINE SYNCHRONES BIPOLAIRE POLYPHASÉE

La bobine stator peut être considérée comme un observateur, un capteur, rendant compte par sa f.é.m. du déplacement du rotor magnétique et de sa position.

Plaçons sur le stator une seconde bobine, tout à fait identique à la première, mais dont l'axe soit décalé d'un angle  $\zeta$  (figure 6.7).

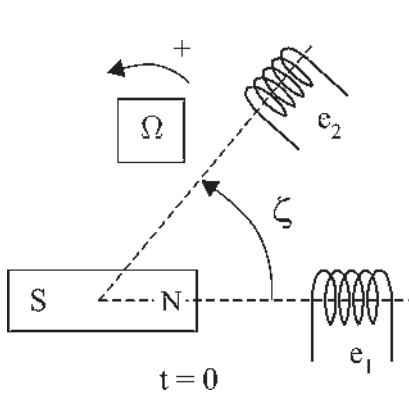


Figure 6.7

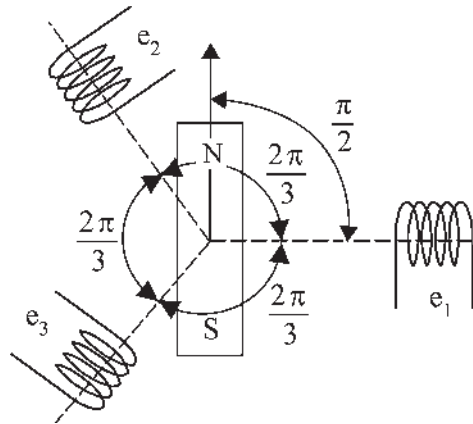


Figure 6.8

Les « observations », donc les f.é.m. instantanées  $e_1$  et  $e_2$ , seront exactement les mêmes, mais à des instants différents. Les f.é.m. sont déphasées entre elles de  $\zeta$ .

Si  $e_1 = M \omega j \sin(\omega t + \theta_0)$  avec  $\theta_0 = 0$  pour la bobine 1

alors  $e_2 = M \omega j \sin(\omega t + \theta_0)$  avec  $\theta_0 = -\zeta$  pour la bobine 2

On peut installer (s'il y a de la place) autant d'observateurs que l'on veut sur le stator. Tous verront la même chose, mais jamais au même instant.

Si l'on place trois observateurs équidistants (figure 6.8),  $\zeta = \frac{2\pi}{3}$ , on parlera de bobines tripositionnées<sup>3</sup> et on obtiendra un système de f.é.m. triphasées équilibrées.

$$\begin{aligned} e_1 &= M \omega j \cos \omega t \\ e_2 &= M \omega j \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e_3 &= M \omega j \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned}$$

On peut ainsi obtenir du triphasé, du tétraphasé, de l'hexaphasé... à volonté.

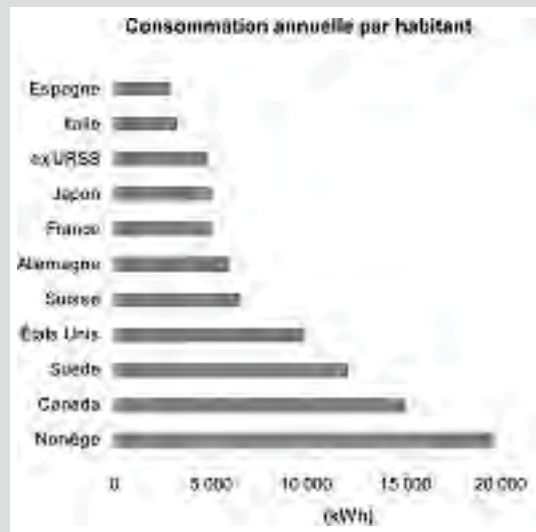
<sup>3</sup> Appelons bobines tripositionnées trois bobines d'axes décalés régulièrement de  $2\pi/3$ .



## Vous avez dit électrotechnique ?

### Civilisation électrique

L'électricité est un indicateur de développement économique et de bien-être. Dans la vie quotidienne, dans tous les rouages de l'économie, dans tous les secteurs industriels, l'électricité est partout... et on en parle jamais sauf le jour où elle est absente... alors on ne peut plus rien faire !



**Remarque :** la puissance d'une machine triphasée sera trois fois la puissance d'une de ses phases d'enroulements.

## 6.4 MACHINE SYNCHRONNE MULTIPOLAIRE

Considérons maintenant une roue polaire à  $2p$  pôles, quatre sur la figure 6.9, en rotation devant une bobine stator. Si la vitesse angulaire de rotation  $\Omega$  rad/s est constante, alors  $\frac{\Omega}{2\pi} = N$  tours/s est la fréquence de rotation (appelée vitesse).

### Machine tétrapolaire

$2.p = 4$  pôles

$p = 2$  paires de pôles

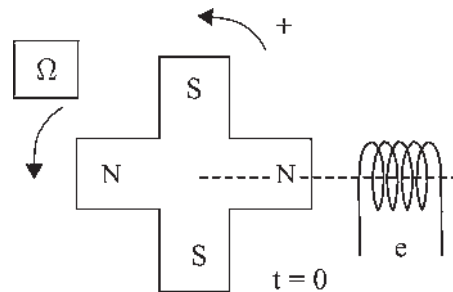


Figure 6.9

L'observateur stator voit passer  $p$  paires de pôles par tour du

rotor. La f.é.m.  $e = -\frac{d\phi_r}{dt}$  aux bornes de la bobine est toujours sinusoïdale, mais de fréquence  $f_{\text{hertz}} = p \cdot N_{\text{tours/s}}$  donc de pulsation  $\omega = 2\pi f = 2\pi p N = p\Omega$ .

## 6.5 MACHINE SYNCHRONNE BIPOLAIRE ÉQUIVALENTE

Par définition et en se référant à un rotor bipolaire, un angle électrique de  $2\pi$  sépare deux pôles nord successifs (figure 6.10). Dans une machine multipolaire :

$$\text{angle } \theta_{\text{électrique}} = p \cdot \text{angle } \theta_{\text{mécanique}}$$

Pour une machine bipolaire,  $p = 1$ , l'angle électrique est le même que l'angle mécanique.

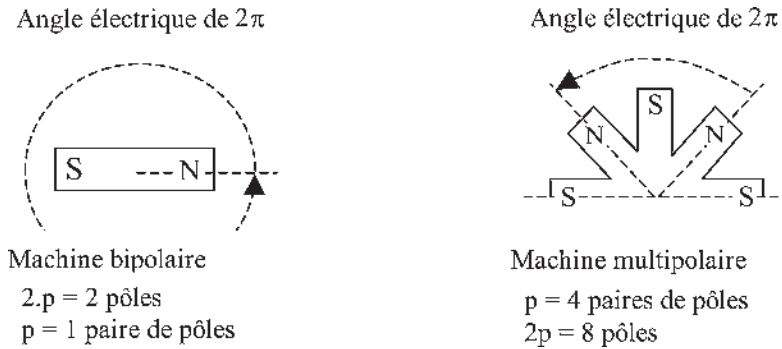


Figure 6.10

Dans tout alternateur, le déphasage entre les f.é.m. induites dans deux conducteurs est égal à l'angle électrique qui les sépare.

$\Omega$  rad/s étant la vitesse angulaire réelle de rotation,  $\omega = p\Omega$  rad/s est appelée vitesse angulaire « électrique » de rotation. La vitesse angulaire électrique de rotation vaut en France  $\omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314$  rad/s. La fréquence « électrique » est  $f_{\text{hertz}} = p \cdot N_{\text{tours/s}}$  = 50 Hz.

$\omega$  est la vitesse angulaire réelle de défilement du champ magnétique, ce qui signifie que l'observateur stator ne distingue pas s'il a devant lui un rotor à  $2p$  pôles tournant à  $\Omega$  rad/s ou un rotor bipolaire tournant à  $\omega = p\Omega$  rad/s.

De façon plus générale, avec  $\theta$ , on doit toujours considérer les grandeurs électriques (figure 6.11) :

- la longueur électrique le long de l'entrefer  $Rd\theta_{\text{élec}} = p \cdot Rd\theta_{\text{méca}}$
- la surface électrique des spires  $lRd\theta_{\text{élec}} = p \cdot lRd\theta_{\text{méca}}$
- la vitesse angulaire électrique  $\frac{d\theta_{\text{élec}}}{dt} = \omega = p \cdot \Omega$
- la vitesse tangentielle électrique  $R \frac{d\theta_{\text{élec}}}{dt} = R\omega = p \cdot R\Omega$
- de même dans la loi de Faraday,  $e = \vec{B}(\vec{dl} \wedge \vec{v})$ , appliquée aux brins actifs des bobines du stator, parallèles à l'axe de rotation, on prendra l'induction à « répartition spatiale électrique sinusoïdale »  $B = B_m \cos \theta_{\text{élec}}$ , et la vitesse tangentielle électrique relative  $v = R\omega$ .

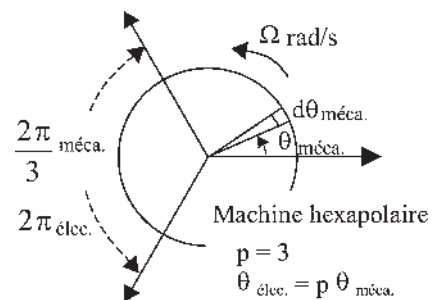


Figure 6.11

On pourra toujours pour le calcul des f.é.m. remplacer une paire de pôles d'une machine réelle à  $2p$  pôles tournant à  $\Omega$  rad/s par une machine bipolaire équivalente tournant à  $\omega$  rad/s, de même rayon  $R$  et disposant du même nombre de fils qu'une paire de pôles de la multipolaire.

## Exercice d'application

Donner pour chaque machine A, B, C la valeur de l'angle mécanique correspondant à un angle de  $2\pi$  électrique, puis définir la machine (exemple machine bipolaire monophasée).

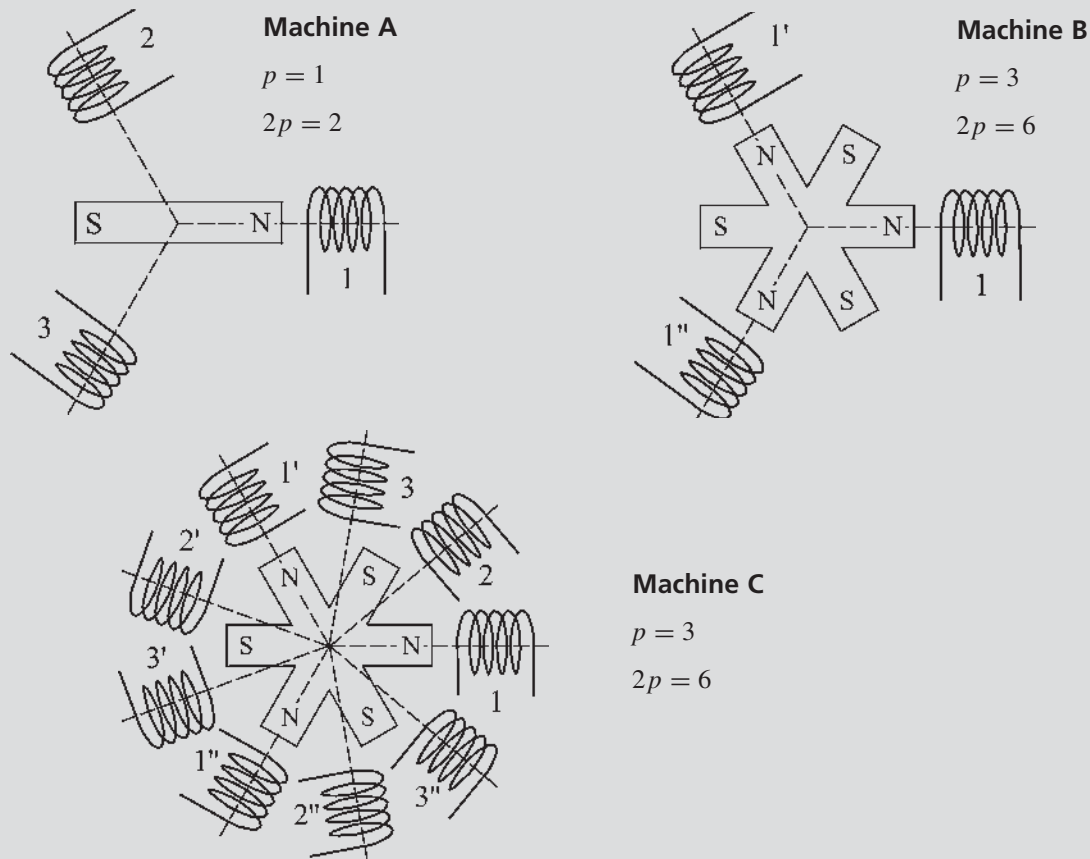


Figure 6.12

### Solution :

A :  $2\pi$  ; machine bipolaire triphasée

B :  $\frac{2\pi}{3}$  ; machine hexapolaire monophasée

C :  $\frac{2\pi}{3}$  ; machine hexapolaire triphasée.

Les bobines portant le même numéro, par exemple 1, 1', 1'' voient les mêmes phénomènes en même temps. Elles pourront être connectées en série ou en parallèle. Les bobines 1, 2 et 3 sont triphasées.

## 6.6 REPRÉSENTATION VECTORIELLE DE FRESNEL D'UN SCALAIRE SINUSOÏDAL

### 6.6.1 Représentation des scalaires instantanés

La f.é.m. aux bornes d'une phase d'enroulement  $e_1 = M\omega j \cos(\omega t)$  est un scalaire sinusoïdal de pulsation  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ . Selon le choix arbitraire de la position de la roue polaire à  $t = 0$ , cette f.é.m. peut avoir une phase quelconque.

Toute grandeur temporelle sinusoïdale de pulsation  $\omega$  peut être représentée dans le plan complexe par la projection orthogonale instantanée sur un axe d'un « vecteur temporel » tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  rad/s dans le sens direct.

Ce « vecteur temporel » n'est pas un « vecteur spatial » comme l'induction  $\vec{B}$  mais c'est un véritable vecteur au sens mathématique.  $\vec{E}_1$ , vecteur temporel d'amplitude  $M\omega j$ , est positionné sur  $\Re$  à  $t = 0$  et tourne dans le sens direct à  $\omega$  rad/s (figure 6.13). L'expression de ce vecteur tournant est :

$$\vec{E}_1 = M\omega j (\cos \omega t + j \sin \omega t) = M\omega j e^{j\omega t}$$

et sa projection instantanée sur l'axe  $\Re$  est :

$$e_1 = M\omega j \cos(\omega t)$$

De même, une f.é.m.  $e_2$  déphasée de  $\frac{\pi}{2}$  AR par rapport à  $e_1$ , d'expression :

$$e_2 = M\omega j \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = M\omega j \sin(\omega t)$$

est la projection sur l'axe  $\Re$  de  $\vec{E}_2$ , vecteur temporel déphasé de  $\frac{\pi}{2}$  AR par rapport à  $\vec{E}_1$ .

### Le saviez-vous ?

« Si tout le monde vivait comme les Américains, il nous faudrait trois planètes Terre pour maintenir ce niveau de consommation. » Peter Raven, spécialiste environnement.

En comparant la Chine et les États-Unis :

	Chine	États-Unis
Surface en km <sup>2</sup>	9 598.10 <sup>3</sup>	9 629.10 <sup>3</sup>
Population	1 289.10 <sup>6</sup>	292.10 <sup>6</sup>
Émission CO <sub>2</sub> /pers/an	2,5 t	19,8 t
Cons. énergie/pers/an	0,88 tep	7,96 tep
Cons. eau/pers/an	439.10 <sup>3</sup> L	1 834.10 <sup>3</sup> L

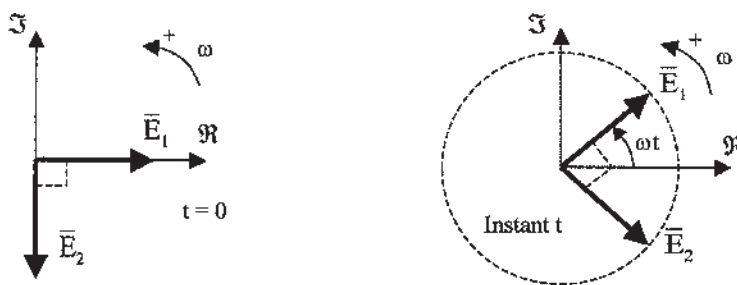


Figure 6.13

**Axes de lectures simultanées.** Il est beaucoup plus avantageux de ne garder qu'un seul vecteur  $\bar{E}_1$  qui projeté sur les deux axes  $\Re$  et  $\Im$  donne directement  $e_1$  et  $e_2$ .  $\Re$  et  $\Im$  sont des « axes de lectures simultanées » de scalaires temporels diphasés. La notion d'axes de lectures simultanées de scalaires temporels peut être généralisée aux systèmes polyphasés.

Pour une machine synchrone triphasée, la représentation des scalaires,

$$e_1 = M\omega j \cos(\omega t)$$

$$e_2 = M\omega j \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_3 = M\omega j \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

peut se faire :

- soit en projetant  $\bar{E}_1$ ,  $\bar{E}_2$  et  $\bar{E}_3$  sur l'axe de lecture  $\Re$  (figure 6.14) ;
- soit en projetant  $\bar{E}$  sur les axes 1, 2 et 3 de lectures simultanées de scalaires temporels triphasés (figure 6.15).

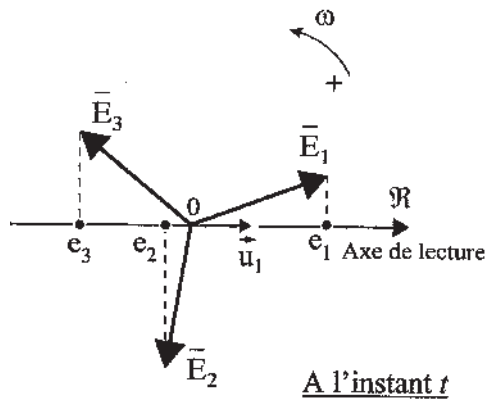


Figure 6.14

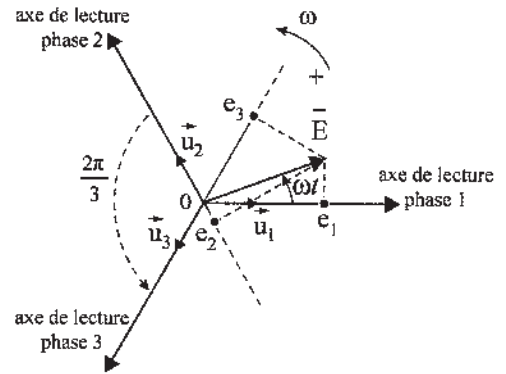


Figure 6.15

## 6.6.2 Sommes de vecteurs temporels

### a) Somme de vecteurs temporels tournants

Sur la figure 6.14, avec l'unique axe de lecture  $\Re$ , on peut exprimer les vecteurs temporels tournants, puisque ce sont de vrais vecteurs, par :

$$\bar{E}_1 = \bar{u}_1 E \sqrt{2} e^{j\omega t}$$

$$\bar{E}_2 = \bar{u}_1 E \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\bar{E}_3 = \bar{u}_1 E \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\frac{4\pi}{3}} \quad \text{avec : } \boxed{\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0}$$

Les scalaires étant les projections orthogonales des vecteurs correspondants sur l'unique axe de lecture  $\mathfrak{R}$ , ils s'écrivent :

$$e_1 = E\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$e_2 = E\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$e_3 = E\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \quad \text{avec : } \boxed{e_1 + e_2 + e_3 = 0}$$

On retrouve les résultats bien connus d'un système triphasé équilibré.

**b) Somme de vecteurs temporels pulsants**

Sur la figure 6.15 qui utilise les axes de lecture simultanée 1, 2, 3, seul apparaît le vecteur :  $\vec{E} = \vec{u}_1 E\sqrt{2}e^{j\omega t}$ .

Les scalaires temporels étant les projections orthogonales du vecteur  $\vec{E}$  sur les axes de lecture 1, 2, 3, ils s'écrivent toujours :

$$e_1 = E\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$e_2 = E\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$e_3 = E\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \quad \text{avec : } \boxed{e_1 + e_2 + e_3 = 0}$$

mais si l'on appelle :  $\vec{E}_1 = \vec{u}_1 e_1, \vec{E}_2 = \vec{u}_2 e_2$  et  $\vec{E}_3 = \vec{u}_3 e_3$

les vecteurs projections instantanées du vecteur  $\vec{E}$  sur les trois axes, alors la somme de ces trois vecteurs temporels pulsants <sup>4</sup> est :

$$\boxed{\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{3}{2}\vec{E}}$$

**c) Généralisation**

Cette propriété mise en évidence par les axes de lectures simultanées se généralise à tous les scalaires triphasés. Les scalaires instantanés :

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3} \right)$$

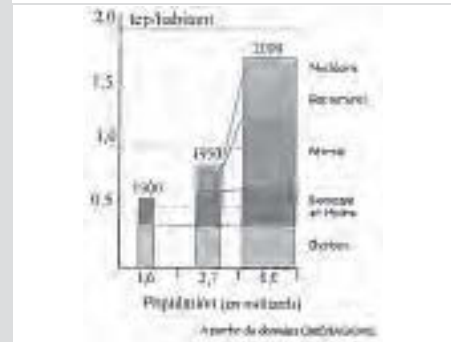
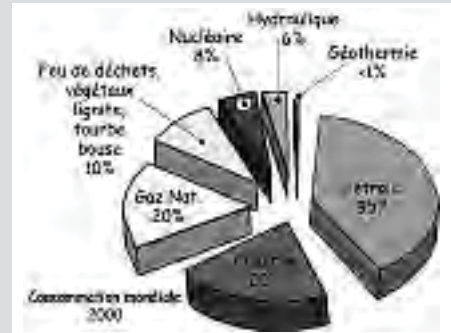
<sup>4</sup> Appelons vecteur pulsant un vecteur de direction fixe et d'amplitude sinusoïdale dans le temps.

**Le saviez-vous ?**

**Les besoins mondiaux en énergie en milliards de tonnes équivalent pétrole (Gtep)**

En un siècle, la consommation d'énergie a été multipliée par 13<sup>(a)</sup> :

- Pétrole	3,78
- Charbon	2,19
- Gaz naturel	2,19
- Hydraulique	0,59
- Feu de bois, déchets végétaux, lignite, tourbe, bouse...	1,17
- Nucléaire	0,87
- Géométrie	0,03
<b>Total en 2000</b>	<b>= 10,82 Gtep</b>



(a) :  $13 \times 0,52 \times 1,6 = 10,8 = 1,8 \times 6$

étant les projections orthogonales instantanées du vecteur temporel  $\vec{T}$  sur les axes de lectures simultanées 1, 2, 3 avec :

$$\vec{T} = \vec{u}_1 I \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\varphi}$$

Le système étant équilibré, on a :  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ .

Si l'on appelle  $\vec{I}_1 = \vec{u}_1 i_1$  le vecteur alternatif de direction fixe  $\vec{u}_1$  et d'amplitude  $i_1$ , alors la somme des trois vecteurs pulsants est (figure 6.16) :

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{u}_1 i_1 + \vec{u}_2 i_2 + \vec{u}_3 i_3$$

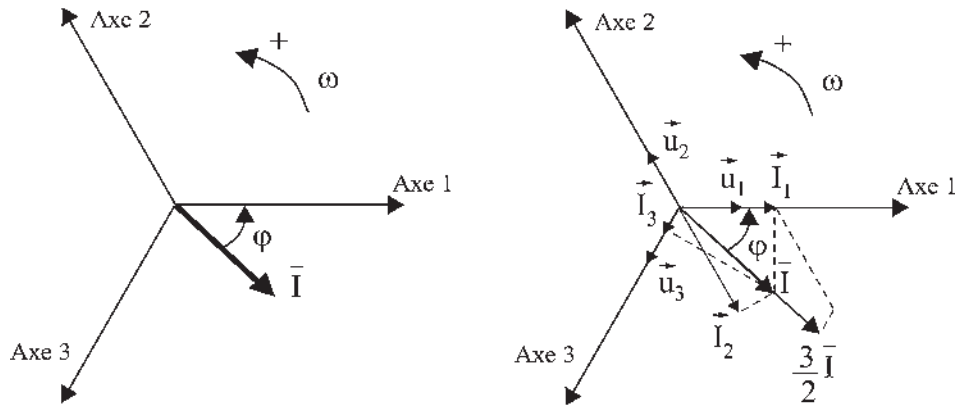


Figure 6.16

En exprimant les courants scalaires sous forme eulérienne :

$$i_1 = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) = I \sqrt{2} \frac{e^{j\omega t} e^{-j\varphi} + e^{-j\omega t} e^{+j\varphi}}{2}$$

avec :

$$\vec{u}_2 = \vec{u}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}} \text{ et } \vec{u}_3 = \vec{u}_1 e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

on trouve :

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \frac{3}{2} \vec{u}_1 I \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\varphi} = \frac{3}{2} \vec{u}_1 \vec{T} = \frac{3}{2} \vec{T}$$

qui représente le vecteur tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ , portée par  $\vec{T}$ , référencé par rapport à  $\vec{u}_1$  et d'expression  $\frac{3}{2} \vec{T}$ .

$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \frac{3}{2} \vec{T}$
---

Le coefficient  $\frac{3}{2}$  est celui qui apparaît dans le théorème de Ferraris en triphasé.

### d) Conclusion

La somme de vecteurs temporels pulsant polyphasés et polypositionnés<sup>5</sup> est :

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 \dots + \vec{I}_m = \frac{m}{2} \vec{I}$$

$m$  étant le nombre de phases.

$\vec{I}_1 = \vec{u}_1 i_1$   $\vec{I}_2 = \vec{u}_2 i_2$   $\vec{I}_3 = \vec{u}_3 i_3 \dots$   $\vec{I}_m = \vec{u}_m i_m$  étant les vecteurs pulsants,  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3 \dots \vec{u}_m$  étant les vecteurs unitaires des axes de lecture régulièrement décalés entre eux de  $\frac{2\pi}{m}$ , et  $i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$ ,  $i_2 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{m}\right) \dots$  les courants équilibrés, projections orthogonales instantanées sur ces mêmes axes de lectures du vecteur temporel  $\vec{I} = \vec{u}_1 I\sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\varphi}$ .

#### Remarques :

- Ces expressions sont utilisables exprimées aussi bien en amplitudes efficaces qu'en amplitudes maximales.
- À l'instant  $t = 0$ , les vecteurs fixes caractérisés par leurs coordonnées polaires  $\vec{I} = \vec{u}_1 I\sqrt{2} e^{-j\varphi}$  et  $\vec{I} = \vec{u}_1 I e^{-j\varphi}$  sont les vecteurs de Fresnel en amplitude complexe et en amplitude efficace complexe.
- Avec les vecteurs temporels seuls les scalaires, comme  $e, v, i, \varphi \dots$  projections instantanées sur les axes de lecture, ont un sens physique.

### 6.6.3 Champs pulsants et champs tournants

Trois bobines tripositionnées et parcourues par des courants triphasés donnent trois champs pulsants :

$$\vec{B}_1 = \vec{u}_1 B \cos \omega t \quad \vec{B}_2 = \vec{u}_2 B \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \vec{B}_3 = \vec{u}_3 B \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Ces champs pulsants sont à la fois « spatiaux » et « temporels ».

Avec les vecteurs spatiaux-temporels, les vecteurs pulsants, projections instantanées sur les axes de lecture d'une part, et la sommation vectorielle des vecteurs pulsants dans l'espace d'autre part, ont un sens physique. Cette double réalité physique est confirmée par le théorème de Ferraris.

$\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$  sont les projections orthogonales instantanées du vecteur temporel tournant  $\vec{B} = \vec{u}_1 e^{j\omega t} B$  sur les axes de lectures simultanées 1, 2 et 3 (figure 6.17).

La composition de ces trois champs pulsants donne au point O un champ tournant unique :

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \vec{u}_1 \frac{3}{2} B e^{j\omega t} = \frac{3}{2} \vec{B} = \vec{B}_t.$$

<sup>5</sup> Appelés polypositionnées (vecteurs bobines) la généralisation du tripositionné défini à la note 3.



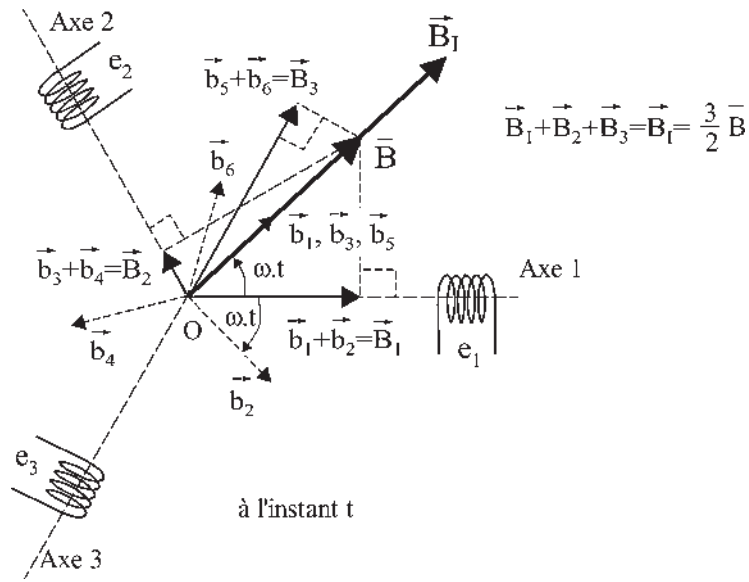


Figure 6.17

En appliquant le théorème de Leblanc aux bobines 1, 2, 3, chaque champ pulsant donne deux champs tournants en sens inverse :

$$\vec{B}_1 = \vec{u}_1 B \cos \omega t = \vec{u}_1 B \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} = \vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{j\omega t} + \vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{-j\omega t} = \vec{b}_1 + \vec{b}_2$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_2 &= \vec{u}_2 B \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) = \vec{u}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}} B \frac{e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}}{2} \\ &= \vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{j\omega t} + \vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{-j\omega t} e^{j\frac{4\pi}{3}} = \vec{b}_3 + \vec{b}_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_3 &= \vec{u}_3 B \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = \vec{u}_1 e^{j\frac{4\pi}{3}} B \frac{e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{4\pi}{3})}}{2} \\ &= \vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{j\omega t} + \vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{-j\omega t} e^{j\frac{8\pi}{3}} = \vec{b}_5 + \vec{b}_6 \end{aligned}$$

$$\text{En définitive, puisque : } \vec{b}_2 + \vec{b}_4 + \vec{b}_6 = \vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{-j\omega t} \left( 1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{8\pi}{3}} \right) = 0$$

$$\text{alors : } \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 + \vec{b}_3 + \vec{b}_4 + \vec{b}_5 + \vec{b}_6 = \sum_{i=1}^6 \vec{b}_i = \vec{u}_1 \frac{3}{2} B e^{j\omega t} = \frac{3}{2} \vec{B} = \vec{B}_I$$

Pour les champs d'induction, on emploie de préférence les amplitudes maximales.

Deux champs tournants en sens inverse donnent un champ pulsant. Des champs pulsants polyphasés et polypositionnés donnent un champ tournant unique.

## 6.7 CARACTÉRISATION DES CHAMPS MAGNÉTIQUES RADIAUX D'ENTREFER

Le théorème de Leblanc montrant qu'en un point un champ pulsant monophasé se décompose en deux champs tournants en sens inverse, et le théorème de Ferraris, montrant que la composition de trois champs pulsants triphasés et tripositionnés donne un champ tournant unique, s'appliquent aux machines en considérant le champ dans l'entrefer.

Pour les machines à rotor cylindrique, l'induction est obligatoirement radiale en passant d'un milieu ferromagnétique  $\mu \approx 10^4$ , à l'air  $\mu = 1$ . On peut conserver l'hypothèse de la répartition spatiale sinusoïdale en considérant la machine bipolaire équivalente et les grandeurs « électriques »  $\theta_{\text{elec}} = p \cdot \theta_{\text{méca}}$ .

On caractérise généralement les champs radiaux par leurs expressions analytiques. Nous préférons les expressions vectorielles dans le plan complexe.

### 6.7.1 Champs fixes

Un champ fixe est un champ magnétique radial dans l'entrefer, à répartition spatiale sinusoïdale, produit par un courant continu qui parcourt une bobine diamétrale électrique du rotor maintenu à l'arrêt.

Au point M, le champ a une valeur donnée :  $\vec{b} = \vec{u}_M B_m \cos p\theta$ .

Le long de l'entrefer, pour  $\theta$  quelconque :  $\vec{b} = \vec{u} e^{jp\theta} B_m \cos p\theta$ .

Dans l'entrefer, le champ est à répartition spatiale sinusoïdale (figure 6.18).

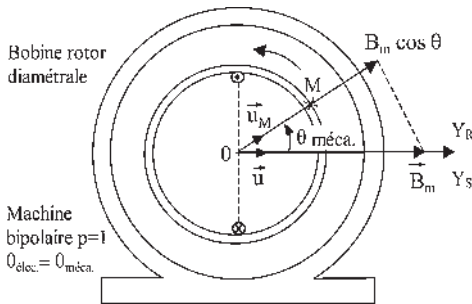


Figure 6.18

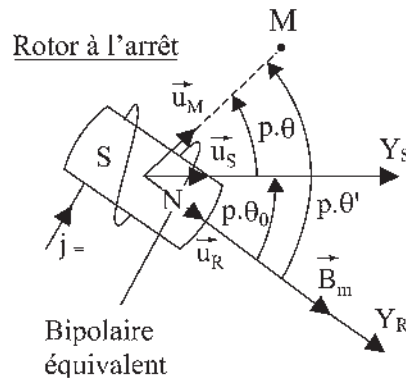


Figure 6.19

Si les repères stator et rotor ne sont pas confondus (figure 6.19), le champ radial dans l'entrefer peut s'écrire :

$$\vec{b} = \vec{u}_R e^{jp\theta'} B_m \cos p\theta' = \vec{u}_S e^{jp\theta} B_m \cos p\theta'$$

$$\vec{b} = \vec{u}_S e^{jp\theta} B_m \cos p(\theta + \theta_0)$$

L'observateur stator ou rotor voit un champ fixe, radial en tous points de l'entrefer,  $\vec{u}_M = \vec{u}_R e^{jp\theta'} = \vec{u}_S e^{jp\theta}$ , à répartition spatiale sinusoïdale autour de l'axe du rotor  $Y_R$ . Au point M, le champ est caractérisé par une fonction sinusoïdale de l'espace :  $\vec{b} = \vec{u}_M B_m \cos p(\theta + \theta_0) = \vec{u}_M B_m \cos p\theta'$ .

### 6.7.2 Champs pulsants

Un champ pulsant est un champ magnétique radial d'entrefer, à répartition spatiale sinusoïdale, produit par un courant alternatif  $i = I\sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1)$  parcourant une bobine diamétrale électrique du rotor maintenu à l'arrêt.

Sur la figure 6.19, en un point quelconque le long de l'entrefer, avec les angles électriques, le champ s'écrit :

$$\begin{aligned}\vec{b} &= \vec{u}_M B_m \cos p\theta' \cos(\omega_s t - \varphi_1) \\ \vec{b} &= \vec{u}_R e^{jp\theta'} B_m \cos p\theta' \cos(\omega_s t - \varphi_1) \\ \vec{b} &= \vec{u}_S e^{jp\theta} B_m \cos p(\theta + \theta_0) \cos(\omega_s t - \varphi_1)\end{aligned}$$

Les observateurs stator et rotor voient un champ radial en tout point et à tout moment, à répartition spatiale sinusoïdale autour de l'axe du rotor  $Y_R$ .

En un point M quelconque  $\theta = \text{cste}$ , le champ est pulsant, alternatif de direction fixe, d'amplitude maximale  $B_m \cos p(\theta + \theta_0)$ , caractérisé par un produit de fonctions sinusoïdales de l'espace et du temps :

$$\vec{b} = \vec{u}_M B_m \cos p(\theta + \theta_0) \cos(\omega_s t - \varphi_1)$$

### 6.7.3 Champs tournants

Un champ tournant est un champ magnétique radial d'entrefer, à répartition spatiale sinusoïdale, produit par un courant continu parcourant une bobine diamétrale électrique du rotor et entraînée en rotation à une vitesse angulaire constante  $\Omega$  rad/s.

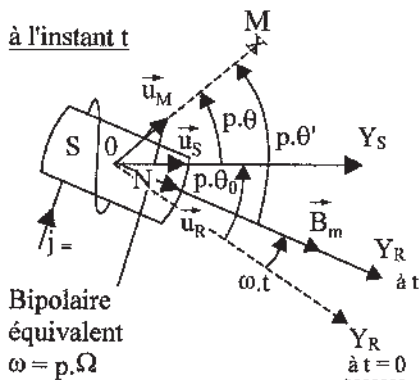


Figure 6.20

$$\vec{b} = \vec{u}_R e^{jp\theta'} B_m \cos p\theta'$$

L'observateur rotor voit un champ radial, fixe par rapport au rotor et à répartition spatiale sinusoïdale autour de  $Y_R$  (figure 6.20).

$$p\theta' = -\omega t + p\theta_0 + p\theta$$

L'observateur stator voit au point M ( $\theta = \text{cste}$ ) un champ radial pulsant, alternatif de direction fixe  $\vec{OM}$ , d'amplitude maximale  $B_m$ , caractérisé par une fonction sinusoïdale d'une fonction linéaire de l'espace et du temps.

$$\vec{b} = \vec{u}_M B_m \cos p\theta' = \vec{u}_M B_m \cos(p\theta + p\theta_0 - \omega t)$$

$$\vec{b} = \vec{u}_R e^{jp\theta'} B_m \cos p\theta' = \vec{u}_S e^{-jp\theta_0} e^{j\omega t} e^{jp\theta'} B_m \cos p\theta' = \vec{u}_S e^{jp\theta} B_m \cos p\theta'$$

L'observateur stator voit aussi le rotor en rotation à vitesse angulaire  $\omega$ .  
 $\vec{u}_R = \vec{u}_S e^{-jp\theta_0} e^{j\omega t}$ , entraînant l'ensemble de son champ fixe radial, à répartition spatiale sinusoïdale  $\vec{u}_R e^{jp\theta'} B_m \cos p\theta'$ .

## 6.8 ÉCRITURE DES THÉORÈMES FONDAMENTAUX APPLIQUÉS AUX CHAMPS RADIAUX D'ENTREFER

### 6.8.1 Théorème de Leblanc

Appliqué au champ radial pulsant monophasé d'entrefer d'une machine bipolaire pour laquelle  $\theta_0 = 0$  et  $\varphi_1 = 0$ , le théorème de Leblanc conduit au point M à une décomposition en deux champs d'entrefer radiaux tournants en sens inverse :

$$\vec{b} = \vec{u}_M B_m \cos(\omega_s t) \cos \theta = \vec{u}_M \frac{B_m}{2} [\cos(\omega_s t + \theta) + \cos(\omega_s t - \theta)]$$

Dans une machine multipolaire monophasée à  $2p$  pôles, chacun des  $p$  champs radiaux pulsants se décompose en deux champs radiaux tournants en sens inverse.

### 6.8.2 Théorème de Ferraris

Appliqué à deux champs pulsants d'entrefer, orthogonaux et diphasés,  $\vec{b}_1$  et  $\vec{b}_2$  d'une machine multipolaire à  $2p$  pôles avec  $\theta_0 = 0$  et  $\varphi_1 = 0$ , le théorème de Ferraris conduit au point M (figure 6.21) à :

$$\begin{aligned} \vec{b}_1 &= \vec{u}_1 e^{jp\theta} B_m \cos \omega_s t \cos p\theta \\ \vec{b}_2 &= \vec{u}_2 e^{j(-\frac{\pi}{2} + p\theta)} B_m \cos \left( \omega_s t - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( -\frac{\pi}{2} + p\theta \right) \quad \text{avec : } \vec{u}_2 = \vec{u}_1 e^{j\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

Sachant que :  $\vec{b} = \vec{b}_1 + \vec{b}_2$  (champs radiaux)

alors :  $\vec{b} = \vec{u}_1 e^{jp\theta} B_m [\cos \omega_s t \cos p\theta + \sin \omega_s t \sin p\theta] = \vec{u}_1 e^{jp\theta} B_m \cos(\omega_s t - p\theta)$ ,  
 expression qui caractérise un champ radial tournant direct.

Dans une machine multipolaire polyphasée à  $2p$  pôles, il y a  $p$  champs radiaux tournants directs donnant  $2p$  pôles régulièrement espacés.

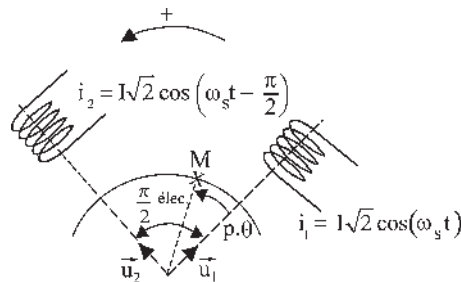


Figure 6.21

## 6.9 CARACTÉRISATION DU CHAMP RADIAL D'ENTREFER PAR LE CHAMP MAXIMAL

Les expressions des champs radiaux sont valables pour toutes valeurs de  $\theta$  ou de  $\theta'$ . En prenant  $p\theta' = 0$  on ne s'intéresse qu'au seul vecteur induction maximale.

$$\text{Champ fixe : } \vec{B} = \vec{u}_R B_m = \vec{u}_S e^{-jp\theta_0} B_m \quad (\text{figure 6.19})$$

$$\text{Champ pulsant : } \vec{B} = \vec{u}_R B_m \cos(\omega_s t - \varphi_1) = \vec{u}_S e^{-jp\theta_0} B_m \cos(\omega_s t - \varphi_1)$$

$$\text{Champ tournant : } \vec{B} = \vec{u}_R B_m = \vec{u}_S e^{-jp\theta_0} e^{j\omega t} B_m \quad (\text{figure 6.20})$$

Ce sont les expressions des champs en un point.

On pourra donc pour l'étude des machines caractériser le champ radial d'entrefer par le seul champ maximal.

## 6.10 CRÉATION DES CHAMPS RADIAUX D'ENTREFER

Un champ radial fixe d'entrefer peut être créé par une bobine fixe, statorique ou rotorique, parcourue par un courant continu.

Un champ radial pulsant d'entrefer peut être créé par une bobine fixe, statorique ou rotorique, parcourue par un courant sinusoïdal.

Un champ radial tournant d'entrefer peut être créé par un rotor en rotation excité par un courant continu ou par au moins deux bobines statoriques polypositionnées, parcourues par des courants polyphasés équilibrés.

# Pour en savoir plus...

## LA PROTECTION CONTRE LES DANGERS DE L'ÉLECTRICITÉ

Le nombre annuel d'accidents mortels par électrocution dans les installations industrielles, bien que très modeste par rapport au nombre total des accidents du travail, n'en est pas moins inacceptable. La plupart pourraient être évités par la mise en œuvre de mesures simples de sécurité relevant de l'information, de la prévention et de la surveillance des installations. Le grand danger est la négligence.

### L'électrocution

À partir de 25 mA, il y a danger mortel par suite de téτανisation des muscles. Intensité et temps de passage sont les facteurs principaux, mais en général l'évaluation du danger se fait par la tension, ce qui revient à faire intervenir la résistance  $R_h$  du corps humain. Elle est très variable : 2 000  $\Omega$  dans des conditions normales de travail donnant la première limite de 50 V.  $R_h$  peut descendre à 1 000  $\Omega$  pour des postes très humides, donnant la seconde limite à 24 V.  $R_h$  peut descendre encore plus bas si le corps est immergé, tout ou partie. Dans ce dernier cas, ne jamais se servir d'un appareil électrique qui pourrait accidentellement tomber dans l'eau.

### Mesures préventives de sécurité

Trois mesures concernent directement l'installateur :

- éviter le contact avec les matériaux sous tension par inaccessibilité, isolation ou équipotentialité ;
- coupure automatique du courant en cas de défaut pour agir sur la durée ;
- avoir une installation conforme, mais il existe trois décrets ou arrêtés de 1927, de 1962 et de 1973 toujours applicables. Toute installation « conforme » en basse tension doit être considérée comme équivalente du point de vue de la sécurité.

### Installations basse tension

Elles concernent les installations pour des tensions alternatives de 50 à 430 V.

Dans tout appareil électrique, on doit distinguer :

- les parties sous tension qui sont normalement isolées. Seuls les captages, balais, collecteurs et bagues sont accessibles ;
- le neutre du réseau, en polyphasé, qui est de potentiel variable s'il est isolé. Dans le fonctionnement, seule la différence de potentiel est imposée ;
- la masse formée par la carcasse de protection, directement accessible, et liée à toutes les parties ferromagnétiques constituant la machine.

### Arrêté de 1927 et décret du 4 août 1935 (neutre isolé, masse à la terre)

Le cas des installations à neutre isolé requiert une précision. On pourrait croire que l'isolement du circuit BT étant parfait, aucun courant ne peut se refermer par la terre et qu'il n'y a donc aucun danger. En réalité, tout circuit est en liaison avec la terre par l'intermédiaire d'isolateurs, de capacités ou d'inductances réparties par le fait que les fils, par leurs installations, côtoient des montants métalliques de bâtiments.

En cas de défaut unique, il n'y a pas de gros danger immédiat, car l'impédance de fuites réparties est faible,

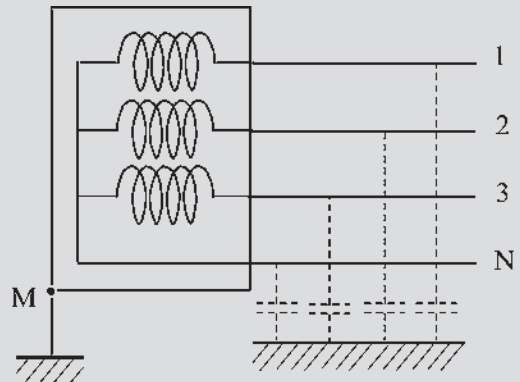


Figure 6.22

mais par contre, au second défaut, même éloigné sur la ligne, le courant prend une valeur élevée et se referme par l'intermédiaire des deux terres.

### Circulaire de 1963 (neutre isolé, masse à la terre)

L'arrêté de 1927 a été complété par la circulaire du 7 mai 1963 faisant ressortir que la seule mise à la terre des masses n'était plus considérée comme une protection suffisante. Lorsque le neutre d'une installation n'est pas mis directement à la terre, le contrôle permanent de l'installation par un dispositif signalant automatiquement l'existence d'un défaut d'isolement est obligatoire. Il y a donc nécessité de mesurer le courant de défaut et de contrôler sa valeur pour intervention réparatrice. En cas d'apparition d'un deuxième défaut sur un des conducteurs de la ligne, la coupure du circuit doit être immédiate.

Actuellement la norme NF C 15-100 précise l'exécution et l'entretien des installations de première catégorie.

Le neutre peut être isolé ou relié à la terre à travers une impédance  $Z$ . La masse est mise directement à la terre. Les prises de terre peuvent être distinctes ou confondues. La mesure et la surveillance du courant de défaut permettent d'intervenir à la première anomalie.

Le cas du neutre relié à la terre par une impédance  $Z$  permet de limiter le courant lors du premier défaut. Le contrôle de l'augmentation du courant de fuite permet d'identifier l'incident. L'apparition d'un deuxième défaut nécessite la coupure.

Les disjoncteurs différentiels normalisés assurent la coupure dans un temps inférieur à 0,1 pour tout courant de

défaut supérieur au seuil de fonctionnement (norme NF C 62-402).

### Décret du 14 novembre 1962 (neutre à la terre, masse à la terre)

Le neutre est relié directement à la terre.

La masse est reliée directement et séparément à la terre (norme NF C 15-100).

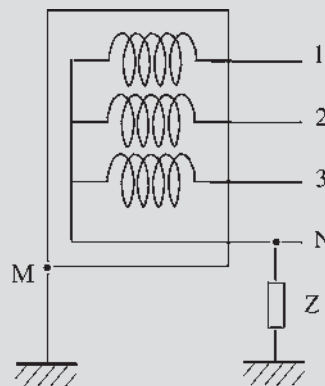


Figure 6.24

C'est le cas de toutes les installations publiques de distribution BT en France et de la plupart des installations existantes alimentées par des postes de transformations HT/BT privés, le point neutre BT étant directement lié à la terre.

### Arrêté de 1973 (neutre à la terre, masse au neutre)

Le neutre est relié directement à la terre.

La masse est reliée directement au neutre.

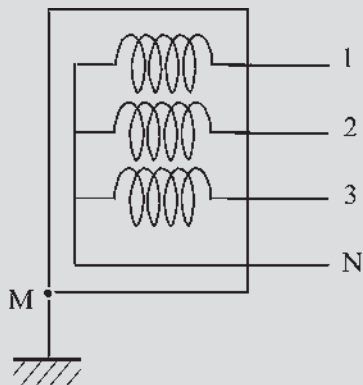


Figure 6.23

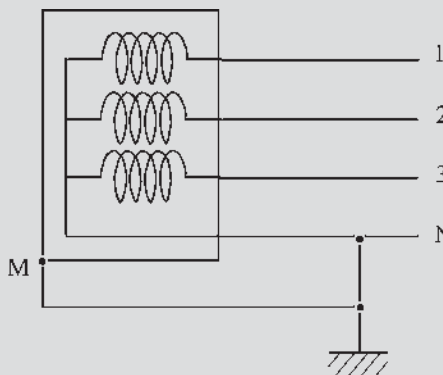


Figure 6.25

## Codes de liaison à la terre

La première lettre indique la situation du neutre, la seconde celle de la masse.

IT appelée « neutre isolé » : neutre isolé, masse à la terre.

TT appelée « neutre à la terre » : neutre à la terre, masse à la terre.

TN appelée « mise au neutre » : neutre à la terre, masse au neutre.

Une machine fixée au sol n'est pas considérée comme mise à la terre. Une prise de terre normalisée est indispensable.

## Conclusions

Il n'existe pas une solution universelle. Chaque mode d'exploitation a un domaine d'utilisation propre. Dans toute entreprise, un examen attentif précédera le choix et le spécialiste électricien que vous êtes sera directement concerné.

La persistance du premier défaut est toujours due à la négligence. Le premier défaut peut provenir d'un contact entre phase et masse dans une machine. Il doit être détecté par le contrôle du courant de fuite. Le premier défaut peut provenir d'un câble défectueux, seule une surveillance visuelle aurait pu le détecter.

Si le second défaut ne met pas en cause un être humain, la coupure du circuit est immédiate, mais le drame est inévitable s'il met en cause une personne.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### *Hypothèse de la répartition spatiale sinusoïdale*

C'est l'hypothèse réaliste indispensable pour l'étude de toutes les machines tournantes. Les constructeurs s'attachent à se rapprocher au mieux de cette répartition pour obtenir des f.é.m. sinusoïdales.

### *F.é.m. aux bornes d'une bobine*

La f.é.m. aux bornes d'une spire est déterminée par la relation  $e = -\frac{d\varphi_t}{dt}$  où  $\varphi_t$  représente le flux total instantané reçu par la spire. La valeur maximale de  $e$  est conditionnée par le produit  $\omega\varphi_{t \max}$ .

### *Conception du triphasé, du polyphasé*

Un aimant générant un champ d'induction à répartition spatiale sinusoïdale et tournant régulièrement devant une bobine, crée une f.é.m. sinusoïdale monophasée.

$m$  bobines placées régulièrement autour de l'aimant sont le siège de f.é.m.  $m$ -phasées.

### *Vitesse mécanique et vitesse angulaire électrique*

La pulsation électrique de la f.é.m. d'une machine synchrone multipolaire dépend de la vitesse de rotation mécanique de la machine et du nombre de paires de pôles,  $\omega = p\Omega$ .

### *Machine bipolaire équivalente*

Quelle que soit la machine multipolaire étudiée, on aura intérêt à se ramener à une machine bipolaire équivalente.

### *Représentation vectorielle*

Toute grandeur temporelle sinusoïdale de pulsation  $\omega$  peut être représentée dans le plan complexe par la projection instantanée sur un axe d'un vecteur tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  rad/s.



**Axes de lectures simultanées**

Ces axes de lectures, tripositionnés, permettent à partir d'un seul vecteur tournant de lire instantanément tous les scalaires triphasés.

**Somme de trois vecteurs temporels : tournants – pulsants (cas du triphasé)**

La somme de trois vecteurs tournants triphasés est nulle. La somme de trois vecteurs pulsants triphasés et tripositionnés d'amplitude  $E$  est un vecteur tournant d'amplitude  $\frac{3}{2}E$ .

**Champ magnétique radial d'entrefer**

Pour l'étude des machines, on caractérise le champ radial d'entrefer par le seul champ maximal défini pour  $\theta = 0$ .

**FICHE MÉMO**

**Vitesse angulaire**

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} \text{ radians/s et } \theta = \theta_0 + \omega t$$

$$\frac{\Omega}{2\pi} = N \text{ tr/s} = \frac{N \text{ tr/min}}{60}$$

**Force électromotrice**

$$e = -\frac{d\varphi_t}{dt} \text{ où : } \varphi_t = \vec{B}_m \cdot \vec{S} \text{ et } B_n = B_m \cos \theta$$

on a  $e_{\max} = \phi_{am}\omega$ ,  $\phi_{am} = B_m S_{am} = Mj$  flux apparent maximal.

**Des f.é.m. triphasées s'écrivent**

$$e_1 = e\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

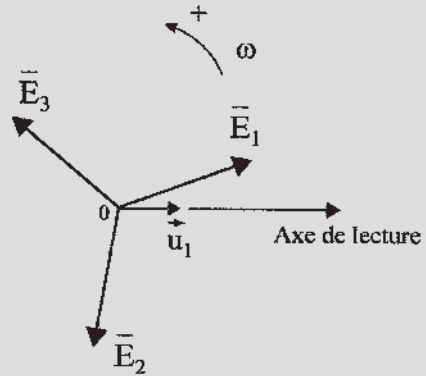
$$e_2 = e\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad e_3 = e\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

**Fréquence, vitesse, angles électrique et mécanique**

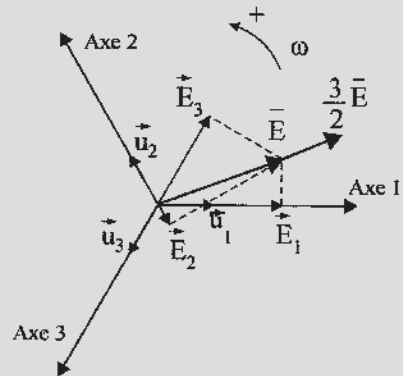
$$f_{\text{herzt}} = p \cdot N_{\text{tours/s}} \quad \omega = 2\pi f = 2\pi p N = p\Omega$$

$$\text{angle } \theta_{\text{élec.}} = p \cdot \text{angle } \theta_{\text{méca.}}$$

**Somme de vecteurs**



Vecteurs tournants  
 $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$



Vecteurs pulsants  
 $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{3}{2}\vec{E}$

Figure 6.26

**Expression des champs magnétiques radiaux**

Champ fixe :  $\vec{b} = \vec{u}_s e^{jp\theta} B_m \cos(p\theta + p\theta_0)$

Champ pulsant :

$$\vec{b} = \vec{u}_s e^{jp\theta} B_m \cos(p\theta + p\theta_0) \cos(\omega_s t - \varphi_1)$$

Champ tournant :  $\vec{b} = \vec{u}_s e^{jp\theta} B_m \cos(-\omega t + p\theta + p\theta_0)$

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 6.1 Pourriez-vous donner spontanément les expressions « intéressantes » de la f.é.m. maximale apparaissant aux bornes d'une machine synchrone bipolaire ? Dites pourquoi vous les trouvez intéressantes.
- 6.2 Une machine synchrone hexapolaire a pour f.é.m. aux bornes de la phase 1,  $e_1 = \phi_{am} \omega \sin(\omega t)$ . Donnez les f.é.m. aux bornes des autres phases.
- 6.3 Une machine synchrone hexapolaire triphasée tourne à la vitesse  $N = 1\,000$  tr/min. Quelle est sa vitesse angulaire électrique ?
- 6.4 Dans une machine synchrone tétrapolaire triphasée, deux fils actifs sont séparés par un angle réel mécanique de  $\frac{\pi}{2}$  radians. Quel angle électrique les sépare ?
- 6.5 Peut-on envisager une machine synchrone tripolaire hexaphasée ?
- 6.6 Pour un système triphasé équilibré  $e_1 + e_2 + e_3 = 0$ . Sur la figure 6.14, on a  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$ . Sur la figure 6.15, pourquoi obtient-on  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{3}{2}\vec{E}$  ?
- 6.7 Quels avantages apportent l'utilisation des axes de lectures simultanées, sur la figure 6.17, dans la représentation d'une machine bipolaire triphasée ?
- 6.8 En un point M de l'entrefer le champ radial est  $\vec{b} = \vec{u}_m B_m \cos p(\theta + \theta_0) \cos(\omega_s t - \varphi_1)$ . Le champ est-il fixe, pulsant ou tournant ? Pourquoi ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 6.1 Dans une centrale électrique de haute chute des Pyrénées, une turbine Pelton a une « vitesse » de rotation de 1 000 tr/min. Elle entraîne une machine synchrone multipolaire fournissant du 50 Hz au réseau EDF.
- Déterminer le nombre de paires de pôles  $p$  de cette machine.
  - La machine étant triphasée, à  $t = 0$  la bobine 1 stator reçoit un flux maximal. Dessiner le rotor de cette machine et placer les bobinages triphasés statoriques.
  - Déterminer la valeur de l'angle mécanique existant entre deux bobines successives.
- 6.2 Donner avec les notations de la figure 6.20 les trois expressions vectorielles du champ tournant par rapport à  $\vec{u}_M$ ,  $\vec{u}_S$  et  $\vec{u}_R$ . En déduire la nature :
- du champ radial observé au point M ;
  - du champ radial global d'entrefer pour un observateur rotorique ;
  - du champ radial global d'entrefer pour un observateur statorique.
- 6.3 Soit une machine synchrone triphasée hexapolaire dont le rotor tourne à la vitesse angulaire constante  $\Omega$  rad/s. Le bobinage statorique est constitué par des bobines comprenant  $n/2$  spires massées, chacune de surface  $S$ . À  $t = 0$ , le rotor de la machine est placé comme indiqué sur la figure 6.12c et délivre un champ magnétique d'induction d'amplitude maximale par pôle égal à  $B_m$ . On considère une répartition spatiale sinusoidale de l'induction.
- Déterminer l'expression de l'angle mécanique instantané  $\theta_{\text{méca}}(t)$  de la rotation du rotor en fonction de  $\Omega$ .
  - Après avoir déterminé le nombre de pôles et de paires de pôles, retrouver l'expression qui lie les angles  $\theta_{\text{méca}}$  et  $\theta_{\text{elec}}$ .
  - Déterminer l'expression instantanée du flux par spire  $\varphi_1(t)$  à travers la bobine 1. À partir de la détermination de  $\theta'_{\text{méca}}$ , donner l'expression des flux  $\varphi_2$  et  $\varphi_3$  dans les bobines 2 et 3.
  - Déterminer l'expression de la f.é.m. instantanée  $e_1(t)$ , et en déduire les expressions des f.é.m. instantanées  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$ .
  - Déterminer la valeur des angles mécaniques  $\theta'_{\text{méca}}$ ,  $\theta''_{\text{méca}}$  et en déduire l'expression des f.é.m.  $e'_1(t)$ ,  $e'_2(t)$ ,  $e'_3(t)$ ,  $e''_1(t)$ ,  $e''_2(t)$ ,  $e''_3(t)$ .



# Structure et technologie

## Objectifs

---

- Connaître la technologie des enroulements des machines synchrones.
- Discerner les variables permettant d'assurer la tension, le débit, la puissance électromagnétique d'une machine lors d'un projet.
- Comprendre les améliorations pour obtenir une f.é.m. quasi sinusoïdale.
- Déterminer les forces magnétomotrices à partir des bobinages.

## Vocabulaire

---

Calage. Frettage  
Enroulements répartis  
Enroulements massés

Épanouissement polaire  
Cornes polaires  
Harmoniques de denture  
Pas dentaire

Pôles lisses, pôles saillants  
Puissance massique

---

Ce chapitre technologique approche la construction même des machines synchrones : enroulements, f.é.m. obtenues, réglages possibles, fréquences normalisées. Un paragraphe détaille modestement un calcul de machine en vue de la construction à partir d'un cahier des charges. Le chapitre se termine par des vues de centrales électriques et de machines synchrones, des représentations d'enroulements rotoriques et statoriques ainsi que des forces magnétomotrices obtenues dans l'entrefer.

## 7.1 ENROULEMENTS RÉPARTIS

En s'appuyant sur l'hypothèse de la répartition spatiale sinusoïdale de l'induction, on a établi au chapitre 6.2 que la f.é.m. aux bornes d'une bobine massée serait sinusoïdale. En prenant  $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ , on obtiendrait  $e = n\pi f\phi_m \cos(\omega t)$ . Cependant, tout n'est pas si simple et divers phénomènes vont modifier la forme de la f.é.m. désirée. Nous n'examinerons pour l'instant que la perturbation due à la présence de l'encoche contenant l'enroulement massé qui par une augmentation de l'entrefer amène localement des déformations de  $B$ , de  $\phi$  et de  $e$  (figure 7.1). La f.é.m., toujours périodique, n'est plus sinusoïdale. L'existence d'harmoniques entraîne des pertes dans la machine. Plus l'enroulement massé est important, plus la déformation est grande et plus les pertes sont importantes.

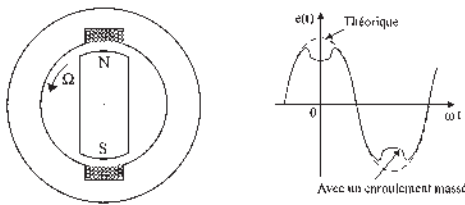


Figure 7.1

Très rapidement, « l'enroulement massé » a donc été abandonné au profit de « l'enroulement réparti ».

La bobine formant une des « phases » du stator sera toujours formée de plusieurs spires mises en série, mais elles seront décalées régulièrement.

Ces spires pourront être diamétrales pour avoir la surface maximale, mais elles seront situées dans des encoches différentes et plus petites.

### Exercice d'application

Possédant un stator à 24 encoches régulièrement réparties, proposer les bobinages possibles pour une machine bipolaire triphasée en ne plaçant pour cet exercice qu'un seul fil par encoche (figure 7.2).

On dispose de  $n_e = 8$  encoches par phase, soit  $m = n_e/2 = 4$  paires d'encoches par phase d'enroulement, pour placer des spires.

1<sup>e</sup> solution : par phase, 4 spires diamétrales ( $S = d.L$ ) dans les encoches

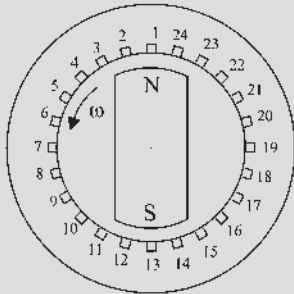
phase 1 :	1 - 13	2 - 14	3 - 15	4 - 16
phase 2 :	9 - 21	10 - 22	11 - 23	12 - 24
phase 3 :	17 - 5	18 - 6	19 - 7	20 - 8

2<sup>e</sup> solution : par phase, 4 spires diamétrales ( $S = d.L$ ) dans les encoches

phase 1 :	1 - 13	4 - 16	7 - 19	10 - 22
phase 2 :	9 - 21	12 - 24	15 - 3	18 - 6
phase 3 :	17 - 5	20 - 8	23 - 11	2 - 14

3<sup>e</sup> solution : par phase, 4 spires non diamétrales ( $S = r.L$ ) dans les encoches

phase 1 :	1 - 5	2 - 6	3 - 7	4 - 8
phase 2 :	9 - 13	10 - 14	11 - 15	12 - 16
phase 3 :	17 - 21	18 - 22	19 - 23	20 - 24



Encoches réparties

Figure 7.2

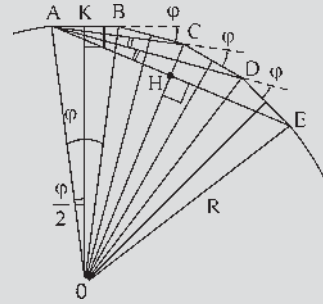


Figure 7.3

Calculons les f.é.m. en admettant que la f.é.m. de la première spire de la phase 1 soit maximale à  $t = 0$ .

1<sup>ère</sup> solution : le décalage électrique de deux spires successives est de  $\frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$

$e_{1-13} = \omega\phi_m \cos \omega t \Rightarrow \overline{AB}$  dans le plan de Fresnel (figure 7.3)

$e_{2-14} = \omega\phi_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{12} \right) \Rightarrow \overline{BC}$

$e_{3-15} = \omega\phi_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow \overline{CD}$

$e_{4-16} = \omega\phi_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow \overline{DE}$

$n = 8$  fils actifs par phase permettant  $\frac{n}{2}$  spires

$m$  : nombre de paires d'encoches par phase

$$m = 4 = \frac{n_e}{2} \quad \widehat{AOE} = m\varphi$$

$\varphi$  l'angle électrique de décalage de deux spires successives

$$\sin \widehat{HOE} = \sin \frac{m\varphi}{2} = \frac{HE}{R} = \frac{|E|}{R} \quad \sin \widehat{BOK} = \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{BK}{R} = \frac{|e|}{R}$$

$$\frac{|E|}{|e|} = \frac{\sin \frac{m\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \quad |e| = \omega\phi_m$$

**Remarque :** avec un seul fil par encoche  $n = n_e$ .

$n_e$  dépend de l'encoche du stator.  $n$  dépend du remplissage des encoches. En réalité,  $n$  sera différent de  $n_e$ . En conséquence, nous garderons  $n_e$  dans les écritures pour mieux faire apparaître par la suite le remplissage de l'encoche.

La f.é.m. aux bornes d'une phase étant  $E = AE$ ,  $AE$  est en retard sur  $AB$  de  $B\hat{A}E = (m-1)\frac{\varphi}{2}$ .

$$E = \omega\phi_m \frac{\sin \frac{m\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cos \left[ \omega t - (m-1)\frac{\varphi}{2} \right]$$

Les trois solutions donnent :

$$E_{1e} = 3,84\omega\phi_m \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{8} \right]$$

$$E_{2e} = 2,61\omega\phi_m \cos \left[ \omega t - \frac{3\pi}{8} \right]$$

$$E_{3e} = 3,84/2\omega\phi_m \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{8} \right] = 1,92\omega\phi_m \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{8} \right]$$

Par rapport à un enroulement massé de  $\frac{n}{2}$  spires où  $E = \phi_{am}\omega \cos \omega t$  avec  $\phi_{am} = \frac{n}{2}\phi_m = \frac{n}{2}SB_m = S_{am}B_m = M.j$ , la mise en série de  $\frac{n}{2} = \frac{n_e}{2}$  spires régulièrement réparties entraîne une diminution de la f.é.m. maximale due au décalage des spires.

**Remarque :** si l'on désire garder toujours l'écriture de  $E_{\max}$  sous la forme  $E_{\max} = S_{am}B_m\omega = \phi_{am}\omega = M.j.\omega$  alors, les expressions de  $S_{am}$ , de  $\phi_{am}$  et de  $M$  changent avec le type de bobinage.

$$E_{\max} = k \frac{n_e}{2} \omega \phi_m = \frac{\sin \frac{m\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \omega \phi_m = S_{am} B_m \omega \quad \text{alors}$$

$$S_{am} = k \frac{n_e}{2} S = S \frac{\sin \frac{m\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

$S_{am}$  étant la surface apparente maximale du bobinage de la phase quand  $B_m$  est perpendiculaire à la spire moyenne,

$$\phi_{am} = M.j = S_{am}.B_m = k \frac{n_e}{2} SB_m = k \frac{n_e}{2} \phi_m$$

## Conception du bobinage réparti

Dans une machine réelle, le nombre d'encoches et le nombre de fils actifs sont en général bien supérieurs à ceux de l'exemple choisi qui permet cependant une approche pédagogique intéressante.

On peut montrer, sur le stator à 24 encoches en réfléchissant sur la phase 1 :

- a) que le bobinage diamétral réparti à bobines décalées voisines, impaires/paires : 1-13 ; 2-14 ; 3-15 ; 4-16 donne la meilleure solution avec un coefficient de 3,84.

b) que le bobinage réparti à bobines concentriques : 1-16 ; 2-15 ; 3-14 ; 4-13 donne exactement le même résultat puisque

$$\begin{aligned} e_1 + e_{13} + e_2 + e_{14} + e_3 + e_{15} + e_4 + e_{16} \\ \equiv e_1 + e_{16} + e_2 + e_{15} + e_3 + e_{14} + e_4 + e_{13} \end{aligned}$$

c) que le bobinage réparti à bobines décalées, voisines, impaires/impaires : 1-13 ; 3-15 ; 5-17 ; 7-19 n'est pas envisageable pour la phase 1 car la phase 2 n'aurait que des fils pairs et la phase 3, avec des fils moitié pairs moitié impairs, ne serait pas semblable aux deux autres.

d) que le bobinage réparti à bobines décalées non voisines : 1-13 ; 4-16 ; 7-19 ; 10-22 n'est pas intéressant avec un coefficient de 2,61.

L'exemple précédent montre qu'il y a intérêt à prendre des spires diamétrales voisines. Toutefois à cause de la somme vectorielle, on aura intérêt à ne pas trop augmenter le nombre d'encoches par phase, la longueur des fils utilisés augmentant beaucoup plus vite que la f.é.m. obtenue. Un bon compromis consiste à prendre le tiers des encoches pour une phase.

## Conséquences

Dans un alternateur monophasé, toutes les encoches ne pourront être utilisées. Dans un alternateur triphasé, chaque phase pourra se satisfaire du tiers des encoches.

La puissance massique d'un alternateur triphasé sera supérieure à celle d'un alternateur monophasé, approximativement trois fois plus grande. Par contre, la puissance apparente sera elle, exactement trois fois plus grande.

La puissance d'une machine multipolaire à  $2p$  pôles sera  $p$  fois la puissance obtenue dans cette même machine avec une seule des paires de pôles mais elle sera de puissance sensiblement équivalente à celle d'une machine bipolaire installée dans le même stator.

## Exercice d'application

Montrons cette dernière proposition avec le stator précédent de 24 encoches qui peut permettre d'utiliser un rotor tétrapolaire  $2p=4$ ,  $p=2$  puisque le nombre d'encoches est divisible par 4 (2 fils par spire et 2 paires de pôles).

Calculons les f.é.m. obtenues dans deux machines synchrones, l'une bipolaire, l'autre tétrapolaire ayant le même stator à 24 encoches avec un fil par encoche (figure 7.4).



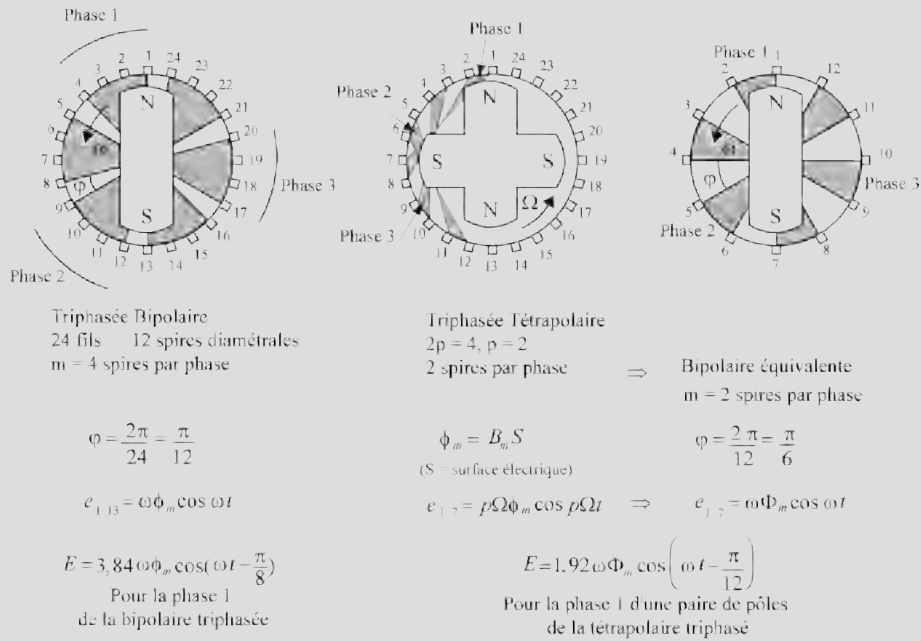


Figure 7.4

Les deux machines ont la même puissance apparente  $E \cdot I$  produit de la tension par le courant puisque pour la tétrapolaire les phases semblables peuvent être connectées en série (f.é.m. double) ou en parallèle (courant double).

## 7.2 FORCE ÉLECTROMOTRICE THÉORIQUE

Effectuons un calcul plus précis sur une machine multipolaire à  $2p$  pôles dont le rotor tourne à  $\Omega$  rad/s.

Soit A et B deux brins actifs de longueur  $L$  et positionnés par l'angle  $\theta$  à  $t = 0$  (figure 7.5).

La f.é.m. aux bornes des fils A et B est :

$e = (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}$  tournée vers nous, l'induction est radiale, à répartition spatiale sinusoïdale électrique et vaut :

$$\text{en A } b_A = B_m \cos [p(\Omega t + \theta)] = B_m \cos [\omega t + p\theta]$$

$$\text{en B } b_B = B_m \cos [p(\Omega t - \theta)] = B_m \cos [\omega t - p\theta]$$

La vitesse électrique de défilement du champ est  $v = Rp\Omega = R\omega$

$$e_A = LR\omega B_m \cos [\omega t + p\theta]$$

$$e_B = LR\omega B_m \cos [\omega t - p\theta]$$

On retrouve bien que le déphasage entre les f.é.m. induites dans deux conducteurs est égal à l'angle électrique  $2p\theta$  qui les sépare.

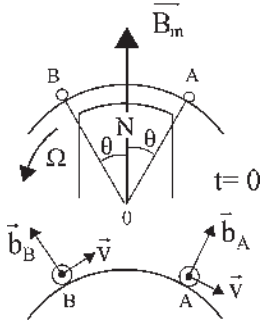


Figure 7.5

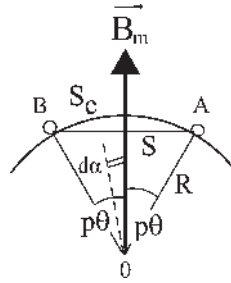


Figure 7.6

La mise en série des deux fils donne :

$$e_B - e_A = LR\omega B_m (\cos [\omega t - p\theta] - \cos [\omega t + p\theta])$$

$$e_B - e_A = LR\omega B_m 2 \sin \omega t \sin p\theta$$

Or,  $2LR \sin p\theta = S$  est la surface électrique du rectangle de côté  $AB$  et de longueur  $L$  (figure 7.6).

$e_B - e_A = S\omega B_m \sin \omega t$  dont l'amplitude sera maximale si  $p\theta = \frac{\pi}{2}$ . Alors la surface électrique sera diamétrale.

De manière générale (figure 7.6) on peut montrer, pour  $p\theta$  quelconque, que le produit de la surface droite électrique  $S = AB.L$  par l'induction maximale est égal au flux  $\phi$  de  $B$  variable à travers la spire curviligne  $arcAB$  de surface courbe  $S_c = arcAB.L$

$$\phi = \int_{-p\theta}^{p\theta} b.dS \quad b = B_m \cos \alpha \quad \alpha \text{ angle électrique} \quad dS = LRd\alpha$$

$$\phi = \int_{-p\theta}^{p\theta} LRB_m \cos \alpha.d\alpha = LRB_m [\sin \alpha]_{-p\theta}^{p\theta} = 2LRB_m \sin p\theta = SB_m$$

$$\phi = \int_{S_c} b.dS = 2LRB_m \sin p\theta = SB_m = \frac{\sin p\theta}{p\theta} S_c B_m \text{ puisque,}$$

$$S = 2LR \sin p\theta = \overline{AB}.L. \quad S_c = arcAB.L = 2LRp\theta \quad S = S_c \frac{\sin p\theta}{p\theta}$$

### Cas d'un bobinage diamétral

On a alors  $p\theta = \frac{\pi}{2}$  (figure 7.7)

$$S = 2LR \quad SB_m = \phi_m \quad e_B - e_A = \phi_m \omega \sin \omega t$$

expression déjà trouvée par le calcul simplifié pour une spire diamétrale. La f.é.m. aux bornes d'une phase formée de  $n/2$  spires diamétrales réparties avec un fil par encoche et mises en série sera de la forme :

$$e = k \frac{n_e}{2} SB_m \omega \sin \omega t = S_{am} B_m \omega \sin \omega t, \quad S_{am} \text{ surface apparente maximale de la}$$

$$\text{bobine de phase } S_{am} = k \frac{n_e}{2} S = S \frac{\sin \frac{m\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

Le flux maximal par bobine de phase est :

$$\phi_{am} = k \frac{n_e}{2} \phi_m$$

$$\begin{aligned} \phi_m &= \int_{S_C} b \cdot dS = 2LRB_m = SB_m = \frac{2}{\pi} S_C B_m \\ &= S_C B_{\text{moyen}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{\text{moyen}} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_m \cos \alpha \cdot d\alpha = \frac{B_m}{\pi} [\sin \alpha]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{2}{\pi} B_m \end{aligned}$$

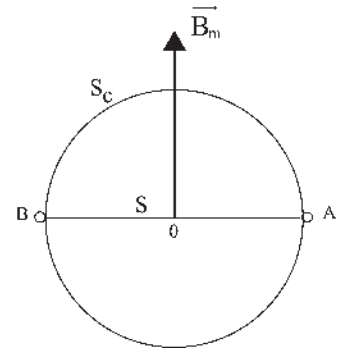


Figure 7.7

Le flux à travers arc  $AB$  le long du stator avec  $b$  radial d'amplitude variable est égal au flux à travers  $\overline{AB}$  de  $B_m$  constant.

## 7.3 FORCE ÉLECTROMOTRICE RÉELLE

La loi de Faraday  $e = \vec{B} \cdot (d\vec{l} \wedge \vec{v})$  montre que pour tout conducteur de longueur donnée se déplaçant à une vitesse relative donnée, la f.é.m. ne pourra être sinusoïdale dans le temps qu'à la condition que la répartition de  $B$  le soit dans l'espace.

Si cette condition est remplie, l'enroulement réparti donne une f.é.m. sinusoïdale puisque, comme le montre le diagramme de Fresnel, une somme de f.é.m. sinusoïdales déphasées entre elles mais de même pulsation, donne une résultante sinusoïdale de même pulsation.

Mais en réalité, deux causes de déformation de l'induction subsistent. Elles sont à l'origine de l'existence d'harmoniques dans la f.é.m. (décomposition en série de Fourier d'une f.é.m. périodique).

- a. L'induction est sensiblement constante sous tout le pôle puis elle décroît rapidement pour être quasiment nulle entre les pôles (figure 7.8). Pour obtenir une induction à répartition spatiale sinusoïdale, chaque constructeur utilise « son procédé » qui

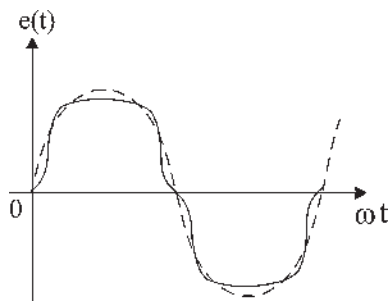


Figure 7.8

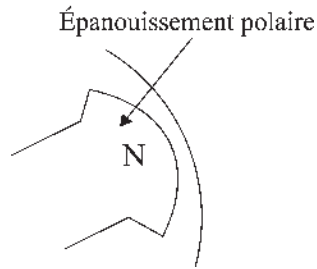


Figure 7.9

consiste à travailler la courbure de l'épanouissement polaire, ce qui revient à augmenter progressivement la largeur de l'entrefer, donc la réluctance locale, à mesure que l'on s'éloigne de l'axe du pôle (figure 7. 9).

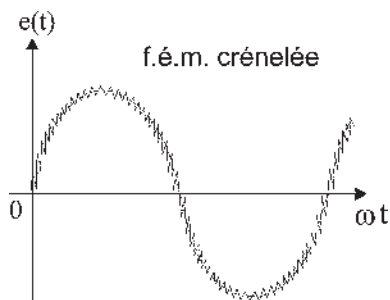


Figure 7.10

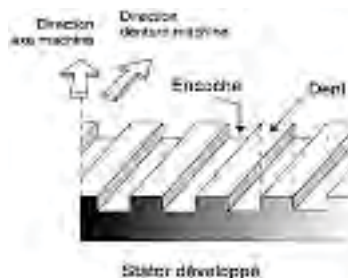


Figure 7.11

b. La présence des encoches du bobinage réparti donne une f.é.m. « crénelée » trahissant les dents ferromagnétiques entre deux encoches successives (figure 7.10).

Les harmoniques de dentures peuvent être éliminées par inclinaison longitudinale des encoches statoriques ou des arêtes des cornes polaires d'un « pas dentaire », c'est-à-dire de la largeur d'une dent plus la largeur d'une encoche (figure 7.11).

Pour une inclinaison convenable, on rend constante la réluctance de l'entrefer quelle que soit la position de l'inducteur.

Avec ces améliorations la f.é.m. est sensiblement sinusoïdale.

## 7.4 RÉGLAGES DE LA FORCE ÉLECTROMOTRICE À VIDE

La f.é.m. à vide instantanée est, pour une phase, du type :  $e = k \frac{n_e}{2} S B_m \omega \sin \omega t$  et peut s'écrire :  $e = S_{am} B_m \omega \sin \omega t = \phi_{am} \omega \sin \omega t = E_v \sqrt{2} \sin \omega t = e$  d'amplitude efficace

$$E_v = \frac{Mj\omega}{\sqrt{2}}$$

Le flux maximal par phase devient à cause des spires décalées :  $\phi_{am} = Mj = k \frac{n_e}{2} \phi_m = S_{am} B_m$ . Le flux magnétique dû à l'inducteur n'est réglable que par l'intensité  $j$  du courant continu d'excitation (figure 7.12).

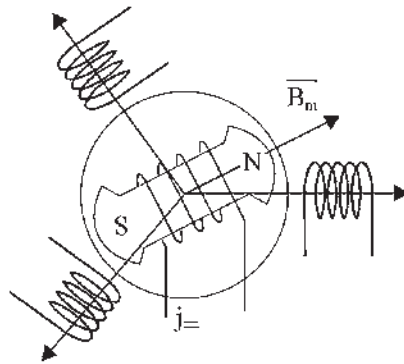


Figure 7.12

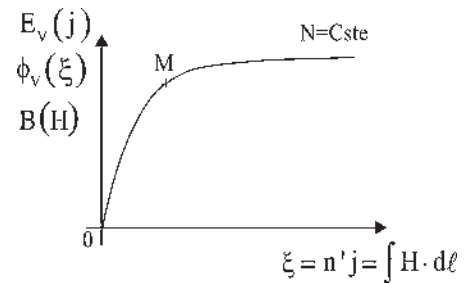


Figure 7.13

La machine synchrone fonctionnant la plupart du temps à la fréquence constante du réseau EDF,  $f = pN = 50$  Hz, traçons la caractéristique à vide à vitesse constante (figure 7.13).

$E_v(j) = K\phi_v(j) = K\phi_v(\xi)$ ,  $\xi$  étant la force magnétomotrice produit de  $j$  par le nombre de spires  $n'$  de l'inducteur.  $\xi = n'j = \int H \cdot dl$ , théorème d'Ampère et  $\phi_v = k \frac{n_e}{2} B_m S = Mj$ .

La même courbe avec des unités différentes sur les deux axes traduit  $E_v(j)$ ,  $\phi_v(\xi)$  ou  $B(H)$ .

La caractéristique à vide  $E_v(j)$  est donc une courbe de magnétisation de matériaux ferromagnétiques avec saturation et hystérésis.

Le point de fonctionnement se situera au « coude » de saturation pour obtenir le meilleur rapport f.é.m./f.m.m.

## 7.5 FRÉQUENCES NORMALISÉES DES RÉSEAUX

La fréquence est normalisée pour le réseau EDF,  $f = 50$  Hz.

En conséquence  $\omega = 2\pi f = 314$  rad/s, toutes les machines synchrones du réseau ont la même vitesse angulaire électrique.

La « vitesse naturelle de rotation » d'une turbine qui entraîne une machine synchrone impose le nombre  $p$  de paires de pôles.

$$f = 50 \text{ Hz} = pN \text{ tr/s} = \frac{p}{60} N \text{ tr/min} \quad N \text{ tr/min} = \frac{3\,000}{p}$$

Sur le réseau EDF à 50 Hz :

si	$N = 3\,000$ tr/min	$p = 1$	2 pôles
	$N = 1\,500$ tr/min	$p = 2$	4 pôles
	$N = 1\,000$ tr/min	$p = 3$	6 pôles
	$N = 300$ tr/min	$p = 10$	20 pôles.

Une turbine à gaz ou à vapeur tournant préférentiellement à 3 000 tr/min entraînera un alternateur bipolaire (l'ensemble est appelé turbo-alternateur).

Une turbine hydraulique tournant à 75 tr/min entraînera un alternateur multipolaire à 80 pôles (appelé alternateur-volant).

*La fréquence du réseau aux États-Unis est de 60 Hz. Le choix des fréquences industrielles, 50 ou 60 Hz est le résultat d'un compromis.*

Une fréquence trop basse procure une lumière vacillante et des machines lourdes et coûteuses car à  $B$  donné pour obtenir le même  $e = n\pi f BS \cos \omega t$  il faut augmenter  $S$ . Une fréquence trop haute implique des puissances réactives  $L\omega I^2$  importantes en ligne et dans les machines.

Au Japon, on trouve selon les régions du 50 Hz ou du 60 Hz.

Le réseau 25 Hz du littoral méditerranéen français a finalement été abandonné au profit du réseau 50 Hz à la nationalisation du réseau en 1945.

Le réseau ferroviaire allemand à  $16 + 2/3$  Hz a été choisi en 1918. En France, l'autorité militaire s'est opposée à l'électrification du réseau pour cause de vulnérabilité. En 1945, vu les sabotages dus à la résistance, l'interdit a été levé. Les progrès technologiques réalisés entre les deux guerres mondiales ont permis à Louis Armand Directeur général de la SNCF, de faire alors le choix pour la France d'un réseau de traction électrique à 50 Hz permettant aujourd'hui de n'avoir qu'un seul réseau pour l'ensemble du territoire, ce qui est un avantage.

En aéronautique, la fréquence normalisée est de 400 Hz autorisant des machines plus légères à puissance égale.

## 7.6 CONDUITE D'UN PROJET DE CALCUL DE MACHINE

Ce paragraphe a pour but de montrer le principe de calcul des machines sans approfondissement exagéré. Les diverses grandeurs mécaniques, électriques, choix des matériaux, etc., se fixent au fur et à mesure en tenant compte des impositions données par le cahier des charges et par le constructeur en fonction du prix de revient quand le choix lui appartient. Pour l'exposé, le texte en gras indique ce qui est imposé et en définitive ce que nous choisissons pour poursuivre le calcul de construction. Des tableaux d'information seront donnés au moment opportun.

Le cahier des charges stipule que la machine envisagée, entraînée par une turbine à gaz de 1,5 MW doit être accrochée au réseau EDF 50 Hz, 20 kV efficaces, triphasé et que l'arbre de la salle des machines ne doit pas dépasser 5 m.

➔ En France EDF impose la fréquence d'alimentation.

$$f = 50 \text{ Hz} \implies \omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/sec} \implies p.N \text{ tr/min} = 3000$$

La vitesse de rotation de la turbine que l'on possède ou que l'on choisit compte tenu de la puissance désirée impose le nombre de paires de pôles  $p$ .

### *Vitesse de rotation naturelle des turbines*

- Turbine à gaz ou à vapeur, 3 000 tr/min  $\implies p = 1$ , bipolaire turbo-alternateur.
- Turbines hydrauliques, alternateurs volants
  - de haute chute, 1 000 tr/min  $\implies p = 3$ , hexapolaire,  $2p = 6$  pôles,
  - au fil de l'eau, 300 tr/min  $\implies p = 10$ ,  $2p = 20$  pôles,
  - 75 tr/min  $\implies p = 40$ ,  $2p = 80$  pôles.
- Réacteur d'avion, de 6 000 à 24 000 tr/min  $\implies f = 400$  Hz.
- Airbus A340, 2 réacteurs  $\implies 2$  alternateurs tétrapolaires de 120 kVA.

Possédant une turbine à gaz de puissance adéquate nous construisons un **turbo-alternateur**  $p = 1$ .

➔ Faisons le choix des **enroulements répartis**.

$$e = k \frac{n_e}{2} \phi_m \cos \omega t$$

$$k \frac{n_e}{2} = \frac{\sin(m\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)}$$

$n$  fils/phase avec **un fil par encoche**  $\phi_m = B_m S$  **spires diamétrales**

$n_e$  nombre d'encoches par phase

$\varphi$  angle électrique de décalage de deux spires successives

$k$  coefficient de bobinage

$m$  nombre de paires d'encoches par phase  $= \frac{n_e}{2}$

Notons qu'avec ce choix de  $e$  maximal à  $t = 0$ , on a positionné l'axe de la roue polaire  $\vec{OC}$  sur dans l'exemple d'application du paragraphe 7.1.

- ➔ Choix des **matériaux usuels**.  $B_m = 1,5T$ .

*Tensions normalisées EDF existantes : 5 – 10 – 15 – 20 kV efficace*

- ➔ Le choix de la **tension normalisée** EDF impose la surface apparente par phase du bobinage.  $k \frac{n_e}{2} S = S_{am}$ . En effet, la tension maximale valant  $k \frac{n_e}{2} S B_m \omega$ , il s'ensuit que le choix de **20 KV efficaces pour la tension**,

$$E_v \sqrt{2} = 20.10^3 \cdot \sqrt{2} = 28\,284 \text{ V} = k \frac{n_e}{2} S \cdot 1,5 \cdot 314 \text{ implique } k \frac{n_e}{2} S \approx 60 \text{ m}^2$$

C'est la surface d'un appartement de type F3, F4 !

- ➔ **L'ampérage** est fixé par la puissance électromagnétique apparente, compte tenu du nombre  $m$  de phases désirées.

La machine étant triphasée,  $m = 3$ , évaluons le rendement du couplage à 0,96, la puissance de la turbine étant 1,5 MW, on en déduit la puissance électromagnétique appa-

rente :  $S_{em} = 3 \cdot E_v \cdot I = 1,44 \text{ MVA}$   $E_v = 20\,000 \text{ V}$

d'où :  $I = 24 \text{ A}$ ,  $S_{em}$  s'exprime en fonction des grandeurs efficaces  $E_v$  et  $I$ .

- ➔ Choix du **type de bobinage**.

On pourrait constituer le bobinage par un seul fil de section suffisante pour supporter 24 ampères ou par **plusieurs fils identiques montés en parallèle** et ayant au total la même section. Pour des raisons économiques, nous choisissons la deuxième solution en utilisant des fils normalisés et calibrés disponibles sur le marché et donc moins coûteux à l'achat.

- ➔ Choix **des fils conducteurs** normalisés et calibrés.

**Fils de cuivre**

Fil de cuivre de résistivité  $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega/m/m^2$ , de diamètre normalisé et calibré  $\phi = 16/10 \text{ mm}$  pour les machines industrielles de puissances moyennes. Avec les isolants 18/10 mm autorisant 6 A efficaces/mm<sup>2</sup> de section cuivre pour une durée de vie de 40 000 h en classe A (température maximale de 105° au point chaud). Cet isolant industriel de classe A est peu coûteux à côté des isolants de classe E, B, F, H, C plus coûteux, mais qui supportent des températures plus élevées. Surface des fils  $s = \pi r^2 = \pi 0,8^2 \approx 2 \text{ mm}^2$  autorisant 12 A efficaces.

- ➔ **Détermination de la section cuivre et du bobinage**

Les enroulements seront constitués par deux bobinages triphasés identiques et distincts montés en parallèle. Chacun sera constitué par un fil de cuivre de section 2 mm<sup>2</sup> supportant 12 ampères efficaces.

Les deux bobinages seront placés dans les mêmes encoches pour avoir un nombre maximal d'encoches par bobinage en vue de réduire la longueur du rotor. Calculons un de ces bobinages pour lequel nous avons  $m = n_e/2$  paires d'encoches/phase. Avec 1 fil/encoche, alors  $n$  fils/phase =  $n_e$  encoches/phase.



➔ **Compromis acceptable**

Un calcul de machine nécessite toujours des allers-retours dans les choix arbitraires successifs jusqu'à arriver à un compromis acceptable.

On doit satisfaire **par phase** :

$$S_{am} = k \frac{n_e}{2} S = 60 \text{ m}^2 = k \frac{n_e}{2} dL$$

puisque les spires sont diamétrales.

$n$  (fils actifs par phase) =  $n_e$  (encoches par phase)  $-d$  (diamètre)  $-L$  (longueur du rotor).

Bien sûr, on répondrait aux impositions en prenant  $n = 2$ , une seule spire alors  $k = 1$ , avec le diamètre limite  $d = 1 \text{ m}$  on trouverait  $L = 60 \text{ m}$ , ce qui n'est ni acceptable ni facilement réalisable, mais théoriquement possible.

De nombreuses solutions acceptables existent en choisissant *a priori* deux des trois valeurs de  $n$ ,  $d$  ou  $L$  ce qui explique que pour un même marché les constructeurs proposent des solutions bien différentes en apparence.

➔ **La vitesse tangentielle imposera le diamètre maximal du rotor** à cause de la force centrifuge (figure 7.14).

En tenant compte de l'épaisseur de l'entrefer, on pourra fixer l'alésage du stator, diamètre intérieur du stator. L'épaisseur de l'entrefer d'une machine synchrone est le résultat d'un compromis : pas trop grand sinon le courant magnétisant est trop important

pour obtenir l'induction nécessaire, pas trop petit sinon l'inductance  $L = \frac{n^2}{\Re e} = \frac{n^2 \mu_0 S}{e}$  et la réactance  $L\omega$  sont trop importantes.

Vitesse tangentielle  $r \frac{d\theta}{dt} = r\omega = V$ .

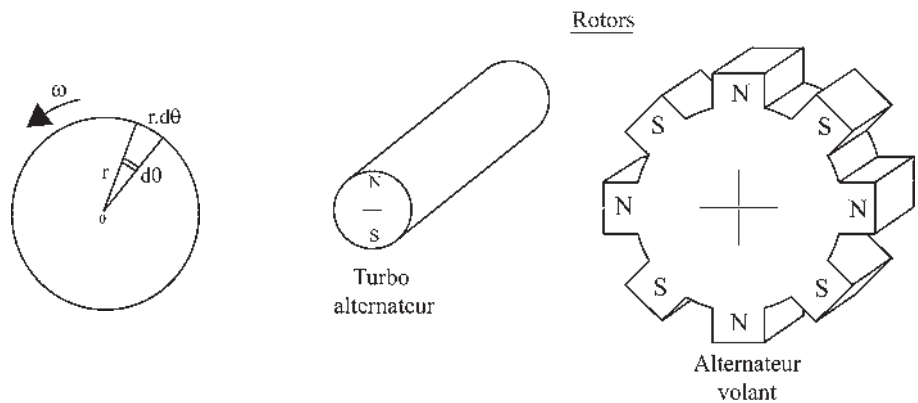


Figure 7.14

### Diamètre du rotor

Pour un turbo-alternateur tournant à 3 000 tr/min, l'expérience montre que pour cette gamme de puissance on ne peut guère dépasser un rayon de 50 cm donnant une vitesse tangentielle limite de  $r\omega = 0,5 \cdot 314 = 157 \text{ m/s} = 565,2 \text{ km/h}$  et une accélération centripète de  $\gamma = V^2/r = r\omega^2 = 49\,298 = 5\,025 \cdot g$ , avec  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , que doivent supporter les bobinages rotoriques. Rappelons qu'un pilote supporte au maximum 7 g et qu'on admet 0,5 g dans les transports publics.

La même vitesse tangentielle limite s'applique aux machines multipolaires pour lesquelles  $V = R d\theta_{\text{méca}}/dt = R\Omega$  avec  $\omega = p\Omega$ . En conséquence  $R = pr$ .

Une machine multipolaire à 20 pôles,  $p = 10$ , aurait un rayon maximal  $R = 10r = 5 \text{ m}$  d'où le nom d'alternateur volant.

Une autre limite importante du diamètre du rotor est conditionnée par la vitesse tangentielle pour ne pas atteindre la vitesse du son de 300 m/s et les vibrations associées.

- ➔ Choisissons arbitrairement, pour réduire les problèmes de calage, de collage et de frettage, de limiter le rotor à un diamètre inférieur à 0,5 m alors,  $r\omega = V < 78,5 \text{ m/s} = 282,6 \text{ km/h}$ ,  $\gamma < 2\,512 \text{ g}$ , et prenons un alésage stator  $d = 0,5 \text{ m}$  permettant de proposer un encochage possible pour le stator (figure 7.15).

Calage des fils actifs dans les encoches. Collage de pièces en rotation. Frettage en « ligotant » les faisceaux pour renforcer leur résistance.

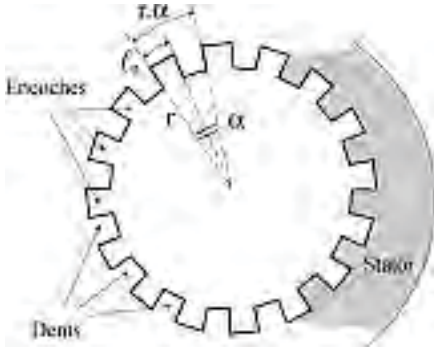


Figure 7.15

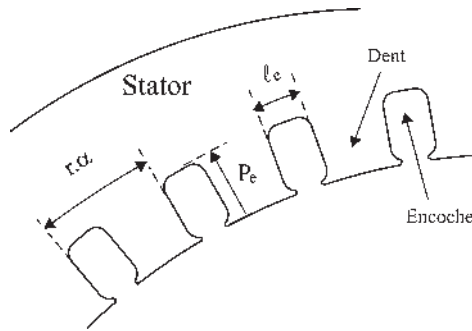


Figure 7.16

On appelle généralement  $\alpha$  le pas dentaire en radians,  $r\alpha$  l'écartement dentaire et  $n_{te}$  le nombre total d'encoches statoriques. Ils sont liés par :

$$n_{te} = \frac{2\pi r}{r\alpha} = \frac{\pi d}{r\alpha} = \frac{2\pi}{\alpha}$$

On fixe en général l'écartement dentaire  $r\alpha$  supérieur au double de la largeur  $l_e$  de l'encoche lorsqu'elle est peu profonde afin d'assurer une bonne tenue mécanique des dents et pour favoriser le passage du flux magnétique.

- ➔ **Choisissons l'écartement dentaire** de manière raisonnable.  $r\alpha = 0,016 \text{ m}$  pour loger le maximum d'encoches et prenons  $l_e = 0,006 \text{ m}$  (figure 7.16).

## Le saviez-vous ?

### Quarante ans d'évolution de la taille des groupes turbo-alternateurs

1940	21 m	400 t	50 MW
1955	29 m	750 t	125 MW
1961	38 m	1000 t	250 MW
1968	55 m	2 000 t	600 MW
1977	57 m (nucléaire)	4 200 t	1 000 MW
1983	73 m (nucléaire)	4 900 t	1 350 MW

D'après J. Leclercq, *L'ère nucléaire*, Éditions du Chêne, 1986.

Le choix de l'encoche implique l'épaisseur des tôles statiques. Cette proposition d'encoche donne :

$$n_{te} = \frac{\pi d}{r\alpha} = \frac{1,57}{0,016} = 98,13$$

$n_{te}$  devant être pair (autant d'allers que de retours), divisible par trois pour une machine triphasée et divisible par  $p$  pour une multipolaire, nous choisissons  $n_{te} = 90$  et garderons la même encoche  $l_e = 0,006$  m pour recalculer  $r\alpha = \frac{2\pi r}{90} = 0,0175$  m.

➔ L'alésage du stator permet également de calculer les coefficients déterminants du bobinage réparti,  $m$ ,  $\varphi$ , et  $k \frac{n_e}{2}$ .

En ne mettant, pour le moment, qu'un fil (brin) par encoche, on détermine  $n_e$  par phase = 30 encoches, deux à deux diamétrales, le nombre  $m$  de paires d'encoches par phase, l'angle électrique  $\varphi$  de décalage de deux spires successives et les coefficients de la f.é.m.

Toutes les encoches étant utilisées  $n_e/\text{phase} = n$  fils par phase.

$$m = \frac{n_e}{2} = 15 \quad \varphi = \frac{2\pi}{90} \quad k \frac{n_e}{2} = \frac{\sin(m\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} = \frac{\sin(\pi/6)}{\sin(\pi/90)} = 14,33$$

$$(m - 1) \frac{\varphi}{2} = 0,49$$

$$e = k \frac{n_e}{2} \omega \varphi_m \cos \left[ \omega t - (m - 1) \frac{\varphi}{2} \right] = 14,33 \omega \varphi_m \cos [\omega t - 0,49]$$

$k \frac{n_e}{2} dL = 60$ . Avec un fil par encoche,  $L$  serait de 8,37 m.

Cette valeur de  $L$  est inacceptable pour le cahier des charges. La mise en place du second bobinage triphasé identique, monté en parallèle, permettra d'atteindre 2,12 A = 24 A efficaces mais ne raccourcira pas la longueur  $L$  du rotor. Il faut, sans remettre en cause ce second bobinage, augmenter d'abord le nombre de spires du premier bobinage afin de diminuer  $L$  sans changer  $S_{am} = 60 \text{ m}^2$ .

➔ **Multiplicité de l'enroulement** permettant de réduire la longueur  $L$  du rotor.

Au lieu de mettre un seul brin, on peut placer  $k_s = 4$  fils par encoche, les dimensions avec  $l_e = 0,006$  m et  $P_e$ , profondeur de l'encoche que nous choisirons ultérieurement, le permettent. (figure 7.17).

Dans chacune des  $n_e = 30$  encoches par phase précédentes, remplaçons un brin par un faisceau formé de  $k_s = 4$  fils. La surface apparente maximale du bobinage qui était  $k \frac{n_e}{2} S$  devient :

$$S_{am} = k_s k \frac{n_e}{2} S$$

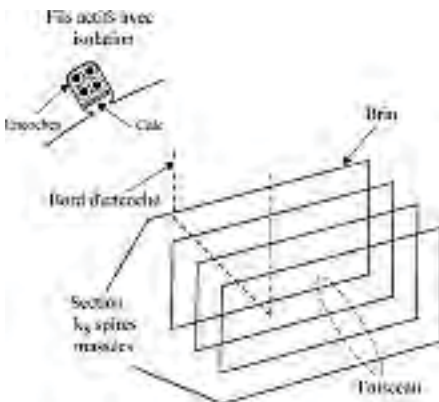


Figure 7.17

Le nombre de fils actifs par phase devient  $n = k_s \cdot n_e$

$$\begin{aligned} e &= k_s k \frac{n_e}{2} S B_m \omega \cos \left[ \omega t - (m-1) \frac{\varphi}{2} \right] \\ &= 57,32 \omega \phi_m \cos [\omega t - 0,49] \end{aligned}$$

$$k_s k \frac{n_e}{2} dL = 60 \text{ m}^2 = S_{\text{am}} \quad \text{donnant } L = 2,09 \text{ m, longueur acceptable et compatible}$$

avec le cahier des charges.

Le nombre total de fils sur le pourtour du stator est :

$$n_t = 3p \cdot k_s \cdot n_e = 3p \cdot k_s \cdot 30 = 3 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 30 = 360 \text{ fils actifs.}$$

**Mise en place du second bobinage** permettant d'atteindre 24 A efficaces.

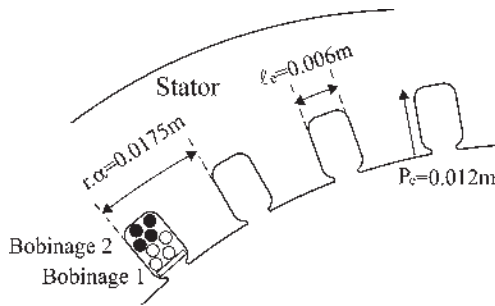


Figure 7.18

Pour le premier bobinage, il y avait  $k_s = 4$  fils par encoche.

On pourrait prendre une encoche plus profonde  $P_e = 0,012 \text{ m}$  permettant de placer huit fils isolés dans chaque encoche.

Avec les 4 fils supplémentaires, on peut réaliser le second bobinage nécessaire, en tous points identique au précédent, et coupler en parallèle les  $k_p = 2$  bobinages pour obtenir le débit désiré de 24 A efficaces pour les deux bobinages (figure 7.18).

$$S_{em} = 3 \cdot E_v (k_p \cdot s_{\text{mm}^2} \cdot 6 \text{ A/mm}^2) = 3 \cdot E_v (2 \cdot 2 \cdot 6) = 1,44 \text{ MVA}$$

Nombre total de fils sur le pourtour statorique  $n_t = 3p \cdot k_s \cdot 30 \cdot k_p = 720$  fils actifs.

**Remarque :** Ce projet n'a pas la prétention d'être ensuite réalisable en l'état, il veut simplement montrer le mécanisme des compromis en ne s'intéressant principalement qu'à l'aspect implantation des bobines.

## Le saviez-vous ?

### Refroidissement des alternateurs de grande puissance

L'alternateur est dans son principe une machine simple : une bobine d'électroaimant tourne devant un bobinage fixe délivrant à ses bornes un courant électrique que l'on envoie sur le réseau. Aux puissances atteintes, un refroidissement est nécessaire. La machine tourne dans l'hydrogène sous pression. La circulation de ce fluide est suffisante pour refroidir le rotor (conducteurs et tôles magnétiques). C'est insuffisant pour le stator que l'on refroidit par circulation d'eau dans les barres conductrices creuses.

**Machines bipolaires équivalentes**

Avec une machine triphasée multipolaire à  $2p$  pôles on disposera de  $p$  phases identiques que l'on pourra monter en série ou en parallèle selon que l'on cherche à favoriser la tension ou le débit.

On développera les calculs des f.é.m. d'enroulements répartis de préférence sur la machine bipolaire équivalente disposant du même nombre d'encoches qu'une paire de pôles de la multipolaire. Pour le nombre d'encoches de la bipolaire équivalente, choisissons de l'exprimer par  $3n$ , ce qui signifie, la machine étant triphasée, que chaque paire de pôles dispose de  $n/2$  bobines par phase.

On prendra la même vitesse tangentielle réelle limite,  $V = r\omega = R\Omega = R\omega/p$  soit  $R = pr$ .

Pour la machine bipolaire équivalente, on peut prendre un stator :

- de même rayon  $R$  que la multipolaire alors les angles électriques et le pas dentaire (électrique)  $\frac{2\pi}{3n}$  se conservent ;
- ou de rayon  $r = \frac{R}{p}$  alors les angles électriques, le pas dentaire (électrique)  $\frac{2\pi}{3n}$  et l'écartement dentaire (électrique)  $r\frac{2\pi}{3n} = R\frac{2\pi}{3np}$  se conservent.

**Puissance électromagnétique apparente de la machine**

La f.é.m. obtenue dans la machine est donnée par la loi de Faraday,  $e = \vec{B}(d\vec{l} \wedge \vec{v})$ . Elle dépend des formes, des dimensions, de l'induction et de la vitesse. Elle détermine la tension entre fils et impose isolants et tenue diélectrique des isolants.

Le courant dépend de la section de cuivre. Il est responsable des pertes Joule et de la tenue thermique des isolants qui nécessitent la mise en place du refroidissement et détermine l'échauffement fixant la durée de vie de la machine en tenant compte de la classe des isolants (loi de Montsinger).

$$S_{em} = 3E_v \cdot I = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \phi_{am} \cdot \omega \cdot I$$

Dans les applications,  $\omega$  sera toujours réglé et le débit contrôlé pour respecter le courant nominal indiqué sur la plaque et assurant la durée de vie normale de la machine.

**Expressions de  $S_{am}$ ,  $E_v\sqrt{2}$  et  $S_{em}$** 

Surface apparente maximale par phase :  $S_{am} = k \cdot k_s \cdot \frac{n_e}{2} \cdot L \cdot d$

$k$  : coefficient de bobinage

$k_s$  : nombre de fils par encoche composant un faisceau

$n_e$  : nombre d'encoches par phase

$m = \frac{n_e}{2}$  : nombre de paires d'encoches par phase

$S = L \cdot d$  : surface d'une spire diamétrale

F.é.m. à vide maximale par phase  $E_v\sqrt{2} = S_{am} \cdot B_m \cdot \omega = \phi_{am} \omega$

$B_m$  : induction maximale par pôle

$\omega = 314$  rad/sec.

**Expression de la puissance apparente électromagnétique d'une machine triphasée**

$$S_{em} = 3.E_v.I = \frac{3}{\sqrt{2}} \left[ (k_s k \frac{n_e}{2} dL) B_m \omega \right] \times (6A/mm^2 \cdot smm^2 \cdot k_p) = \frac{3}{\sqrt{2}} S_{am} B_m \omega s k_p$$

$I$  : courant efficace de débit par fil de ligne =  $k_p \times$  section du fil  $\times 6A/mm^2$

$k_p$  : nombre de bobinages identiques montés en parallèle

$\phi_{am} := B_m \cdot S_{am}$  : flux apparent maximal =  $M \cdot j$

- dans une spire  $\phi_{am} = \phi_m = B_m \cdot S$
- dans  $n/2$  spires massées  $\phi_{am} = \frac{n}{2} \phi_m = \frac{n}{2} B_m \cdot S$
- dans  $n/2$  spires réparties  $\phi_{am} = k \frac{n}{2} \phi_m = S_{am} \cdot B_m$
- dans  $n/2$  spires réparties avec  $k_s$  spires massées par paire d'encoches

$$\phi_{am} = k_s k \frac{n}{2} \phi_m = S_{am} \cdot B_m$$

**7.7 TECHNOLOGIE DES MACHINES SYNCHRONES**

On distinguera :

- les machines à pôles saillants, choisies en fonction du nombre de pôles correspondant aux différentes vitesses de rotation des turbines hydrauliques. Elles se trouvent, en particulier, dans les usines « au fil de l'eau » et dans les usines de « haute chute » ;
- les machines à pôles lisses principalement entraînées à 3 000 tr/min par les turbines à vapeur des centrales thermiques ou des centrales nucléaires.

**Rotor à pôles saillants ( $2p = 8$ )**

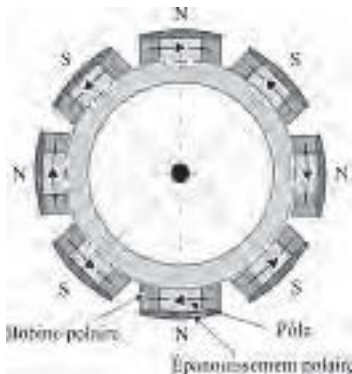


Figure 7.19

**Rotor à pôles lisses ( $2p = 4$ )**

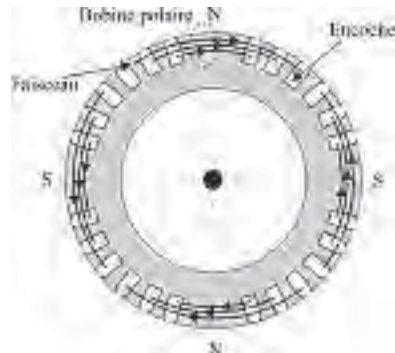
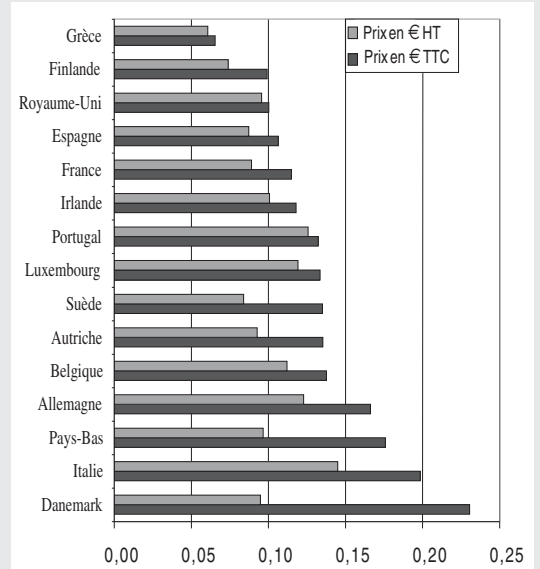


Figure 7.20

**Le saviez-vous ?**

**Prix du kWh en Europe**

Il y a de grosses différences sur le prix de l'électricité entre les pays européens (350 %). Le prix moyen H.T. est de 0,099 € par kWh et de 0,136 € TTC. (D'après l'Observatoire de l'Énergie – janvier 2003)



### 7.7.1 Machines synchrones à pôles saillants

#### Alternateurs volants

Leur dénomination provient du volant d'inertie présenté par ce type de structure en rotation.

Machine synchrone hexapolaire

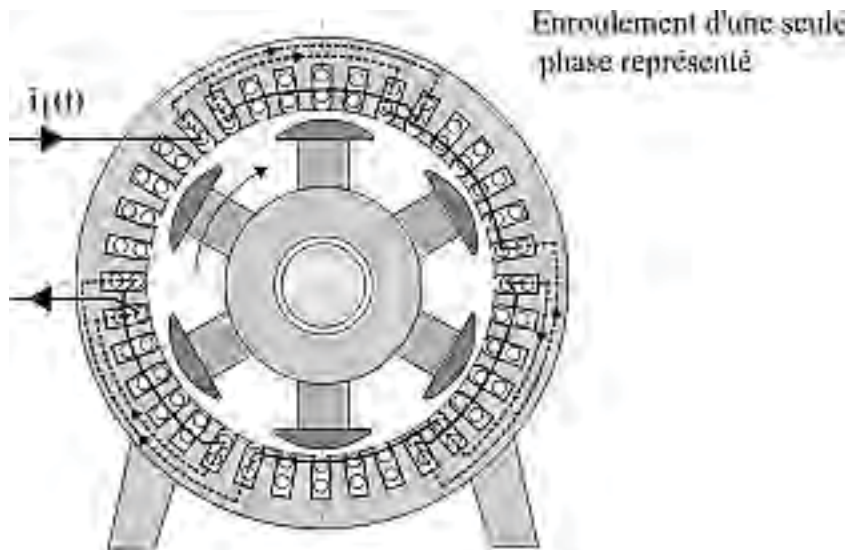
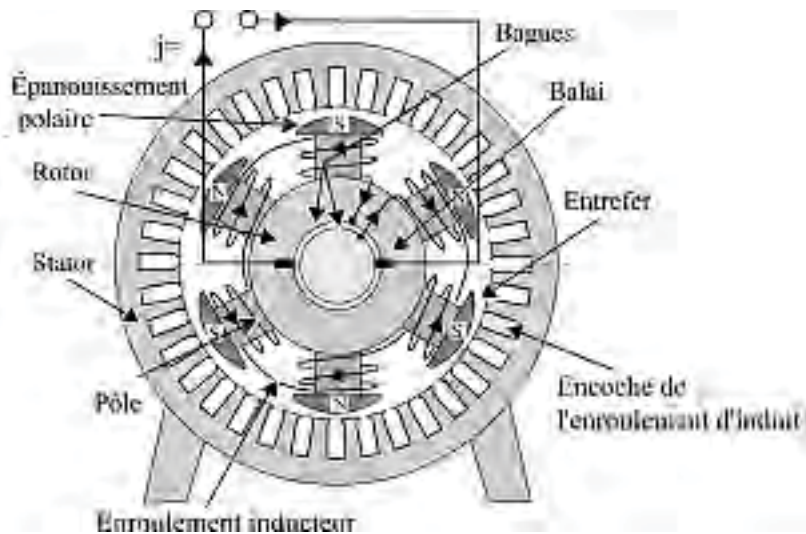
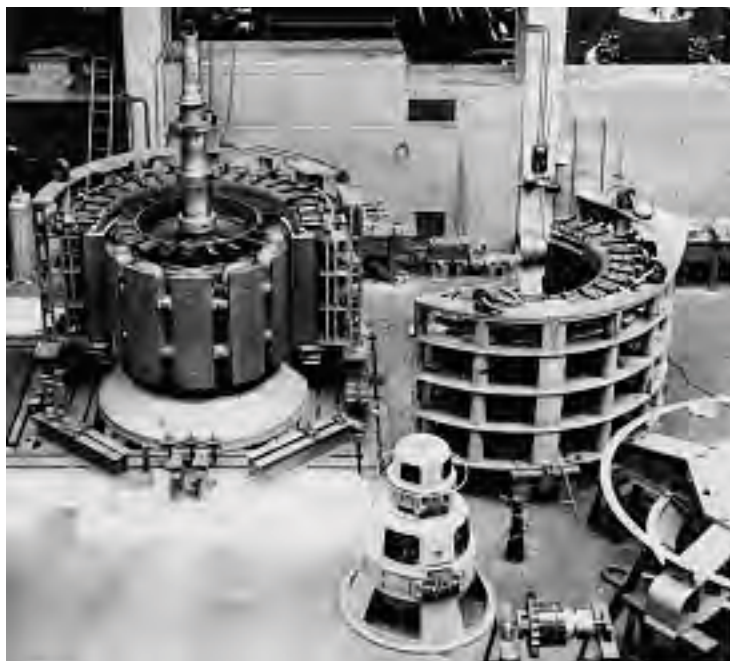


Figure 7.21



**Photo 7.1**  
EDF. Centrale marémotrice de la Rance

Maintenance sur un rotor d'alternateur volant.  
À vue, on peut estimer  $2p = 60$  pôles donnant une  
vitesse de rotation de 100 tours/minute.



**Photo 7.2**  
EDF. Centrale de Marcillac

Alternateur à pôles saillants, à axe vertical. Rotor et  
stator.  
18 750 KVA – 10 500 V. 600 tours/minute  
 $p$  paires de pôles =  $5,2p = 10$  pôles





**Photo 7.3**  
EDF. Serre Ponçon.  
Ancienne usine de Sainte-Tulle

Injecteur hydraulique. Turbine Pelton, non réversible, à axe horizontal. La turbine Pelton, à augets en forme de cuillères, est une adaptation du principe des moulins à aubes pour des débits sous très forte pression.



**Photo 7.4**  
EDF. Aménagement hydraulique  
de la Durance, Centrale de Sainte-Tulle



**Photo 7.5**  
EDF. Centrale hydraulique de Pragnères

Machine synchrone à axe vertical couplée à une turbine réversible Kaplan. Fonctionnement en alternateur pendant les heures de pointe. Fonctionnement en moteur synchrone de nuit en profitant de la marche ininterrompue des centrales nucléaires. La turbine fonctionne alors en pompe pour remonter l'eau dans le barrage de Cap de Long.



**Photo 7.6**  
EDF. Centrale hydraulique de la Coche

Vue du stator. Usinage du corps de la turbine, turbine réversible Kaplan à axe vertical.

## Le saviez-vous ?

### Le programme nucléaire

L'énergie nucléaire est devenue en France la principale source d'électricité fournissant plus de 60 % des besoins dès 1984. Après les essais menés depuis 1956, à Chinon, Saint-Laurent des Eaux et Bugey, le premier programme de seize tranches de 900 MW fut décidé le 5 mars 1974 et suivi d'un second programme identique. Framatome construira les chaudières nucléaires et Alstom sera le fournisseur unique des groupes turboalternateurs.

## Le saviez-vous ?

### Les réacteurs PWR

Soixante quinze pour cent des 500 réacteurs existant dans le monde sont des réacteurs PWR à eau sous pression. Plus de 100 sont installés aux États-Unis. En France, parmi la vingtaine de centrales totalisant 58 réacteurs, Paluel, Flamanville, Chooz... sont de cette catégorie.

## 7.7.2 Machines synchrones à pôles lisses

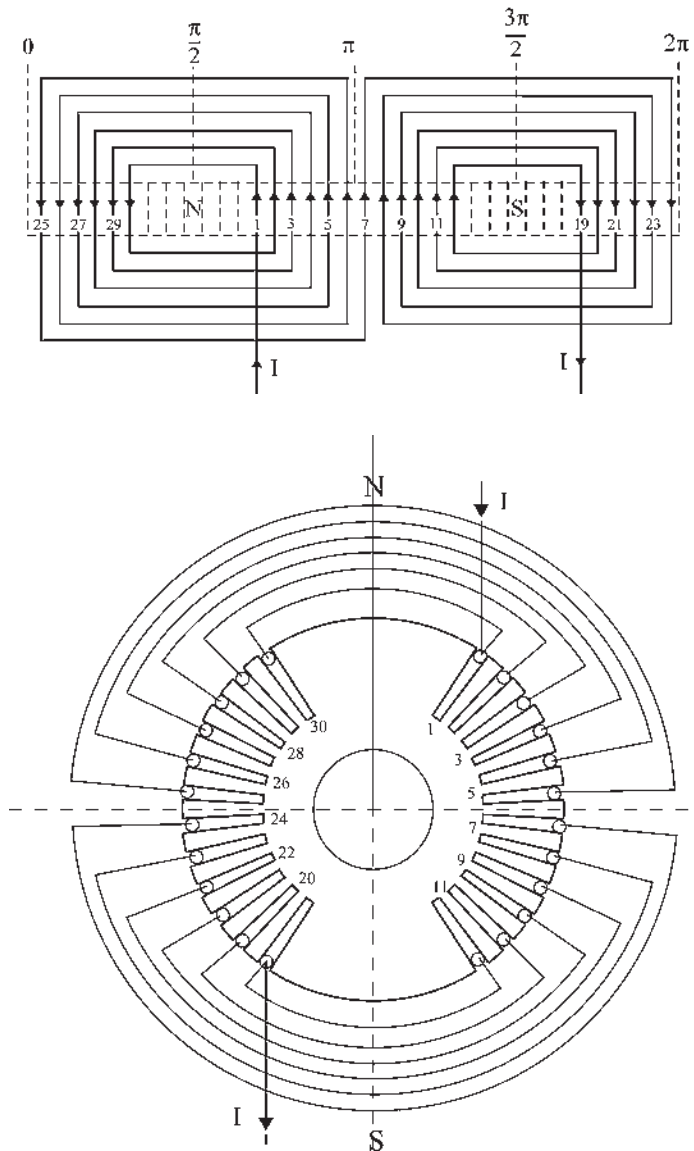


Figure 7.22  
Turbo-alternateur bipolaire

Rotor à pôles lisses

Enroulement à bobines concentriques, 12 encoches par pôle (pas = 10°),  $n$  conducteurs par encoche.

### Turbo-alternateurs

L'enroulement inducteur rotorique, parcouru par un courant continu, peut être à bobines concentriques ou à bobines égales décalées pour donner la même répartition de f.m.m. dans l'entrefer montrant que seuls les fils actifs comptent (voir conception du bobinage réparti au paragraphe 7.1).

Répartition de la force magnétomotrice dans l'entrefer d'un turbo-alternateur bipolaire avec un rotor à pôles lisses. L'enroulement est à bobines concentriques, 12 encoches par pôle (pas =  $10^\circ$ ),  $n$  conducteurs par encoche (figure 7.23).

Même caractéristiques mais enroulement à bobines décalées (figure 7.24).



Photo 7.7

EDF. Centrale nucléaire de Nogent-sur-Seine.

Visite décennale d'un rotor de turbo-alternateur de 1275 MW mis en service en 1989.

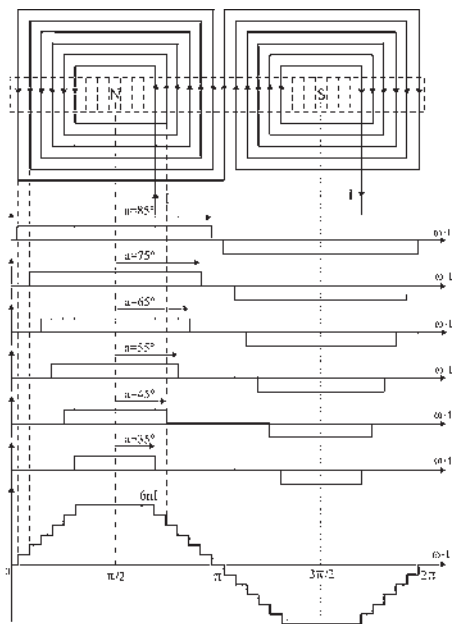


Figure 7.23

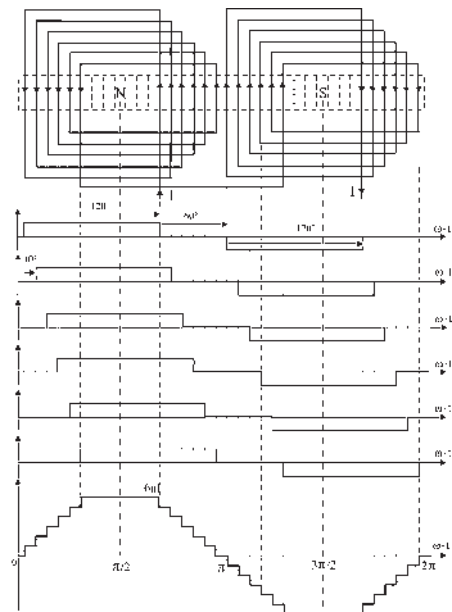


Figure 7.24



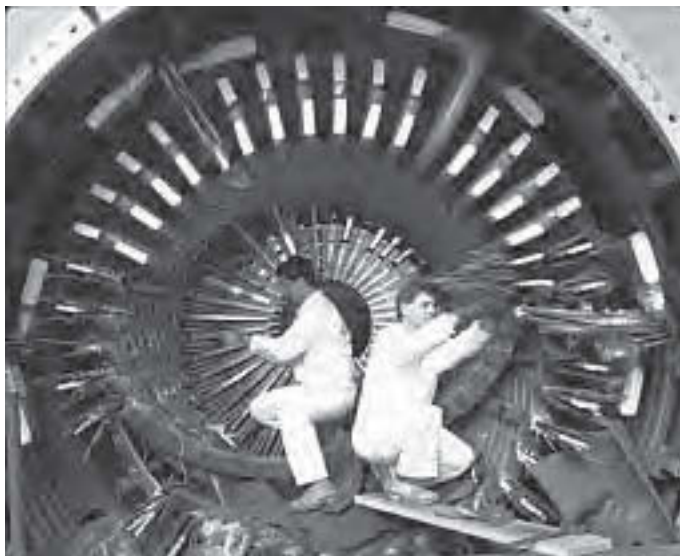
**Photo 7.8**  
EDF. Salle des machines de la centrale nucléaire de Saint-Laurent des Eaux.

Préparation d'une nouvelle tranche de 900 MW en 1981. Les installations précédentes concernaient une tranche de 480 MW en 1969 et deux tranches de 515 MW en 1971. Chaque tranche concerne deux groupes turboalternateurs.



**Photo 7.9**  
EDF. Centrale nucléaire du Blayais

Vue générale d'un turboalternateur de 910 MW en cours de montage. De l'avant vers l'arrière, le corps de haute pression et les trois corps basse pression de la turbine, puis l'alternateur. À l'avant se trouvent la machine de graissage et le vireur capable de faire tourner l'ensemble à basse vitesse. La ligne d'arbre mesure 73 m de longueur.



**Photo 7.10**  
EDF. Centrale thermique de Porcheville

Pour la même disposition de fils actifs, des bobinages différents ne donnent pas les mêmes développements de têtes de bobines. Chaque constructeur peut avoir ses préférences.

## Le saviez-vous ?

### *Diversité des filières nucléaires*

On peut dénombrer six filières principales caractérisées par trois éléments distinctifs :

- le combustible : uranium naturel ou enrichi, plutonium ou thorium,
- le fluide de refroidissement, eau, gaz carbonique, hélium ou sodium,
- le modérateur, servant à doser l'énergie des neutrons émis lors de la réaction en chaîne : graphite, eau lourde ou eau ordinaire.

## Le saviez-vous ?

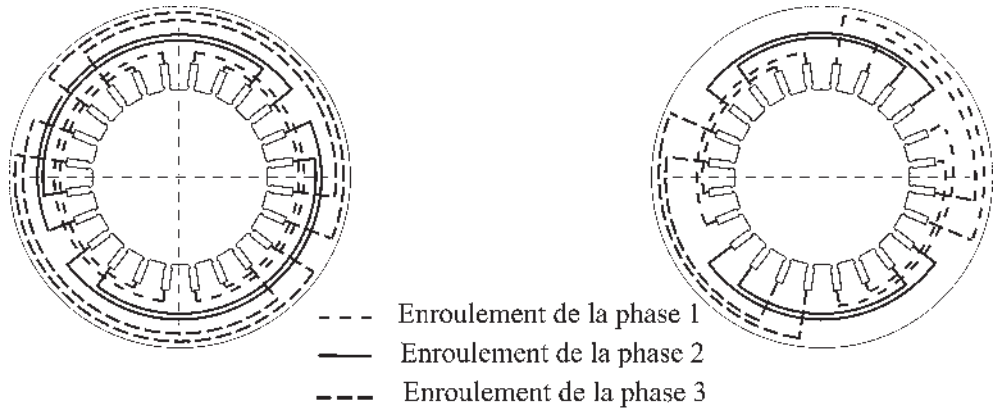
### *La tonne équivalent pétrole*

Pour l'ONU, Organisation des Nations Unies, en brûlant une tonne de pétrole, on dégage 1 tep soit 11 500 kWh de chaleur.

Pour l'OCDE, Organisation de Coopération et de Développement Économique, comme pour les producteurs d'électricité et pour la France, 1 tep = 4 500 kWh d'électricité.

L'électricité est une forme noble de l'énergie, directement transformable en travail dans les moteurs. Pour la fabriquer à partir de cette forme dégradée de l'énergie qu'est la chaleur, le principe de Carnot interdit une conversion totale de l'énergie et en brûlant 1 tonne de pétrole on ne peut produire que 4 500 kWh d'électricité.

### 7.7.3 Enroulements statoriques des machines synchrones



À gauche : Vue frontale d'un enroulement triphasé 2 pôles, 24 encoches, en bobines par pôles.  
 À droite : Vue frontale d'un enroulement triphasé 4 pôles, 24 encoches, en bobines par pôles consécutifs.

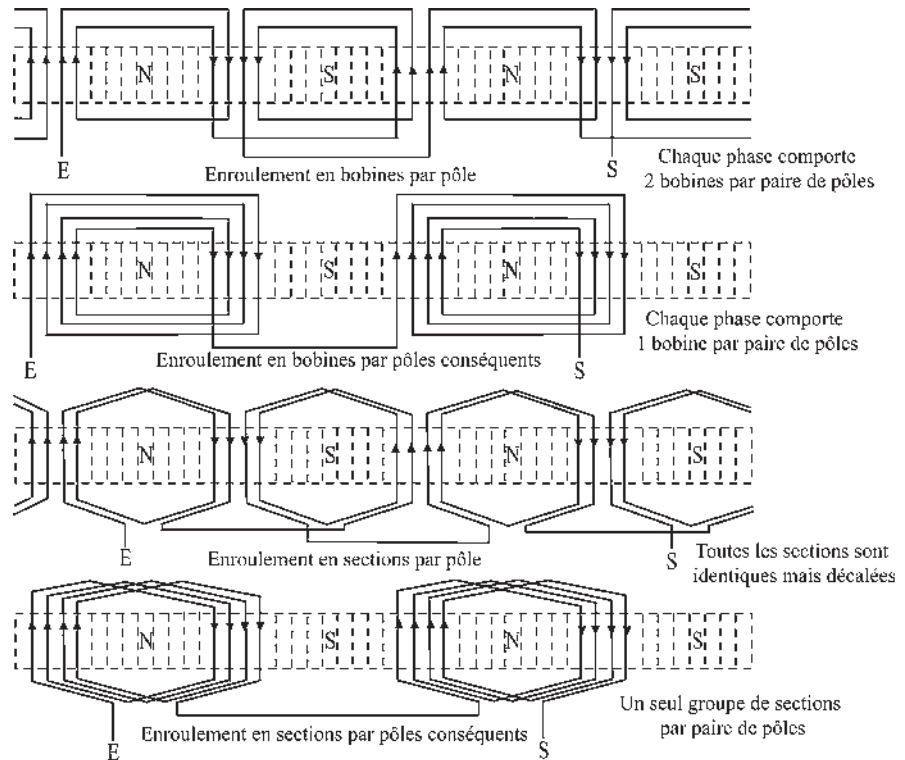


Figure 7.25

### Enroulement en bobines par pôles

Enroulement triphasé, 2 pôles, 24 encoches.

Les bobines élémentaires concentriques sont réalisées sur des gabarits différents. Trois formes de têtes de bobines sont nécessaires pour éviter les intersections lors de la mise en place.

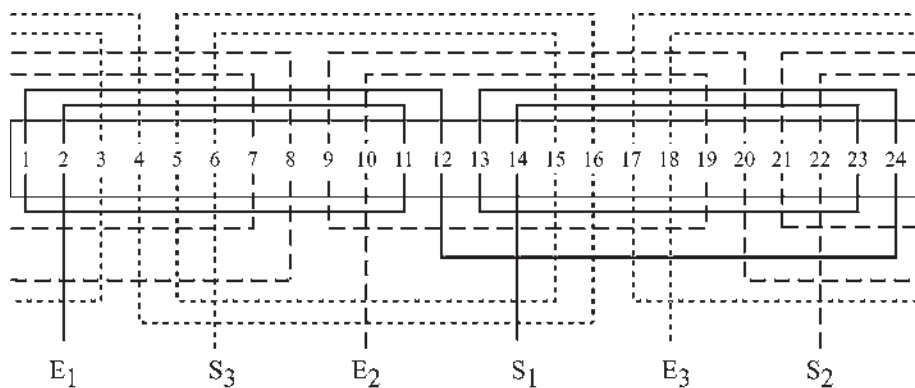


Figure 7.26

### Enroulement en sections par pôles

Enroulement triphasé, 2 pôles, 24 encoches.

Les sections allant de gauche à droite sont coudées dès la sortie et à l'arrivée de l'encoche pour être dans un plan différent des sections allant de droite à gauche.

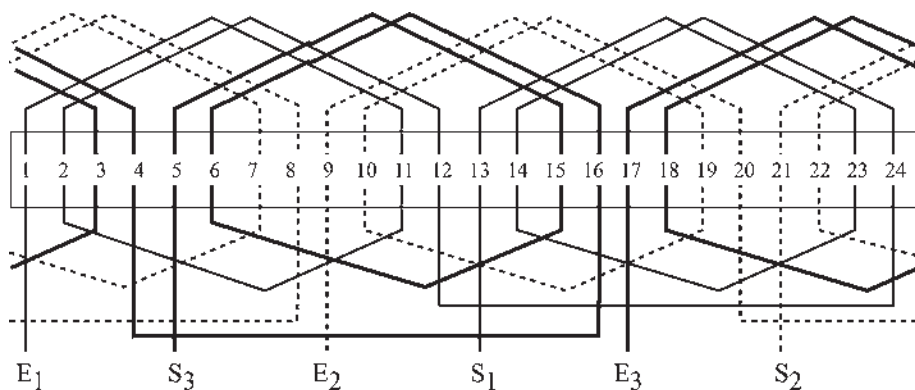


Figure 7.27

Pour une bonne lecture et une compréhension des schémas, les bobinages ne sont représentés qu'avec un seul fil par encoche. En réalité on disposera de  $k_s$  fils par encoche.



### Enroulements en bobines par pôles conséquents

Enroulement triphasé, 4 pôles, 36 encoches.

Pour les enroulements en bobines par pôles conséquents deux formes de têtes de bobines suffisent.

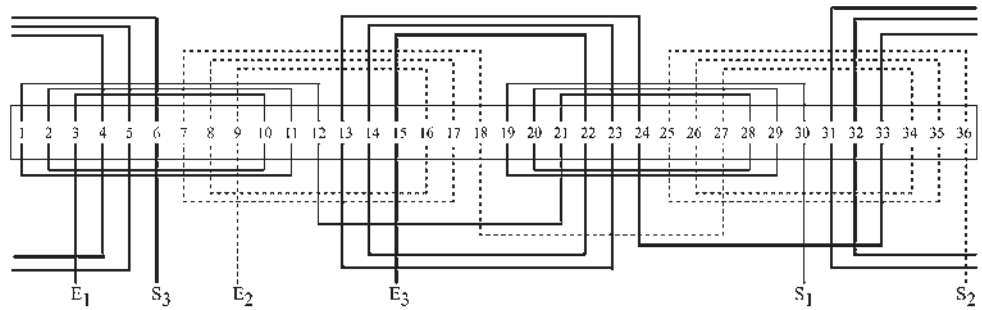


Figure 7.28

### Enroulements en sections par pôles conséquents

Enroulement triphasé, 6 pôles, 36 encoches.

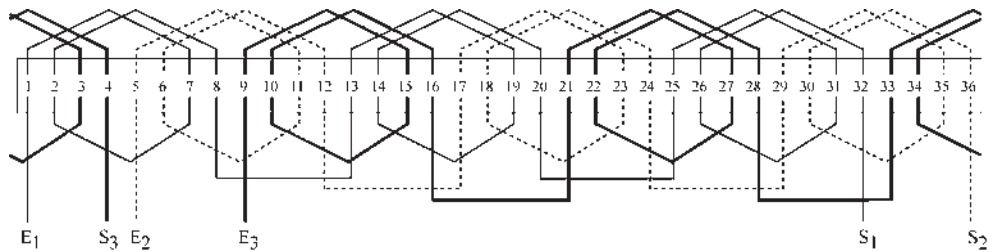


Figure 7.29



Photo 7.11  
EDF. Centrale nucléaire de Penly

Intérieur du stator de l'alternateur de 1 290 MW. On distingue en bout du stator les liaisons électriques des conducteurs actifs pour former les têtes de bobines. Par contre, on voit parfaitement les canalisations d'eau de refroidissement des barres conductrices creuses.

### 7.7.4 Forces magnétomotrices créées par les enroulements

#### F.m.m. créée par un enroulement en sections par pôles conséquents

Enroulement triphasé, 2 pôles, 18 encoches, pas diamétral.

$k_s$  conducteurs par encoche. Le bobinage est représenté avec  $k_s = 1$ .

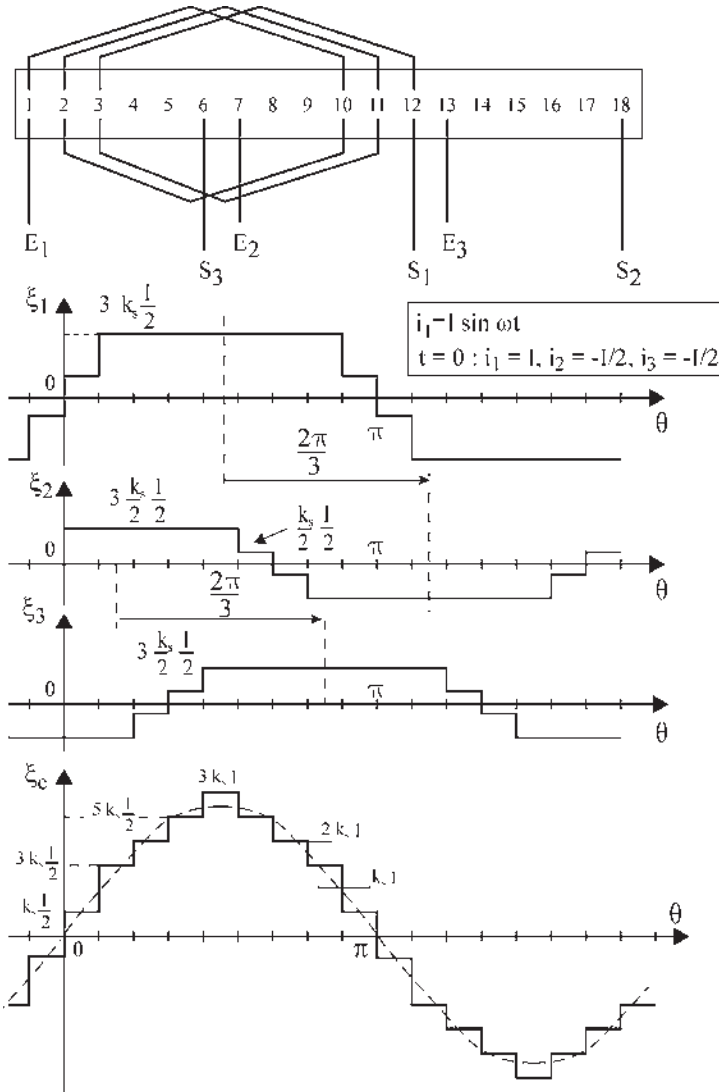


Figure 7.30

### Vous avez dit électrotechnique ?

#### L'image du secteur électrotechnique

Ayant vu le jour au début du siècle, et bien qu'en progression constante, l'électrotechnique n'exerce plus auprès des jeunes, ni auprès des médias, l'attraction des disciplines nouvelles. Pour le grand public, la course à la miniaturisation des téléphones portables se constate et est le résultat d'un progrès constant. En revanche, la montée en puissance des alternateurs, échappant au regard immédiat, n'est pas du tout ressentie comme telle... d'ailleurs on fabrique toujours le même appareil !

Il s'ensuit que l'image du secteur est globalement négative, plutôt de type traditionaliste à faible évolution alors qu'il est une des sources principales des progrès actuels de notre société.

Cette image est dommageable. Le risque est grand de voir à courte échéance ce secteur particulièrement sain par son fonctionnement sans faille, rapportant des devises à la nation, ne plus attirer les étudiants de valeur et en nombre suffisant dont il a besoin pour conserver sa position technique internationale.

**F.m.m. créée par un enroulement en sections par pôles consécutifs**

Enroulement triphasé, 2 pôles, 12 encoches, **pas diamétral**.

$k_s$  conducteurs par encoche. Le bobinage est représenté avec  $k_s = 1$ .

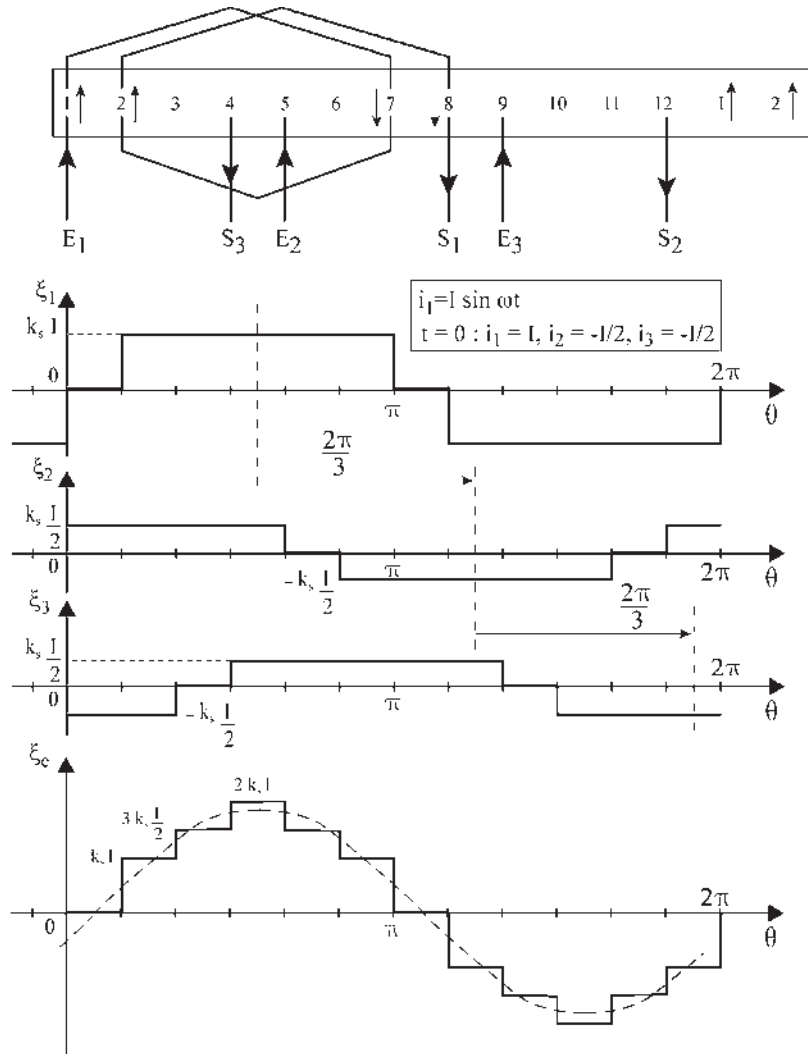


Figure 7.31

**F.m.m. créée par un enroulement en sections par pôles.**

Enroulement triphasé, 2 pôles, 12 encoches, pas raccourci.

$k_s$  conducteurs par encoche.

Le bobinage représenté avec un seul fil donne  $k_s = 2$ .

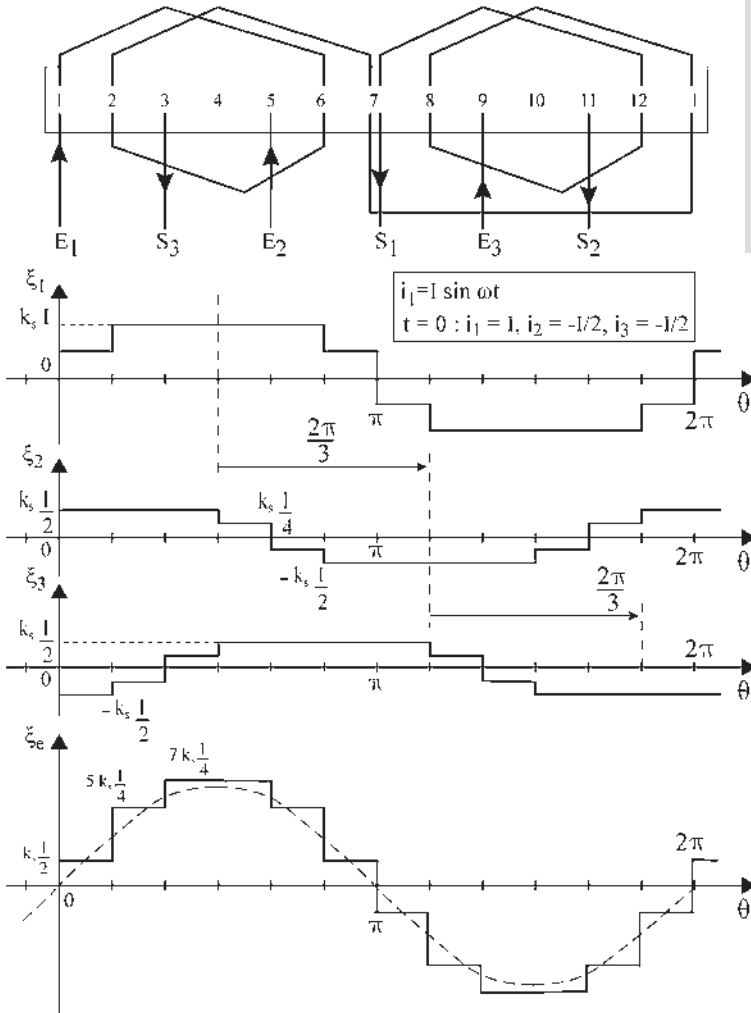
**Le saviez-vous ?**

*Le troisième programme nucléaire français*

En remplacement des centrales actuelles arrivées à terme, la troisième génération des centrales nucléaires comportera des réacteurs de type EPR à eau pressurisée.

Un premier réacteur de mise au point, non couplé au réseau, sera réalisé par Aréva, Siemens et EDF, de 2004 à 2007, sur le site de Flamanville.

Prévue pour 2017, cette troisième génération, plus sûre, moins polluante, devrait permettre de couvrir les besoins électriques des années à venir jusqu'en 2040.



Phase 1 : 1-6-2-7-1-8-12-7  
 Phase 2 : 5-10-6-11-5-12-4-11  
 Phase 3 : 9-2-10-3-9-4-8-3

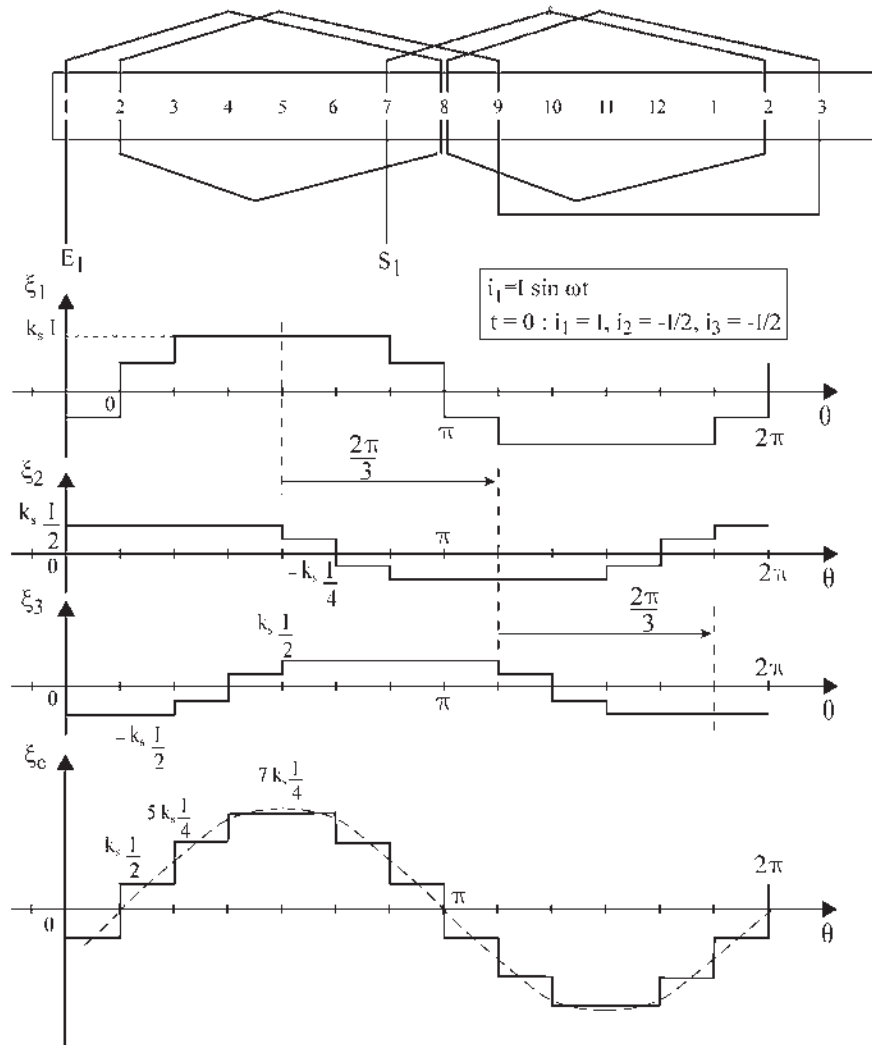
Figure 7.32

**F.m.m. créée par un enroulement en sections par pôles**

Enroulement triphasé, 2 pôles, 12 encoches, **pas allongé**.

$k_s$  conducteurs par encoche.

Le bobinage représenté avec un seul fil donne  $k_s = 2$ .



Phase 1 : 1-8-2-9-3-8-2-7

Phase 2 : 5-12-6-1-7-12-6-11

Phase 3 : 9-4-10-5-11-4-10-3

Le pas raccourci comme le pas allongé donne une f.m.m. plus faible qu'avec le pas diamétral, mais plus « sinusoïdale ».

Figure 7.33

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Enroulements répartis

Dans toutes les machines, seuls les enroulements répartis permettent d'obtenir des f.é.m. quasi-sinusoïdales. La conception de l'encoche, puis la réalisation de l'enroulement doivent alors répondre à un cahier des charges donné.

### F.é.m. donnée par un enroulement réparti

La mise en série de spires régulièrement réparties, donnant une f.é.m. plus proche d'une sinusoïde, entraîne la diminution de l'amplitude maximale de cette f.é.m. dans un rapport  $k$ , coefficient de bobinage.

### Flux reçu par une spire d'un bobinage diamétral

Dans le cas d'un bobinage diamétral, le calcul du flux à travers une surface courbe donnée pour une induction à répartition spatiale sinusoïdale peut être obtenue par le calcul du flux donné par l'induction maximale à travers la surface droite diamétrale (figure 7.7).

### Amélioration de la f.é.m. réelle

Les constructeurs proposent des améliorations pour se rapprocher au plus près de la forme sinusoïdale pour la f.é.m. : épanouissement polaire et inclinaison des encoches.

### Conduite d'un projet de calcul de machine

À partir d'un cahier des charges, il est intéressant de progresser pour discerner les liaisons entre les divers choix technologiques successifs et pour faire apparaître les règles de dimensionnement de la machine.

### Force magnétomotrice d'entrefer (f.m.m.)

À partir d'un enroulement, il est possible de déterminer la f.m.m d'entrefer et d'en déduire sa répartition spatiale, que l'on souhaite la plus sinusoïdale possible.

## FICHE MÉMO

### Bobinage diamétral

$$p\theta = \frac{\pi}{2}$$

### Flux reçu par une spire

$$\phi_m = S_c B_{\text{moyen}} = S B_m$$

### F.é.m.

$$e = E_v \sqrt{2} \sin(\omega t) \quad E_v = \frac{M j \omega}{\sqrt{2}}$$

### Enroulement réparti

$$e = k \frac{n_e}{2} \phi_m \omega \cos(\omega t) \quad \text{avec } k \frac{n_e}{2} = \frac{\sin(m\phi/2)}{\sin(\phi/2)}$$

$$E_v \sqrt{2} = \phi_{am} \omega = S_{am} B_m \omega$$

### Surface apparente maximale par phase

$$S_{am} = k k_s \frac{n_e}{2} L d$$

$k$  : coefficient de bobinage

$k_s$  : nombre de fils par encoche

$n_e$  : nombre d'encoches par phase

$m = \frac{n_e}{2}$  : nombre de paires d'encoches par phase

$S = L d$  : surface d'une spire diamétrale

### Puissance apparente électromagnétique

$$S_{em} = 3 E_v I = \frac{3}{\sqrt{2}} \phi_{am} \omega I$$

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 7.1 Quels sont les avantages et inconvénients des enroulements répartis ? Y a-t-il des remèdes ?
- 7.2 Pourquoi un alternateur triphasé a-t-il une puissance massique supérieure à un alternateur monophasé ?
- 7.3 Quelles sont les améliorations apportées pour obtenir une f.é.m. sinusoïdale ? Pourquoi tant d'acharnement ?
- 7.4 Quel est l'intérêt de la notion de surface apparente maximale  $S_{am}$  ?
- 7.5 Dans la machine synchrone de la figure 7.21, le bobinage des pôles inducteurs n'a été réalisé qu'avec des « bobines à droite ». On appelle « bobiner à droite » le fait de placer le fil en tournant à droite en avançant. On peut aussi réaliser un bobinage à gauche. Ces deux bobinages sont-ils superposables ?
- 7.6 Quel angle mécanique sépare deux pôles consécutifs d'une machine octopolaire ? Quel angle électrique sépare deux pôles consécutifs d'une machine décapolaire ?
- 7.7 Dans un rotor à pôles lisses, obtient-on un meilleur résultat avec un enroulement à bobines concentriques (figure 7.23) ou à bobines identiques décalées (figure 7.24) ?
- 7.8 Dans les bobinages statoriques, pourquoi utilise-t-on des pas allongés ou des pas raccourcis ?

## EXERCICES

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 7.1 Le bobinage du rotor à pôles lisses d'un turboalternateur bipolaire est réparti dans 12 encoches, 6 encoches consécutives par pôle, décalées entre elles de  $20^\circ$  mécaniques. On souhaite comparer

deux types d'enroulement : soit avec des bobines concentriques, soit avec des bobines identiques et décalées.

Pour chaque type d'enroulement, placer les fils sur une coupe transversale du rotor et représenter une vue développée du rotor. Conclure.

- 7.2 L'enroulement du rotor à pôles lisses d'un turboalternateur bipolaire est à bobines concentriques et comporte 8 encoches consécutives par pôle avec un pas de  $15^\circ$  mécanique. Sachant que ce bobinage comporte  $n$  conducteurs par encoches et qu'il est parcouru par un courant continu  $I$ , représenter la répartition théorique de la force magnétomotrice d'entrefer et calculer la valeur efficace de son onde fondamentale.
- 7.3 À partir des f.m.m. données aux figures 7.31, 7.32 et 7.33, faire une décomposition en série de Fourier et analyser les avantages et les inconvénients du pas raccourci et du pas rallongé sur le pas diamétral.
- 7.4 La force magnétomotrice d'entrefer du rotor d'une machine synchrone a pour fondamental  $\xi(t) = knI \sin(\omega t)$  avec  $k = 3,2$  et  $n = 20$ . Calculer l'intensité du courant d'excitation  $I$  correspondant à une induction maximale dans la machine de  $0,7 T$ , sachant que l'entrefer d'épaisseur  $e = 0,5$  mm est « vorace » en ampères-tour en consommant 90 % des  $At$  créés par l'inducteur. Quel est l'intérêt d'obtenir une bonne répartition spatiale sinusoïdale de  $\xi$  ?
- 7.5 Le stator d'un petit alternateur triphasé, hexapolaire, a une longueur utile de 17 cm et un diamètre intérieur de 33 cm. Il comporte 2 encoches par pôle et par phase et 20 conducteurs par encoche. Les trois phases sont montées en étoile et la f.é.m. composée à vide est de 380 V à la fréquence de 50 Hz. On demande, en supposant la répartition de l'induction dans l'entrefer parfaitement sinusoïdale :
  - 1) de calculer le flux nécessaire par pôle pour obtenir à vide la tension nominale.
  - 2) de calculer la valeur maximale de l'induction dans l'entrefer.

# Marche en charge en régime permanent équilibré

## Objectifs

- Distinguer le fonctionnement en générateur autonome et le fonctionnement en moteur.
- Comprendre le fonctionnement réversible de la machine et le lier au type de réaction d'induit.
- Déterminer le type de réaction d'induit si l'on connaît le déphasage du courant de charge  $i$  par rapport à la tension à vide  $e_v$ .

## Vocabulaire

Fonctionnement réversible  
de la machine synchrone  
Générateur autonome  
Interconnexion des  
réseaux électriques

Production, transport et  
distribution de l'énergie  
électrique  
Réaction d'induit

Synchronisme des champs  
magnétiques

Ce chapitre aborde la spécificité de la machine synchrone lors de son fonctionnement en charge en justifiant le nom qu'on lui a donné. Le synchronisme des champs stator  $\vec{B}_l$  et rotor  $\vec{B}_j$  étant indispensable, la position relative de ces champs indique le type de fonctionnement en moteur ou en générateur.



## 8.1 AVANTAGES DU TRIPHASÉ : PRODUCTION, TRANSPORT, DISTRIBUTION

Le courant continu a régné en maître de 1870 à 1920. Il convenait pour les réseaux locaux avec utilisation proche de la production. En 1880, la génératrice ne pouvait alimenter les moteurs, sans courroies entre eux contrairement au passé thermique, que dans un rayon de quelques kilomètres, d'où le nom de centrale électrique. Le transformateur n'existe pas en continu. L'impossibilité de monter la tension des machines, à cause de la proximité des lames non isolées du collecteur, rendait inaccessibles les hautes tensions pour le transport à grande distance en continu.

Les moteurs avec les caractéristiques shunt (autorégulateur de vitesse) et série (autorégulateur de puissance) étaient appréciés car ils étaient accessibles aux commandes.

Le courant alternatif s'est imposé à partir des années 1920 pour de multiples raisons :

- l'alternatif présente l'avantage de minimiser les pertes Joule  $RI^2$ , pour le transport à grande distance de l'énergie, grâce aux hautes tensions ;
- à puissance égale transportée, si la tension augmente, le courant diminue. L'interconnexion des régions montagneuses productrices avec les régions consommatrices devenait possible avec le transport à grande distance (figure 8.1).
- avec les travaux de Ferraris sur les champs tournants, on disposait de moteurs synchrones et asynchrones alimentés directement par le réseau, mais tournants sensiblement à vitesse constante, d'où la nécessité de fabriquer du continu pour retrouver les réglages.

Avantages du triphasé pour la production, le transport et la distribution :

- le monophasé demande 2 fils pour transporter une puissance  $p$  ;
- le diphasé demande 2 fils plus un gros fil pour transporter  $2p$  ;
- le triphasé demande 3 fils plus un petit fil,  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$  pour  $3p$  ;
- meilleure utilisation de la carcasse dans un alternateur triphasé.

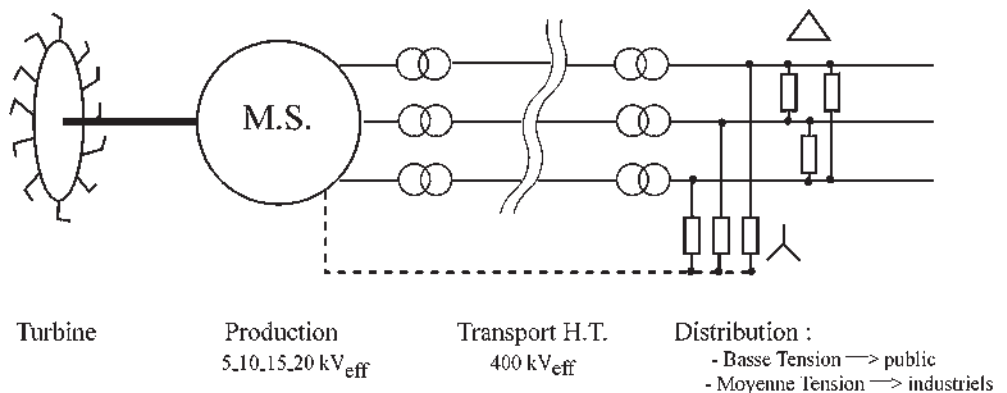


Figure 8.1

En 1945, on abandonna progressivement les réseaux locaux après la nationalisation d'EDF. Dans les années 1950, on trouvait encore du continu dans certains quartiers de Paris et du 25 Hz dans le sud-est de la France.

En 1960, on normalisa les tensions et les fréquences. Consécration du triphasé pour le transport et du monophasé 220-380V pour l'alimentation domestique.

Pour équilibrer le réseau triphasé, EDF répartit les zones d'habitation sur les trois phases. Le continu n'a pourtant pas perdu de son attrait. L'utilisation des redresseurs pour l'alimentation des moteurs permet alors de retrouver les caractéristiques shunt et série, appréciées des industriels, les réglages se faisant facilement avec les hacheurs.

Le transport d'énergie transmanche s'effectue en courant continu. En alternatif, la puissance transportée par phase est  $V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$  tandis que l'isolation est faite pour  $V_{\text{max}} = V_{\text{eff}} \sqrt{2}$ . Dans les câbles sous-marins, les fils isolés étant confinés dans le même câble, l'utilisation du continu est intéressante. En effet, pour la même isolation, la puissance transportée avec le même courant efficace est  $V_{\text{eff}} \sqrt{2} I_{\text{eff}}$ . La production locale du continu est faite par un redresseur.

Contrairement à la machine à courant continu, le redresseur permet l'obtention d'une tension importante.

## 8.2 FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONNE EN GÉNÉRATEUR AUTONOME

On traitera d'une machine synchrone bipolaire triphasée, qui peut être couplée intérieurement en étoile ou en triangle, alimentant uniquement des récepteurs de type  $R, L, C$  ou des moteurs.

Excitée et entraînée en rotation à vitesse constante, par exemple dans le sens direct, la machine donne à vide un système de f.é.m. triphasées équilibrées dont la pulsation est obligatoirement la vitesse angulaire électrique de rotation du rotor.

Choisissons  $e_{v1}$  maximal à  $t = 0$ , alors,

$$e_{v1} = \phi_{\text{am}} \omega \cos \omega t$$

$$e_{v2} = \phi_{\text{am}} \omega \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$e_{v3} = \phi_{\text{am}} \omega \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

$\phi_{\text{am}}$  flux apparent maximal reçu par une phase  $\phi_{\text{am}} = S_{\text{am}} B_j$ .

### Le saviez-vous ?

#### Le transport électrique

L'électricité est produite dans les centrales nucléaires à une tension de 20 ou 24 kV. Dès la sortie de la centrale, des transformateurs vont l'élever de 24 à 400 kV, tension bien adaptée au réseau français et à la plupart des réseaux étrangers. Une tension plus élevée, 735 ou 1 000 kV, n'a d'intérêt que pour des lignes très longues transportant une puissance importante depuis un centre de production très éloigné (Baie James, Manicouagan au Canada).



Pylônes double drapeau ou à 2 circuits.

On peut placer le champ maximal de l'inducteur (figure 8.2) qui peut être donné par un aimant permanent ou par un électroaimant excité par un courant continu  $j$ . Pour tenir compte de cette excitation on notera  $\vec{B}_j$  l'induction maximale donnée par le rotor. Dès qu'elle est en charge, la machine débite des courants.

On peut écrire la f.é.m. en charge  $e_{ch} = v + ri$ ,  $i$  étant le courant de ligne et  $e_{ch}$  la tension simple en imaginant la machine couplée en étoile (on pourrait tout aussi bien imaginer la machine couplée en triangle et écrire  $e_{ch} = u + rj$ ,  $j$  étant le courant de phase et  $e_{ch}$  la tension composée).

Que les charges soient montées en étoile ou en triangle si elles sont identiques, sur les trois phases en étoile, entre les trois phases en triangle ou si les deux types de charges existent simultanément, les courants appelés sont triphasés équilibrés, de même pulsation  $\omega$  que la f.é.m. à vide.

$$\begin{aligned} i_1 &= I\sqrt{2} \cos(\omega t - \psi) \\ i_2 &= I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_3 &= I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \psi - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

En régime permanent équilibré, les courants sont triphasés équilibrés, de même pulsation  $\omega$  que les f.é.m. à vide et déphasés de  $\psi$  par rapport à celles-ci.

Le passage des courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  dans les bobines statoriques donne, en application du théorème de Ferraris, un champ tournant unique  $\vec{B}_I$  de même sens et de même vitesse angulaire de rotation  $\omega$  que  $\vec{B}_j$ . Comme  $\vec{B}_j$ , le champ  $\vec{B}_I$  est un vecteur spatial.

Le champ  $\vec{B}_I$  de réaction d'induit et le champ inducteur  $\vec{B}_j$  tournent au synchronisme à la même vitesse angulaire  $\omega$ .

Le moment du couple instantané entre l'électroaimant rotor et le champ tournant stator s'écrit :  $\vec{C} = \vec{M}_j \wedge \vec{B}_I$ ,  $\vec{M}_j$  étant le moment magnétique  $j\vec{S} = \text{volume} \cdot \chi \cdot \vec{H}$  porté par le

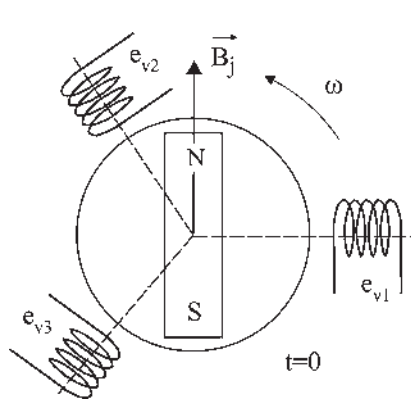
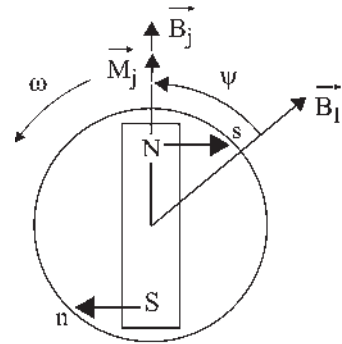


Figure 8.2



en générateur :  $0 < \psi < \pi$   
 $C < 0$

Figure 8.3

vecteur  $\vec{B}_j$ . L'amplitude  $\vec{C} = M_j B_I \sin(\vec{M}_j, \vec{B}_I)$  est constante puisque les deux champs  $\vec{B}_I$  et  $\vec{B}_j$  tournent au synchronisme.

Le moment du couple est négatif puisqu'il s'oppose à la rotation (figure 8.3), ce qui implique que  $\vec{B}_I$  soit en arrière dans le sens de rotation par rapport au champ inducteur  $\vec{B}_j$ . Le moment du couple est maximal lorsque  $\vec{B}_I$  est perpendiculaire à  $\vec{B}_j$ . Pour deux décalages AR d'angles  $\alpha$  et  $(\pi - \alpha)$ , bien que les forces soient d'attraction dans un cas et de répulsion dans l'autre, les moments des couples sont égaux et de même sens. Physiquement, le moment du couple opposé à la rotation est matérialisé par les forces d'attraction de  $\vec{B}_I$  sur  $\vec{B}_j$  (action de  $s$  sur  $N$  et de  $n$  sur  $S$ ) et par les bras de levier, les forces ne passant pas par l'axe de rotation.

$$\text{Couple} = \text{force} \times \text{bras de levier}$$

Pour maintenir le rotor à la vitesse de rotation initiale, il faut donc fournir un travail instantané, produit du moment du couple par l'angle  $d\theta$  de rotation, ce qui correspond à une puissance  $C \frac{d\theta}{dt} = C\omega$ .

**Remarque** : Dans la marche à vide, pour la création des f.é.m., en négligeant les frottements du rotor sur l'air et de l'arbre sur les coussinets, aucun travail n'est exigé.

## 8.3 FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE SYNCHRONE EN MOTEUR

Imaginons être en possession d'un dispositif nous permettant de créer un champ tournant stator et d'être maître de sa vitesse de rotation et de son accélération.

Ce champ étant à l'arrêt à  $t = 0$ , le rotor se déplace spontanément pour que les pôles de noms contraires soient en regard.

Déplaçons le champ stator très lentement dans le sens direct, le rotor va suivre en tenant compte de sa propre inertie. Accélérons lentement, le rotor va accélérer à son tour. Si l'on procède sans à-coups, petit à petit, il est théoriquement possible d'entraîner le rotor jusqu'à une vitesse non négligeable.

En pratique, ce sera difficile pendant la mise en accélération car dès que le champ sera en avance de plus de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{B}_j$  le couple agissant sur le rotor va diminuer, tout en restant de même sens, mais en passant d'attractif à répulsif. Si le champ est en avance de plus de  $\pi$  par rapport à  $\vec{B}_j$  le couple agit en sens inverse.

Mais revenons à la réalité. Pour fonctionner en moteur, il nous faut alimenter le stator de la machine par des courants triphasés à la pulsation  $\omega_s$  du réseau d'alimentation existant.  $\omega_s = 314$  rad/sec. Alors, aucun couple moyen n'agit sur le rotor à l'arrêt, qui reste immo-

### Le saviez-vous ?

#### Machines super synchrones

Dans les années 1920, on a construit des machines « super synchrones » comme aujourd'hui on fabrique des « super produits ». Dans ces machines, le rotor et le stator étaient mobiles. Avant la mise sous tension du stator, on lançait celui-ci à  $\omega_s$  en sens inverse à l'aide d'une machine auxiliaire. Après couplage au réseau, le champ  $\vec{B}_j$  était fixe dans l'espace comme le rotor, puis on freinait très doucement le stator jusqu'à l'arrêt. Alors, si le technicien avait un bon doigté, on arrivait en définitive, au stator fixe et au rotor tournant à la vitesse de synchronisme. Aujourd'hui et depuis longtemps, l'accrochage se fait différemment car la manœuvre était longue et aléatoire.

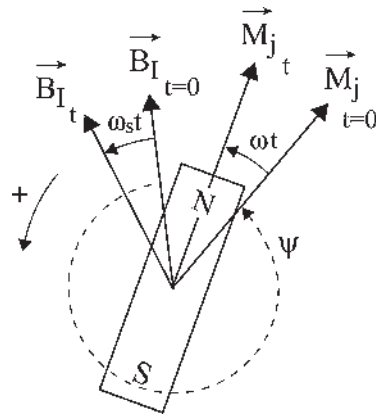


Figure 8.4

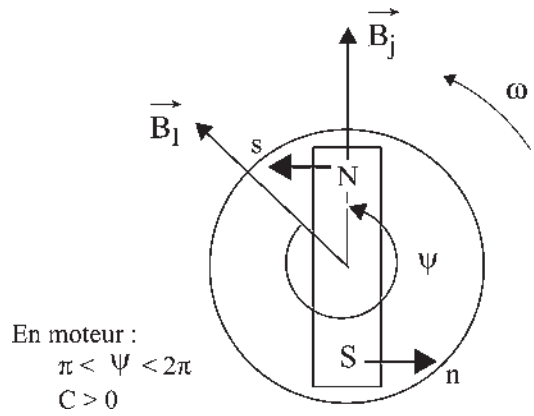


Figure 8.5

En moteur :  
 $\pi < \psi < 2\pi$   
 $C > 0$

bile, car le couple instantané change de signe (de sens) à chaque rotation de  $\pi$  électrique du champ  $\vec{B}_j$ . Si l'on veut obtenir un couple moyen, il faut que le couple instantané soit constant. C'est dire que  $\vec{B}_j$  doit tourner au synchronisme et dans le même sens que  $\vec{B}_I$ . Il faut « accrocher la machine sur le réseau » en lançant le rotor en rotation.

Calculons le moment du couple instantané entre le champ tournant stator  $\vec{B}_I$  tournant à  $\omega_s$  et le rotor tournant à  $\omega$  dans le même sens (figure 8.4). Positionnons  $\vec{B}_I$  et  $\vec{B}_j$  initialement à  $t = 0$ , avec  $\psi = (\vec{B}_I, \vec{M}_j)$  à  $t = 0$ .

$$\vec{C} = \vec{M}_j \wedge \vec{B}_I \quad C = M_j B_I \sin(\vec{M}_j, \vec{B}_I) = M_j B_I \sin[(\omega_s - \omega)t - \psi]$$

S'il n'y a pas de synchronisme des champs  $\omega_s \neq \omega$ , le couple instantané est pulsatoire, alors le couple moyen est nul. Il est générateur pendant une demi-période et moteur pendant l'autre, la période étant  $T = 2\pi/(\omega_s - \omega)$  seconde.

Le synchronisme des champs  $\omega_s = \omega$ , entraînant  $C_{\text{instantané}} = C_{\text{moyen}}$   $C_{\text{moyen}} = M_j B_I \sin \psi$ , est indispensable si l'on désire que le couple travaille au cours de la rotation  $dW = C d\theta$ .

Dans le fonctionnement moteur, le couple est positif  $\pi < \psi < 2\pi$  (figure 8.5).

Comme pour la génératrice, au synchronisme des champs, en fonctionnement moteur, les couples sont égaux pour deux décalages AV  $\alpha$  et  $(\pi - \alpha)$ .

## 8.4 FONCTIONNEMENT RÉVERSIBLE GÉNÉRATEUR-MOTEUR DE LA MACHINE SYNCHRONE

Il ne peut se faire que si la machine fait partie d'un « réseau » où d'autres machines du même type peuvent fournir l'énergie nécessaire pour permettre un fonctionnement moteur de l'une d'entre elles.

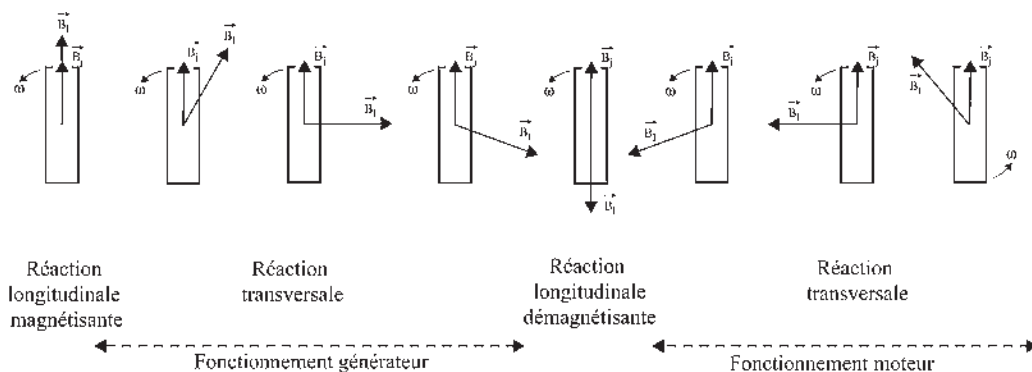


Figure 8.6

Dans le paragraphe 8.2 où la machine alimentait un réseau composé uniquement de « consommateurs », on a vu que le fonctionnement moteur ne pouvait pas avoir lieu. Ce fonctionnement a été appelé fonctionnement en alternateur autonome.

Dans le fonctionnement sur réseau, une des nombreuses machines synchrones peut fonctionner en générateur en fournissant de l'énergie au réseau, ou en moteur en absorbant de l'énergie du réseau (les autres machines fournissant l'énergie).

Après l'accrochage, qui réalise l'égalité de  $\omega$  imposé par la turbine avec  $\omega_s$  imposé par le réseau,  $\vec{B}_I$  et  $\vec{B}_j$  sont au synchronisme. En fonction des réglages, tout en maintenant le synchronisme, par rapport à  $\vec{B}_j$ ,  $\vec{B}_I$  pourra être dans une direction quelconque et donner des réactions d'induit différentes (figure 8.6).

Dans le fonctionnement sur réseau, en régime permanent, le type de réaction d'induit se caractérise par le déphasage  $\psi$  du courant de phase  $i$  par rapport à la f.é.m. à vide  $e_v$ .

En fonctionnement générateur autonome ou en fonctionnement réversible moteur/générateur sur réseau, en régime permanent équilibré, les courants de phases sont triphasés équilibrés et de pulsation égale à la vitesse angulaire électrique de rotation du rotor  $\omega = p\Omega$ . C'est dire que le courant de phase et la f.é.m. à vide ont pour même pulsation la vitesse angulaire de rotation du rotor de la machine bipolaire équivalente.

## Vous avez dit électrotechnique ?

### La formation en génie électrique

Le domaine du génie électrique est beaucoup plus important, dynamique et compétitif qu'on ne l'imagine en général. Quasiment ignoré des médias, il est à l'origine de grandes réussites industrielles et de succès remarquables. Ce domaine propose, à tous les niveaux, du CAP au doctorat, en passant par l'ouvrier spécialisé, le technicien, BEP, le technicien supérieur, BTS et DUT, le maître, EEA ou MST, l'ingénieur, le docteur, des formations valorisantes menant directement à un emploi.



## Exercice d'application

Déterminons le type de réaction d'induit si  $i$  et  $e_v$  sont en phase. Raisonnons sur des bobines diamétrales à l'instant où  $e_v$  est maximale :  $e_v = -\frac{d\phi_j}{dt}$ , ce qui signifie que le flux reçu à vide par la bobine stator 1S s'annule en décroissant. Cela positionne le rotor (figure 8.7).

La loi de Faraday  $e = \vec{B}_j(d\vec{l} \wedge \vec{v})$  donne le sens de la f.é.m. et donc du courant dans la bobine 1S. Ce courant maximal donne une réaction d'induit transversale. C'est un fonctionnement générateur, le couple agissant sur le rotor étant opposé à la rotation.

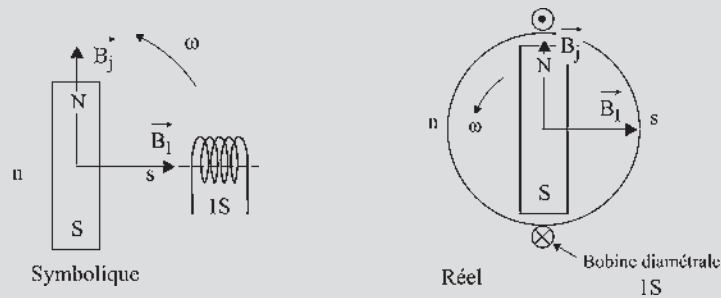


Figure 8.7

On pourrait aussi raisonner par la loi de Lenz. Le flux inducteur s'annulant en décroissant, l'induit réagit pour empêcher cette diminution. Le couple obtenu s'oppose à la rotation. C'est un fonctionnement générateur.

Dans le fonctionnement moteur, le couple est dans le sens de rotation,  $i$  est en opposition de phase avec  $e_v$  pour la réaction transversale.

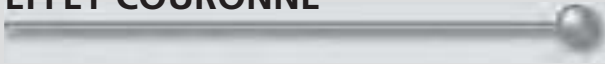
## 8.5 MODÉLISATION DU FONCTIONNEMENT

À partir des hypothèses fondamentales, le modèle permettra de rassembler dans un diagramme unique toutes les informations concernant le fonctionnement de la machine. Trois modèles sont utilisés :

- Modèle à réactance constante encore appelé modèle linéaire ou modèle de Behn Eschenburg. Il convient aux machines synchrones à pôles lisses non saturées : chapitre 9.
- Modèle de Potier faisant intervenir la saturation. Il convient aux machines synchrones à pôles lisses saturées : chapitre 13.
- Modèle de Blondel, puis par extension, modèle des deux réactions. Ils conviennent aux machines synchrones à pôles saillants, saturées ou non saturées : chapitre 13.

# Pour en savoir plus...

## EFFET COURONNE



### *La théorie des ions*

Un gaz n'est pas un isolant. Un gaz ionisé comporte autant d'ions négatifs que d'ions positifs. Un ion est un atome ayant gagné ou perdu un électron. L'ionisation de l'air se produit par les radiations, par chocs ou naturellement par frottement des nuages entre eux à l'approche d'un orage.

Les marins ont été les premiers observateurs des aigrettes accompagnées de crépitements sur les mâts des navires. La foudre a pu être observée depuis la nuit des temps. La découverte des paratonnerres par B. Franklin en 1747 permettait de dompter ce phénomène mystérieux, dangereux et aléatoire.

Par la suite, les alpinistes ont été intrigués par ce même phénomène de crépitements accompagnés d'aigrettes sur toutes les aspérités montagneuses à l'approche d'un orage.

### *Le potentiel disruptif*

La loi de Paschen<sup>1</sup> établit que la « tension explosive » entre deux plateaux indéfinis ne dépend que de la masse de gaz par unité de surface. Il en est tout autrement si le champ n'est pas uniforme ou si la surface comporte des pointes ou même des aspérités. Pour un potentiel donné, le champ est très intense autour des pointes entraînant des ions qui par chocs ionisent encore plus le gaz. Ce

pouvoir des pointes est utilisé dans tous les halls d'essais haute tension.

Le champ disruptif de l'air à pression atmosphérique  $E = 3 \times 10^6$  V/m (paragraphe 1.3.4) est le champ électrique maximal admissible ; autrement dit, c'est le champ minimal nécessaire pour détruire le caractère isolant de l'air. En pratique,  $E$  diminue fortement avec les irrégularités de surface, avec l'ionisation de l'air et avec les conditions atmosphériques.

### *L'effet couronne ou effet corona*

Il se produit sur les lignes de transport d'énergie à haute tension. Il est dû à l'ionisation de l'air et se présente pour des fils fins sous la forme d'une gaine lumineuse bleuâtre. Pour des fils de plus gros diamètre, des aigrettes apparaissent accompagnées de crépitements. C'est le début d'une avalanche électronique. Ce phénomène est combattu pour les pertes en ligne qu'il crée, pour les aigrettes qui produisent des perturbations radio-phoniques et pour les crépitements qui inquiètent et mobilisent les populations riveraines.

L'expérience, les essais et les recherches ont permis de simuler l'effet couronne et de déterminer les paramètres permettant de le réduire pour qu'il soit acceptable. Les facteurs importants sont la tension, le champ électrique superficiel, le diamètre du fil, l'état de surface du fil et les conditions atmosphériques.

Pour le réseau 400 kV européen, l'utilisation de plusieurs conducteurs fins montés en faisceaux, c'est-à-dire en parallèle, donne des résultats acceptables.

<sup>1</sup> Voir chapitre 9 « Pour en savoir plus », modélisation des micro-systèmes.



# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Générateur autonome

Un générateur autonome alimente un groupement équilibré de récepteurs et, en conséquence la pulsation est à tout instant la vitesse de rotation instantanée de la machine.

### Déphasage du courant de charge $i$ par rapport à $e_v$

À vitesse constante (régime permanent), les courants sont triphasés équilibrés, de même pulsation que les f.é.m. à vide et déphasés de  $\psi$  par rapport à celles-ci.

### Synchronisme des champs

Le champ  $\vec{B}_I$  de réaction d'induit et le champ inducteur  $\vec{B}_j$  tournent au synchronisme à la même vitesse angulaire  $\omega$ .

### Couple et sens de rotation

En générateur : le moment du couple s'oppose à la rotation. En conséquence, le champ induit est en arrière par rapport au champ inducteur :  $C\omega < 0$ .

En moteur : le moment du couple entraîne la rotation. En conséquence, le champ induit est en avance par rapport au champ inducteur :  $C\omega > 0$ .

### Réversibilité

Une machine synchrone ne peut avoir un fonctionnement réversible que si elle est connectée à un réseau capable de fournir ou d'absorber de l'énergie.

### Réaction d'induit

En générateur, la réaction magnétique d'induit  $\vec{B}_I$  est définie par le champ produit par les courants statoriques.

En moteur, et par abus de langage, on reprend pour  $\vec{B}_I$  l'appellation réaction magnétique d'induit.

Le type de réaction magnétique d'induit se caractérise par la valeur du déphasage  $\psi$  du courant de phase  $i$  par rapport à la f.é.m. à vide  $e_v$ .

## FICHE MÉMO

### F.é.m. et courant de charge

$$\text{Si } \begin{cases} e_{v1} = \phi_{\text{am}} \omega \cos \omega t \\ e_{v2} = \phi_{\text{am}} \omega \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e_{v3} = \phi_{\text{am}} \omega \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

$$\text{alors } \begin{cases} i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \psi) \\ i_2 = I\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \psi - \frac{2\pi}{3} \right) \\ i_3 = I\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \psi - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

### Couple, travail, puissance

$$\text{Couple : } \vec{C} = \vec{M}_j \wedge \vec{B}_I$$

$$\text{Travail : } dW = C d\theta$$

$$\text{Puissance : } P = C \frac{d\theta}{dt} = C \cdot \omega$$

### Couple moteur

$$\text{Au synchronisme : } C_{\text{inst}} = C_{\text{moyen}} = -M_j B_I \sin \psi$$

Positions des champs et modes de fonctionnement

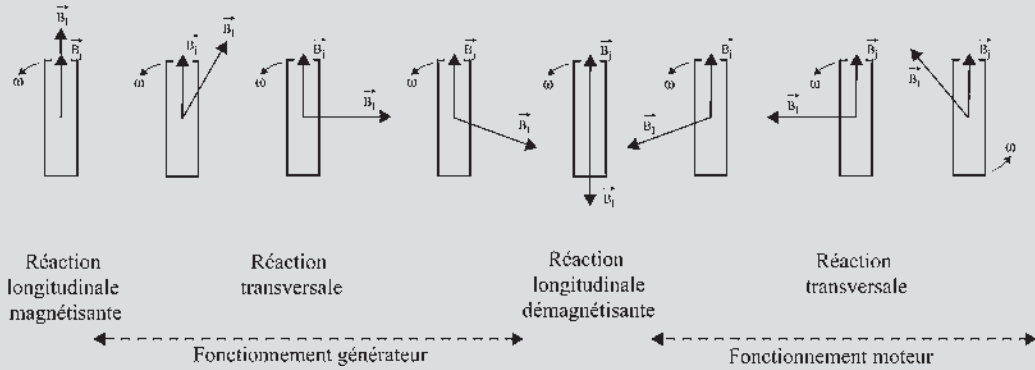


Figure 8.8

QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 8.1 Dites pour différentes positions de  $\vec{B}_1$  par rapport à  $\vec{B}_j$  (figure 8.3) s'il y a un couple et si la machine fonctionne en moteur ou en générateur :  $\vec{B}_1$  en AR de  $\frac{\pi}{2}$ , en phase, en AV de  $\frac{\pi}{2}$ , en opposition de phase avec  $\vec{B}_j$ .
- 8.2 Déterminer le type de réaction d'induit pour différentes positions de  $i$  par rapport à  $e_v$  :  $\frac{\pi}{2}$  AR, en phase,  $\frac{\pi}{2}$  AV, en opposition de phase.
- 8.3 Une machine synchrone fonctionne en générateur au couple maximal. Pouvez-vous sur un même dessin représenter le rotor, les vecteurs  $\vec{B}_1$  et  $\vec{B}_j$ , les pôles  $N$  et  $S$ ,  $n$  et  $s$ , le sens de rotation  $\omega$  et le sens du couple agissant sur le rotor ?
- 8.4 Une machine synchrone fonctionne en moteur au couple maximal. Représenter le rotor, les vecteurs  $\vec{B}_1$  et  $\vec{B}_j$ , les pôles  $N$  et  $S$ ,  $n$  et  $s$ , le sens de rotation  $\omega$  et le sens du couple agissant sur le rotor.

EXERCICES

- 8.1 Une petite ville de 10 000 habitants consomme une puissance de 10 MW. Cette ville est située à environ 10 km d'une ligne HT 63 kV. Pour alimenter cette ville, plusieurs solutions de transport sont alors envisageables.
  - a. Transport monophasé HT 63 kV.
  - b. Transport triphasé HT 63 kV.
  - c. Transport triphasé BT 230 V.
 Calculer pour chacune des trois solutions de transport proposées :
  - l'intensité efficace  $I$  du courant dans la ligne ;
  - la section des câbles sachant que pour un fil de cuivre la norme impose une section de  $2 \text{ mm}^2$  pour 12 A efficaces. Conclure.

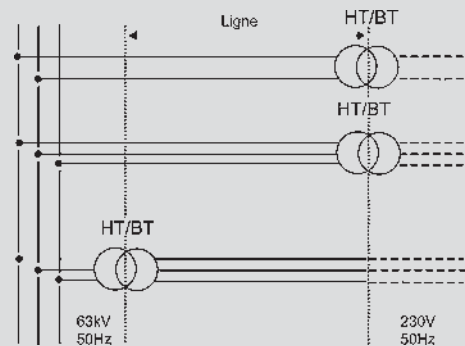


Figure 8.9

- 8.2** Une machine synchrone fonctionne à couple nul. Quelles sont alors les positions relatives possibles de  $\vec{B}_l$  par rapport à  $\vec{B}_j$  ? Peut-on donner pour chacune de ces positions le déphasage de  $i$  par rapport à  $e_v$  ?
- 8.3** Une machine synchrone triphasée hexapolaire dont on ne connaît pas les connexions électriques internes entre bobines statoriques, fournit au réseau 50 Hz EDF une tension composée  $U = 380$  V et débite un courant  $I$  par fil de ligne.
1. Faire le schéma positionnant les bobines statoriques de la machine.
  2. Déterminer la fréquence  $N_s$  dite vitesse de rotation et la vitesse angulaire  $\Omega_s$  du champ tournant stator.
  3. Les bobines triphasées peuvent être montées en étoile ou en triangle. La machine étant hexapolaire, les bobines de phases identiques peuvent être montées en série ou en parallèle. Représenter simplement les quatre cas de montages distincts.
  4. Pour chacun des quatre cas, calculer :
    - la tension supportée par une quelconque des bobines ;
    - le courant traversant cette même bobine ;
    - le produit tension  $\times$  courant pour cette bobine.
  5. Compte tenu des résultats obtenus avec les quatre couplages, a-t-on le droit de décider arbitrairement, sans toucher au couplage existant, que le couplage interne de la machine est l'un quelconque des quatre étudiés ?

# Modélisation des machines à pôles lisses non saturées

## Objectifs

- Comprendre la genèse et l'élaboration d'un diagramme espace-temps.
- Relier les puissances électromagnétiques apparentes actives et réactives à l'induction maximale par pôle et au courant efficace.
- Calculer le moment du couple électromagnétique d'une machine synchrone.

## Vocabulaire

Diagramme espace-temps	Puissance électromagnétique
Puissance active $P$ ,	apparente complexe $\bar{S}$
réactive $Q$ et apparente $S$	Réactance synchrone

Cette première modélisation de la machine synchrone concerne une machine à pôles lisses, non saturée, en régime permanent équilibré. Ce modèle consiste à rassembler dans un même diagramme toutes les informations concernant le fonctionnement de la machine :

- informations spatiales avec le vecteur induction  $\vec{B}_j$ , avec les positions du rotor et celles des bobinages statoriques ;
- informations temporelles avec les valeurs instantanées des scalaires tensions, courants, flux et f.é.m. à vide et en charge de toutes les phases de la machine.

À partir des notations en amplitudes efficaces complexes et de la notion de puissance électromagnétique apparente  $S_{em}$ , on déterminera les puissances active et réactive électromagnétiques  $P_{em}$  et  $Q_{em}$ , produits vectoriel et scalaire des mêmes grandeurs  $\vec{B}_j$  et  $\vec{I} \cdot S_{am}$ .

## 9.1 ÉQUATIONS TEMPORELLES ET VECTORIELLES

### Représentations symboliques

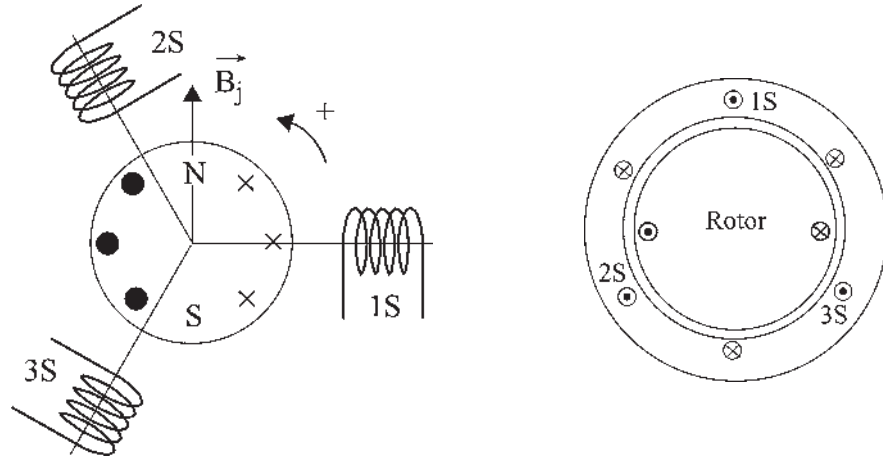


Figure 9.1

### Conventions

- Écrivons la loi d'Ohm avec les conventions « générateur » puisque la machine est principalement utilisée en générateur. Pour chaque phase d'enroulement, la f.é.m. en charge est (figure 9.1) :

$$e_{\text{ch}} = v + ri = -\frac{d\varphi_r}{dt}$$

$\varphi_r$  étant le flux total instantané reçu par la phase considérée et  $r$  la résistance d'une phase stator.

- Adoptons le sens trigonométrique pour les angles et les rotations.
- Toutes les bobines seront considérées « à droite ».
- Aucune option sur le couplage stator, étoile ou triangle.

### Hypothèses

- Les matériaux étant ferromagnétiques, la perméabilité est grande,  $\mu_r \approx 10^4$ , ce qui implique  $\vec{B}$  radial dans l'entrefer.
- Le stator est feuilleté, composé d'un empilage de disques, pour supprimer les courants de Foucault.
- La machine n'est pas saturée,  $\mu_r = \text{cste}$ . On peut alors écrire pour une phase stator quelconque :

$$\varphi_r = \varphi_j + \varphi_i$$

$\varphi_j$  étant le flux dû à l'inducteur seul alimenté et  $\varphi_i$  le flux dû à l'ensemble induit triphasé seul alimenté.

$$e_{ch} = -\frac{d\varphi_r}{dt} = -\frac{d\varphi_j}{dt} - \frac{d\varphi_i}{dt}$$

avec  $-\frac{d\varphi_j}{dt} = e_v$  f.é.m. à vide.

– La répartition spatiale de l'induction étant sinusoïdale dans l'entrefer,

$$\varphi_i = L_1 i_1 + M_{12} i_2 \cos \frac{2\pi}{3} + M_{13} i_3 \cos \frac{4\pi}{3}$$

– La machine étant bien construite, on parle « d'équilibrage mécanique »,

$$M_{12} = M_{23} = M_{31} = M_{ab}, \text{ de même } L_1 = L_2 = L_3 \text{ d'où } \varphi_i = L_1 i_1 - \frac{M_{ab}}{2} (i_2 + i_3).$$

– Le fonctionnement étant équilibré, l'équilibrage électrique s'écrit :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \text{ donnant } \varphi_i = \left( L_1 + \frac{M_{ab}}{2} \right) i_1 = L i_1.$$

– En tenant compte de ces hypothèses :

$$\varphi_i = L i ; L \text{ étant l'inductance cyclique totale.}$$

### Équation temporelle

$$e_v = v + r i + L \frac{di}{dt}$$

– Valable pour chaque phase 1S, 2S, 3S.

–  $i$  et  $v$  étant, pour une quelconque des phases, le courant dans la phase et la tension aux bornes, l'équation sera utilisable avec les variables  $v, i$  (stator en étoile) ou  $u, j$  (stator en triangle).

### Marche à vide

Bien que le rotor soit à pôles lisses, on le représentera (figure 9.2) souvent dans les figures, comme s'il était à pôles saillants, pour mieux faire ressortir les axes, les bobinages et le sens du flux inducteur.

$$e_v = -\frac{d\varphi_j}{dt} \quad \varphi_j = M j \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} + \omega t \right)$$

$$e_v = M \omega j \cos(\theta + \omega t) = E_v \sqrt{2} \cos(\theta + \omega t)$$

( $e_v$  sinusoïdal de pulsation  $\omega$ )

$$E_v \sqrt{2} = S_{am} \cdot B_j \cdot \omega = M \cdot j \cdot \omega = \phi_{am} \cdot \omega$$

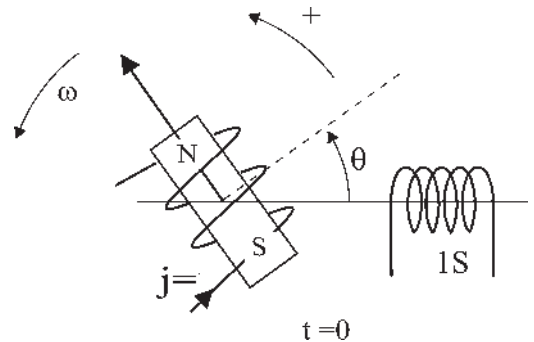


Figure 9.2

### Marche en charge (régime permanent)

$e_v$  étant sinusoïdal de pulsation  $\omega$ ,  $e_v = v + r i + L \frac{di}{dt}$ , l'équation différentielle linéaire, avec une variable par terme, et à coefficients constants implique que :

- dans le fonctionnement en alternateur autonome, de charge  $R_r, L_r$  par phase,  $v = R_r i + L_r \frac{di}{dt}$ , le courant  $i$  soit sinusoïdal de pulsation  $\omega$  ;
- dans le fonctionnement sur réseau puissant (EDF),  $\omega$  et  $v$  étant imposés, avec l'accrochage,  $e_v$  étant aussi sinusoïdal, de pulsation  $\omega$ , alors  $i$  est sinusoïdal de pulsation  $\omega$ .

### Modèle en régime permanent

Dans tous les cas, le régime permanent concerne la solution particulière de l'équation différentielle linéaire à coefficients constants avec second membre.

Selon le choix arbitraire à  $t = 0$ ,  $v = V\sqrt{2} \cos \omega t$  ou  $v = V\sqrt{2} \sin \omega t$  les équations instantanées s'écrivent avec des cosinus  $i = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$  ou avec des sinus  $i = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$  :

$$E_v \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta) = V \sqrt{2} \cos \omega t + r I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) + L \omega I \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$E_v \sqrt{2} \sin(\omega t + \theta) = V \sqrt{2} \sin \omega t + r I \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi) + L \omega I \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Toute combinaison linéaire de solutions « forcées » étant solution, on peut prendre une sollicitation plus compliquée, baptisée complexe, du type :

$$E_v \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta) + j E_v \sqrt{2} \sin(\omega t + \theta) = E_v \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{j\theta} = \overline{E}_v$$

$\overline{E}_v$ , est un vecteur tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ .

### Équation vectorielle

$$\boxed{\overline{E}_v = \overline{V} + r \overline{I} + j L \omega \overline{I}}$$

avec  $\overline{V} = V \sqrt{2} e^{j\omega t}$  et  $\overline{I} = I \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\varphi}$

**Remarque** : Cette équation vectorielle peut être écrite avec les grandeurs maximales ou avec les grandeurs efficaces puisque  $\sqrt{2}$  figure dans tous les termes. En conséquence, les diagrammes pourront au choix être conçus dans l'une ou l'autre des écritures.

## 9.2 DIAGRAMME TEMPS DE FRESNEL

Ce diagramme donne par lecture directe les valeurs instantanées de tous les scalaires à  $t = 0$ . Un scalaire sinusoïdal,  $v, i, \varphi_j, e_v \dots$  est représenté par la projection instantanée du vecteur temporel tournant  $\overline{V}, \overline{I}, \overline{\varphi}_j, \overline{E}_v \dots$  sur un axe de lecture.

Chaque vecteur tourne à la vitesse angulaire  $\omega$ . Ces vecteurs,  $\overline{V}, \overline{I} \dots$  donnent  $v_1, v_2$  et  $v_3 \dots$  en projection sur les axes de lectures simultanées 1, 2 et 3.

C'est un diagramme de lecture par phase (figure 9.3).

Quand le temps s'écoule, les vecteurs tournent en formant une figure solide. Les axes de lectures restent fixes. De par la conception du diagramme, toute liaison instantanée entre scalaires donne une liaison vectorielle et réciproquement.

$$\begin{aligned} \varphi_t &= \varphi_j + \varphi_i & \Rightarrow & \bar{\Phi}_t = \bar{\Phi}_j + \bar{\Phi}_i \\ \varphi_j &= M \cdot j \cos\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) & \Rightarrow & \bar{\Phi}_j = M \cdot j \cdot e^{j\omega t} e^{j\theta} e^{j\frac{\pi}{2}} \\ e_v &= v + ri + L \frac{di}{dt} & \Rightarrow & \bar{E}_v = \bar{V} + r\bar{I} + jL\omega\bar{I} \\ \varphi_i &= Li & \Rightarrow & \bar{\Phi}_i = L\bar{I} \\ e_{ch} &= v + ri & \Rightarrow & \bar{E}_{ch} = \bar{V} + r\bar{I} \\ e_v &= -\frac{d\varphi_j}{dt} & \Rightarrow & \bar{E}_v = -j\omega\bar{\Phi}_j \end{aligned}$$

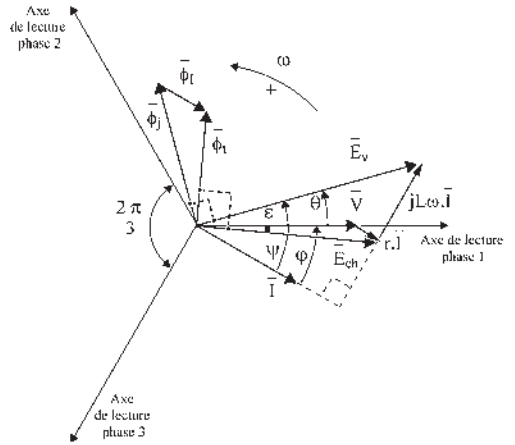


Figure 9.3

### 9.3 DIAGRAMME ESPACE

Le diagramme espace donne une vision spatiale « symbolique » d'une machine quelconque, par exemple multipolaire triphasée. Il précise la position des bobines statoriques 1S, 2S, 3S, avec la direction des axes de phases correspondants.

Le rotor tourne à  $\Omega = \omega/p$ , par exemple dans le sens direct. Il en est de même des champs d'induction vectoriels  $\vec{B}_I$  et  $\vec{B}_J$  qui tournent au synchronisme.

Le moment du couple s'écrit :

$$\check{C} = \vec{B}_j \wedge \vec{M}_s$$

$\vec{M}_s$ , moment magnétique vectoriel du stator, porté par le vecteur  $\vec{B}_I$  dans ce diagramme espace, tourne à  $\Omega$ .

$$\vec{M}_s = i_1 \vec{S}_1 + i_2 \vec{S}_2 + i_3 \vec{S}_3 = S(\vec{u}_1 i_1 + \vec{u}_2 i_2 + \vec{u}_3 i_3)$$

Ce même vecteur  $\vec{M}_s$  porté par  $\bar{I}$  dans un autre diagramme, le diagramme temps, tourne à  $\omega$  avec les vecteurs temporels.

$$\vec{M}_s = S(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) = \frac{3}{2} S \cdot \bar{I} \quad \text{avec} \quad \bar{I} = \vec{u}_1 I \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} e^{-j\varphi}$$

Dans le seul cas où  $p = 1$  le vecteur  $\vec{M}_s$  tourne à la même vitesse  $\omega$  dans les deux diagrammes espace et temps.



## 9.4 DIAGRAMME ESPACE BIPOLAIRE

Ce diagramme est valable pour toutes les machines puisqu'il concerne les machines bipolaires et les machines bipolaires équivalentes. Il donne une vision spatiale instantanée du fonctionnement de la machine où le rotor et tous les vecteurs spatiaux,  $\vec{B}_J$ ,  $\vec{B}_I$ , et  $\vec{M}_s$ , tournent à  $\omega$  (figure 9.4).

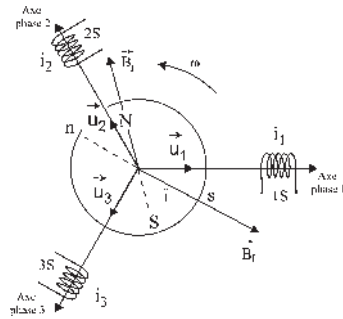


Figure 9.4

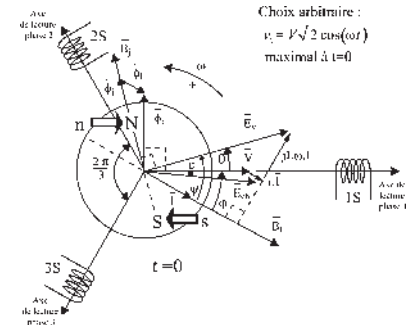


Figure 9.5

## 9.5 DIAGRAMME ESPACE-TEMPS – DIAGRAMME À RÉACTANCE CONSTANTE

Ce diagramme, superposition du diagramme temps et du diagramme espace bipolaire, permet simultanément une vision des vecteurs spatiaux et une lecture de toutes les variables temporelles (figure 9.5).

Pour une machine bipolaire ou bipolaire équivalente, la superposition du diagramme temps et du diagramme espace bipolaire implique la superposition de  $\vec{M}_s$  et  $\vec{B}_I$  avec  $\vec{T}$ , de  $\vec{B}_J$  avec  $\vec{\Phi}_j$  et de l'axe temporel de lecture avec l'axe spatial de la phase.

Lorsque,  $\vec{M}_s$ ,  $\vec{B}_I$  et  $\vec{T}$ , colinéaires, passent simultanément sur l'axe phase 1, alors, à cet instant,  $i_1$  est maximal, puisque  $\vec{T}$  est sur l'axe phase 1. Le flux  $\Phi_1$  reçu par la phase 1 est maximal puisque  $\vec{\Phi}_1$ , en phase avec  $\vec{T}$ , est sur l'axe phase 1.  $\vec{B}_I$  est aussi sur l'axe phase 1, et envoie un flux maximal dans la bobine 1S.

Tous les vecteurs spatiaux,  $\vec{B}_I$ ,  $\vec{B}_J$  ainsi que les vecteurs temporels  $\vec{V}$ ,  $\vec{T}$ ,  $\vec{\Phi}_j$ ,  $\vec{E}_v$ ... donnent deux informations, une par phase et une pour la machine :

- par leurs projections sur l'axe de lecture d'une phase ;
- par leurs directions. Ils indiquent où devrait se trouver l'axe d'une phase pour que la valeur qu'ils indiquent soit maximale dans cette phase. Si une phase avait pour axe  $\vec{E}_v$ , à  $t = 0$ , alors  $e_v$  serait maximal dans cette phase à  $t = 0$ .

Pour ce fonctionnement en charge, les courants triphasés équilibrés  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  sont les projections orthogonales instantanées sur les axes 1, 2 et 3 du vecteur  $\vec{T}$ . Le stator formé de trois bobines tripositionnées 1S, 2S et 3S parcourues par les courants triphasés  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  donne, d'après Ferraris, un champ tournant unique tournant à  $\omega$  rad/s dans le sens direct. Ce champ  $\vec{B}_I$  étant dans l'axe d'une des bobines lorsque le courant est maximal dans cette bobine montre que  $\vec{B}_I$  est porté par le vecteur temporel  $\vec{T}$ .

Dans le diagramme de la figure 9.5, le moment du couple  $C$  étant opposé à la rotation  $\omega$ , la machine fonctionne en générateur. On peut « voir » la force de répulsion entre pôles de mêmes noms et le bras de levier correspondant.

Dans le fonctionnement en générateur autonome, le couple  $(\bar{V}, \bar{I})$  représente la charge réelle :  $\bar{V} = (R_r + jL_r\omega)\bar{I}$ . Dans le fonctionnement sur réseau,  $\psi$  caractérise le type de réaction d'induit. Les fonctionnements en générateur ou en moteur dépendront de la valeur de  $\psi$ .

## 9.6 DÉTERMINATION DE LA RÉACTANCE SYNCHRONES

Le fonctionnement de chacune des trois phases est décrit par l'équation d'un dipôle,  $\bar{E}_v = \bar{V} + r\bar{I} + jL\omega\bar{I}$ . Si  $v = 0$ , l'alternateur est en court-circuit, on note alors  $I_{cc}$  le courant de court-circuit.

$\bar{E}_v = \bar{Z}I_{cc}$  ;  $\bar{Z} = \frac{\bar{E}_v}{I_{cc}} = r + jL\omega$  ;  $|Z| = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2} = \frac{|\bar{E}_v|}{|I_{cc}|}$  est déterminé par les caractéristiques à vide et en court-circuit (figure 9.6).

$L\omega = \sqrt{Z^2 - r^2}$  est la réactance synchrone par phase d'enroulement.

*Remarque* :  $|I_{cc}| = \frac{|\bar{E}_v|}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}} \approx \frac{|\bar{E}_v|}{L \cdot \omega} = \frac{M \cdot \omega \cdot j}{L \cdot \omega} = \frac{M \cdot j}{L}$ . La caractéristique en court-circuit est indépendante de la vitesse.

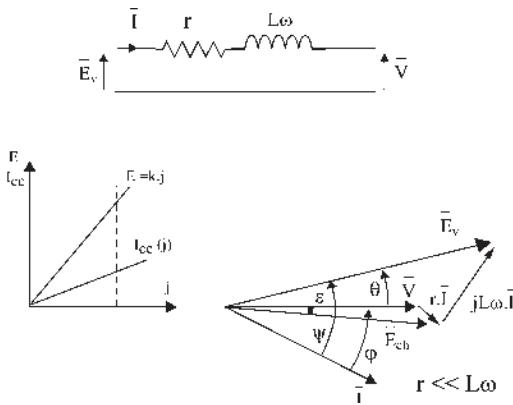


Figure 9.6

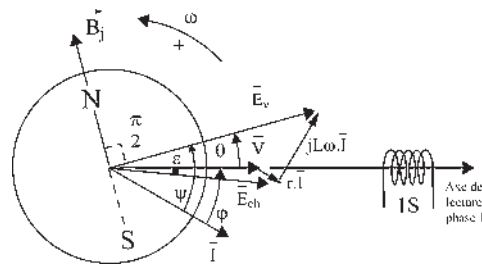


Figure 9.7

## 9.7 AMPLITUDES EFFICACES COMPLEXES

En régime permanent (figure 9.7),  $\bar{E}_v = \bar{V} + r\bar{I} + jL\omega\bar{I}$ . Cette même notation vectorielle peut représenter selon les auteurs des grandeurs différentes,  $\sqrt{2}e^{j\omega t}$  apparaissant dans tous les termes, l'axe 1S étant toujours pris pour axe réel :

Vecteur temporel	Vecteur tournant	Vecteur fixe à amplitude maximale	Vecteur fixe à amplitude efficace
$\bar{V} =$	$V\sqrt{2}e^{j\omega t}$	$V\sqrt{2}$	$V$
$\bar{I} =$	$I\sqrt{2}e^{j\omega t}e^{-j\varphi}$	$I\sqrt{2}e^{-j\varphi}$	$Ie^{-j\varphi}$
$\bar{E}_v =$	$E_v\sqrt{2}e^{j\omega t}e^{j\theta}$	$E_v\sqrt{2}e^{j\theta}$	$E_v e^{j\theta}$
	Grandeurs complexes	Amplitude complexe	Amplitude efficace complexe

Nous adopterons les notations de Fresnel en amplitudes efficaces complexes caractérisant un vecteur tournant quand il est positionné à  $t = 0$  par ses coordonnées polaires (amplitude efficace et phase).

$$\bar{V} = V \quad \bar{I} = Ie^{-j\varphi} \quad \bar{E}_v = E_v e^{j\theta}$$

## Le saviez-vous ?

### Simulateur de vol du Concorde

En aviation, un simulateur de vol est une école permettant l'entraînement des pilotes sans prise de risques, mais aussi un centre d'essais permettant la mise au point des procédures en cas d'anomalies.

Après son premier vol, le 2 mars 1969, le pilote d'essais André Turcat a déclaré avoir retrouvé exactement les mêmes sensations que dans le simulateur.

À l'origine, un simulateur se composait d'une micro caméra pilotée en tridimensionnel, en tenant compte des contraintes liées à l'appareil, devant une maquette reproduisant les paysages autour de l'aéroport. Le simulateur du Concorde devrait être installé prochainement dans la Cité aéronautique et spatiale de Toulouse.



Alors les vecteurs  $\bar{V}$ ,  $\bar{I}$  et  $\bar{E}_v$  sont fixes sur un support transparent qui tourne, lui, à  $\omega$  dans le sens direct avec le rotor. Ces vecteurs sont aussi appelés « phaseurs ».

## 9.8 PUISSANCE ÉLECTROMAGNÉTIQUE APPARENTE COMPLEXE

Pour une machine triphasée, on a défini :

– la puissance électromagnétique apparente

$$S_{em} = 3 \cdot E_{veff} \cdot I_{eff}$$

– la puissance électromagnétique active

$$P_{em} = 3 \cdot E_{veff} \cdot I_{eff} \cos \psi$$

– la puissance électromagnétique réactive

$$Q_{em} = 3 \cdot E_{veff} \cdot I_{eff} \sin \psi$$

– la puissance apparente  $S = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff}$

– la puissance active  $P = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cos \varphi$

– la puissance réactive  $Q = 3 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \sin \varphi$

Après avoir souligné dans les définitions les grandeurs efficaces, nous poursuivons avec une écriture plus traditionnelle en notant  $E_{veff} = E_v$ .

Avec les notations en amplitudes efficaces complexes, la puissance apparente complexe  $\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^*$  et la puissance électromagnétique apparente complexe  $\bar{S}_{em} = \bar{E}_v \bar{I}^*$  s'écrivent par phase :

$$\boxed{\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^*} = VIe^{j\varphi} = VI(\cos \varphi + j \sin \varphi) = \boxed{P + jQ = \bar{S}}$$

$$\bar{S}_{em} = \bar{E}_v \bar{I}^* = E_v e^{j\theta} I e^{j\varphi} = E_v I e^{j(\theta+\varphi)} = E_v I e^{j\Psi} = E_v I (\cos \Psi + j \sin \Psi)$$

$$= P_{em} + j Q_{em} = \bar{S}_{em}$$

$$\bar{S}_{em} = \bar{E}_v \bar{I}^* = \bar{V} \bar{I}^* + r I^2 + j L \omega I^2 = \bar{S} + r I^2 + j L \omega I^2$$

$$P_{em} = E_v I \cos \Psi = P + r I^2$$

$$Q_{em} = E_v I \sin \Psi = Q + L \omega I^2$$

Pour  $0 < \Psi < \frac{\pi}{2}$ , la machine fonctionne en générateur électrique de puissance active et de puissance réactive (figure 9.8).

Pour une machine bipolaire triphasée :

$$P_{em} = 3 E_v I \cos \Psi$$

$$Q_{em} = 3 E_v I \sin \Psi$$

$$E_v = \frac{S_{am} B_j \omega}{\sqrt{2}}, \quad S_{am} = k k_s \frac{n_e}{2} S$$

$B_j$  étant l'induction maximale par pôle,

$S_{am}$ , la surface apparente par phase et  $I$  l'amplitude efficace du courant.

$$\Psi = \Psi + \frac{\pi}{2}$$

$$P_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j \cdot I \cdot S_{am} \cdot \sin \Psi' \omega$$

$$P_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{I} \cdot S_{am} \wedge \vec{B}_j) \dot{\omega}$$

$$P_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I} S_{am}) \dot{\omega}$$

Produit vectoriel

En générateur électrique, le moment du couple est opposé à la vitesse de rotation.

$$P_{em} = -\vec{C}_{em} \cdot \dot{\omega}$$

$$\vec{C}_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I} \cdot S_{am})$$

Étant un produit vectoriel, le moment du couple est lié à la position relative des deux vecteurs  $\vec{I}$  et  $\vec{B}_j$ .

$$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j \cdot I \cdot S_{am} \cdot \cos \Psi' \omega$$

$$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \cdot \vec{I} \cdot S_{am}) \omega$$

Produit scalaire

Étant un produit scalaire, la puissance réactive mise en jeu est liée au flux du vecteur  $\vec{B}_j$  à travers la surface  $\vec{I} \cdot S_{am}$  d'une spire parcourue par  $I$ , d'axe  $\vec{I}$  et de surface  $S_{am}$ .

Étant un produit scalaire, la production ou l'absorption de puissance réactive du côté électrique est liée à la composante de  $\vec{I}$  sur  $\vec{B}_j$ .

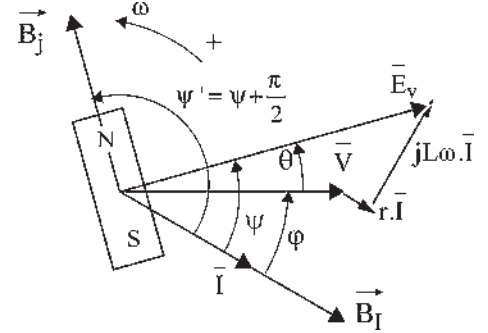


Figure 9.8

**Remarque :** Attention, contrairement au théorème de Ferraris, ici les expressions de  $P_{em}$ ,  $C_{em}$  et  $Q_{em}$  s'écriraient différemment selon que l'on emploie les écritures de  $B_j$  et de  $I$  en amplitudes efficaces ou en amplitudes maximales.

## 9.9 EXPRESSIONS DU MOMENT DU COUPLE

### 9.9.1 En fonction de $B_j$

$$\vec{C}_{em} = \vec{B}_j \wedge \vec{M}_s = -(\vec{M}_s \wedge \vec{B}_j)$$

Par ailleurs,  $\vec{M}_s = \vec{u}iS_{am} = i\vec{S}_{am}$

$C_{em}$  est le moment du couple entre un aimant et une bobine fixe d'axe  $\vec{u}$ , parcourue par un courant continu  $i$ , de surface apparente  $S_{am}$  et de moment magnétique  $\vec{M}_s$ . La règle des trois doigts (main droite – pouce  $\vec{B}_j$  – index  $\vec{M}_s$  – majeur  $C_{em}$ ) indique un moment négatif sur l'aimant par rotation de  $\vec{B}_j$  vers  $\vec{M}_s$  (figure 9.9).

Pour une machine bipolaire triphasée en régime permanent équilibré :

$\vec{C}_{em} = \vec{B}_j \wedge \vec{M}_s$  (figure 9.10). Le moment magnétique du stator triphasé

s'écrit :  $\vec{M}_s = (\vec{u}_1i_1 + \vec{u}_2i_2 + \vec{u}_3i_3)S_{am}$ ,  $S_{am}$  étant la surface apparente par phase d'enroulement. Les scalaires instantanés  $i_1 = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$ ,

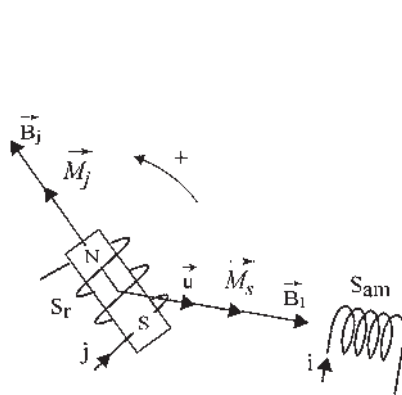


Figure 9.9

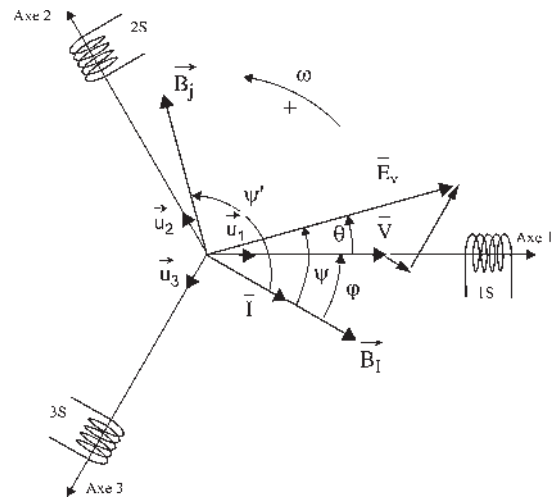


Figure 9.10

$i_2 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)$  et  $i_3 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)$  sont les projections instantanées du vecteur temporel  $\vec{T} = \vec{u}_1 \cdot I\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} e^{-j\varphi}$  sur les axes de lectures simultanées, 1, 2, 3, et, le système étant équilibré,  $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ .

En appelant  $\vec{I}_1 = \vec{u}_1 i_1$  le vecteur alternatif de direction fixe  $\vec{u}_1$  et d'amplitude  $i_1$ , on a calculé la somme des vecteurs pulsants au paragraphe 6.6.2.

$$\vec{u}_1 i_1 + \vec{u}_2 i_2 + \vec{u}_3 i_3 = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \frac{3}{2} \vec{T}$$

Le moment magnétique, toujours exprimé en amplitude maximale, est :

$$\vec{M}_s = \frac{3}{2} \vec{T} \sqrt{2} S_{\text{am}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \vec{T} S_{\text{am}}.$$

On retrouve l'expression du moment du couple donnée au paragraphe 9.8,  $\vec{C}_{\text{em}} = \vec{B}_j \wedge \vec{M}_s = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{T} \cdot S_{\text{am}})$  avec  $C_{\text{em}} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{\text{am}} \sin \psi' = B_j M_s \sin(\vec{B}_j, \vec{M}_s) = -B_j M_s \sin \psi' = -B_j M_s \cos \psi$  où  $B_j$  est l'induction maximale et  $\vec{T}$  l'amplitude efficace complexe.

Le diagramme espace-temps rassemble le diagramme temps de Fresnel à lecture par phase et le diagramme espace à lecture pour l'ensemble de la machine triphasée.

Dans le diagramme temps ce sont les scalaires,  $i_1, v_1, \varphi_{i_1} \dots i_2, v_2, \varphi_{i_2} \dots$  qui ont un sens physique. Ils sont les projections instantanées sur les trois axes des vecteurs temporels,  $\vec{T}, \vec{V}$  et  $\vec{\phi}_I$  qui eux n'ont pas de sens physique. Pour toutes ces grandeurs du diagramme temps, intéressant le stator, on peut écrire pour les scalaires :

- tension	$v_1 + v_2 + v_3 = 0$	mais aussi $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \frac{3}{2} \vec{V}$
- courant	$i_1 + i_2 + i_3 = 0$	mais aussi $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \frac{3}{2} \vec{T}$
- flux induit	$\varphi_{i_1} + \varphi_{i_2} + \varphi_{i_3} = 0$	mais aussi $\vec{\phi}_{I_1} + \vec{\phi}_{I_2} + \vec{\phi}_{I_3} = \frac{3}{2} \vec{\phi}_I$

Dans le diagramme espace, ce sont les vecteurs qui ont un sens physique :

- les champs pulsants donnés par chacune des trois phases :

$$\vec{B}_1 = \vec{u}_1 B \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\vec{B}_2 = \vec{u}_2 B \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\vec{B}_3 = \vec{u}_3 B \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right).$$

- le vecteur champ tournant  $\vec{B}_I$  pour lequel on a (voir 6.6.2 et 6.6.3) :

$$\vec{B}_I = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \vec{u}_1 e^{j\omega t} e^{-j\varphi} \frac{3}{2} B = \frac{3}{2} \vec{B}$$

## Vous avez dit électrotechnique

### Le domaine du génie électrique

Le domaine de l'électrotechnique, souvent appelé « domaine des courants forts », concerne tous les matériels impliquant des courants importants. Aujourd'hui, le domaine du génie électrique comprend aussi, sans conteste, l'ensemble de tous les dispositifs associés : la conduite par l'électronique de puissance, le contrôle par l'électronique de commande, la régulation et les asservissements par l'automatique et la poursuite en temps réel par l'informatique industrielle.



Par contre,  $B_1 = B \cos(\omega t - \varphi)$ ,  $B_2 = B \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3})$  et  $B_3 = B \cos(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3})$  sont les projections sur les axes 1, 2, 3, du vecteur  $\vec{B} = \vec{u}_1 e^{j\omega t} e^{-j\varphi} B$ .

La somme  $B_1 + B_2 + B_3 = 0$  n'a pas de sens physique.

### 9.9.2 En fonction de $B_I$

Le moment du couple appliqué au rotor peut aussi s'écrire (figure 9.11) :

$$\vec{C}_{em} = \vec{M}_j \wedge \vec{B}_I = -(\vec{B}_I \wedge \vec{M}_j)$$

Le moment magnétique du rotor étant  $\vec{M}_j = j \cdot \vec{S}_r$  et le champ de réaction d'induit  $\vec{B}_I = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{3}{2} \vec{B}$  on a :  
 $\vec{C}_{em} = \vec{M}_j \wedge \vec{B}_I$  d'amplitude  $C_{em} = M_j B_I \cdot \sin(\vec{M}_j, \vec{B}_I)$   
 $= -M_j B_I \cdot \sin \psi' = -M_j B_I \cdot \cos \psi = -j \cdot S_r B_I \cos \psi$ .

Le flux envoyé par le stator triphasé à travers l'enroulement rotor s'écrit :

$$\varphi = \vec{B}_I \vec{S}_r = B_I S_r \cos \psi'. \text{ Calculons-le :}$$

$$\varphi = \begin{cases} M i_1 \cos(\omega t - \varphi + \psi') \\ + M i_2 \cos\left(\omega t - \varphi + \psi' - \frac{2\pi}{3}\right) \\ + M i_3 \cos\left(\omega t - \varphi + \psi' - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\varphi = \begin{cases} M I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) \cos(\omega t - \varphi + \psi') \\ + M I \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi + \psi' - \frac{2\pi}{3}\right) \\ + M I \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \varphi + \psi' - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\varphi = \frac{3}{2} M I \sqrt{2} \cos \psi' \quad \text{d'où} \quad B_I \cdot S_r = \frac{3}{\sqrt{2}} M \cdot I$$

$$C_{em} = -M_j B_I \sin \psi' \quad \text{avec} \quad M_j B_I = J S_r B_I = \frac{3}{\sqrt{2}} M I j$$

$$C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} M \cdot j \cdot I \sin(\vec{B}_I, \vec{M}_j)$$

Dans la marche en générateur, le couple électromagnétique est résistant, donc négatif et opposé à la vitesse de rotation, ce que l'on retrouve puisqu'en générateur,  $\sin(\vec{B}_I, \vec{M}_j) > 0$ , et en moteur,  $\sin(\vec{B}_I, \vec{M}_j) < 0$ .

Les deux expressions du moment du couple,  $C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j \cdot I \cdot S_{am} \sin \psi'$  en fonction de  $B_j$  et  $C_{em} = -M_j \cdot B_I \sin \psi' = -\frac{3}{\sqrt{2}} M \cdot I \cdot j \sin \psi'$  en fonction de  $B_I$ , sont intéressantes pour une alimentation « en courant » où le courant sinusoïdal est imposé. Le couple maximal est obtenu pour  $\psi' = \frac{\pi}{2}$ . On peut passer de l'une à l'autre par l'expression de  $\phi_{am} = M \cdot j = S_{am} \cdot B_j$ .

Attention, pour une machine synchrone accrochée sur le réseau, si  $I$  varie,  $\psi'$  varie aussi, car c'est une alimentation « en tension » pour laquelle la tension sinusoïdale est imposée.

Avec ce modèle à réactance constante, nous allons, dans le chapitre 10, simuler les fonctionnements de la machine synchrone en alternateur autonome, et dans le chapitre 11, le fonctionnement réversible en moteur/générateur sur réseau.

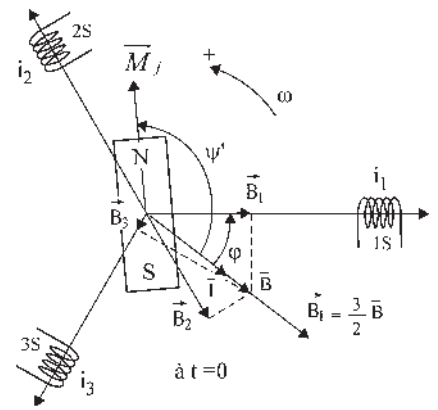


Figure 9.11



# Pour en savoir plus...

## MODÉLISATION ET SIMULATION

### *Modélisation*

La modélisation d'un ensemble donné (machine électrique, avion, terrain inondable, barrage hydraulique ou monument...) consiste à calculer, à élaborer, à réaliser ou à construire un autre ensemble (modèle mathématique, modèle numérique, modèle réduit, maquette...), plus simple que l'original, susceptible d'avoir le même comportement pour une sollicitation particulière.

### *Spécificité du modèle*

La maquette architecturale de présentation d'un nouveau bâtiment, élaborée pour en apprécier l'allure, n'est pas réalisée pour prévenir les inondations. De même, le modèle réduit d'une automobile en vue d'essais en soufflerie, après acceptation de l'impact visuel, n'est fait que pour déterminer le  $C_x$ , coefficient de traînée. Les modèles analogiques permettent d'apprécier, voire de mesurer, des grandeurs difficilement chiffrables.

### *Modélisations mathématiques*

Pour le physicien, la modélisation par élaboration, par exemple pour une machine électrique, est la recherche d'un modèle interne décrivant le fonctionnement physique du dispositif en s'appuyant sur les lois de l'électromagnétisme et de la mécanique. Des hypothèses simplificatrices sont faites (machine linéaire, non saturée, à répartition spatiale sinusoïdale de l'induction, à induction radiale...) pour pouvoir écrire le système d'équations servant de modèle, pour le simplifier en négligeant tout phénomène secondaire et pour ne mettre en relief que les phénomènes fondamentaux. Une comparaison expérimentale est indispensable pour valider le modèle. L'utilisation du modèle concerne la conception des machines, par les liaisons entre les paramètres, et la simulation du fonctionnement en régime quelconque, par les liaisons différentielles entre les variables.

Pour l'automaticien, la modélisation par identification (méthode fréquentielle, de corrélation...) est la recherche d'un modèle externe de comportement sans

tenir compte de ce qui se passe à l'intérieur. Le modèle choisi à l'avance (système d'équations algébriques, différentielles, aux dérivées partielles...) et le système sont soumis aux mêmes entrées arbitraires (sinusoïde, échelon...). Les sorties sont comparées en fonction d'un critère en vue de réagir sur les coefficients du modèle jusqu'à obtenir l'équivalence du modèle avec le système étudié. Cette technique est à rapprocher dans son esprit et dans sa pratique des méthodes connues d'approximations polynomiales.

### *Simulation*

La simulation, en utilisant le modèle, fait apparaître les variations temporelles de la variable étudiée ou du phénomène en fonction des contraintes. Avec l'aide des calculateurs, l'emploi du numérique et la conception assistée par ordinateur, on réalise actuellement des simulations remarquables.

## MODÉLISATION DES MICRO-SYSTÈMES

Après le développement technologique spectaculaire des micro-systèmes obtenu pour le pilotage des machines informatiques, depuis la découverte du transistor en 1954 en passant successivement par les circuits monolithiques puis par les processeurs, la miniaturisation interpelle tous les scientifiques.

**La miniaturisation** est-elle de manière généralisable la source d'une évolution rapide se dopant elle-même d'une baisse des coûts ?

Quoi qu'il en soit, la réalisation de micro-systèmes pourrait apporter un renouveau. La prolifération des capteurs de contrôle sur les automobiles ou d'actionneurs en aéronautique préface d'une explosion dans tous les domaines : robotique, électroménager, téléphone portable, médecine pour des contrôleurs endoscopiques autonomes, contrôles industriels...

**En électromécanique**, la réalisation du premier micro-moteur en 1987 par une équipe de l'université de

Berkeley aux États-Unis relance aujourd'hui les recherches dans l'espoir de réaliser des micro-ensembles opérationnels particulièrement utiles dans les atmosphères hostiles ou les endroits inaccessibles à l'homme.

Pour atteindre cet objectif, il faudra en dehors de la réalisation du micro-moteur, disposer aussi d'une micro-source d'énergie et enfin réaliser pour le micro-moteur son alimentation et sa commande qui sont encore aujourd'hui trop volumineuses. Pour le micro-moteur lui-même, en dehors des techniques de fabrication, dans les dimensions hors tout de la centaine de micromètres, il faut développer des techniques de modélisation et de simulation adaptées à ce type de machine par l'emploi de logiciels de calcul des champs par éléments finis basés sur les méthodes numériques. Il n'est pas possible en effet de partir des machines existantes en espérant atteindre les micro-moteurs par homothétie.

**Dans les dimensions micrométriques**, la loi de Paschen montre que la densité d'énergie ou énergie par unité de volume du champ électrique  $1/2\epsilon_0 E^2$  est plus grande que la densité d'énergie du champ magnétique  $B^2/2\mu_0$ . En conséquence, les principaux types de moteurs actuellement à l'étude sont les moteurs électrostatiques, les

moteurs à réluctances diélectriques, les moteurs asynchrones électrostatiques et les moteurs synchrones homopolaires. Toutefois, pour certains, la présence de la moindre irrégularité peut remettre en cause l'avantage de l'électrostatique à cause de l'effet de pointe.

**Loi de Paschen :** Le champ disruptif  $E$  entre deux plateaux parallèles, placés à une distance  $d$  l'un de l'autre, dans un gaz de pression  $p$ , ne dépend que de la masse du gaz (à température constante et avec  $p \cdot v = \text{cste}$ , loi de Mariotte).

$E_{\text{volts/m}} = f(p_{\text{atmosphères}} \cdot d_{\text{mètres}})$ , à  $d = \text{cste}$ , elle montre aussi que le vide est un isolant parfait.

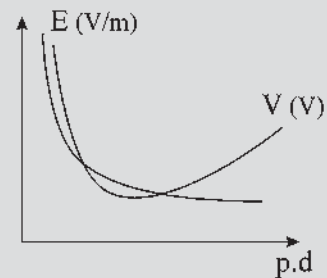


Figure 9.12

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Hypothèses du modèle d'étude à pôles lisses sans saturation

Matériaux ferromagnétiques de perméabilité  $\mu$  très grande.

Pas de courants de Foucault au niveau du stator.

Pas de saturation du circuit magnétique.

Répartition spatiale sinusoïdale du champ dans l'entrefer de la machine.

Équilibre mécanique et électrique.

### Inductance cyclique totale $L$

Dans une machine synchrone triphasée équilibrée, l'inductance cyclique  $L$  est l'inductance d'une phase en tenant compte de la présence des deux autres phases :  $\varphi_i = L_i$ .

### Diagramme espace-temps

Ce diagramme relie toutes les grandeurs spatiales (rotor,  $\vec{B}_j$ , bobinage stator,  $\vec{B}_I$ ) et toutes les grandeurs scalaires instantanées ( $e_v$ ,  $i$ ,  $\varphi_i$ ,  $\varphi_j$ ). Pour construire ce diagramme, il faut obligatoirement considérer la machine bipolaire équivalente.

**Couple électromagnétique**

Le couple électromagnétique est lié à la position relative des deux vecteurs  $\vec{T}$  et  $\vec{B}_j$  :  $\vec{C}_{em} = 3/\sqrt{2}(\vec{B}_j \wedge \vec{T} \cdot S_{am})$ .

**Puissance réactive électromagnétique**

La production ou l'absorption de puissance réactive du côté électrique sont liées à la composante de  $\vec{T}$  sur  $\vec{B}_j$  :  $Q_{em} = -3/\sqrt{2}(\vec{B}_j \cdot \vec{T} \cdot S_{am}) \cdot \omega$ .

**FICHE MÉMO**

**Inductances d'une machine triphasée équilibrée**

Inductance propre par phase :  $L_1 = L_2 = L_3$   
 Mutuelle inductance :  $M_{ab}$   
 Inductance cyclique :  $L = (L_1 + M_{ab}/2)$

**Équation temporelle par phase en charge**

$$e_v = v + ri + L \frac{di}{dt}$$

**Équation vectorielle par phase en charge**

$$\vec{E}_v = \vec{V} + r\vec{I} + jL\omega\vec{I}$$

**Puissances complexes par phase**

Puissance apparente complexe :  $\vec{S} = \vec{V}\vec{I}^* = P + jQ$ .  
 Puissance électromagnétique apparente complexe :  
 $\vec{S} = \vec{E}_v\vec{I}^* = P_{em} + jQ_{em}$ .

**Puissance électromagnétique par phase**

Puissance électromagnétique active :  
 $P_{em} = E_v I \cos \psi = P + rI^2$   
 Puissance électromagnétique réactive :  
 $Q_{em} = E_v I \sin \psi = Q + L\omega I^2$   
 d'autre part on a :  $P_{em} = -3/\sqrt{2}(\vec{B}_j \wedge \vec{I} S_{am})\vec{\omega}$   
 et :  $Q_{em} = -3/\sqrt{2}(\vec{B}_j \cdot \vec{I} S_{am})\vec{\omega}$ .

**QUESTIONS D'ENTRETIEN**

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 9.1 Quelle précaution doit-on prendre avant d'effectuer le tracé d'un diagramme à réactance constante d'une machine ayant un nombre de pôles  $2p > 2$  ?
- 9.2 Quel déphasage doit-il y avoir entre  $\vec{T}$  et  $\vec{B}_j$  en moteur au couple maximal ?
- 9.3 Y a-t-il production ou absorption de puissance réactive si  $\vec{T}$  est en opposition de phase avec  $\vec{B}_j$  ? Qu'en est-il alors de la puissance active ?
- 9.4 Quel déphasage doit-il y avoir entre  $\vec{T}$  et  $\vec{B}_j$  pour que la machine fournisse de la puissance active et de la puissance réactive en égale quantité  $P_{em} = Q_{em}$  ?
- 9.5 Quelles sont les expressions de  $C_{em}$  à retrouver rapidement ?
- 9.6 Pour une machine synchrone multipolaire, le vecteur moment magnétique du stator  $\vec{M}_s$  tourne-t-il à la même vitesse dans le diagramme espace et dans le diagramme temps ?
- 9.7 Doit-on tracer un diagramme espace-temps en employant les grandeurs efficaces ou les grandeurs maximales ?
- 9.8 Pourquoi a-t-on le droit d'écrire  $\varphi_t = \varphi_j + \varphi_I$  ?

**EXERCICES**

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 9.1 Un alternateur triphasé non saturé a une réactance synchrone constante  $L\omega_s = 18,5 \Omega$  et une résistance négligeable. Il délivre une puissance active de 600 kW sous une tension  $U = 3\,300$  V. À vide, avec la même vitesse d'entraînement et le même courant d'excitation la tension est  $U_0 = 5\,500$  V. Calculer le courant par fil de ligne et le facteur de puissance.
- 9.2 On considère un alternateur triphasé de 79 kVA, 380 V, 50 Hz, 12 pôles. À la vitesse  $N = 500$  tr/min, les caractéristiques à vide et en court-circuit sont données par les relations :  $E_v = 18,3 \times j$  et  $I_{cc} = 11 \times j$ . La résistance mesurée entre 2 bornes de phases est  $r = 0,5 \Omega$ .

1. Déduire des essais précédents les valeurs des éléments du modèle simplifié à réactance constante  $L\omega_s$  de l'alternateur.
  2. L'alternateur entraîné à 500 tr/min alimente un récepteur triphasé. Quelle valeur faut-il donner au courant d'excitation pour obtenir aux bornes de la charge la tension nominale  $U = U_n$  lorsque l'alternateur débite son courant nominal  $I_n$  avec un facteur de puissance de 0,8 AR ?
- 9.3** Un turbo-alternateur triphasé de puissance nominale de 200 MVA délivre une tension de 11 kV à 50 Hz. Sa réactance synchrone est égale à  $L\omega_s = 1 \Omega$ . On néglige la résistance de phase. Le courant d'excitation à vide est de 100 A. Calculer les valeurs du courant d'excitation correspondant à une puissance de 100 MW avec un facteur de puissance égal à 1, puis à 0,8 AV et 0,8 AR.



# Fonctionnement en alternateur autonome

## Objectifs

- Conduire une machine synchrone dans un fonctionnement autonome.
- Comprendre l'évolution du diagramme à réactance constante compte tenu d'impositions particulières.

## Vocabulaire

Alternateur autonome

À l'aide du diagramme à réactance constante, on examine le fonctionnement en alternateur autonome de la machine synchrone, sans lien avec un réseau de type EDF ni avec aucune autre machine du même type. Ce fonctionnement, uniquement en générateur électrique entraîné par exemple par une machine thermique, est celui que l'on pourrait mettre en œuvre dans un site complètement isolé ou dans un mobile : avion, bateau... et même dans le circuit d'éclairage d'une bicyclette.

## 10.1 MARCHE À VIDE

Nous prendrons à titre d'exemple le cas de l'alternateur entraîné par une turbine hydraulique. L'opérateur dispose alors de deux « manettes » (figure 10.1) permettant de régler la vitesse par le débit de la turbine puis la f.é.m.,  $E_v = \frac{M \cdot \omega \cdot j}{\sqrt{2}}$  par l'excitation  $j$ . En réalité, le robinet de débit de la turbine règle le moment du couple moteur  $C_t$ . À l'équilibre  $C_t = -C_{em}(\omega)$ . Le couple moteur  $C_t$  équilibre pour chaque vitesse le couple résistant correspondant aux pertes du groupe dans la marche à vide.

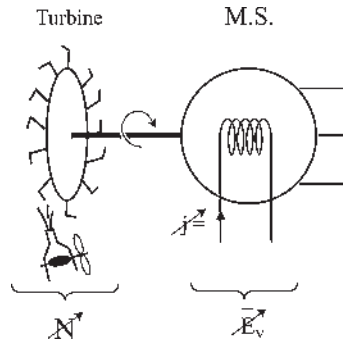


Figure 10.1

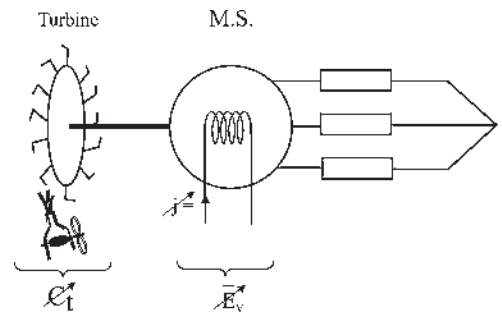


Figure 10.2

## 10.2 MARCHE EN CHARGE

La machine, par exemple triphasée, alimente un réseau composé uniquement de consommateurs de type  $R, L, C$ . Son fonctionnement a déjà été décrit au paragraphe 8.2.

Admettons les charges imposées, identiques par phases, résistives et inductives en série, avec  $R_c = \text{cste}$ ,  $L_c = \text{cste}$ .  $\bar{Z} = R_c + jL_c\omega = Ze^{j\varphi}$ ,  $|Z|$  et  $\varphi$  variables avec  $\omega$ .

Que règle-t-on maintenant avec les deux « manettes » ?

Le robinet de débit de la turbine permet toujours de régler le moment du couple de la turbine (figure 10.2). En régime permanent,  $C_t = -C_{em}$  et, étant en fonctionnement autonome, la pulsation électrique est égale à la vitesse angulaire électrique de rotation.

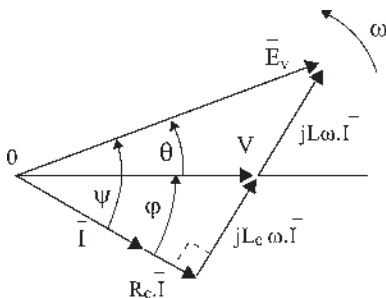


Figure 10.3

$$\bar{S}_{em} = 3\bar{E}_v\bar{I}^* = P_{em} + jQ_{em}$$

$$\bar{S} = 3\bar{V}\bar{I}^* = P + jQ$$

En négligeant les pertes, on peut écrire, d'après le diagramme (figure 10.3) :  $E_v \cos \Psi = V \cos \varphi$

$$P_{em} = 3E_v I \cos \Psi = 3VI \cos \varphi = P = 3R_c I^2 = -C_{em}\omega$$

$$\text{d'où } C_{em} = -3\frac{R_c}{\omega} I^2 ; \bar{E}_v = [R_c + j(L_c + L)\omega]\bar{I}$$

$L\omega$  étant la réactance de la machine synchrone.

$$I^2 = \frac{E_v^2}{[R_c^2 + (L_c + L)^2 \omega^2]} = \frac{(M \omega j)^2}{2[R_c^2 + (L_c + L)^2 \omega^2]}$$

en reportant dans  $C_{em}$  :  $C_{em} = -\frac{3}{2} \frac{R_c M^2 j^2 \omega}{[R_c^2 + (L_c + L)^2 \omega^2]}$

Pour chaque valeur de  $j$  réglée par la seconde manette,  $\frac{3}{2} R_c M^2 j^2 = K = \text{cste}$ . Chaque valeur de  $j$  donne une courbe  $C_{em}(\omega)$ , de la forme :

$$C_{em}(\omega) = -\frac{K \omega}{R_c^2 + (L_c + L)^2 \omega^2} = -\frac{K}{\frac{R_c^2}{\omega} + (L_c + L)^2 \omega}$$

Au dénominateur, apparaît une somme de deux termes dont le produit est constant. Quand les deux termes sont égaux, la somme est minimale et le couple maximal (de tous les rectangles de mêmes surfaces, le carré a le périmètre minimal).  $C_t = -C_{em}$  donne deux points possibles. Seul le fonctionnement en M est stable (figure 10.4).

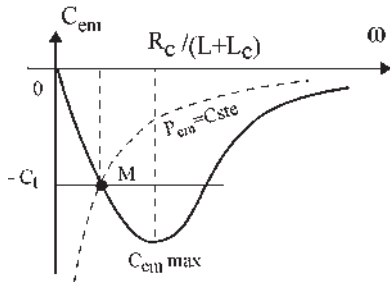


Figure 10.4

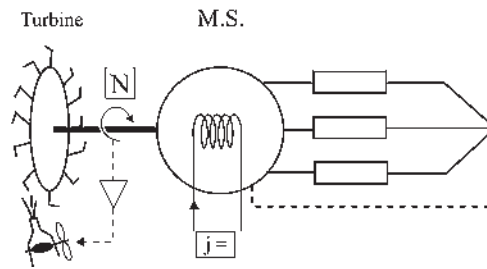


Figure 10.5

Le point M détermine pour chaque valeur de  $C_t$  la vitesse angulaire  $\omega$  de fonctionnement du groupe et simultanément la valeur de la puissance électromagnétique active,  $P_{em} = C_t \omega = -C_{em} \omega$ , du courant,  $P_{em} = 3 R_c I^2$ , de  $E_v = \frac{M \cdot \omega \cdot j}{\sqrt{2}}$ , de  $\Psi$  puisque  $P_{em} = 3 E_v I \cos \Psi$  et de  $V$  que l'on peut aussi déterminer par le diagramme connaissant  $I, \Psi, E_v, L_c$  et  $L$ .

### 10.3 MARCHÉ EN CHARGE À VITESSE CONSTANTE

Bien que ce soit un réseau autonome, indépendant d'EDF dans l'exemple choisi, on désire quand même réaliser  $f_s = \text{cste} = 50 \text{ Hz}$  pour l'utilisation éventuelle d'appareils audio ou vidéo (figure 10.5).



En plaçant un régulateur sur la turbine,  $N$  est imposé.  $N = N_s$ . Hormis l'indication de la consigne, l'opérateur ne dispose plus de la manette de réglage de la turbine.

Ici,  $\omega = \omega_s = 2\pi f_s = 314 \text{ rad/s}$   $|\bar{Z}| = \text{cste}$  et  $\varphi = \text{cste}$ .

## Le saviez-vous ?

### Microcentrales hydroélectriques

De nombreuses « microcentrales » électriques jalonnent les petits cours d'eau de la région Provence-Alpes-Côte d'Azur. Ces unités de production sont une source d'énergie propre et renouvelable. Plus de 70 sont en activité dans la région.

À Roquebilière, dans les Alpes-Maritimes, l'objectif était d'assurer l'autosuffisance de la commune, vers 2002, lorsque le projet de construction d'une seconde microcentrale aurait abouti. À Guillestre et Ceillac, dans les Alpes-de-Haute-Provence, la microcentrale installée sur le Cristillan enrichit les communes.

On peut estimer sensiblement un rapport de 75 à 150 000 euros par an selon les installations.

Source : Région PACA n°139, avril 2000.



Turbine Pelton avec moteur triphasé tétrapolaire 400 V/230 V 50-60 Hz.

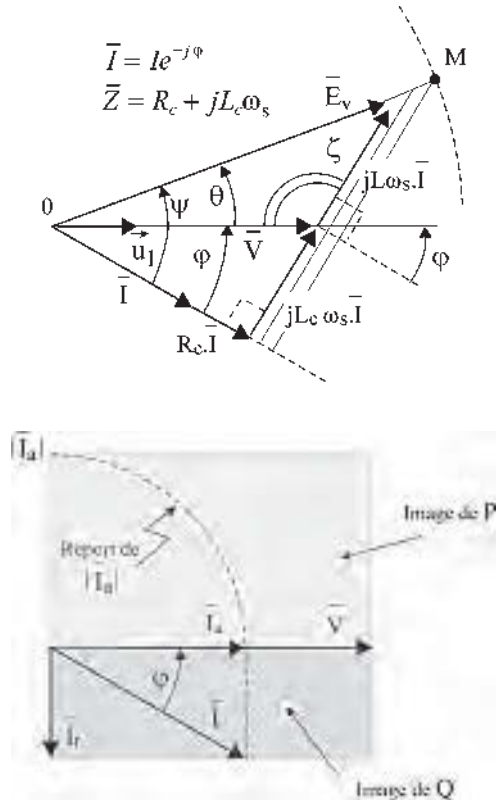


Figure 10.6

Pour la machine synchrone de réactance  $L\omega_s = \text{cste}$ , en négligeant  $r\bar{I}$ , le diagramme montre que  $\zeta = \text{cste}$  entraîne  $\theta = \text{cste}$ , pour toute valeur de  $j$  donc de  $E_v\sqrt{2} = M \cdot j \cdot \omega_s$  puisque les trois directions fixes  $\bar{E}_v$ ,  $\bar{V}$  et  $\bar{I}$  sont coupées par des droites parallèles qui déterminent des segments proportionnels (d'après le théorème de Thalès (figure 10.6)). Pour une charge imposée dans un fonctionnement équilibré à fréquence

constante, le réglage du seul courant  $j$  d'excitation permet de déplacer le point de fonctionnement  $M$  sur la droite.  $\vec{OM} = \vec{u}_1 E_v e^{j\theta}$ , en fixant  $V$  et  $I$ .

La puissance apparente complexe par phase  $\bar{S} = \bar{V}\bar{I}^*$  s'écrit :

$$\bar{S} = VI(\cos \varphi + j \sin \varphi) = P + jQ$$

or

$$\bar{S} = \bar{Z} \bar{I} \bar{I}^* = \bar{Z} \bar{I}^2 = [R_c + j(L + L_c)\omega_s] I^2 = R_c I^2 + j(L + L_c)\omega_s I^2$$

Les composantes active et réactive du courant permettent de donner des images de  $P = 3V.I \cos \varphi$  et de  $Q = 3V.I \sin \varphi$ . Le réglage de  $j$  impose  $P$  et  $Q$  proportionnels simultanément avec limitation à  $J_{\max}$  ou à  $P_{\max}$ .

Pour ce fonctionnement en alternateur autonome :

- possibilité de fonctionner à  $f = \text{cste}$  avec un régulateur ;
- pas de réversibilité générateur/moteur ;
- pas de décrochage. Si on augmente  $j$  au-delà de la puissance maximale de la turbine, la vitesse diminue.

Le diagramme à réactance constante est toujours valable pour la modélisation du fonctionnement de la machine synchrone. Son évolution dépend des impositions faites à la machine.

### Microcentrales

Dans les règles et habitudes françaises, un propriétaire des deux berges d'une rivière a le droit d'installer une microcentrale. Il peut consommer son énergie électrique ou la vendre à EDF, qui est tenue actuellement d'acheter l'énergie fournie. La microcentrale participe alors à la production d'énergie du réseau. Pour la machine, les impositions vont changer, le diagramme va évoluer différemment.

Avec les nouveaux règlements européens, EDF n'aura plus le monopole de la distribution de l'énergie.

Que deviendra l'obligation d'achat de l'énergie produite par un particulier ?

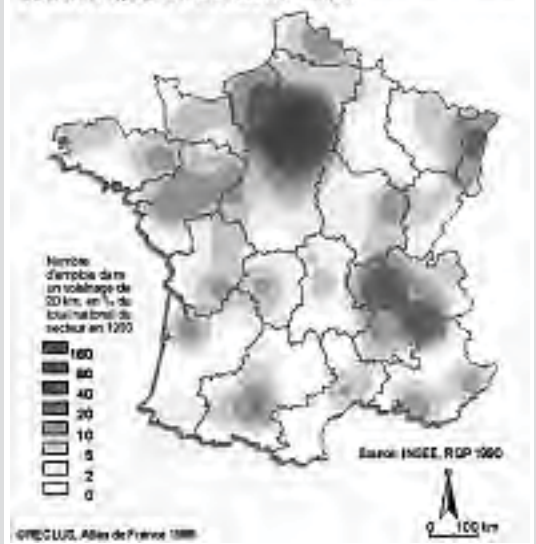
## Vous avez dit électrotechnique ?

### Le secteur industriel électrotechnique

Ce secteur occupe, directement ou indirectement, en majorité des ingénieurs, cadres et techniciens :

- 150 000 personnes, dans le domaine de la construction ;
- 167 000 personnes dans la production et la distribution de l'énergie (EDF) ;
- 100 000 personnes dans le domaine de l'installation ;
- 150 000 personnes dans les domaines de l'utilisation directe des matériels électriques dans les transports, la sidérurgie, la chimie, la construction navale...

### POTENTIEL D'EMPLOI DANS LA CONSTRUCTION ELECTRIQUE ET ELECTRONIQUE



### Exercice d'application

Soit un alternateur autonome avec régulateur (figure 10.5). Supposons une variation des impédances des charges équilibrées  $\bar{Z} = R_c + jL_c\omega = Z\theta^{j\varphi}$  telles que  $\varphi = \text{cste}$  et  $Z$  variable, en admettant des variations proportionnelles de  $R_c$  et de  $L_c$ . Sans toucher à l'excitation, quelles sont les variations de  $V$  en fonction du courant débité  $I$  ?

D'après l'énoncé :  $\omega = \omega_s = \text{cste}$ .  $j = \text{cste}$   $E_v\sqrt{2} = M.j.\omega_s = \text{cste}$

Alors  $\zeta = \text{cste}$  et  $O\hat{B}M = \text{cste} = \frac{\pi}{2}$ . Le lieu de  $A$  est un arc de cercle, le lieu de  $B$  est un demi-cercle de diamètre constant  $OM$  lorsque le courant  $I$  varie de  $O$  à  $I_{cc} = \frac{E_v}{L\omega_s}$  (figure 10.7).

$$\overline{OM}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AM}^2 - 2\overline{OA}.\overline{AM} \cos\left(\pi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

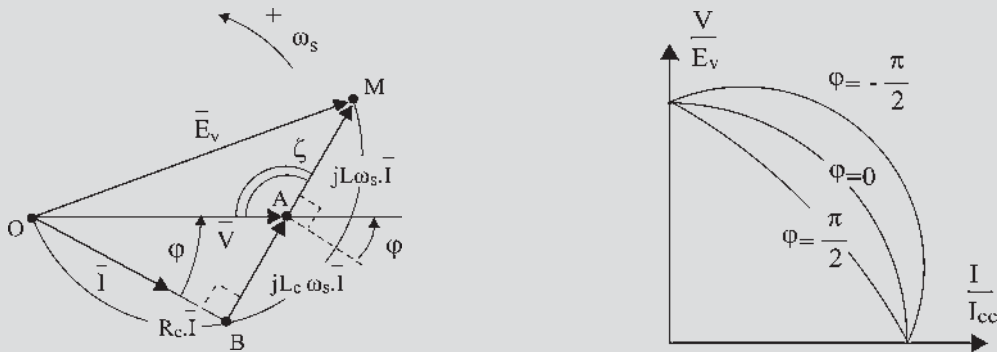


Figure 10.7

$$E_v^2 = V^2 + (L\omega_s I)^2 + 2VL\omega_s I \sin \varphi$$

$$1 = \left(\frac{V}{E_v}\right)^2 + \left(\frac{I}{I_{cc}}\right)^2 + 2\frac{V}{E_v} \frac{I}{I_{cc}} \sin \varphi$$

Dans le système  $\frac{V}{E_v} \left(\frac{I}{I_{cc}}\right)$ , les courbes de variations de la tension  $V$  à  $\cos \varphi = \text{cste}$  sont des ellipses qui se déforment lorsque  $\varphi$  varie de  $-\frac{\pi}{2}$  à  $+\frac{\pi}{2}$ . Pour  $\varphi = 0$  on obtient un cercle.

# Pour en savoir plus...

## LES AVANTAGES DU TRANSPORT DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE EN COURANT CONTINU HAUTE TENSION

Comme mode de transport de l'énergie, le courant alternatif s'est imposé surtout grâce aux aptitudes des transformateurs qui permettent facilement les changements de niveaux de tension. À puissance égale transportée, plus la tension est importante, plus le courant est faible ce qui permet des pertes Joule minimales.

En Europe, avec des distances moyennes, les liaisons à grandes distances en alternatif se font à 400 kV. Au Canada, avec de grandes distances de l'ordre de 1 000 km, les liaisons se font à 735 kV. Dix lignes fonctionnent entre La Baie James et le Québec.

L'établissement d'une liaison de transport d'énergie à grande distance en alternatif comporte des difficultés dues aux réactances de lignes et il est indispensable, plus

la ligne est longue, de réaliser des compensations en divers points.

En continu, jusqu'en 1950, il était impossible d'atteindre des tensions importantes. À partir des années 1960, avec l'apparition des convertisseurs statiques, passer de l'alternatif HT au CCHT<sup>1</sup> devenait possible de même que le cheminement inverse.

Pour le transport de l'énergie, le continu pouvait devenir compétitif par rapport à l'alternatif. En courant continu, il n'y a pas besoin de compensation de réactance, la puissance transportée est supérieure à isolation égale par ligne, mais il faut une station de conversion à chaque extrémité.

Les coûts sont équivalents à partir d'une distance de l'ordre de 50 km pour les câbles souterrains et 800 km pour les lignes aériennes, mais cette dernière distance peut diminuer si une partie du trajet doit être souterraine ou sous-marine.

Il y a au moins une trentaine de réalisations à travers le monde. Les plus connues sont les plus anciennes.

1950	U.R.S.S.	Moscou – Kashira sur la Volga	30 MW
1954	Suède	Alimentation de Visby sur l'île de Gotland	
1961	France – Angleterre		160 MW
1963	U.R.S.S.	Volgograd. Centrale sur le Don	
1965	Japon	Sakuma	300 MW
1968	Italie	Alimentation de la Sardaigne	
1968	Canada	Île de Vancouver en Colombie britannique	
1970	États-Unis	Côte du Pacifique	1 400 MW
1972	Canada	New Brunswick - Québec	
1973	Canada	Nelson River - Manitoba	
1978	Mozambique – Afrique du Sud		1 920 MW

Les plus récentes réalisations concernent :

1990	Canada - Québec - Baie-James. La 11 <sup>e</sup> ligne 1 500 km.	450 kV
2000	Argentine – Brésil – Garabi	2 200 MW
2003	Australie. Projet HVDC <sup>2</sup> en cours – Queensland – New South Wales.	
2004	États-Unis. Liaison sous-marine en étude. – Connecticut – État de New York.	

<sup>1</sup> CCHT : courant continu haute tension.

<sup>2</sup> HVDC : *Hight Voltage Direct Current*.

Les successions de réalisations et la montée en puissance montrent que les liaisons en courant continu permettent de résoudre des problèmes différents :

- Liaisons sous-marines par câbles pour l'alimentation en énergie des îles parfois non productrices (Vancouver, Sardaigne, Gotland en Suède).
- Liaison entre deux réseaux de production à des fréquences différentes. 50 Hz – 60 Hz (Sakuma au Japon).
- Interconnexion de deux réseaux de même fréquence. Toute obligation de synchronisme disparaît lorsque l'énergie est transmise par une ligne à courant continu. (France – Angleterre, New Brunswick – Québec).
- Échange d'énergie aux heures de pointe entre deux réseaux non situés dans le même fuseau horaire (États-Unis sur la côte Pacifique).
- Échange d'énergie, suite à une différence de conditions climatiques.
- Mise en commun de réserves pour parer aux défaillances de la production par l'interconnexion de plusieurs réseaux distincts permettant des économies sur les puissances installées.

L'interconnexion de réseaux alternatifs nécessite la même fréquence, le synchronisme et l'égalité des tensions et des phases à l'interconnexion.

Un défaut d'un des réseaux crée une perturbation ressentie par tous les réseaux interconnectés.

L'interconnexion entre deux réseaux alternatifs doit pouvoir compter sur la stabilité de l'ensemble en cas de défaut, sinon elle ne sert pas au moment où elle devrait être la plus utile. Cette exigence entraîne une augmentation considérable de la puissance de court-circuit de chacun des réseaux qui amènerait au-delà de la capacité des appareils de coupure.

De même, le seul maintien du synchronisme de deux réseaux puissants pose des problèmes qui ne s'accommodent pas avec une simple interconnexion.

Ces difficultés disparaissent avec les liaisons inter réseaux en courant continu, de telles liaisons ne transmettent pas les perturbations d'un réseau à l'autre.

Ce dernier avantage, considérable, devrait permettre de développer les liaisons en courant continu entre réseaux, en particulier en Europe et aux États-Unis, pour profiter pleinement de la mise en commun des réserves, pour faire face aux différences climatiques et au décalage des heures de pointe entre pays.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### *Réglage de la f.é.m. à vide*

Quel que soit le dispositif utilisé (groupe électrogène, microcentrale...), la f.é.m. de l'alternateur est toujours réglée par la vitesse et le courant d'excitation.

### *Modèle à réactance constante*

Quelles que soient les contraintes de fonctionnement, le modèle à réactance constante reste valable. Le diagramme à réactance constante évolue en tenant compte de la stratégie de pilotage, de la charge et des contraintes extérieures.

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 10.1** En fonctionnement alternateur autonome, quel réglage doit-on faire pour maintenir une fréquence constante ?
- 10.2** Tracer le diagramme espace-temps d'une machine synchrone hexapolaire triphasée fonctionnant en alternateur autonome à vide.
- 10.3** Un alternateur autonome est entraîné par une turbine hydraulique Pelton et excité par un courant  $j$ . Il est possible de régler le débit de la turbine et le

courant  $j$ . À quoi servent les deux « manettes » de réglage si la machine est à vide ?

- 10.4** On considère le même alternateur autonome qu'à la question 10.3. À quoi servent les deux « manettes » si, le régulateur de vitesse étant en fonctionnement, la machine est en charge équilibrée débitant sur une résistance  $R_c$  en série avec une inductance  $L_c$  par phase ?

## EXERCICES

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 10.1** Quel réglage effectue-t-on dans la marche en charge du paragraphe 10.2 à partir du régime permanent initial pour lequel  $\omega = 150$  rad/s et  $P_{em}$  donnée, si l'on règle la manette de la turbine sans toucher à l'excitation  $j$  ? Si l'on règle  $j$  sans toucher à la manette turbine ? Peut-on régler l'ensemble pour avoir  $\omega = 300$  rad/s pour la même puissance électromagnétique ?
- 10.2** Une machine synchrone bipolaire triphasée fonctionnant en alternateur autonome entraînée par une turbine hydraulique est excitée par un courant  $j$ . Elle débite sur des charges  $R_c$  et  $L_c$  équilibrées. Tracer le diagramme à réactance constante en négligeant  $r_1$  (résistance d'une phase stator de l'alternateur) et en faisant apparaître  $\overline{V}$ ,  $\overline{I}$ ,  $\overline{E}_v$ ,  $R_c \overline{I}$ ,  $L_c \omega \overline{I}$ , les angles  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\Psi$ , la roue polaire, le point de fonctionnement M, les axes de lecture et les bobines de phase 1S, 2S, 3S. En abaissant de M la perpendiculaire MH sur l'axe 1, et du point A, extrémité de  $\overline{V}$ , la perpendiculaire

AK sur  $\overline{E}_v$ , montrer que la surface  $|\overline{V}| \cdot \overline{MH} = |\overline{E}_v| \cdot \overline{AK}$ . En déduire qu'en négligeant  $r_1$ , la puissance électromagnétique active  $P_{em}$  est égale à la puissance active  $P$ . Peut-on retrouver directement cette dernière affirmation ?

- 10.3** Un alternateur d'avion a les caractéristiques suivantes :  $S_n = 150$  kVA ;  $f_n = 400$  Hz ;  $V_n = 115$  V ;  $\cos \varphi_n = 0,9$  ;  $I_{exn} = 3$  A ;  $N_n = 1\,200$  tr/min. Pour cette étude, nous ferons l'hypothèse d'un alternateur à pôles lisses non saturé avec  $E_v = 87,5j$  et  $I_{cc} = 343j$ . La résistance du bobinage d'induit est supposée négligeable.

- Déterminer la valeur  $L$  de l'inductance synchrone.
- Donner le diagramme temps de Fresnel correspondant au point nominal.
- Calculer la f.é.m. à vide et en déduire la valeur du courant d'excitation.
- L'alternateur débite sur une charge passive équilibrée dont le facteur de puissance est de 0,9 AV ; le courant d'excitation est de 1,35 A. Tracer le diagramme temps de Fresnel et exprimer la f.é.m.  $E$  en fonction de  $V$ ,  $L\omega$ ,  $I$  et  $\varphi$ .
- Montrer que l'équation de la caractéristique  $V(I)$  à excitation et facteur de puissance constants est l'équation d'une ellipse d'axes obliques, centrée sur l'origine :

$$f(V, I) = V_2 + a \cdot V \cdot I + b \cdot I_2 - c = 0.$$

Sur quoi devrait-on agir pour assurer une tension  $V = \text{cste}$  ?



# Fonctionnement réversible sur réseau puissant

## Objectifs

- Réaliser un accrochage d'une machine synchrone sur le réseau.
- Travailler avec le diagramme de l'ingénieur.
- Maîtriser la conduite des machines du réseau.
- Comprendre le fonctionnement et la conduite du réseau pour éviter les décrochages et la perte de synchronisme.

## Vocabulaire

Accrochage	Dispatching ou conduite du réseau	Réseau puissant
Compensateur synchrone	Perte de synchronisme	Surexcitation et sous-excitation
Courbes de Mordey		

On appelle réseau puissant un réseau du type EDF où de nombreuses centrales électriques sont interconnectées entre elles pour former un maillage énergétique sur l'ensemble du pays. Pour participer au fonctionnement électrique de ce réseau avec une nouvelle centrale comportant une machine synchrone, il faut au préalable « s'accrocher » sur le réseau. Ce chapitre donne, à l'aide du diagramme à réactance constante, un aperçu de la conduite de la machine et se termine par la conduite du réseau.



## 11.1 RÉSEAU D'ÉNERGIE – IMPOSITIONS – ACCROCHAGE – SYNCHRONISME

EDF est tenue de livrer à la clientèle une énergie électrique de fréquence nationale  $f_S = 50$  Hz à 1 Hz près, donc de pulsation  $\omega_s = 314$  rad/s, et de tension locale constante à 10 % près, par exemple  $V = 230$  V pour les particuliers. En conséquence, toute nouvelle centrale, composée essentiellement d'une turbine et d'une machine synchrone, qui veut participer à la production doit respecter les consignes qui sont les impositions du réseau :  $f_S = 50$  Hz et  $V = \text{cste}$ .

L'accrochage d'une nouvelle centrale sur le réseau est l'ensemble des opérations à effectuer pour respecter ces impositions.

### Le saviez-vous ?

#### Le synchronoscope

Le synchronoscope est un appareil électronique d'aide à l'accrochage des machines synchrones sur le réseau triphasé. Avant l'accrochage, un contacteur tripolaire est inséré pour connecter les phases du réseau puissant avec la machine synchrone ; la commande de sa bobine de fermeture est déclenchée manuellement par l'utilisateur comme sur la figure 11.1. Toutefois, pour éviter toute commande erronée de la part de l'utilisateur, souvent destructrice, le synchronoscope ajoute, en série avec la commande manuelle, un contact sec normalement ouvert. Ce contact de sécurité est fermé automatiquement par le synchronoscope lorsque ce dernier juge que les 4 conditions d'accrochage sont remplies.

Il est connecté électriquement aux points  $a, b, c, A, B, C$ .

Le synchronoscope comporte aussi, sur sa face avant, une visualisation des écarts de fréquences, de tensions et de phases, nécessaire à l'utilisateur.



#### Accrochage à lampes ou à feux tournants

C'est celui réalisé en travaux pratiques. On dispose de deux manettes permettant de régler la vitesse de la turbine et l'excitation de l'alternateur  $E_v \sqrt{2} = M \cdot j \cdot \omega_s$ . On veut réaliser en  $a, b, c$  des tensions simples égales à tout instant à celles  $A, B, C$  c'est-à-dire des f.é.m. triphasées, directes ou inverses comme en  $A, B, C$ , de même amplitude, de même pulsation et de même phase (figure 11.1).

C'est une « méthode d'opposition en triphasé ». On place entre chaque point de type  $a$  et  $A$  une lampe très résistante à filament de carbone et un interrupteur en parallèle. On pourra raisonner sur la représentation vectorielle en superposant les deux diagrammes donnés par le réseau et par la nouvelle centrale. Supposons avoir réglé  $N$  voisin de  $N_s$  (figure 11.2).

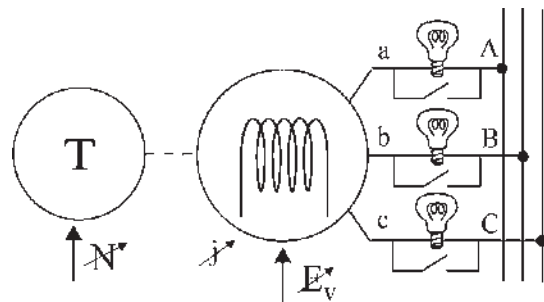
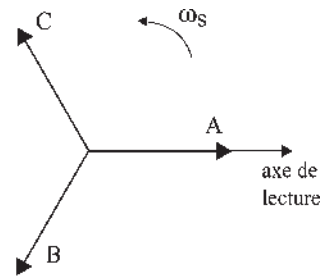
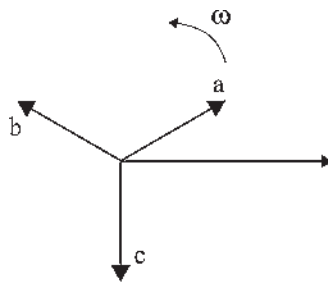


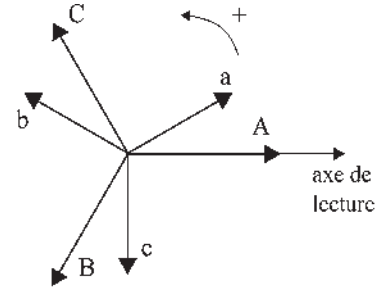
Figure 11.1



Tensions triphasées EDF, directes de pulsation  $\omega_s$



Supposons les tensions triphasées de la centrale, inverses



Le support tourne à  $\omega_s$ .  
A, B, C sont fixes par rapport au support.  
a, b, c tournent à  $\omega - \omega_s$  par rapport au support.

Figure 11.2

Les lampes soumises aux tensions variables  $aA, bB, cC$  brillent successivement l'une après l'autre. En inversant deux fils  $a, b$ , les deux systèmes deviennent directs et les lampes brillent ensemble à la pulsation  $\omega - \omega_s$ .

Si  $\omega$  est très différent de  $\omega_s$ , les lampes soumises à des tensions alternatives de pulsation importante gardent apparemment toutes le même éclairage constant (comme la lumière de nos maisons que l'on ne voit pas pulser à 314 rad/sec). En revanche, si  $\omega$  est voisin de  $\omega_s$ , la pulsation est parfaitement visible par les oscillations de l'éclairage. Les trois lampes s'allument et pulsent ensemble régulièrement.

Si  $\omega = \omega_s$ , les trois lampes restent éclairées sans aucune pulsation. En mesurant avec un voltmètre, on peut régler par l'excitation  $j$  les tensions pour que  $e_{ab} = e_{AB}$ .

Si l'on fait de nouveau  $\omega \cong \omega_s$ , les lampes battent de nouveau simultanément à  $\omega - \omega_s$ , depuis l'éclairage maximal jusqu'à l'extinction totale. Au moment où les lampes s'éteignent, on règle  $\omega = \omega_s$  alors les trois lampes restent éteintes :  $e_a = e_A, e_{ab} = e_{AB}$ , il n'y a pas de courant dans les lampes, on peut fermer l'interrupteur à trois plots. À l'accrochage

$I = 0$ , le diagramme à réactance constante se limite à  $\overline{E}_v = \overline{V}$  (figure 11.3.a).

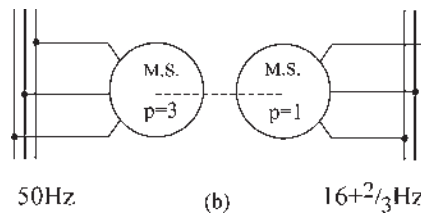
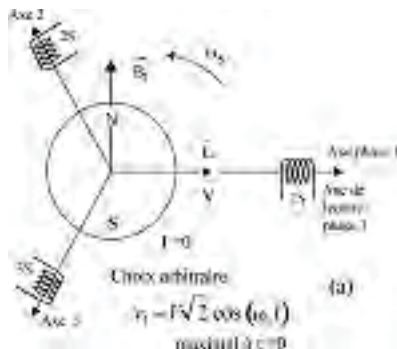


Figure 11.3

## Le saviez-vous ?

### Accrochage des alternateurs

Plus la machine est d'inertie importante, plus l'accrochage doit être précis. Le rotor d'un alternateur de la centrale de Génissiat, sur le Rhône, pèse environ 600 tonnes. Un accrochage par exemple avec une mauvaise phase peut aboutir au vrillage d'un arbre en acier de 20 cm de diamètre avec « cassure torvée ».



(Barrage de Génissiat, 1948, 420 MW)

**Remarque :** Il faut réaliser en Allemagne le double accrochage de convertisseurs synchrones alternatifs couplés 50 Hz et  $16 + 2/3$  Hz, pour permettre l'interconnexion du réseau public 50 Hz avec le réseau de traction ferroviaire à  $16 + 2/3$  Hz (figure 11.3.b).

Le premier accrochage pourra se faire comme précédemment à l'aide d'un moteur auxiliaire. Le second nécessitera un stator mobile réglable pour permettre l'égalisation des phases ou la présence d'un coupleur électromagnétique entre les 2 machines.

### Synchronisme du réseau

Toutes les machines synchrones du réseau ont la même vitesse angulaire électrique :  $\omega_s = 314 \text{ rad/s}$ .

La quasi-totalité d'entre elles, dont les plus puissantes, est munie d'un régulateur. Le maintien de la synchronisation de toutes les machines synchrones du réseau est du même type que celui de plusieurs pendules placés sur le même support non rigide.

Notons que dans le fonctionnement sur le réseau, le régulateur ne supprime pas la manette de réglage du débit comme elle le faisait en fonctionnement autonome. Ayant supprimé le régulateur, on augmente lentement le débit. L'auto-synchronisme impose la vitesse et on peut ensuite remettre le régulateur pour avantager la bonne synchronisation du réseau.

L'accrochage étant effectué, dès que l'on touche à l'une des manettes le diagramme évolue, par apparition du courant  $\bar{I}$ , en tenant compte des impositions.

## 11.2 CONVENTIONS – DIAGRAMME – PUISSANCES ACTIVE ET RÉACTIVE

On peut prendre les conventions que l'on veut.

On a pris l'habitude, pour les machines synchrones, de prendre la convention générateur  $e_{ch} = v + ri$  car c'est la principale utilisation de ces machines, et, en électrotechnique, d'appeler  $\varphi$  le déphasage de  $\bar{I}$  vers  $\bar{V}$ , compté positivement dans le sens trigonométrique, mais aussi de dire s'il est en avant, AV, ou en arrière, AR, par rapport à la tension dans le plan de Fresnel.

Compte tenu de ces conventions, les positions de  $\bar{I}$  par rapport à  $\bar{V}$  caractérisent le type de fonctionnement de la machine (figure 11.4).

Par exemple, pour  $\bar{I}$  en AR par rapport à  $\bar{V}$  avec  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$  la machine fonctionne en générateur en fournissant au réseau de la puissance active,  $P > 0$ , et de la puissance réactive,  $Q > 0$ .

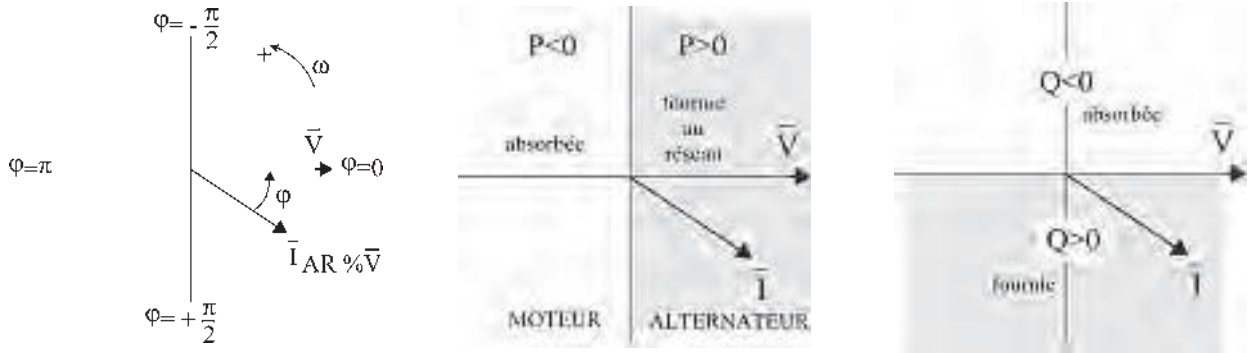


Figure 11.4

Pour une machine donnée accrochée sur le réseau  $\bar{Z} = r + jL\omega_s$  et  $\Psi_{cc} = \arctan\left(\frac{L\omega_s}{r}\right)$  sont fixés. En reportant  $\Psi_{cc}$  depuis l'axe réel on obtient les axes  $P$  et  $Q$  à  $\frac{\pi}{2}$  AR.

$$\begin{aligned} \widehat{M\hat{A}P} &= \varphi \\ AP &= ZI \cos \varphi = \frac{Z}{V} VI \cos \varphi = \frac{Z}{V} P \\ AQ &= ZI \sin \varphi = \frac{Z}{V} VI \sin \varphi = \frac{Z}{V} Q \end{aligned}$$

Les axes  $AP$  et  $AQ$  peuvent être gradués en puissance active et puissance réactive pour une phase ou pour la machine (figure 11.5), en admettant que le réseau maintienne  $V = \text{cste}$  et  $\omega_s = \text{cste}$ .

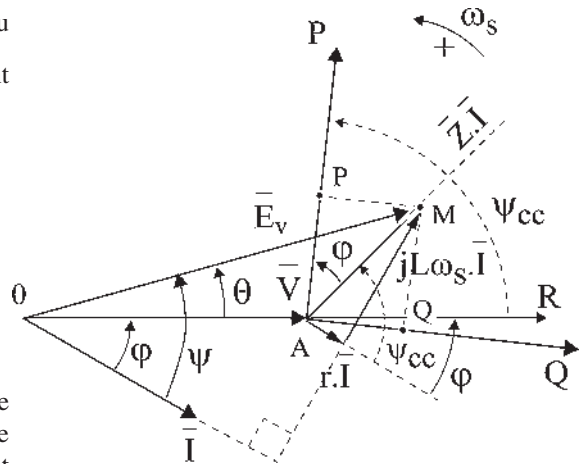


Figure 11.5

Le point  $M$  de coordonnées  $(P, Q)$  représente le point de fonctionnement. On pourrait tracer les lieux de  $M$  :

- à  $\varphi = \text{cste} \implies$  droite  $AM$
- à  $P = \text{cste} \implies$  droite  $PM$
- à  $Q = \text{cste} \implies$  droite  $QM$
- à  $I = \text{cste} \implies$  cercle de centre  $A$  et de rayon  $AM$
- à  $j = \text{cste} \implies$  cercle de centre  $O$  et de rayon  $OM$

### 11.3 DIAGRAMME DE L'INGÉNIEUR

Ce diagramme permet des raisonnements rapides en négligeant ce qui peut l'être en première approximation.

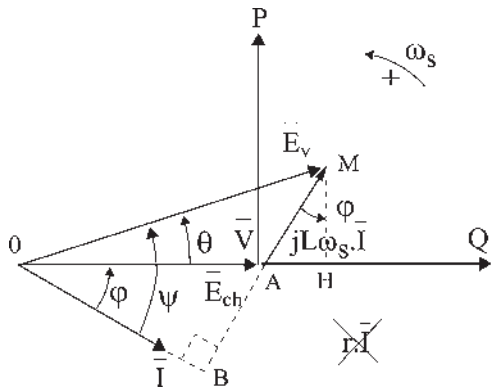


Figure 11.6

En fonctionnement sur réseau puissant,  $V$  et  $\omega_s$  sont constants.

En négligeant  $r\bar{I} : \bar{E}_{ch} = \bar{V}$  (figure 11.6)

$\overline{MH} = L\omega_s I \cos \varphi = E_v \sin \theta$  est l'image de la puissance active

$$P = 3VI \cos \varphi = 3V \frac{E_v \sin \theta}{L\omega_s}$$

et  $\overline{AH} = E_v \cos \theta - V = L\omega_s I \sin \varphi$  est l'image de la puissance réactive

$$Q = 3VI \sin \varphi = 3V \frac{E_v \cos \theta - V}{L\omega_s}$$

On peut graduer les axes  $AP$  et  $AQ$  en puissances active et réactive. À chaque position du vecteur  $\bar{I}$  par rapport à  $\bar{V}$  correspond une position du vecteur  $\bar{E}_v$  par rapport à  $(P, Q)$  (figure 11.7).

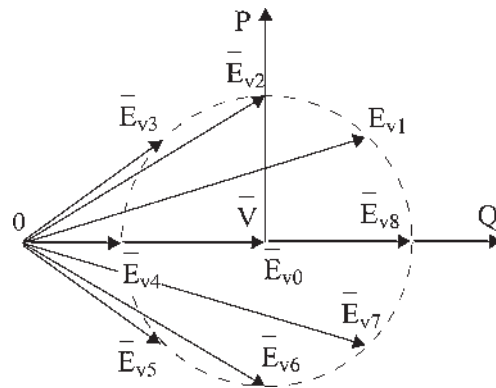
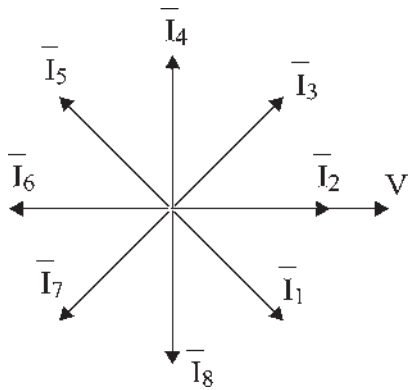


Figure 11.7

Par sa position par rapport aux axes  $P, Q$ , le point de fonctionnement  $M$ , extrémité du vecteur  $\bar{E}_v$ , caractérise aussi le type de fonctionnement.

Trois relations sont d'importance (figure 11.8) :

$$MH = E_v \sin \theta = L\omega_s I \cos \varphi$$

$$AK = V \sin \theta = L\omega_s I \cos \psi$$

$$OB = E_v \cos \psi = V \cos \varphi$$

$$\text{Il a été établi au paragraphe 9.8 que : } P_{em} = 3.E_v I \cos \psi = P + 3rI^2$$

En négligeant  $r$ , la puissance électromagnétique active est égale à la puissance active :  $P_{em} = 3E_v I \cos \psi = 3VI \cos \varphi = P$ .

En fonctionnement sur le réseau où  $V = \text{cste}$  et  $\omega_s = \text{cste}$ , en négligeant  $r$ ,  $MH$  est l'image de la puissance active ou plus exactement représente  $L\omega_s I \cos \varphi$ , comme  $AK$  représente  $L\omega_s I \cos \psi$ .

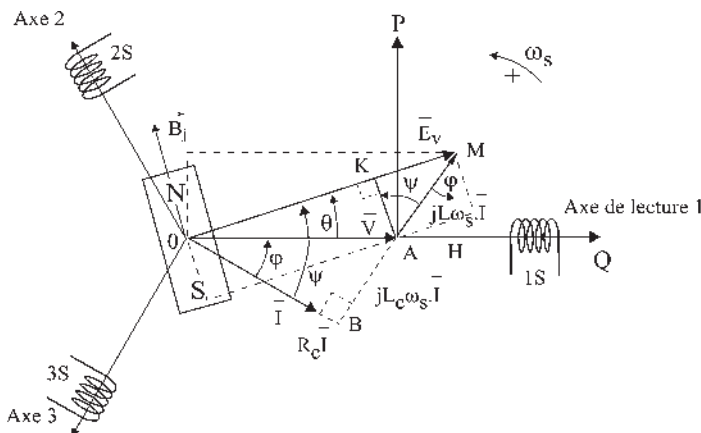


Figure 11.8

L'égalité des puissances actives  $P_{em}$  et  $P$  se traduit par l'égalité des surfaces  $\overline{V}.MH$  et  $\overline{E}_v.AK$ , qui sont égales à  $\frac{L\omega_s}{3}P$ .

Un découpage des surfaces, de type puzzle, permet de vérifier leur égalité.

## 11.4 FONCTIONNEMENT GÉNÉRATEUR, MOTEUR – DÉPHASAGE DE $\overline{E}_v$ PAR RAPPORT À $\overline{V}$

Accrochée au réseau, la machine synchrone fonctionnera en génératrice si, entraînée par une turbine qui lui fournit de l'énergie mécanique, elle donne de l'énergie électrique au réseau.

Accrochée au réseau, elle fonctionnera en compensateur synchrone si, entraînée par une turbine, elle ne fournit au réseau que de l'énergie réactive.

Accrochée au réseau, elle fonctionnera spontanément en moteur synchrone en absorbant de l'énergie électrique du réseau pour fournir l'énergie mécanique demandée par la charge.

Pour les fonctionnements en générateur tels que  $E_{v1}$ ,  $E_{v2}$ ,  $E_{v3}$  de la figure 11.7, la machine fournit de la puissance active au réseau  $P > 0$ .

En générateur  $\overline{E}_v$  est toujours en  $AV$  par rapport à  $\overline{V}$ .

Pour les fonctionnements en moteur tels que  $E_{v5}$ ,  $E_{v6}$ ,  $E_{v7}$ , la machine absorbe de la puissance active du réseau  $P < 0$ .

En moteur  $\overline{E}_v$  est toujours en  $AR$  par rapport à  $\overline{V}$ .

Le déphasage  $\theta$  électrique (soit  $\alpha = \frac{\theta}{p}$  mécanique) correspond au déplacement angulaire relatif que subit le rotor en passant de l'accrochage  $E_{v0}$  à la marche en charge.

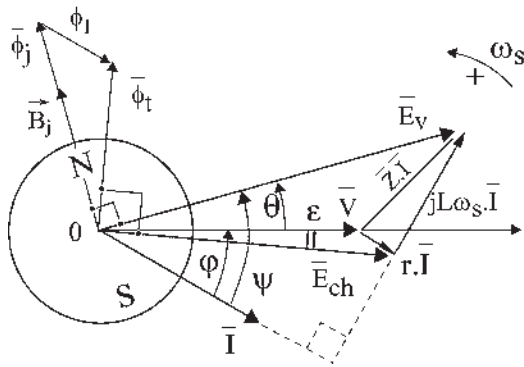


Figure 11.9

On peut voir réellement les variations de  $\alpha = \frac{\theta}{p}$  suivant la charge en « stroboscopant » la roue polaire à la fréquence  $f_s$ . La roue polaire semble immobile. En augmentant la charge, la roue polaire se déplace en AR dans un fonctionnement moteur et en AV dans un fonctionnement générateur pour se stabiliser dans une nouvelle position.

Le déphasage de  $\vec{E}_v$  par rapport à  $\vec{E}_{ch}$  ou celui de  $\vec{E}_v$  par rapport à  $\vec{V}$  si l'on néglige  $r\vec{I}$  ( $\epsilon$  négligeable) est celui de  $\vec{\phi}_j$  par rapport à  $\vec{\phi}_r$  (figure 11.9).

C'est le décalage électrique de la roue polaire entre l'accrochage et la marche en charge.

## 11.5 FOURNITURE OU ABSORPTION DE RÉACTIF – SUREXCITATION OU SOUS-EXCITATION

Une machine surexcitée fournit au réseau de l'énergie réactive,  $Q > 0$ , avec ou sans échange d'énergie active.

Pour les fonctionnements surexcités, tels que  $E_{v1}$ ,  $E_{v8}$ ,  $E_{v7}$ , la machine peut être générateur en  $E_{v1}$ , moteur en  $E_{v7}$  ou compensateur en  $E_{v8}$ .

De même, une machine sous-excité absorbe de la puissance réactive du réseau  $Q < 0$ . Dans les fonctionnements sous-excités, tels que  $E_{v3}$ ,  $E_{v4}$ ,  $E_{v5}$ , la machine peut être en générateur en  $E_{v3}$ , moteur en  $E_{v5}$  ou n'absorber que du réactif en  $E_{v4}$  sans échange d'énergie active.

Dans un fonctionnement surexcité, la machine, en générateur, en moteur ou en compensateur synchrone, fournit de la puissance réactive au réseau. Dans un fonctionnement sous-excité la machine absorbe du réactif du réseau.

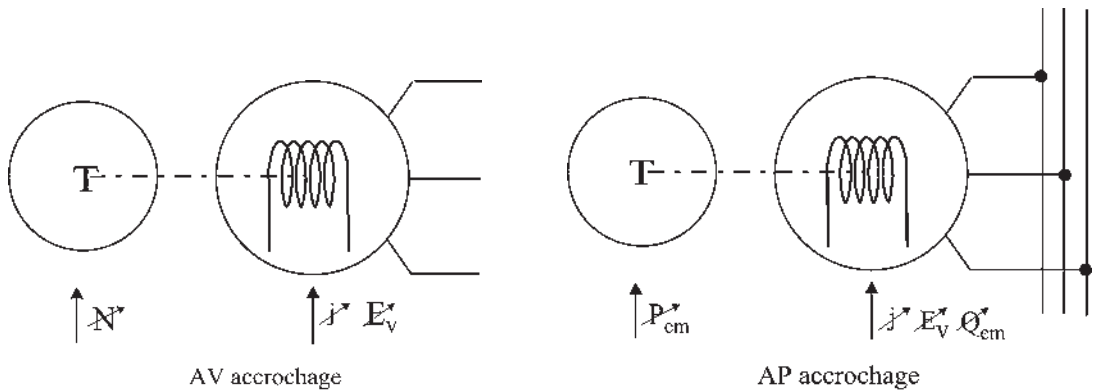


Figure 11.10

Avant (AV) et après (AP) l'accrochage, le rôle des deux manettes de réglage est différent. Après l'accrochage  $\omega = \omega_s = \text{cste}$  la manette de la turbine permet de régler  $C_{em}$  donc  $P_{em} = C_{em} \omega_s$ . L'autre manette en réglant  $j$  règle  $Q_{em}$  (figure 11.10).

## 11.6 MARCHÉ À PUISSANCE ACTIVE CONSTANTE – COURBES DE MORDEY

Les courbes en  $V$  de Mordey s'obtiennent dans des fonctionnements à  $P = \text{cste}$  en faisant varier le courant  $j$  d'excitation.

$AM$  est l'image du courant,  $\widehat{MAP}$  est l'image de  $\varphi$ ,  $OM$  est l'image de  $j$ .

L'alternateur étant accroché sur le réseau, pour chaque valeur de  $j$ , on règle la turbine pour que  $P = \text{cste}$ , mesurée par exemple par la méthode des deux wattmètres. Avec un ampèremètre, on note le courant  $I$  (figure 11.11). En fonction de  $j$  le point  $M$  se déplace sur la droite  $P = \text{cste}$ .

Pour  $P = 0$ ,  $M$  est sur l'axe  $AQ$ , on retrouve le fonctionnement en compensateur synchrone fournissant de l'énergie réactive au réseau s'il est surexcité  $j > j_0$ , courant d'excitation à l'accrochage.

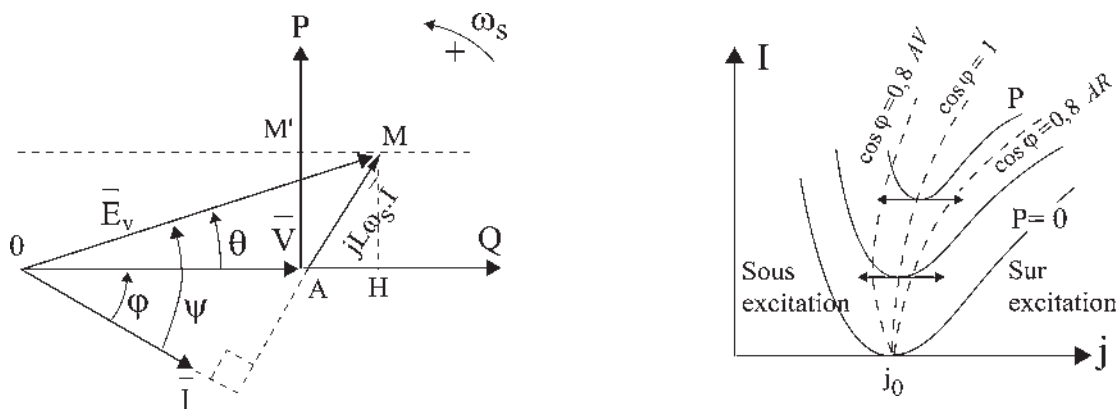


Figure 11.11

À l'origine, les courbes de Mordey ont certainement été tracées à  $P_{em} = \text{cste}$  pour répondre à la question : sans toucher à la turbine, réglée en vitesse, quelle est la variation du courant  $I$  de débit si l'on fait varier le courant  $j$  d'excitation ?

## 11.7 RÉGLAGES – CONDUITE DES MACHINES DU RÉSEAU

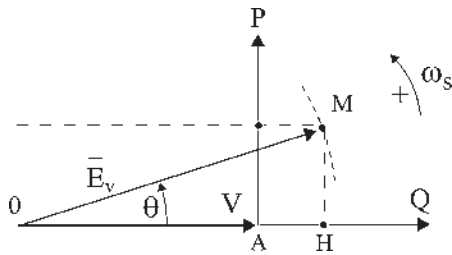
Après l'accrochage d'une nouvelle machine sur le réseau, en respectant les consignes  $\omega_s = 314 \text{ rad/sec}$  et  $V = \text{cste}$ , le réglage de l'excitation  $j$  fixe la valeur de l'amplitude de  $\bar{E}_v$ .



L'extrémité de  $\vec{E}_V$  est sur un cercle de centre  $O$  et de rayon  $OM = |\vec{E}_V| = \frac{M \cdot j \cdot \omega_s}{\sqrt{2}}$ . Le réglage du débit de la turbine fixe la valeur de la puissance active  $P$  que peut fournir la machine au réseau.

$$\vec{E}_V = \vec{u}_1 E_V \cdot e^{j\omega_s t} e^{j\theta}$$

Le point de fonctionnement  $M$  (figure 11.12) est de coordonnées  $(P, Q)$ .



$$MH = P = 3V \frac{E_V \sin \theta}{L\omega_s} = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{M \cdot j}{L} V \sin \theta = -C \cdot \omega_s$$

$$C = -3 \frac{E_V}{L \cdot \omega_s^2} V \sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{M \cdot j}{L \cdot \omega_s} V \sin \theta$$

$$AH = Q = 3V \frac{E_V \cos \theta - V}{L\omega_s} = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{M \cdot j}{L} V \cos \theta - \frac{3V^2}{L\omega_s}$$

Figure 11.12

Dans le fonctionnement générateur de la machine synchrone, la puissance active est comptée positivement (figure 11.13). Le moment du couple et la vitesse sont opposés.

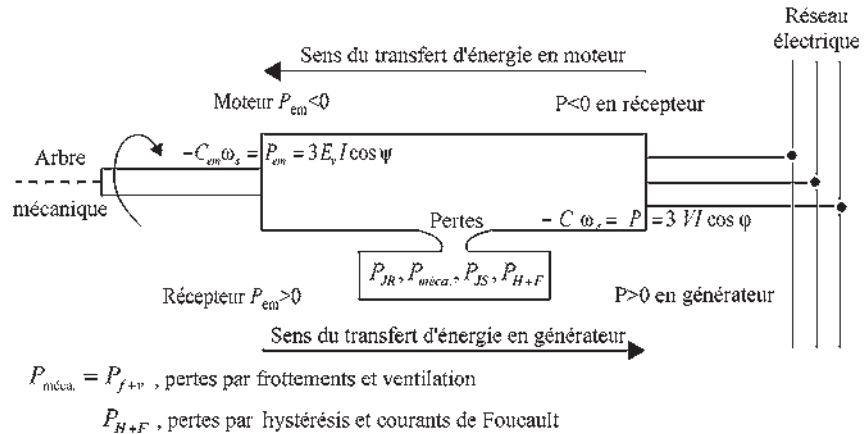


Figure 11.13

Le bilan de puissance montre que dans la machine synchrone la vitesse se conserve au détriment du couple  $C < C_{em}$ .

En générateur le réglage de la puissance  $P = C \cdot \omega_s$  et de l'excitation  $j$  de l'alternateur donne le point de fonctionnement  $A$  qui pourra se situer dans tout l'espace hachuré et sur ses limites pour une utilisation optimale (figure 11.14).

Par réglages, on pourra obtenir la puissance maximale  $P_{max}$  pour différentes valeurs de l'excitation.

Entre  $A_1$  et  $A_2$ , il est possible de régler le réactif. En  $A_3$  on obtiendra  $P_{\max}$  avec  $\cos \varphi = 1$ .

L'opérateur pourra, par réglages, fixer le point de fonctionnement, sur ordre du dispatching central, dans l'espace hachuré en délivrant  $P$  et  $Q$ , par exemple  $A_4$ .

En moteur synchrone, la valeur du couple sur l'arbre et le réglage de  $j$  fixent le point de fonctionnement  $M$ .

Pour un couple constant sur l'arbre, l'opérateur ne pourra fixer le point de fonctionnement par réglage de  $j$  que sur la seule droite  $M_1M_2$  correspondant à la valeur du couple constant, avec réglage possible du réactif. Dans tous les cas, le point de fonctionnement devra se trouver dans la partie hachurée, l'opérateur ne disposant que de  $j$  pour les réglages.

Les limites sont imposées par  $I$  nominal,  $j$  maximal donnant  $E_v$  maximal, la puissance utile maximale  $P_{\max}$  et le décrochage de la machine du réseau.

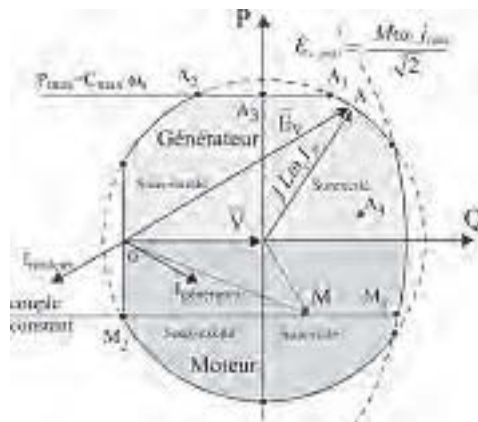


Figure 11.14

## 11.8 CONDUITE DU RÉSEAU

L'électricité ne se stocke pas. À tout instant, la production des usines génératrices doit équilibrer exactement la demande des utilisateurs en satisfaisant à la fois à des critères de gestion économique, par le choix opportun des centrales de production dont les coûts de revient sont différents, et à des critères de qualité, par le maintien scrupuleux des performances :  $\omega_s = 314$  rad/sec et  $V = \text{cste}$ , pour conserver l'équilibre.

Le dispatching national établit les prévisions de consommation et gère les programmes de production des centrales, les échanges avec l'étranger, le réseau 400 kV de transport de l'énergie reliant les centres de production aux centres de consommation et coordonne l'activité des sept dispatchings régionaux. Chacun d'eux gère le réseau régional pour les tensions de 225 à 63 kV.

L'ambition est aujourd'hui une conduite en temps réel avec trois difficultés dues :

- à des variations rapides de la consommation, non prévues ou parfois imprévisibles (coup de froid...) ;
- à la constante de temps de mise en action des grandes centrales, 6 heures pour les centrales thermiques contre 5 minutes pour les centrales hydrauliques de lacs, mais l'utilisation de ces dernières implique la prise en compte de la gestion de l'eau et de plus son utilisation, à bon escient, aux seules heures de pointe ;

### Le saviez-vous ?

#### Automates et système de contrôle-commande des centrales

Des centaines de moteurs sont installés dans la centrale. Ils mettent en mouvement aussi bien les barres de commandes du réacteur que les fluides qui circulent dans les tuyauteries. Des milliers de mesures indiquent l'état de l'installation. Il faut savoir si l'ordre passé a été exécuté et si le fonctionnement est correct.

Des voyants lumineux doivent indiquer si les machines sont en marche ou à l'arrêt et s'il y a discordance entre l'ordre donné et son exécution. Il faut centraliser les commandes et les informations à la disposition d'une équipe de quart, présente en permanence.



– à l’indisponibilité fortuite d’une centrale ou d’une ligne de transport (avaries, coup de foudre, tempête, chute de neige...).

À tout instant, l’équilibre entre la production et la consommation doit être respecté, autant pour l’énergie active que pour l’énergie réactive, si l’on désire maintenir la fréquence et les tensions dans d’étroites limites contractuelles.

L’énergie active est produite par les groupes et consommée par les clients (charge). Les pertes en ligne sont faibles (quelques %), mais finalement coûteuses.

Il est intéressant d’exploiter un réseau électrique à un niveau de tension élevé. Cela permet de minimiser les pertes actives et donc de faire des économies, mais surtout d’augmenter la sécurité par le maintien des consignes.

La tension chez les consommateurs est ajustée à partir de celle du réseau THT par des transformateurs munis de régleurs en charge qui maintiennent automatiquement la tension proche de la valeur de consigne.

L’énergie réactive est produite volontairement par les groupes de production et les moyens de compensation, et est absorbée par les consommateurs (moteurs, transformateurs... tous à caractère inductif marqué) mais elle est aussi produite par les lignes de transport peu chargées en transits de puissance et consommée par les lignes lorsqu’elles sont très chargées. Les pertes réactives peuvent alors devenir prépondérantes jusqu’à devenir dix fois supérieures aux pertes actives.

### Réglage de la tension

La production de puissance active est nécessaire pour obtenir la tension désirée

$$P = 3VI \cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{Mj}{L} V \sin \theta, \text{ mais ce n'est pas suffisant pour la tenue en tension à}$$

cause de la circulation du réactif. À courant actif donné, les pertes Joule augmentent si la composante réactive du courant augmente. La chute de tension en ligne est due en première approximation à la circulation du réactif. On ne tient pas à transporter du réactif sur de longues distances, car il crée des chutes de tension et augmente les pertes réactives là où il passe ; d’ailleurs, EDF demande aux grosses industries de réaliser la compensation au sein même des usines. L’ajustement local de la compensation du réactif (alternateurs surexcités, condensateurs...) permet de régler la tension observée en la ramenant à la valeur de consigne.

Dès 1987, un réglage secondaire de tension est installé dans les dispatchings régionaux français ; il permet de contrôler les tensions de certains nœuds du réseau THT (points pilotes) en modifiant automatiquement la production réactive des alternateurs proches. Depuis 1997, une coordination de tous les moyens régionaux de compensation a été conçue et réalisée par EDF pour permettre une meilleure utilisation des réserves réactives et de meilleures performances dynamiques. Le « dispatcher » doit, lui, piloter ce réglage en modifiant les consignes de tension des points pilotes.

### Réglage de la fréquence

La fréquence des courants du réseau est maintenue dans d’étroites limites. La fréquence baisse si la demande d’énergie de la part des consommateurs augmente et elle croît si la demande baisse (voir paragraphe 11.10). L’ajustement national et régional de l’énergie active produite permet de régler la fréquence observée en la ramenant à la valeur de consigne.

## 11.9 DÉCROCHAGE D'UN ALTERNATEUR

Une baisse de tension demande une augmentation locale de production de puissance réactive.

Une baisse de fréquence demande une augmentation de production de puissance active.

Bien que ce soit essentiellement un problème dynamique, il est souhaitable et nécessaire d'expliquer simplement le phénomène. Imaginons un groupe de production formé d'une turbine et d'un alternateur fournissant de la puissance active au réseau :

- puissance de la turbine :  $P_t = C_t \omega > 0$ , fonctionnement moteur sur l'arbre ;
- puissance électromagnétique de l'alternateur :  
 $P_{em} = -C_{em} \omega_s = 3E_v I \cos \psi > 0$ , fonctionnement récepteur sur l'arbre ;
- puissance utile transmise au réseau :  $P = 3VI \cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{Mj}{L} V \sin \theta > 0$ , fonctionnement générateur.

En fonctionnement générateur, sans même négliger les pertes, on peut écrire en régime permanent :

$$P_t = C_t \omega = -C_{em} \omega_s = P_{em} = 3E_v I \cos \psi > P = 3VI \cos \varphi = -C \omega_s = P_c$$

$P_c$  : puissance consommée par les utilisateurs en provenance de ce générateur.

En régime permanent,  $C_t \omega + C_{em} \omega_s = 0$  et puisqu'il y a synchronisme des champs  $\omega = \omega_s$ , avec  $\omega$  vitesse angulaire électrique de rotation des parties tournantes (turbine, alternateur) et  $\omega_s$  pulsation du réseau, on en déduit :  $C_t = -C_{em}$ .

En régime transitoire, on peut assimiler la machine synchrone à une source de tension  $E_s$  en série avec une inductance  $L_s$  et l'ensemble du réseau, en tenant compte des machines et des lignes, à un schéma identique avec source de tension  $E_R$  et inductance  $L_R$  en série (figure 11.15).

$L_R \ll L_s$ , d'après le théorème de Thévenin, puisque si l'on prend  $n$  machines synchrones, caractérisées chacune par  $E_1 L_1, E_2 L_2, E_3 L_3 \dots E_n L_n$  montées en parallèle, on peut assimiler l'ensemble de ces  $n$  machines à une seule branche formée d'une source de tension  $E_R$  et d'une inductance  $L_R$  en série, inductance d'autant plus petite qu'il y a davantage de machines synchrones en fonctionnement sur le réseau.

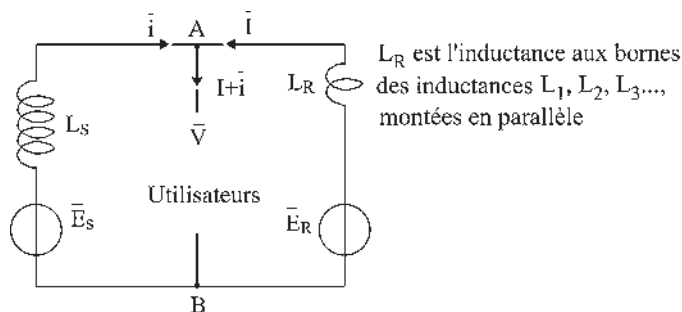


Figure 11.15

En régime permanent de fonctionnement, les utilisateurs consomment une puissance apparente complexe  $\overline{V}(\overline{I} + \overline{i})^*$ . La machine synchrone fournit un courant efficace  $i$ .

Si les consommateurs demandent davantage d'énergie active, le courant absorbé  $\overline{I} + \overline{i}$  par les consommateurs a tendance à augmenter. De part et d'autre, des points  $A, B$ , on peut faire face à la demande en augmentant le courant d'excitation des alternateurs.

Supposons que cela soit fait du côté réseau, mais que du côté de la machine synchrone la plus proche on ne réagisse pas. Alors  $V$  et  $\omega_s$  sont sensiblement maintenues à leurs valeurs de consigne par le réseau (d'autant mieux qu'il est plus puissant) tandis que du côté de la machine synchrone, n'ayant pas touché aux réglages  $j = \text{cste}$   $C_t = \text{cste}$ , la force du jet sur la turbine et le bras de levier n'ayant pas changés, et  $P_t = C_t \omega_s = \text{cste}$ . Alors  $P_c$  comme  $P$  et  $P_{em}$  augmentent comme la demande tandis que  $P_t$  ne change pas. En définitive :

$$P_t = C_t \omega_s < -C_{em} \omega_s = P_{em} \quad \text{d'où} \quad C_t \omega_s + C_{em} \omega_s < 0$$

En dynamique, au couple moteur  $C_t \cdot \omega$ , valant  $C_t \cdot \omega_s$  à l'instant initial, s'adjoint alors le couple inertiel  $J \frac{d\omega}{dt}$ , pour égaler  $P_{em}$ ,  $J$  étant le moment d'inertie des parties tournantes de la turbine et de l'alternateur.  $\omega$  est la vitesse angulaire de rotation,  $\omega_s$  est la pulsation du réseau.  $C_t \cdot \omega + C_{em} \cdot \omega_s = J \frac{d\omega}{dt}$ .

Le couple moteur est positif. Le couple résistant  $C_{em}$  est négatif.  $\omega$  et  $\omega_s$  sont positifs, de plus,  $\omega_s = \text{cste}$  puisque le réseau dispose d'un grand nombre d'alternateurs et que celui qui nous intéresse ne peut pas, à lui seul, changer la pulsation du réseau. Alors,  $J \frac{d\omega}{dt} < 0$ ,  $\omega$  diminue,  $\omega \neq \omega_s$ , il n'y a plus synchronisme des champs. La machine décroche : l'échange énergétique a toujours lieu, mais il change de signe à la pulsation ( $\omega_s - \omega$ ) et est alors de valeur moyenne nulle.

La fréquence de rotation baisse par manque de production de puissance active.

**Remarque :** Si localement on avait augmenté l'excitation de l'alternateur à  $J_{\max}$  et la puissance de la turbine à  $P_{t \max}$ , le problème aurait été le même dès que  $P_{em \max}$  aurait dépassé  $P_{t \max}$ .

Dans le fonctionnement générateur, par rapport à l'accrochage, la roue polaire aurait tourné de  $\pi/2$  dans le sens direct (figure 11.16).

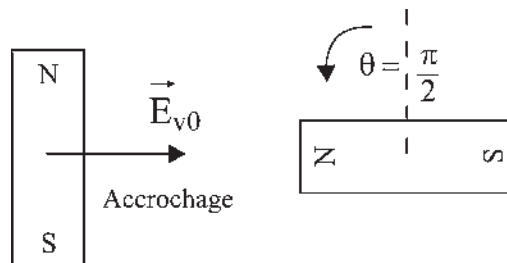


Figure 11.16

En réalité, ce scénario ne se produit pas à cause de la surveillance du réseau. Ce qui se produit en général commence par un incident (amorçage d'une ligne de transport HT sur la cime des arbres comme cela s'est produit le 10 août 1996 dans la région de Portland aux États-Unis) ou par un accident (arrêt brutal d'un groupe de production ou écrasement d'une ligne de transport suite à un surpoids occasionné par la neige ou par des manchons de glace sur les fils comme cela s'est produit il y a quelques années dans les Pyrénées).

Si cet incident survient conjugué à une période de grande demande des consommateurs (fonctionnement des réfrigérateurs et climatiseurs le 10 août 1996, période de froid intensif dans l'ouest de la France en janvier 1987) alors le processus se déroule ensuite comme indiqué précédemment.

## 11.10 PERTE DE SYNCHRONISME DU RÉSEAU

Si, à la suite d'un incident conjugué à une augmentation de la demande d'énergie active de la part des consommateurs, un alternateur du réseau décroche, la demande, qui persiste, se reporte instantanément sur les alternateurs du réseau les plus proches, qui à leur tour vont décrocher en cascade si rien n'est fait pour limiter l'extension du phénomène de décrochage par des délestages.

Avec la perte successive de centrales, les productions d'énergie active et d'énergie réactive s'écroulent. Plus le phénomène de décrochage s'étend, plus le réseau se fragilise. À terme, le réseau affaibli ne peut plus tenir les consignes  $V$  et  $\omega_s$  par manque de production. Alors, l'évolution se fait globalement avec tous les alternateurs. Pour chaque alternateur  $I$  et  $\theta$  augmentent avec déplacement de la roue polaire tandis que pour l'ensemble du réseau  $V$  et  $\omega_s$  s'écroulent.

L'effondrement de tension va de pair avec la baisse de fréquence que l'on peut constater alors par la pulsation des lampes d'éclairage.

La probabilité d'un incident d'une ampleur significative sur un réseau électrique n'est pas nulle. À tout instant, la production d'énergie active comme réactive doit être égale à la consommation. Des dispatchings contrôlent cette égalité par la surveillance de  $\omega_s$  et de  $V$ .

La France a connu, le 12 janvier 1987, un incident important en Bretagne où une demande imprévue et conséquente d'énergie active a fragilisé le réseau par la perte en moins d'une heure de quatre groupes de production à la centrale de Cordemais. Ces groupes étant

### Vous avez dit électrotechnique ...

#### *L'incontournable énergie électrique !*

L'électricité présente de nombreux avantages pour la distribution énergétique :

- par sa structure en réseau : production localisée, transport, banque d'énergie ;
- par son adaptabilité à des fonctions diverses : éclairage, chemins de fer, appareils électrodomestiques et industriels ;
- par la diversité des machines utilisables ;
- par son intérêt dans toutes les activités humaines ; foyers, banques, hôpitaux ;
- par son système unitaire de commande, de contrôle, de sécurité, de programmation...

Actuellement sa distribution est parfaitement dissimulée en ville, sensiblement fondue dans le paysage en campagne et elle ne pose de problèmes que par la présence des lignes HT à grand débit de puissance, allant jusqu'à inquiéter les populations. Y aura-t-il des solutions avec enterrément des lignes ? Avec du transport CCHT ?

Il faudra bien résoudre ce problème car l'énergie électrique est la seule qui s'adapte, grâce à son réseau, à toutes les usines de production, qu'elles soient hydrauliques, thermiques, au gaz ou au pétrole, nucléaires, éoliennes...

On peut affirmer que le vecteur de production/transport/distribution est l'électricité et que nulle solution de remplacement ne soit envisageable.



essentiels pour la tenue en tension sur la zone, il s'en suivit un écroulement de tension provoquant à son tour le décrochage de neuf autres groupes dans la grande région ouest depuis Le Havre jusqu'à Bordeaux. Étaient concernées les centrales de Paluel, du Havre, de Flamanville, de la Rance, de Chinon, de Saint-Laurent et du Blayais. Malgré une perte de production de 9 000 MW, les délestages réalisés ont permis de garder la maîtrise du système et d'éviter un écroulement généralisé.

Aux États-Unis, les problèmes sont assez fréquents. De longues lignes de transport d'énergie nord-sud fragilisent les réseaux, conduisant à des pertes de production conséquentes. Par exemple, en deux ans, pour la société de production WSCC, Western Systems Coordinating Council, les pertes étaient : 6 400 MW le 17 janvier 1994, 11 300 MW le 14 décembre 1994, 9 900 MW le 2 juillet 1996, 25 600 MW le 10 août 1996 (d'après *Épure*, mensuel de la Direction des études et recherches d'EDF, n° 56, octobre 1997).

L'interconnexion des réseaux privés et localisés serait nécessaire pour assurer la sécurité « d'un vrai réseau » en profitant de l'ensemble des ressources disponibles. Dans un contexte fortement concurrentiel, les simples échanges d'énergie sans conduite coordonnée ne permettent pas de faire face aux incidents. Cela a encore été vérifié en décembre 2003 dans les échanges d'énergie entre la France et l'Italie dès qu'il y a eu un incident.

# Pour en savoir plus...

## LE RÔLE DU DISPATCHING

Avec l'électricité, il n'y a pas de stockage possible. La production de l'ensemble des usines génératrices doit équilibrer, à tout instant, la demande des utilisateurs.

C'est au dispatching central de réaliser cette prouesse en temps réel, mais il faut au préalable, quelques années auparavant, étudier les variations de la consommation pour programmer la construction des nouvelles centrales en temps opportun. Elle demande aussi, quelques mois avant, de corriger les prévisions en tenant compte des arrêts définitifs, des révisions et des incidents de centrales, puis, quelques jours avant, de tenir compte des prévisions météorologiques pour que le dispatching dispose de toutes les informations nécessaires.

Le rôle du dispatching est alors de déterminer, tout au long de la journée, quelles centrales doivent être utilisées, à quelles puissances, et par quelles lignes de transport l'énergie doit être acheminée vers les consommateurs.

Pour faire face à la demande en respectant les deux critères du moindre coût et de continuité de l'alimentation, le répartiteur appelle en priorité les centrales :

- hydrauliques au fil de l'eau, sans retenue possible ;
- thermiques dont l'électricité est un sous-produit de l'activité ;
- nucléaires dont le fonctionnement est continu.

Puis pendant les jours les plus chargés de l'année il appelle les centrales :

- thermiques brûlant du charbon pour ne produire que de l'électricité ;
- brûlant du fioul ou turbinant du gaz ;
- hydrauliques à barrages de retenue.

Enfin, les stations de stockage d'énergie hydraulique sont sollicitées. Elles associent deux réservoirs placés à des altitudes différentes, ainsi l'eau pompée pendant les heures creuses est turbinée aux heures de pointe,

- l'interconnexion avec les réseaux étrangers,
- les contrats d'effacement précisant que de gros industriels se retirent sur demande.

Sur une journée, pendant 54 % du temps l'appel jusqu'au nucléaire suffit. Pendant 81 % du temps, l'appel jusqu'au charbon est suffisant.

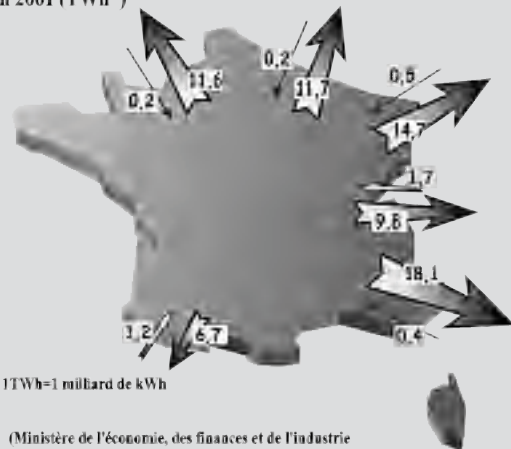
## Réglage de la fréquence

Le troisième critère à respecter est celui de la qualité du service par le maintien des consignes  $V$  et  $\omega_s$ .

C'est à la vue des fluctuations de la fréquence que le dispatcher agit sur les moyens mis à sa disposition pour régler la puissance à fournir au réseau. En effet, si la demande d'énergie de la part des consommateurs augmente, la fréquence baisse tandis qu'elle croît si la demande diminue. Le dispatcher peut agir sur les dispatchings régionaux, sur les postes d'interconnexion et auprès des moyens de pointe mis à sa disposition, centrales hydrauliques, thermiques et même nucléaires où depuis quelques années le fonctionnement permanent à puissance maximale a été remplacé par un fonctionnement permanent à puissance variable.

## L'ÉLECTRICITÉ EN FRANCE

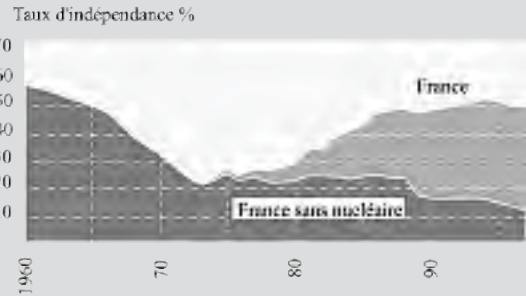
Échange physique d'électricité avec l'étranger en 2001 (TWh\*)



(Ministère de l'économie, des finances et de l'industrie  
l'énergie en France - repère édition 2002)



Sites Français des centrales nucléaires en 2004



(Électricité De France <http://nucleaire.edf.fr>)

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Conditions d'accrochage d'une machine synchrone sur réseau puissant

On doit réaliser les quatre conditions d'égalités entre le réseau et la machine :

- ordre des phases ;
- fréquence ;
- amplitude des tensions ;
- phase.

### Diagramme de l'ingénieur

En négligeant la résistance par phase  $r$ , le « diagramme de l'ingénieur » simplifie le diagramme à réactance constante et les expressions associées tout en conservant le fondamental du fonctionnement.

### Réversibilité du fonctionnement moteur-générateur

Le mode de fonctionnement moteur ou générateur dépend de la position de la f.é.m. à vide  $e_v$  par rapport à la tension  $v$ .

- En générateur  $e_v$  est toujours en AV par rapport à  $v$ .
- En moteur  $e_v$  est toujours en AR par rapport à  $v$ .

### Machine surexcitée ou sous-excité

Dans un fonctionnement surexcité, la machine, en générateur, en moteur ou en compensateur synchrone, fournit de la puissance réactive au réseau. Dans un fonctionnement sous-excité, la machine absorbe de la puissance réactive du réseau.

### Conduite de réseau puissant

La conduite de réseau puissant se fait d'après l'observation et le réglage de la tension et de la fréquence pour éviter le décrochage et la perte de synchronisme du réseau.

## FICHE MÉMO

### Diagramme de l'ingénieur

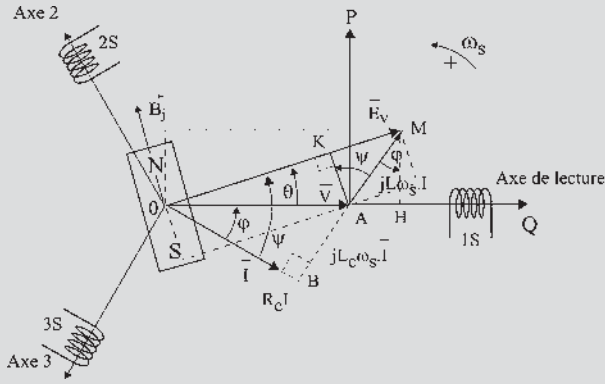


Figure 11.17

$$MH = E_v \sin \theta = L \omega_s I \cos \varphi$$

$$AK = V \sin \theta = L \omega_s I \cos \varphi$$

$$OB = E_v \cos \psi = V \cos \varphi$$

Si on néglige  $r$ ,

$$P_{em} = P = 3E_v I \cos \psi = 3VI \cos \varphi$$

### Bilan de puissance

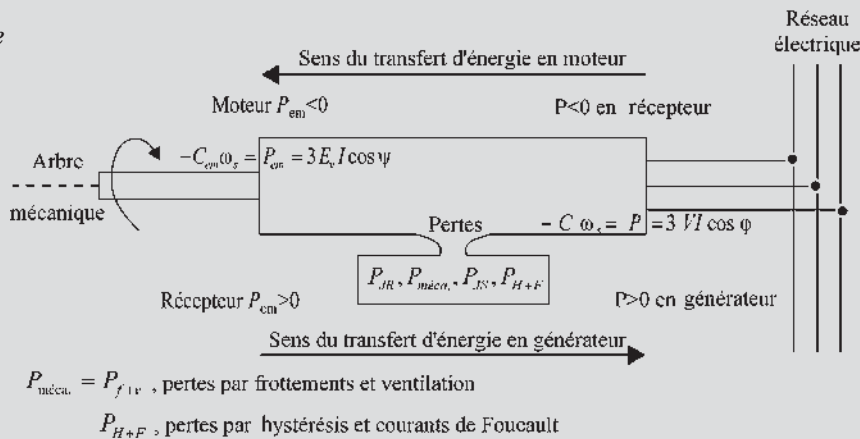


Figure 11.19

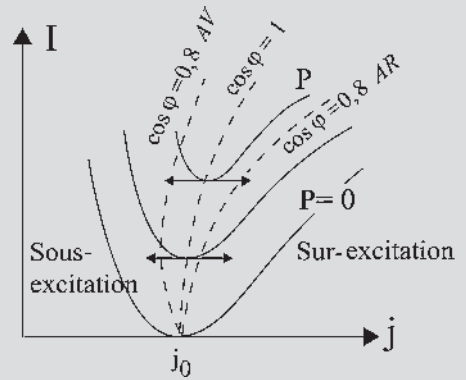


Figure 11.18

### Courbes de Mordey

Les courbes de Mordey permettent de voir l'évolution de  $I$  en fonction de  $j$  à puissance constante.

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**11.1** Pour effectuer l'accrochage d'une machine synchrone sur le réseau EDF, on doit réaliser une méthode d'opposition en triphasé. Pouvez-vous l'expliquer ?

**11.2** Ayant réalisé tous les réglages nécessaires pour l'accrochage, que doit-on faire pour ne changer que la phase ? Que voit-on sur les lampes ?

**11.3** Un diagramme de fonctionnement d'une machine synchrone montre que  $E_v$  est en avance par rapport à  $V$  et que  $I$  est en retard par rapport à  $V$ , d'angles

électriques inférieurs à  $\frac{\pi}{2}$ . En déduire le type de fonctionnement de la machine et préciser les échanges de puissances active et réactive avec le réseau.

- 11.4** Ayant réglé une machine synchrone pour qu'elle fournisse  $P$  et  $Q$  au réseau EDF, peut-on augmenter  $Q$  sans augmenter  $P$  ? Que doit-on régler pour le faire ?
- 11.5** Dans un fonctionnement générateur, peut-on, (figure 11.14) par les réglages, placer le point de fonctionnement  $A$  où l'on veut dans l'espace hachuré « générateur » ?
- 11.6** Dans un fonctionnement moteur, peut-on, (figure 11.14) par les réglages, placer le point de fonctionnement  $M$  où l'on veut dans l'espace hachuré « moteur » ?
- 11.7** Calculer le moment du couple électromagnétique  $C_{em}$  dans le diagramme de l'ingénieur. Est-il différent de  $C$  ?
- 11.8** Quelles sont les impositions du réseau EDF ? Que doit-on régler pour les respecter ?

## EXERCICES

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 11.1** Dans une centrale de production d'énergie électrique, un turbo-alternateur triphasé tétrapolaire débite sur un réseau triphasé de tension constante  $U_n = 20$  kV et de fréquence constante  $f = 50$  Hz. La puissance nominale apparente de cette machine est  $S_n = 100$  MVA. On adopte pour l'alternateur un modèle à réactance constante  $L\omega_s = 8\Omega$ . On néglige la saturation, la résistance de l'induit et toutes les pertes de la machine. Pour effectuer l'accrochage de l'alternateur sur le réseau, le courant d'excitation a été réglé à une valeur  $j_0 = 300$  A. Le point de fonctionnement nominal du groupe est défini par la puissance apparente nominale de la machine synchrone  $S_n$  et par le facteur de puissance nominale  $\cos \varphi_n =$

0,8 AR. La valeur correspondante  $j_n$  est la valeur nominale du courant d'excitation : c'est la valeur maximale que l'on peut donner au courant d'excitation en fonctionnement normal.

- Calculer la valeur du courant d'excitation  $j_n$ , le courant nominal par fil de ligne  $I_n$  et la puissance réactive  $Q$  au point de fonctionnement nominal.
  - L'alternateur délivre une puissance active de 50 MW. Quelle est, à  $\cos \varphi = 1$ , la valeur du courant d'excitation  $j$ , du courant  $I$ , du couple sur l'arbre  $C$  ?  
Pour cette valeur de la puissance active, quelles sont les valeurs extrêmes de la puissance réactive que peut échanger l'alternateur avec le réseau, compte tenu des limitations des valeurs nominales ? Quelles sont les valeurs correspondantes du courant d'excitation  $j$  et du courant  $I$  ?
  - Dans quelle condition l'alternateur peut-il fournir au réseau un maximum de puissance réactive ? Quelle est sa valeur ?
- 11.2** Un turboalternateur triphasé bipolaire de 250 MVA est tel que  $L\omega_s = 2,7\Omega$ . Il est raccordé au réseau 50 Hz sous une tension de 20 kV. On suppose l'alternateur non saturé et la résistance d'induit négligeable.
- Excité avec un courant égal à 1,6 fois le courant d'excitation à vide  $j_0$  nécessaire à l'accrochage de la machine sur le réseau, il fournit une puissance de 100 MW.  
Déterminer :  
– le courant de ligne et le facteur de puissance  $\cos \varphi$  ;  
– la puissance à la limite de stabilité pour cette valeur de l'excitation.
  - Sans modifier l'excitation, on augmente progressivement l'ouverture du distributeur de la turbine. Pour quelle valeur du couple le  $\cos \varphi$  est-il égal à 1 ?
  - Cette valeur du couple atteinte, on veut un  $\cos \varphi = 0,958$  AV. Comment doit-on régler l'excitation de l'alternateur ?

# Machines à vitesse variable

## Objectifs

- Comprendre la nécessité de l'autopilotage.
- Comprendre le principe de la commande de vitesse des machines autopilotées à commutation électronique.

## Vocabulaire

Alimentation en courant	Autopilotage
Alimentation en tension	Commutation électronique

Jusque dans les années 1960, les groupes électriques à vitesse variable étaient constitués de machines à courant continu à collecteur à excitation indépendante ou série, le contrôle de vitesse se faisant par modification de l'excitation ou de la tension d'induit. Parfaitement fiables et performantes, ces technologies ont permis trois records mondiaux de vitesse sur rail avec : 243 km/h le 21 février 1954 à Dijon, puis 321 km/h le 28 et 331 km/h le 29 mars 1955 dans les Landes.

Les machines synchrones étaient des machines à vitesse constante utilisées principalement en génératrice pour la production d'énergie électrique. Les machines asynchrones d'induction utilisées en moteur étaient des machines à vitesse quasi constante. Les variateurs de vitesse de grosse puissance étaient des groupes continus Ward-Léonard ou des cascades hyposynchrones.

L'alimentation à fréquence variable, rendue possible par l'apparition du thyristor en 1964, a toujours tenté les chercheurs et les industriels pour obtenir avec les machines à courants alternatifs des moteurs à vitesse variable. La mise au point des convertisseurs statiques a permis une application immédiate sur les machines à courant continu. Pour les machines à courants alternatifs on a cru à des réalisations immédiates, mais elles n'ont été possibles qu'avec l'apparition de l'autopilotage.

## 12.1 ALIMENTATIONS PAR CONVERTISSEUR STATIQUE

La découverte du transistor en 1954 n'a rien changé dans le domaine des courants forts. En revanche, la mise au point du thyristor en 1964, puis du transistor de puissance, ont autorisé la réalisation de convertisseurs statiques à semi-conducteurs permettant de modifier la forme de l'énergie électrique en passant du continu à l'alternatif et réciproquement.

### 12.1.1 Réglage de vitesse des machines à courant continu par tension variable

Le contrôle de vitesse des machines à courant continu par modification de la tension d'induit était accessible :

- à partir d'une source d'énergie continue, en utilisant un convertisseur continu-continu appelé hacheur (voir hacheur 1 quadrant<sup>1</sup> figure 12.1) ;

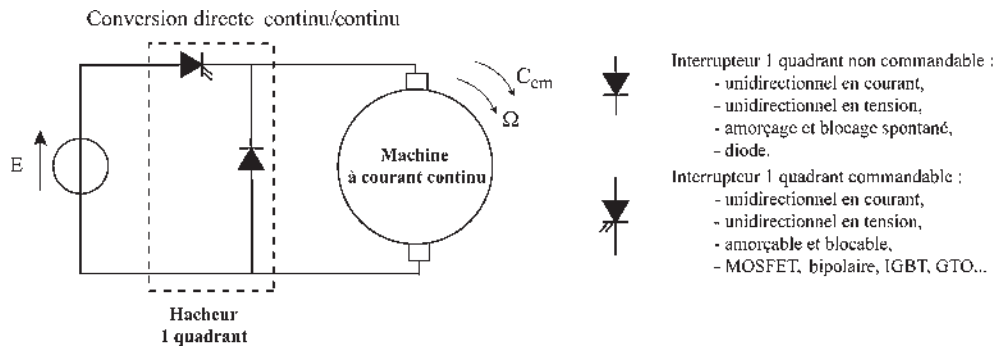


Figure 12.1

- à partir d'une source alternative avec un redresseur contrôlé (figure 12.2).

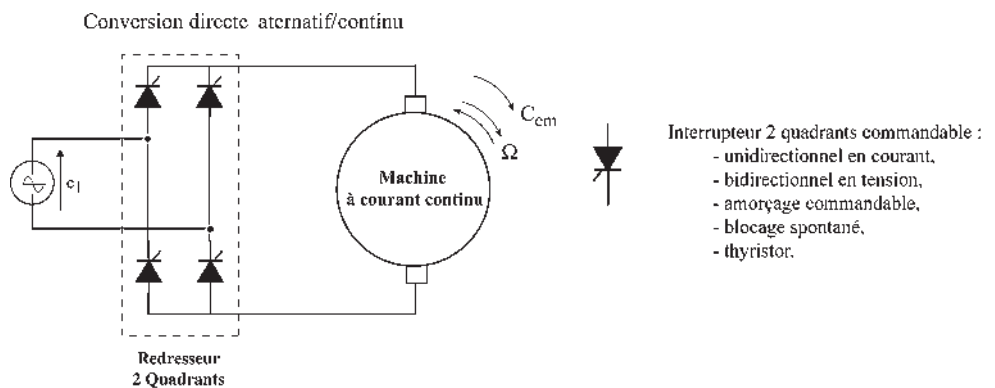


Figure 12.2

<sup>1</sup> Les quadrants sont définis dans le plan couple/vitesse (voir page ci-contre).

Le premier TGV PSE en 1978 était de ce type, mais à conversion indirecte. À partir d'une alimentation à 50 Hz, 25 kV, il disposait de redresseurs, de 12 moteurs à courant continu de 6 450 kW chacun, avec hacheurs entrelacés à thyristors : nouveau record du monde de vitesse sur rail avec 382 km/h le 28 février 1981.

Jusque vers la fin des années 1980, les groupes continus ont eu la faveur. Elle tenait essentiellement à leur bas prix de revient, malgré les inconvénients du collecteur limitant la vitesse et la tension (et donc la puissance), mais aussi au fait que les convertisseurs ne remettaient pas en cause les principes de fonctionnement qui étaient simples, connus et appréciés. Pour alimenter une machine déjà connue, on se servait simplement d'un générateur électronique de tension.

### 12.1.2 Réglage de vitesse des machines à courants alternatifs par fréquence variable

Pour les chercheurs, les convertisseurs statiques permettaient d'entrevoir l'alimentation à fréquence variable des machines à courant alternatif, de toutes les machines, qu'elles soient synchrones ou asynchrones ou même à réluctance, pour obtenir une variation de vitesse par une solution élégante et contrairement aux machines à courant continu, sans limitation de principe sur les puissances et vitesses de rotation.

Ces convertisseurs statiques à fréquence variable devaient s'adapter d'une part aux sources d'énergie électrique disponibles, et d'autre part aux alimentations des machines à courant alternatif.

#### Machines à courants alternatifs

Les machines à courants alternatifs sont habituellement alimentées de deux manières distinctes :

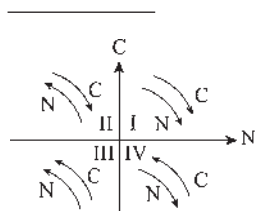
- l'alimentation « en tension » pour laquelle des tensions sinusoïdales sont imposées aux bornes de la machine ;
- l'alimentation « en courant » pour laquelle des courants sinusoïdaux sont imposés au niveau des enroulements.

#### Les sources d'énergie électrique

Les sources d'énergie électrique sont soit des sources de tensions continues, soit des sources de tensions alternatives sinusoïdales monophasées ou polyphasées de fréquence fixe.

#### Alimentation par une tension continue

L'alimentation en tension se fait par un onduleur (figure 12.3). L'alimentation en courant se fait par un commutateur (figure 12.4).



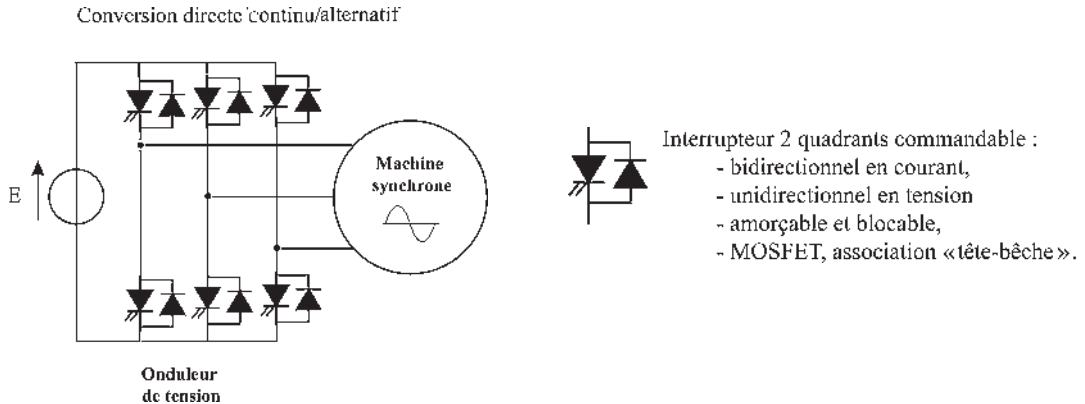


Figure 12.3

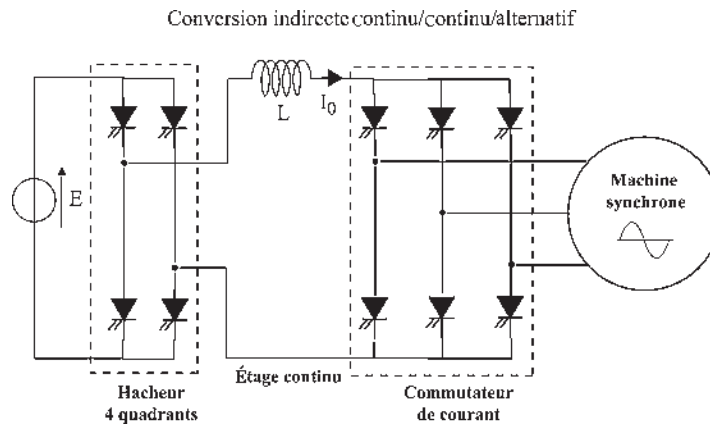


Figure 12.4

### Alimentation par une tension alternative de fréquence fixe

Il est possible de procéder de deux façons :

- par conversion indirecte en passant au préalable par un étage continu intermédiaire, ce qui ramène aux cas précédents (figures 12.5 et 12.6) ;
- par conversion directe en transformant les tensions alternatives de fréquence fixe :
  - en tensions alternatives de fréquence variable par l'utilisation d'un cycloconvertisseur pour l'alimentation « en tension » (figure 12.7) ;
  - en courant alternatif de fréquence variable par l'utilisation d'un cyclocommutateur pour l'alimentation en « courant ».

À l'aide de convertisseurs statiques, il est donc possible, dans tous les cas, d'élaborer avec la précision désirée des alimentations sinusoïdales, en tension ou en courant : triphasées, directes ou indirectes, de fréquence, amplitude et phase réglables (figure 12.8).

Ces alimentations sinusoïdales, réglables, permettent d'obtenir avec les machines à courant alternatif des fonctionnements en moteur à vitesse variable.

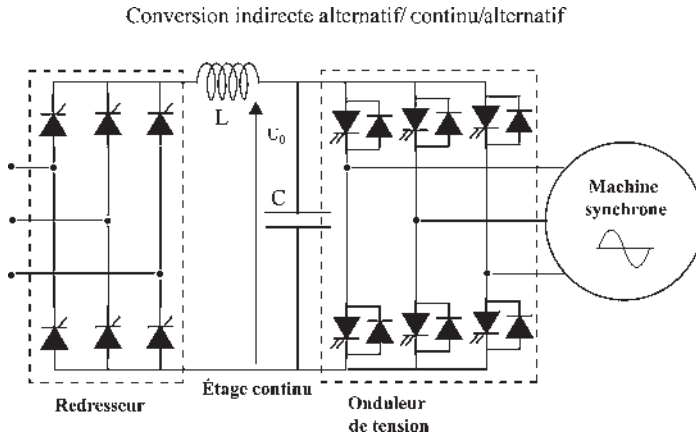


Figure 12.5

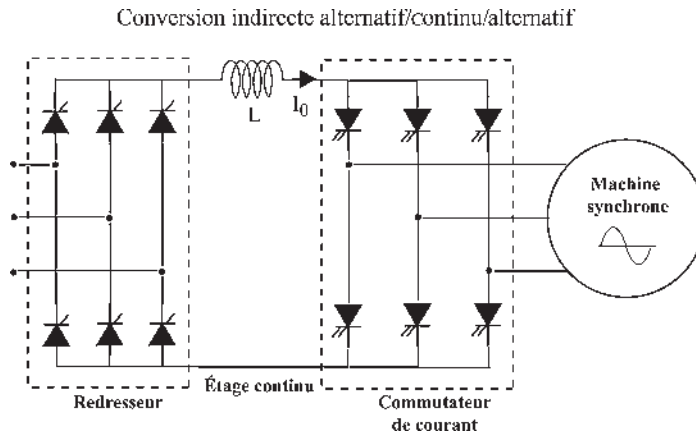


Figure 12.6

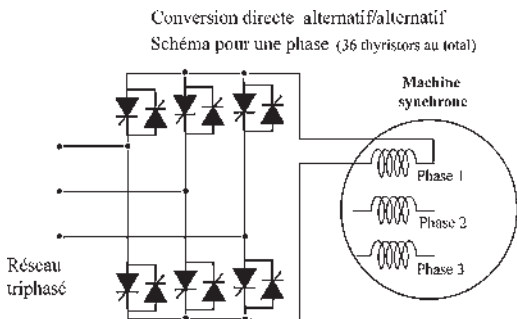


Figure 12.7

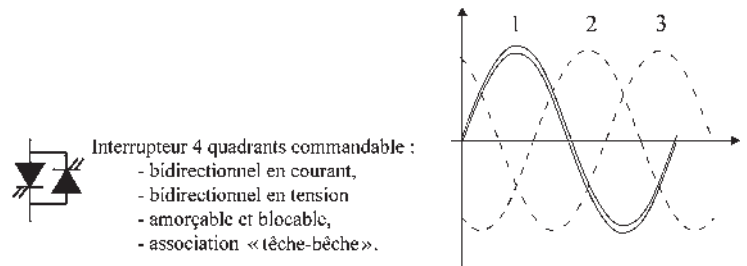


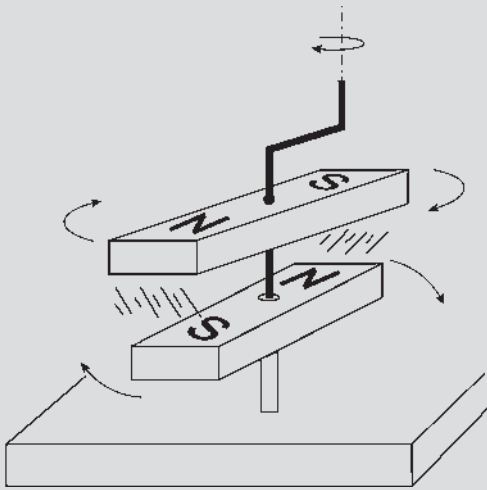
Figure 12.8



## Le saviez-vous ?

### Le décrochage au Petit Palais

À Paris, au Palais de la Découverte, un jeu consiste à entraîner un aimant mobile, libre en rotation, par un autre situé au-dessus, de même axe et muni d'une manivelle. Le jeu montre qu'il est difficile d'accélérer sans décrochage !



« Au Palais de la Découverte, pendant que les petits s'amuse les grands réfléchissent. »

Ces dispositifs peuvent convenir à peu près pour la machine asynchrone d'induction qui peut subir des variations très rapides de fréquence sans décrochage, si l'on n'est pas trop regardant sur le courant appelé.

Par contre, pour la machine synchrone comme pour la machine à réluctance, dès que la variation de fréquence est trop rapide, il y a décrochage. L'inertie des parties tournantes, qui de plus intègre la charge, ne permet pas à la roue polaire de suivre le champ tournant stator s'il accélère trop rapidement.

Il est donc impossible d'alimenter une machine synchrone par un onduleur autonome sans obtenir un décrochage à la première variation rapide importante.

Enfin, pour des fréquences intermédiaires de 10 à 20 Hz, un problème de stabilité, confirmé par des études théoriques, se pose pour les machines asynchrones et est encore plus inquiétant pour les machines synchrones et pour les machines à réluctance.

Le besoin de lier impérativement la fréquence du champ tournant à la fréquence de rotation du rotor, les deux étant d'inerties totalement différentes, a fait naître l'idée d'autopilotage.

## 12.2 MACHINES SYNCHRONES AUTOPILOTÉES À COMMUTATION ÉLECTRONIQUE

Disposant de fait de trois réglages au niveau du convertisseur statique, puisqu'il est possible d'obtenir des alimentations sinusoïdales, en tension comme en courant, réglables en fréquence, en phase et en amplitude, les problèmes de décrochage et d'instabilité

ont pu être résolus en abandonnant un des réglages.

L'autopilotage, utilisé dès 1967 au laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique industrielle de l'ENSEEIH, a été soutenu en 1975 par le CNRS (ERA 536, machines autopilotées à commutation électronique).

L'autopilotage consiste à imposer la fréquence d'alimentation de la machine pour qu'elle soit toujours égale à la fréquence de rotation de la roue polaire.

En conséquence, il ne peut plus y avoir de décrochage mais le réglage de la fréquence n'est plus disponible pour l'opérateur. L'autopilotage de la fréquence est un asservissement particulier de type embiellage, comme cela se pratiquait sur les roues des locomotives à vapeur.

Nous ne détaillerons pas un montage particulier. Certains peuvent être complexes. Très souvent, la réversibilité de l'ensemble convertisseur statique-machine doit être assurée de façon à ce que le freinage avec récupération, mais aussi l'inversion du sens de marche, soient possibles. Il faut alors obtenir un fonctionnement dans les quatre quadrants du plan couple-vitesse.

Nous nous limiterons, sans entrer dans la technologie, à donner les principes applicables à toutes les machines autopilotées (figure 12.9).

Le capteur de vitesse permet, par exemple par un moyen optique, de donner des impulsions permettant de coder la fréquence de rotation.

Le capteur de position, fonctionnant par exemple sur le même principe, permet de repérer l'instant où  $\vec{B}_j$  passe dans une direction donnée.

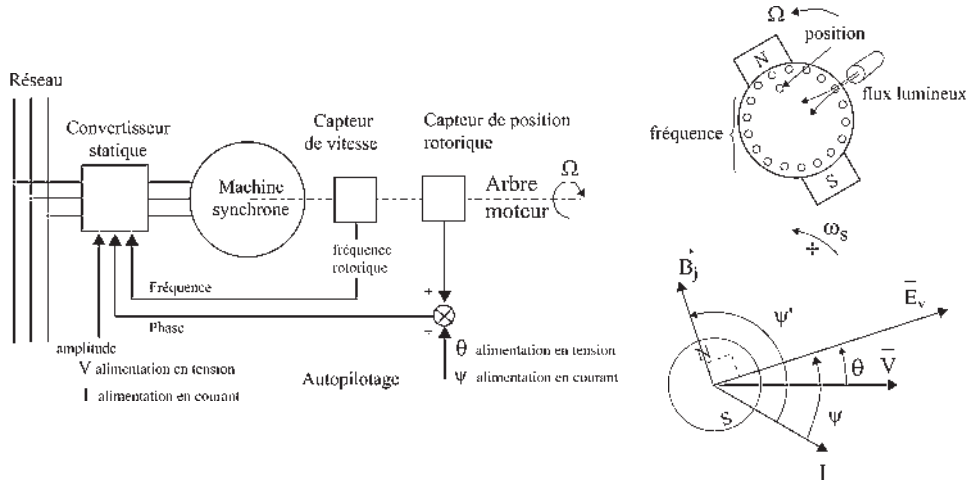


Figure 12.9

### Réglage de la fréquence

Il se fait par l'autopilotage sans intervention de l'opérateur.

### Réglage de la phase

Il imposera le type de fonctionnement.

– Pour une alimentation en tension, la tension imposée aux bornes de la machine sera déphasée AR par rapport à  $\vec{B}_j$ , d'un angle électrique  $\theta + \frac{\pi}{2}$  ;

– pour une alimentation en courant, le courant  $I$  imposé aux enroulements sera déphasé AR par rapport à  $\vec{B}_j$ , d'un angle électrique  $\psi' = \psi + \frac{\pi}{2}$ .

Pour chaque point de fonctionnement en régime permanent, l'opérateur imposera  $\theta$  dans une alimentation en tension, et  $\psi'$  dans une alimentation en courant.

### Réglage de l'amplitude

Le réglage de l'amplitude impose le moment du couple.

$$\text{Alimentation en tension} \quad C = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{M \cdot J}{L\omega_s} V \sin \theta \quad (\text{voir paragraphe 11.7})$$

$$\text{Alimentation en courant} \quad C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} M \cdot J I \sin \psi' \quad (\text{voir paragraphe 9.9})$$

$$C_{em} + C_m = J \frac{d\omega}{dt} \text{ d'où l'adaptation de la vitesse sans perte de synchronisme.}$$

## Vous avez dit électrotechnique

### La balance commerciale du secteur électrotechnique

C'est un secteur intéressant au plan national :

- par son chiffre d'affaires qui se compte chaque année en milliards d'euros, 27,6 G€ en 2003 dont 50 % de biens d'équipement ;
- par sa croissance acceptable, de l'ordre de 4 % par an ;
- par les 500 000 emplois qu'il procure directement ou indirectement dans les domaines de la construction, de l'installation, de la distribution ou de l'utilisation de l'énergie.

Il représente de 30 à 40 % du secteur des industries électriques, électroniques et de communication, bien que sa croissance soit faible par rapport aux 10 % du secteur électronique et aux 15 % du secteur informatique.

En revanche, avec une balance commerciale toujours nettement excédentaire, 4,4 G€ en 2001 et un chiffre d'affaires à l'exportation de 7 G€ en 2003, il se situe, bon an mal an, au 7<sup>e</sup> rang français après le tourisme, l'agroalimentaire, l'aéronautique, l'armement, les transports terrestres et la construction mécanique. Il est très loin devant les secteurs de l'électronique et de l'informatique qui présentent des balances commerciales juste en équilibre pour l'un et très déficitaire pour l'autre.

Bien que ses plus gros clients soient les pays européens et nord-américains, avec le quart des exportations, ses principaux clients sont les pays émergents : Chine, Extrême Orient, Maghreb, pays de l'Est, pays du Golfe arabe, Amérique du sud et Afrique. Pour ces pays, les prix et la qualité des installations (robustesse, limitation des pannes et réparations locales possibles) ont autant d'importance que les performances.



Source : FIEEC/GIMELEC

## 12.3 MACHINES SYNCHRONES AUTOPILOTÉES À COMMUTATION ÉLECTROMÉCANIQUE

Il existait déjà une machine autopilotée au siècle dernier ! Une machine à courant continu est une machine synchrone autopilotée à commutation électromécanique. Montrons-le lors de son fonctionnement en moteur.

À partir d'une source continue, faisons passer un courant continu  $I$  dans le rotor, fixe, entre les balais  $A$  et  $B$ . En circulant dans les fils actifs des deux demi-rotors comme l'indique la figure 12.10, ces courants créent un champ  $\vec{B}_I$  qui par interaction avec le champ  $\vec{B}_j$  donne un couple électromécanique  $C_{em}$  pour amener  $\vec{B}_I$  sur  $\vec{B}_j$  en imposant la mise en rotation du rotor à  $\omega$  rad/sec dans le même sens que  $C_{em}$ . En moteur  $C_{em} \cdot \omega > 0$ .

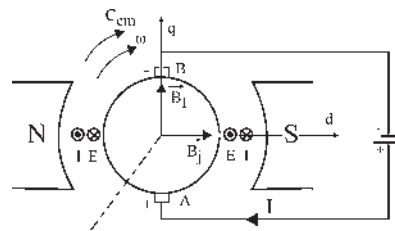


Figure 12.10

Les balais  $A$  et  $B$  étant fixes, par commutation électromécanique de type balais collecteur, le champ  $\vec{B}_I$  reste sensiblement fixe dans l'espace, perpendiculaire à  $\vec{B}_j$ , en donnant toujours le couple maximal.

La rotation créée dans les fils actifs du rotor, d'après les lois de Faraday, des f.é.m. alternatives sinusoïdales de pulsation  $\omega$  dont la sommation de part et d'autre de  $AB$  donne une f.é.m. présentant en  $A$  son pôle + et en  $B$  son pôle -. C'est une f.c.é.m. par rapport à la source. En moteur,  $\vec{I}$  et  $\vec{E}$  sont opposés.

Bien que les f.é.m. soient sinusoïdales dans les fils actifs, la somme prise entre  $A$  et  $B$  est une f.é.m. de valeur constante, comme dans une expérience de stroboscopie où les gouttes d'eau tombent à la même fréquence que l'éclairage impulsionnel en donnant l'illusion d'une goutte fixe. Jamais la même goutte, mais toujours au même endroit ; jamais les mêmes fils sous les balais, mais toujours la même f.é.m.

Le moteur à courant continu est donc bien une machine synchrone (f.é.m. sinusoïdale), une machine synchrone inversée, l'induction  $\vec{B}_j$  étant fixe et le bobinage tournant, une machine avec un détecteur de position de la f.é.m. maximale (balais fixes) où l'on injecte un courant continu maximal en opposition avec la f.é.m. (alimentation en courant) dans les bobinages où la pulsation de la f.é.m. est instantanément la vitesse angulaire de rotation (autopilotage).

Si l'on garde les vecteurs spatiaux  $\vec{B}_j$  et  $\vec{B}_I$  du schéma de la machine à courant continu et que l'on complète ce schéma en portant un vecteur  $\vec{I}$  dans le sens du courant rotorique et un vecteur  $\vec{E}$  dans le sens de la f.é.m. rotorique, en interprétant ces vecteurs comme représentant l'amplitude maximale instantanée d'un vecteur « temporel » fixe dans l'espace comme le sont  $\vec{B}_j$  et  $\vec{B}_I$ , alors ce schéma (figure 12.11) ressemble étrangement à celui d'une machine synchrone en fonctionnement moteur avec le couple maximal (figure 12.12).

La seule différence provient du sens de rotation de  $\omega$  et de  $C_{em}$ . Cette différence tient au fait que pour la machine synchrone, l'observateur fixe est installé au stator avec les bobinages de phases en regardant tourner le rotor et l'ensemble des vecteurs du diagramme à  $\omega$  tandis que pour la machine à courant continu l'observateur fixe est installé sur l'inducteur en regardant tourner le bobinage rotorique.

En installant l'observateur sur le rotor dans la machine à courant continu, il observerait, installé sur le bobinage fixe, la rotation de tous les vecteurs,  $\vec{B}_j$ ,  $\vec{B}_I$ ,  $\vec{I}$ ,  $\vec{E}$ , des pôles  $N$  et  $S$  et des balais  $A$  et  $B$  dans le sens direct (figure 12.13) reproduisant le schéma vectoriel de la figure 12.12.

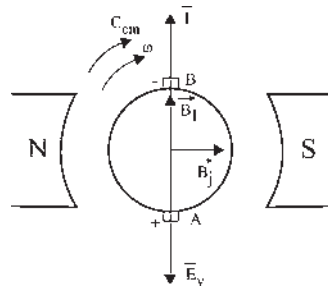


Figure 12.11

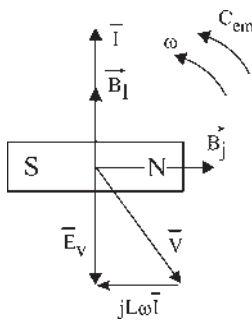


Figure 12.12

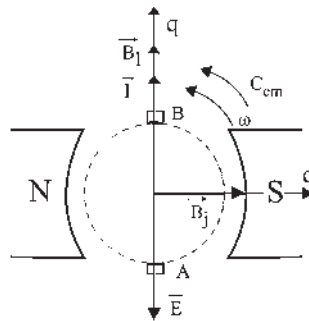


Figure 12.13

## 12.4 MOTEUR BRUSHLESS

C'est un moteur synchrone autopiloté à commutation électronique, alimenté en courant dont le rotor est constitué d'aimants permanents. Le flux rotorique  $\phi_j$  est d'amplitude constante. Par la commutation électronique avec  $\psi = \pi$ ,  $\bar{I}$  est toujours en AV de  $\pi/2$  par rapport à  $\bar{\phi}_j$ . Le couple est toujours maximal, proportionnel à  $\bar{I}$  (figure 12.14).

Comme le moteur à courant continu, le moteur Brushless est un moteur synchrone autopiloté alimenté en courant. La première différence provient de la commutation. Ce moteur comparé à un moteur à courant continu n'aurait que quelques lames au collecteur.

La deuxième différence se perçoit sur les figures 12.14 et 12.11. Pour le moteur Brushless, l'ensemble des vecteurs et le rotor inducteur tournent à  $\omega$  devant les bobinages 1S 2S 3S fixes. Pour la machine à courant continu, l'ensemble des vecteurs et l'inducteur sont fixes alors que le bobinage tourne à  $\omega$ .

La troisième différence concerne le réglage de la vitesse. Pour le moteur à courant continu, l'augmentation du courant inducteur d'excitation agit sur  $\vec{B}_j$  et donc sur  $\vec{C}_{em} = \vec{M}_I \wedge \vec{B}_j$  tandis que pour le moteur Brushless l'action se porte sur  $\vec{B}_I$  donc sur  $I$  pour agir sur  $\vec{C}_{em} = \vec{M}_j \wedge \vec{B}_I$ .

Avec son convertisseur statique d'alimentation, le moteur Brushless est un moteur à courant continu sans balais (figure 12.15).

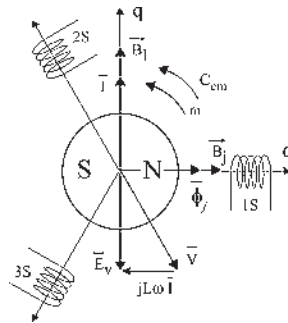


Figure 12.14

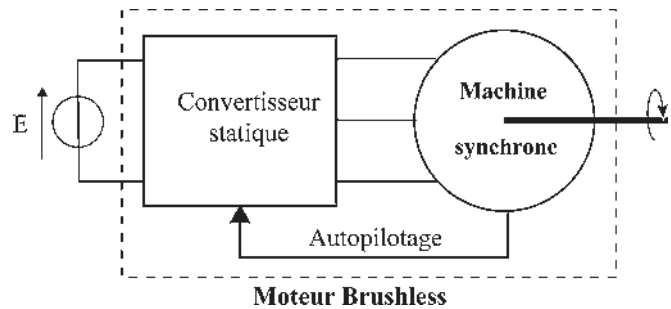


Figure 12.15

# Pour en savoir plus...

## ORDINATEURS ET DÉVELOPPEMENT DURABLE

### Des moteurs autopilotés dans les ordinateurs

Le traitement de l'information a besoin d'actionneurs dont le nombre peut atteindre la dizaine dans un ordinateur personnel. Les mémoires de masse, disques durs, lecteurs de CD-ROM et de DVD réclament des entraînements à vitesse constante ou variable très performants et des actionneurs positionnent les têtes de lecture avec précision. Plusieurs ventilateurs sont indispensables au refroidissement des divers composants fonctionnant à haute fréquence d'horloge : processeurs CPU et processeur graphique DSP, alimentations électroniques à découpage. Tous sont aujourd'hui des actionneurs « Brushless » à courant continu sans balai. Aux exigences de performances élevées en termes de précision et d'ondulations de couple par exemple, s'ajoutent des contraintes de coût drastiques dans ce domaine. Depuis 20 ans, une évolution constante vers la suppression des capteurs physiques de position, remplacés par des observateurs logiciels, a permis d'obtenir des actionneurs très performants tout en abaissant les coûts.

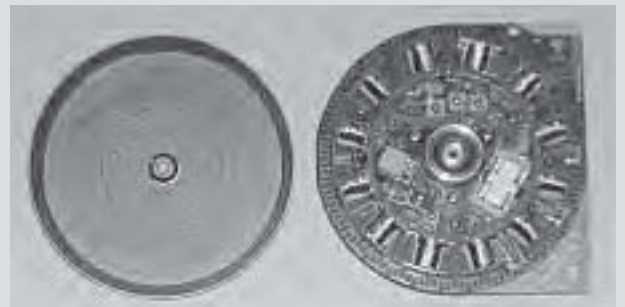
### Commutations électroniques et développement durable

La pénétration des actionneurs modernes à commutation électronique s'est faite principalement pour des raisons fonctionnelles (positionnement en robotique et machines-outils, vitesse variable, atmosphères contraignantes), mais assez peu pour des raisons énergétiques, excepté pour le pompage où les économies obtenues sur certaines installations atteignent 60 %. Pourtant, les actionneurs à aimants permanents et commutation électronique peuvent offrir des rendements très élevés, supérieurs à 90 %. Une écrasante majorité de moteurs est encore constituée de moteurs asynchrones directement connectés avec des rendements, certes bons, mais inférieurs à 80 %. Or, sur la durée de vie, la facture énergé-

tique de consommation d'un moteur représente 100 fois son coût d'achat. De nouvelles priorités données à l'efficacité énergétique dans un contexte de développement durable pourraient donc favoriser une utilisation accrue des actionneurs à commutation électronique à haut rendement. Une pénétration potentielle est estimée à 50 %. Sur le plan des sources renouvelables, une éolienne délivre une puissance maximale pour une vitesse de rotation variable avec la vitesse du vent. Or, une génératrice directement connectée au réseau impose une vitesse constante (alternateur) ou proche du synchronisme (génératrice asynchrone) ce qui exclut l'optimisation précédente. Pour lever ce verrouillage, on utilise sur certaines éoliennes une machine à double alimentation. Une évolution en cours, afin d'améliorer encore le rendement, est d'installer des génératrices à aimants permanents, à entraînement direct, à très grand nombre de pôles, à fort couple et à basse vitesse, reliées au réseau à travers un onduleur de pilotage. Cette architecture permet l'économie du lourd réducteur mécanique, qui est source de pertes et nécessite un entretien quasi permanent.

### Actionneurs à aimants permanents et commutation électronique

Très répandus dans les applications informatiques, ils illustrent la variété des structures et les possibilités d'intégration aux systèmes.



**Figure 12.16** Moteur Brushless de lecteur de disquette à faible encombrement, à aimants permanents, rotor extérieur en chapeau et flux radial.



Figure 12.17 Lecteur de disquette à aimants permanents et flux axial. Moteur hexapolaire. Rotor disque.



Figure 12.18 Motoventilateur de refroidissement du microprocesseur d'un PC. Moteur de quelques watts, 12 volts,  $2p = 4$  pôles. Rotor extérieur en chapeau.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Alimentation des machines alternatives

Il existe deux modes d'alimentation :

- l'alimentation « en tension » pour laquelle des tensions sinusoïdales sont imposées aux bornes de la machine ;
- l'alimentation « en courant » pour laquelle des courants sinusoïdaux sont imposés au niveau des enroulements.

### Autopilotage

Le principe de l'autopilotage consiste à imposer la fréquence de la machine pour qu'elle soit toujours égale à la fréquence de rotation de la roue polaire.

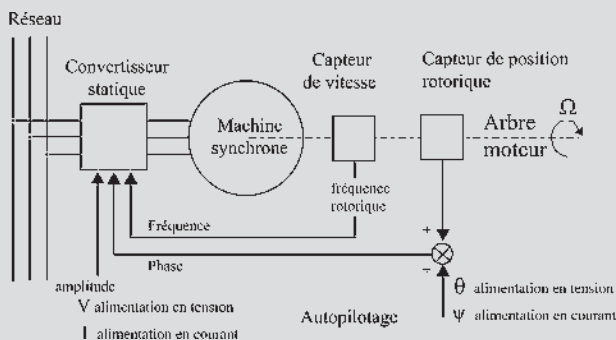


Figure 12.19

## FICHE MÉMO

### Réglages et autopilotage

#### Moment du couple électromagnétique

Alimentation en tension :  $C = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{M \cdot J}{L\omega_s} V \sin \theta$

Alimentation en courant :  $C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} M \cdot J I \sin \psi'$

avec  $\psi' = \psi + \frac{\pi}{2}$ .

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 12.1 Calculer le couple dans une machine alimentée en tension.
- 12.2 Calculer le couple dans une machine alimentée en courant.
- 12.3 Calculer  $P_{em}$ ,  $Q_{em}$  et  $C_{em}$  pour un moteur Brushless.
- 12.4 Dans une machine synchrone autopilotée, la vitesse angulaire de rotation  $\omega$  rad/s est en permanence égale à la pulsation des f.é.m. imposées dans une

alimentation « en tension » et à la pulsation des courants dans une alimentation « en courant ». Comment fait-on pour changer de vitesse ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**12.1** Une machine à courant continu est une machine autopilotée à commutation électromécanique. Pouvez-vous l'expliquer lorsqu'elle fonctionne en générateur comme cela a été fait dans le chapitre 12 pour le fonctionnement moteur ?

**12.2** Un moteur synchrone est alimenté par un réseau triphasé (220 V/380 V, 50 Hz) par l'intermédiaire de deux ponts triphasés complets à thyristors, un redresseur et un commutateur (figure 12.20).

Afin d'assurer en permanence le synchronisme entre le rotor et le champ glissant créé par le stator, ce qui évite tout risque de décrochage, les signaux d'amorçage des thyristors du pont 2 sont élaborés à partir d'impulsions issues d'un capteur qui détecte la position du rotor. Ainsi, il est possible de fixer le déphasage  $\psi$  entre le fondamental du courant et la f.é.m. pour chaque enroulement du stator.

L'intensité du courant  $I_0$  est supposée constante. La valeur efficace des f.é.m. par phase est  $E = k_1 j \Omega$ . On donne :  $k_1 = 0,28 \text{ SI}$  ;  $j = 6,5 \text{ A}$  ;  $e_r = E \sqrt{2} \sin \omega t$ .

On note  $\psi$  le retard angulaire de  $i_{RF}$  par rapport à  $e_r$ . La régulation impose  $\psi = -\frac{\pi}{3}$ . On raisonnera sur le fondamental du courant statorique, de valeur efficace  $I_F = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_0$ , le modèle du stator du moteur est celui indiqué figure 12.21.

1) Réaliser dans un cas général, mais pour un déphasage  $\varphi = (\underline{I}_{RF}, \underline{V}_R)$  négatif, le diagramme des tensions (diagramme bipolaire). Faire figurer l'angle  $\psi$ . Déduire une relation entre  $V_R$ ,  $\cos \varphi$ ,  $E$  et  $\cos \psi$ .

2) En exprimant l'égalité entre la puissance fournie par le pont 1 et la puissance absorbée par le

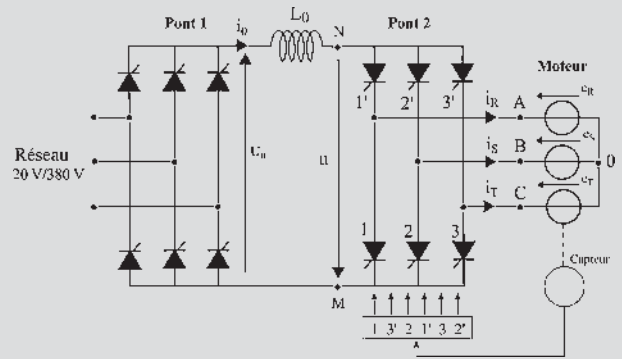


Figure 12.20

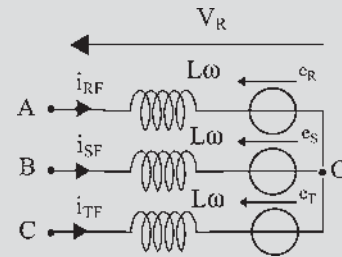


Figure 12.21

moteur, en négligeant toutes les pertes, montrer que l'on peut écrire :  $U_0 I_0 = 3 I_{RF} E \cos \psi$ .

3) Montrer que le moment  $C$  du couple moteur est proportionnel à  $I_0$  pour  $j$  et  $\psi$  donnés.

Quel élément impose la valeur de  $I_0$  ? Exprimer numériquement  $C(I_0)$ .

4) On rappelle que la valeur moyenne  $U_C$  de la tension  $u$ , à l'entrée du commutateur, (figure 20) s'exprime en fonction de  $E$  et du retard angulaire  $\alpha$  à l'amorçage des thyristors par la relation  $U_C = 2,34 E \cos \alpha$ .

Exprimer  $U_0$  en fonction de  $E$  et de  $\psi$ .

Montrer que la vitesse angulaire  $\Omega$  du moteur synchrone autopiloté est proportionnelle à  $U_0$ . Exprimer numériquement la relation entre  $\Omega$  et  $U_0$ .

5) Pour une machine à courant continu à excitation indépendante et à flux constant on a :  $C = K_\phi I$  et  $E = K_\phi \Omega$ . Commenter.





# Modélisation des machines saturées

## Objectifs

- Réaliser un diagramme de Potier applicable à une machine saturée.
- Comprendre la logique des diagrammes de Blondel sur les pôles saillants.
- Réaliser un diagramme de Blondel.
- Maîtriser le diagramme des deux réactions pour sa simplicité et son efficacité.
- Calculer le moment du couple d'une machine à pôles saillants.

## Vocabulaire

Axe $d$ – Axe $q$	Pôles saillants – méthode	Réaction transversale
Coefficient d'équivalence	de Blondel	Saturation – méthode
Diagramme	Réactance synchrone de	de Potier
des deux réactances	fuites	
Flux de fuites magnétiques	Réaction longitudinale	

La modélisation d'une machine ou d'un système autorisant des simulations sans essais réels coûteux doit être très fidèle et tenir compte de tous les phénomènes qui existent ou apparaissent au cours du fonctionnement. La méthode de Potier traite de la saturation dans les machines synchrones à pôles lisses. La méthode de Blondel résout le délicat problème des pôles saillants et introduit les deux réactions à la base des études de Park. Comme pour le modèle linéaire présenté au chapitre 9, ces deux modèles rassemblent dans un même diagramme toutes les informations (paragraphe 8.5).

### 13.1 MACHINES SATURÉES À PÔLES LISSES – MÉTHODE DE POTIER

Potier écrit la loi d’Ohm avec les conventions « générateur » pour un bobinage stator recevant un flux total instantané  $\varphi_t$  :  $e_{ch} = v + r \cdot i = -\frac{d\varphi_t}{dt}$  et décompose ce flux en deux tubes de flux :  $\varphi_t = \varphi_r + \varphi_f$ , (figure 13.1), décomposition intéressante, car il ne peut pas y avoir de saturation dans le tube de fuite à cause du trajet dans l’air.

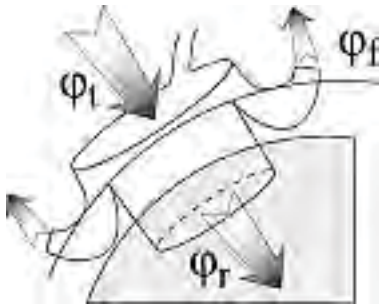


Figure 13.1

$\xi_f = \varphi_f \cdot \sum R \approx \varphi_f \cdot R_{entrefeur}$ ,  $R_{entrefeur}$  étant importante,  $\varphi_f$  est petit, et en conséquence on peut écrire :  $\varphi_f = \lambda \cdot i$ .

$e_{ch} = -\frac{d\varphi_r}{dt} - \frac{d\varphi_f}{dt} = e_r - \lambda \frac{di}{dt} = v + r \cdot i$ ,  $e_r$  est la f.é.m. résultante de l’action de l’inducteur et de l’induit dans le tube de flux commun où il peut y avoir saturation.

$$e_r = v + r \cdot i + \lambda \frac{di}{dt}$$

En régime permanent  $e_r$ , comme  $e_v$  et  $v$ , est sinusoïdal de pulsation  $\omega_s$ . Toutes les variables temporelles  $e_r$ ,  $v$ ,  $i$ ,  $e_{ch}$ ,  $\varphi_r$ ,  $\varphi_f$ ,  $\varphi_t$  sont des scalaires sinusoïdaux, projections instantanées de vecteurs tournants à la vitesse angulaire  $\omega_s$  sur des axes arbitraires.

Le choix arbitraire  $v_1 = V\sqrt{2} \cos \omega_s t$  implique que l’axe de lecture des valeurs de la phase 1 soit sur le vecteur  $\bar{V}$  à l’instant  $t = 0$ .

Les différents vecteurs tournent tous à la même vitesse angulaire, sont décalés les uns par rapport aux autres et forment une figure « fixe » tournante. On peut, dans ce plan, adopter les notations complexes que sont les vecteurs de Fresnel en amplitudes efficaces complexes (figure 13.2).

$$\bar{I} = I e^{-j\varphi}$$

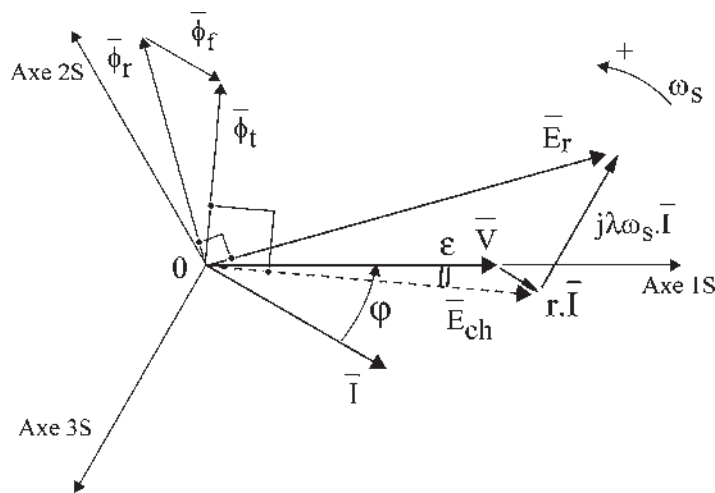


Figure 13.2

Toute liaison entre scalaires sinusoïdaux se traduit par une liaison vectorielle :

$$\begin{aligned} \overline{E}_r &= \overline{V} + r \cdot \overline{I} + j\lambda\omega_s \overline{I} & \overline{E}_{ch} &= \overline{V} + r \cdot \overline{I} = -j\omega_s \overline{\phi}_t \\ \overline{\phi}_t &= \overline{\phi}_r + \overline{\phi}_f & \overline{\phi}_f &= \lambda \cdot \overline{I} & \overline{V} &= V \end{aligned}$$

Tous les vecteurs du diagramme temps se projettent sur les axes de lecture 1S, 2S, 3S en donnant des scalaires sinusoïdaux. L'inducteur, seul alimenté donnerait un flux  $\phi_j$ . L'induit, seul alimenté donnerait  $\phi_i$ .

$\phi_r, \phi_i, \phi_j$ , sont sinusoïdaux, mais dans le tube de flux résultant  $\phi_r \neq \phi_j + \phi_i$  à cause de la saturation possible.

$\xi_r, \xi_i, \xi_j$  ne sont pas sinusoïdaux (figure 13.3) mais sont périodiques comme les flux et sont en phase avec les flux correspondants en vérifiant :  $\xi_r = \xi_j + \xi_i$ .

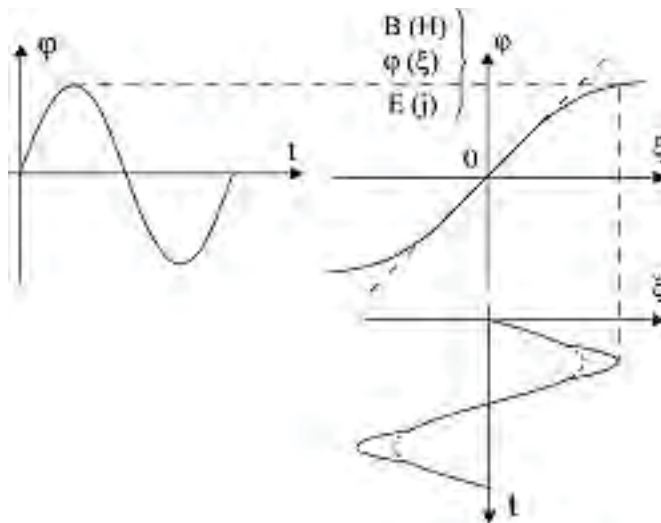


Figure 13.3

Potier prend le fondamental des f.m.m. Alors :  $\overline{\xi}_r = \overline{\xi}_j + \overline{\xi}_i$  (figure 13.4). Pour construire ce triangle vectoriel de Potier dont on connaît deux directions :  $\overline{\xi}_r \pi/2AV\% \overline{E}_r$  en phase avec  $\overline{\phi}_r$ , et  $\overline{\xi}_i$  en phase avec  $\overline{I}$ , on va réaliser ces f.m.m.  $\xi_j, \xi_r$  et  $\xi_i$  à l'aide de l'inducteur seul excité par un courant continu et mis en rotation à vitesse angulaire  $\omega_s$ . Un courant  $j$  dans l'inducteur donne la f.m.m.  $\xi_j$  en tenant compte implicitement du flux de fuite de l'inducteur.

De même  $j_r$  donne  $\xi_r$  et un courant fictif  $\alpha \cdot I$  dans l'inducteur donne  $\xi_i$ .

$$\overline{\xi}_r = \overline{\xi}_j + \overline{\xi}_i \quad \text{peut alors s'écrire} \quad \overline{j}_r = \overline{j} + \alpha \cdot \overline{I}$$

On obtient alors le diagramme des courants (en fait des f.m.m. caractérisées par chaque courant d'excitation) que l'on peut disposer selon la même direction ou faire tourner de  $\pi/2$  AR.

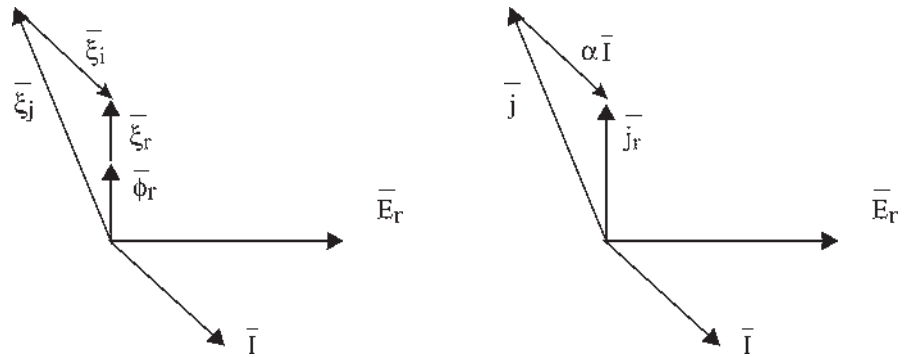


Figure 13.4

**Remarque 1 :**  $j$  est un courant continu !  $\bar{j}$  représente une f.m.m. observée depuis le stator. La répartition spatiale sinusoïdale dans l'espace de l'induction et la rotation constante font que l'observateur stator voit dans le temps une induction instantanée, une f.m.m. sinusoïdale de pulsation  $\omega_s$ .

**Remarque 2 :** Supposer  $e_r$  sinusoïdal de pulsation  $\omega_s$  implique que  $e_v$  soit sinusoïdal de pulsation  $\omega_s$  puisqu'avec le choix du fondamental des f.m.m., tous les vecteurs du diagramme donnent des scalaires sinusoïdaux de pulsation  $\omega_s$ .  $e_v$  étant sinusoïdal de pulsation  $\omega_s$  implique la réciproque pour  $e_r$ .

Reste à déterminer  $r$ , résistance d'une phase stator ;  $\lambda\omega_s$ , réactance de fuite et  $\alpha$  coefficient d'équivalence.

Après rotation de  $\pi/2$  AR du triangle de Potier, la caractéristique à vide permet de déterminer  $j_r$  connaissant  $\bar{E}_r$ , et  $\bar{E}_v$  connaissant  $j$  (figure 13.5).

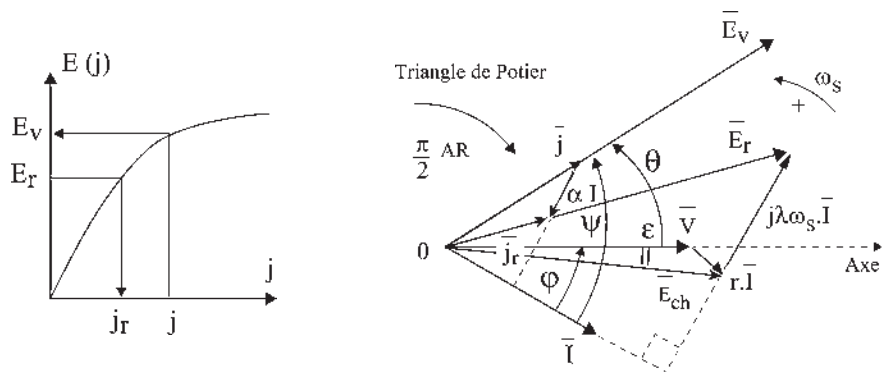


Figure 13.5

### Détermination de $r$ , $\lambda\omega_s$ et $\alpha$

La détermination peut se faire sur une machine existante. La résistance  $r$  d'une phase du stator se mesure en continu. La réactance synchrone de fuite d'une phase  $\lambda\omega_s$  et le coefficient d'équivalence  $\alpha$  seront déduits de la comparaison (translation) entre la caractéristique à vide et la caractéristique à courant réactif AR constant  $I_1$ .

Pour un point quelconque de cette caractéristique (figure 13.6), le diagramme de Potier s'aplatit  $E_r = V + \lambda\omega_s I_1$ , les vecteurs étant colinéaires  $j = j_r + \alpha I_1$ .

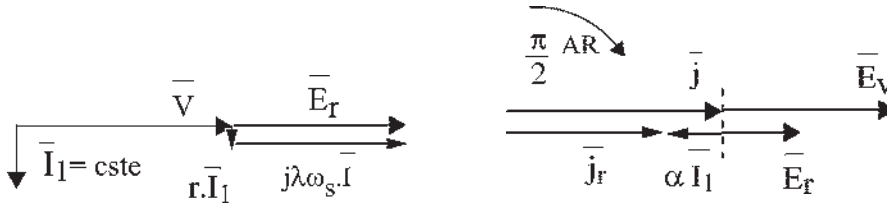


Figure 13.6

Il n'est pas possible de tracer cette caractéristique point par point, car il faudrait disposer d'une grande inductance variable pour cette seule détermination de  $\lambda\omega_s$  et  $\alpha$ . Par contre on peut obtenir, par des essais réalisables, deux points particuliers.

**Premier essai : machine synchrone accrochée sur le réseau avec échange d'énergie active nulle,  $P = 0$ , et machine surexcitée pour avoir  $I = I_1$**

$\bar{I}_1 \pi/2$  AR par rapport à  $\bar{V}$ . Le point de fonctionnement obtenu est un point de la caractéristique à courant réactif AR constant  $I_1$ .

Soit  $L$  ce point de coordonnées  $V, j$ , (figure 13.7). Pour ce même point de fonctionnement, la construction de Potier donnerait  $E_r$  si l'on connaissait  $\lambda\omega_s$  et  $\alpha$ , d'où le point  $S$  de coordonnées  $(E_r, j_r)$  de la caractéristique à vide.

$$E_r = V + \lambda\omega_s I_1 \quad \implies \quad \lambda\omega_s I_1 = GS$$

$$j = j_r + \alpha I_1 \quad \implies \quad \alpha I_1 = GL$$

d'où :  $\tan \beta = \frac{\lambda\omega_s}{\alpha}$  et  $SL = I_1 \sqrt{(\lambda\omega_s)^2 + \alpha^2}$

Le courant  $I_1$  étant constant ainsi que  $\lambda\omega_s$  et  $\alpha$ , il en est de même de  $\tan \beta$  et de  $SL$ . La caractéristique à courant réactif AR constant  $I_1$  peut donc être déduite de la caractéristique à vide par translation. La connaissance de la translation  $\vec{LS}$  permettrait de déterminer  $\lambda\omega_s$  et  $\alpha$ , en connaissant  $I_1$ .

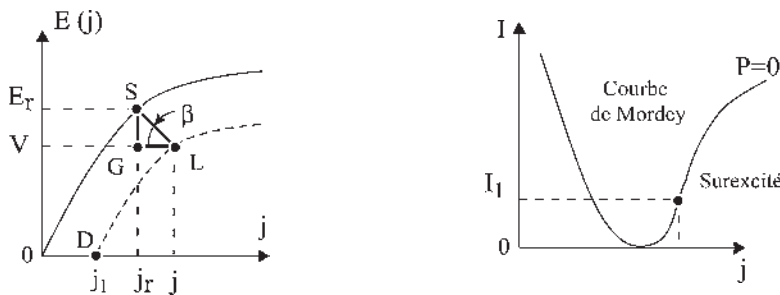


Figure 13.7

**Second essai : caractéristique en court-circuit de la machine synchrones**

Pour  $I = I_1$  le point  $E$  de coordonnées  $I_1, J_1, V = 0$  (figure 13.8), est aussi le point  $D$  de la caractéristique à courant réactif AR constant  $I_1$ . La translation peut être définie par  $\overrightarrow{D\bar{O}}$  et par la tangente à la caractéristique à vide (début linéaire).

$$\overrightarrow{L\bar{K}} = \overrightarrow{D\bar{O}} \quad \overrightarrow{K\bar{S}} \text{ parallèle à } \overrightarrow{O\bar{F}}$$

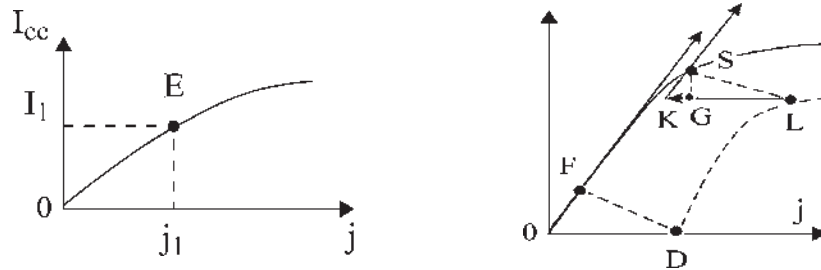


Figure 13.8

La méthode de Potier sera appliquée pour la saturation (pôles lisses ou pôles saillants) (figure 13.9).

Si la machine n'est pas saturée,  $E_v$  est en  $A$ .

$$E_v = k \cdot j \quad E_r = k \cdot j_r \quad BA = k \cdot \alpha \cdot I$$

La réactance synchrone  $L\omega_s$  est donc :  $L \cdot \omega_s = \lambda\omega_s + k \cdot \alpha$ .

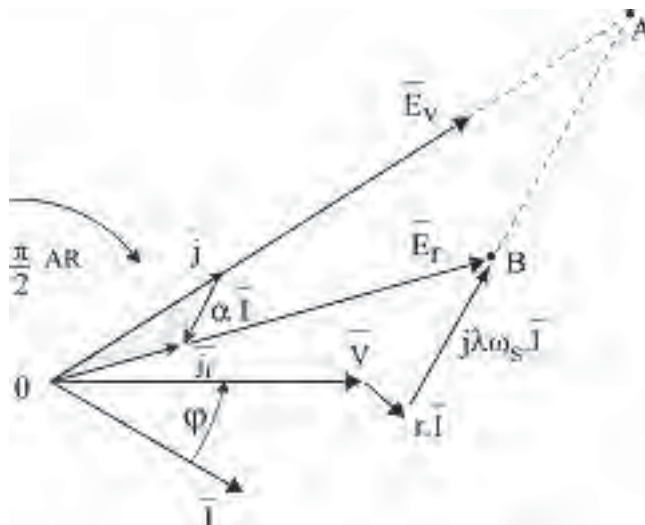


Figure 13.9

Pour augmenter la stabilité de fonctionnement, on est amené à atteindre la saturation. Finalement, pour obtenir  $V, I$ , on doit mettre le même courant d'excitation  $j$  que la machine soit saturée ou pas.

Pour la machine saturée,  $E_v$  est plus petit, mais la réaction d'induit est aussi plus petite.

## 13.2 MACHINES À PÔLES SAILLANTS, SATURÉES OU NON – MÉTHODES DE BLONDEL

### 13.2.1 Observations préliminaires

À l'aide d'un diagramme à réactance constante, on peut observer que le déphasage  $\psi$  du courant induit  $I$  par rapport à la f.é.m. à vide  $E_v$  fixe le type de fonctionnement, générateur, moteur, compensateur, par la position de  $\vec{B}_I$  par rapport à  $\vec{B}_j$  et le type de réaction d'induit, champ transversal, longitudinal magnétisant ou longitudinal démagnétisant, par la position de  $\vec{\phi}_I$  par rapport à  $\vec{\phi}_j$ .

➔  $\vec{I}$  induit  $\pi/2$  AV par rapport à  $E_v$  (figure 13.10)  $\psi = -\frac{\pi}{2}$ .  $\vec{B}_j$  et  $\vec{B}_I$  colinéaires.

Forces d'attraction entre pôles statoriques et rotoriques, de noms contraires. Ces forces passant par le centre de rotation, il n'y a pas de couple. La puissance active est nulle.

$$P_{em} = 0 \quad \vec{B}_j \wedge I \vec{S}_{am} = 0$$

$\vec{\phi}_I$  et  $\vec{\phi}_j$  colinéaires.

Réaction longitudinale magnétisante.

$Q_{em} < 0$ . Absorption de réactif.

➔  $\vec{I}$  induit en phase avec  $\vec{E}_v$  (figure 13.11).  $\psi = 0$ .  $\vec{B}_j$  et  $\vec{B}_I$  perpendiculaires électriques.

Forces d'attraction entre pôles de noms contraires avec bras de levier, d'où un couple résistant opposé à la rotation.

$P_{em} > 0$  Fonctionnement générateur.

$\vec{\phi}_I$  et  $\vec{\phi}_j$  perpendiculaires.

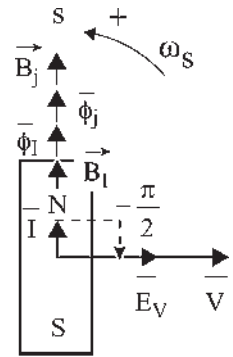
Réaction transversale.

$$Q_{em} = 0, \quad \vec{B}_j \cdot I \vec{S}_{am} = 0$$

Rappel (paragraphe 9.8) :

$$P_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}}(\vec{B}_j \wedge I \vec{S}_{am})\vec{\omega}_s = -\vec{C}_{em}\vec{\omega}_s$$

$$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}}(\vec{B}_j \cdot I \vec{S}_{am})\omega_s$$



n  
Figure 13.10

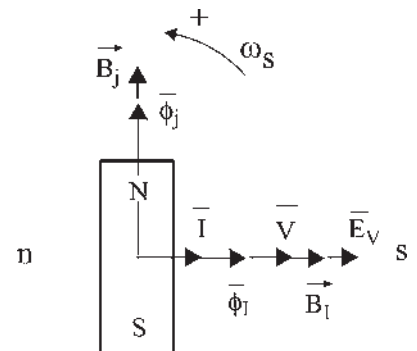


Figure 13.11



- $\bar{I}$  induit  $\pi/2$  AR par rapport à  $E_v$ . (figure 13.12)  $\psi = \frac{\pi}{2}$ ;  $\vec{B}_j$  et  $\vec{B}_l$  colinéaires.  
 Forces de répulsion entre pôles de mêmes noms passant par le centre de rotation, il n'y a donc pas de couple. Puissance active nulle,  $P_{em} = 0$ .  
 $\bar{\phi}_l$  et  $\bar{\phi}_j$  en opposition.  
 Réaction longitudinale démagnétisante.  
 $Q_{em} > 0$ . Fourniture de réactif.  
 Fonctionnement en compensateur synchrone.
- $\bar{I}$  induit en opposition de phase avec  $E_v$  (figure 13.13)  $\psi = \pi$ .  
 $\vec{B}_j$  et  $\vec{B}_l$  perpendiculaires électriques.  
 Couple moteur dans le sens de rotation.  
 $P_{em} < 0$ . Fonctionnement moteur.  
 $\bar{\phi}_l$  et  $\bar{\phi}_j$  perpendiculaires.  
 Réaction transversale.

$$\vec{B}_j \cdot I \vec{S}_{am} = 0. \quad Q_{em} = 0$$

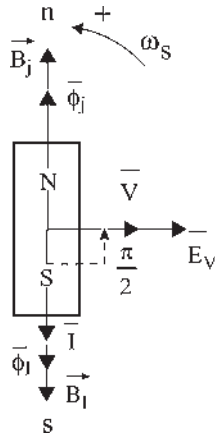


Figure 13.12

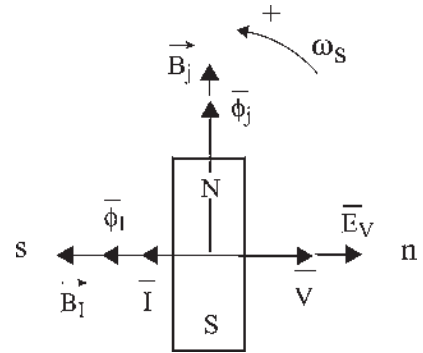


Figure 13.13

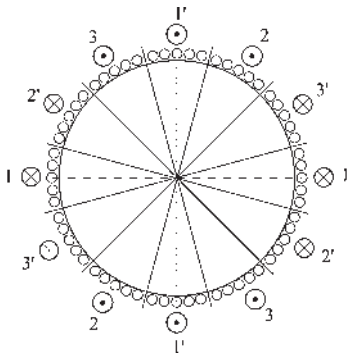


Figure 13.14

### 13.2.2 Représentation spatio-temporelle

Pour chaque valeur de  $\psi$  les lignes d'induction présentent un aspect particulier. Le champ de l'inducteur et le champ induit tournent au synchronisme.

Le dessin des lignes d'induction est sensiblement immuable malgré quelques déformations locales. Le dessin tourne aussi au synchronisme.

On peut le représenter à l'instant particulier où le courant induit est maximal dans la phase 1 du stator.

Pour une machine tétrapolaire, le sens des courants dans les bobines 11', 22', 33' du stator, à l'instant choisi, est donné dans la figure 13.14. Les bobines sont diamétrales électriques.

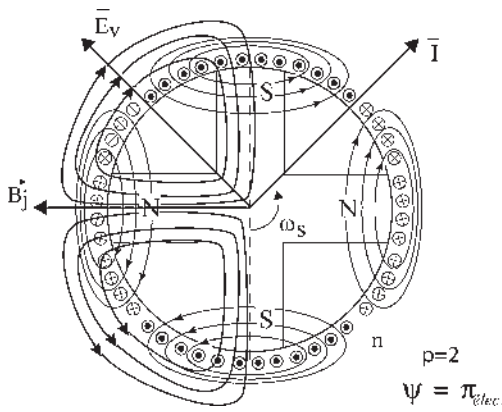


Figure 13.15

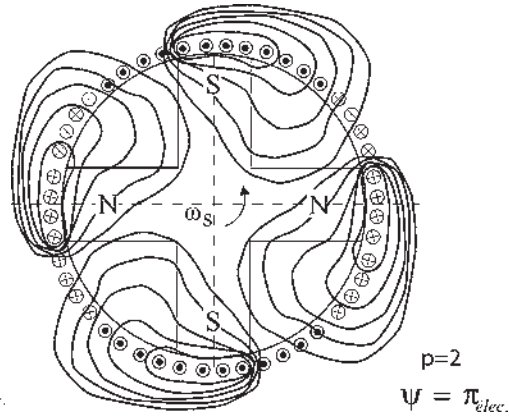


Figure 13.16

Il est possible pour chaque valeur de  $\psi$  de représenter sur un même schéma (figure 13.15) le champ de l'inducteur seul alimenté, le champ de l'induit seul alimenté, puis d'effectuer en chaque point la somme vectorielle des inductions pour obtenir le dessin particulier des lignes d'induction pour cette valeur de  $\psi$  (figure 13.16).

Le type de fonctionnement moteur ou générateur, et le type de réaction d'induit, magnétisant ou démagnétisant, peut être indiqué par :

- le déphasage  $\psi$  du courant  $\bar{I}$  par rapport à  $\bar{E}_v$ ,
- le déphasage  $\psi + \frac{\pi}{2}$  du courant  $\bar{I}$  par rapport à  $\bar{B}_j$ ,
- la position du champ induit par rapport au rotor (figure 13.17). Pour  $I$  maximal phase 1, divers types de réactions d'induit sont possibles selon la position des pôles rotoriques.

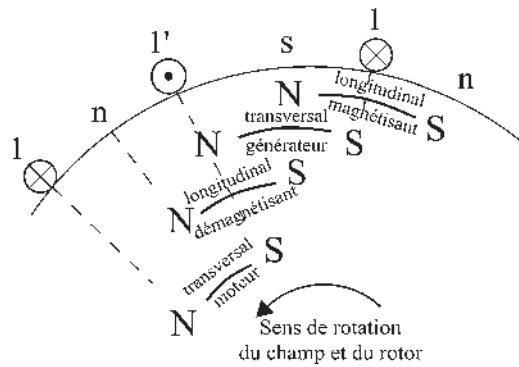


Figure 13.17

### Position du champ induit par rapport au rotor selon les valeurs de $\psi$ électrique

Les figures 13.18 à 13.23 montrent ce dernier point en mettant en évidence les flux transversaux et longitudinaux, la magnétisation et le couple moteur ou générateur.

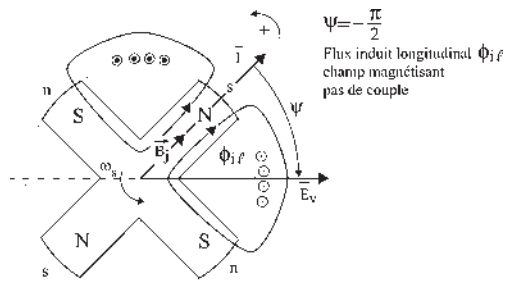


Figure 13.18

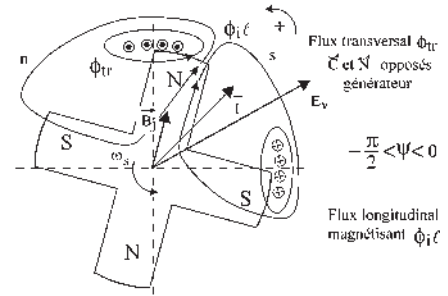


Figure 13.19

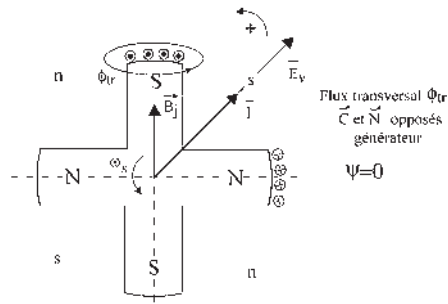


Figure 13.20

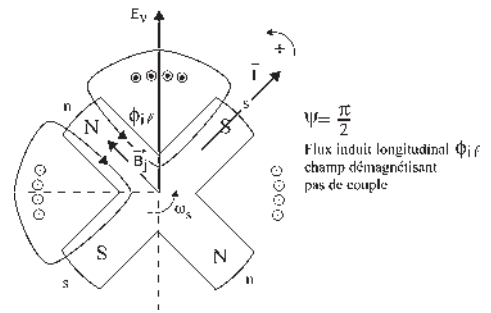


Figure 13.21

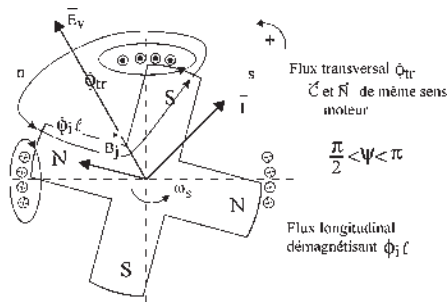


Figure 13.22

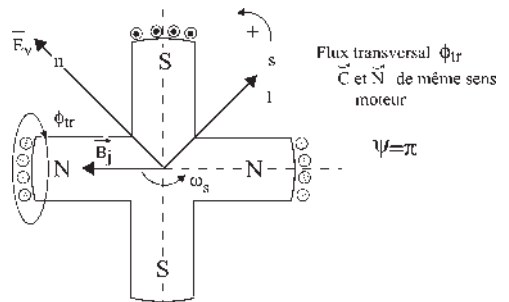


Figure 13.23

### 13.2.3 Vecteurs spatiaux et vecteurs temporels

Ces observations montrent que dans un diagramme espace-temps, les vecteurs spatiaux du diagramme espace,  $\vec{B}_j$ ,  $\vec{B}_l$ , directionnels, donnent une information par leurs positions spatiales relatives sur le type de fonctionnement (figure 13.24) :

- fonctionnement générateur si  $\vec{B}_l$  est en AR sur  $\vec{B}_j$  ;
- fonctionnement moteur si  $\vec{B}_l$  est en AV sur  $\vec{B}_j$ .

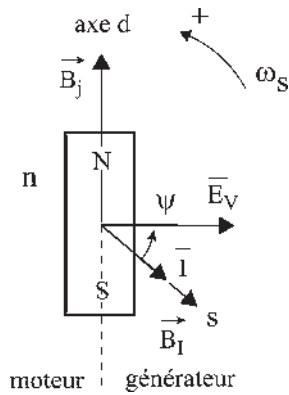


Figure 13.24

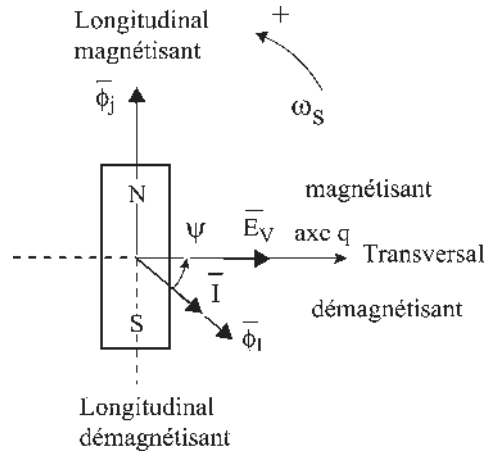


Figure 13.25

Les vecteurs temporels du diagramme temps  $\bar{\phi}_I, \bar{\phi}_j$  donnent une information, par leurs positions temporelles relatives, sur le type de réaction d'induit. Le champ de réaction d'induit est démagnétisant si  $\bar{I}$  et  $\bar{\phi}_I$  sont en dessous de l'axe  $q$ . Le champ est magnétisant s'ils sont au-dessus (figure 13.25).

Les vecteurs temporels du diagramme temps  $\bar{\phi}_I, \bar{\phi}_j, \bar{I}, \bar{V}$  sont de vrais vecteurs au sens du calcul vectoriel mais ils n'ont pas de sens physique. Seules les projections instantanées de ces vecteurs sur les axes de lecture ont un sens physique de représentation du scalaire temporel correspondant  $\phi_i, \phi_j, i, v$ .

### 13.2.4 Raisonnement de Blondel

Les notations axe  $d$ , de réluctance minimale, et axe  $q$ , en quadrature AR électrique, apparaissent avec les pôles saillants.

Étant donné, pour un diagramme espace-temps bipolaire :

- que dans le diagramme temps de Fresnel, le courant  $i$  est la projection instantanée sur les axes  $1S, 2S, 3S$  du vecteur tournant  $\bar{I}$  ;
- que dans le diagramme espace, le champ de réaction d'induit  $\vec{B}_I$  est un vecteur colinéaire aux vecteurs  $\bar{I}$  et  $\bar{\phi}_I$  ;
- que tout vecteur, spatial ou temporel  $\bar{I}, \bar{\phi}_I, \vec{B}_I$  peut être remplacé par des composantes arbitraires  $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$ , alors  $i = i_1 + i_2$ , de même,  $\vec{B}_I = \vec{B}_{I_1} + \vec{B}_{I_2}$  ;
- que l'on peut choisir deux composantes perpendiculaires, alors les courants  $i_1, i_2$  et les flux  $\phi_{i_1}, \phi_{i_2}$  sont déphasés de  $\pi/2$  dans le temps tandis que les inductions  $\vec{B}_{I_1}$  et  $\vec{B}_{I_2}$  sont décalées de  $\pi/2$  dans l'espace ;
- que l'on peut choisir les composantes sur les axes  $d$  et  $q$  de la machine à pôles saillants

$$\bar{I} = \bar{I}_d + \bar{I}_q \quad i = i_d + i_q \quad \bar{\phi}_I = \bar{\phi}_{I_d} + \bar{\phi}_{I_q} \quad \vec{B}_I = \vec{B}_{I_d} + \vec{B}_{I_q}.$$

alors, seul  $\vec{B}_{I_d}$  donnera du couple et de la puissance active  $P_{em}$  (positive ou négative) et seul  $\bar{\phi}_{I_d}$  donnera du flux longitudinal (magnétisant ou démagnétisant) et de la puissance réactive  $Q_{em}$ .

### 13.2.5 Méthodes et diagrammes de Blondel

Pour un déphasage  $\psi$  quelconque du courant  $i$  par rapport à  $e_v$ , la réaction d'induit peut être considérée comme la résultante d'une réaction transversale due au courant  $i_{tr}$  et d'une réaction longitudinale (magnétisante ou démagnétisante) due au courant  $i_l$  (figure 13.26).

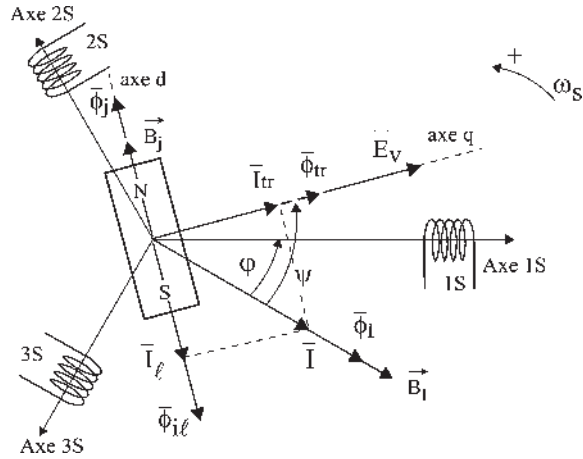


Figure 13.26

Dans chaque bobine stator, les courants instantanés  $i_{tr}$  et  $i_l$  sont en quadrature dans le temps. Les courants  $i_{tr}$  comme les courants  $i_l$  sont triphasés dans les bobines 1S, 2S, 3S et donnent des champs tournants uniques d'amplitude constante  $\vec{B}_{tr}$  et  $\vec{B}_{il}$ , souvent exprimés par  $\vec{\Phi}_{tr}$  et  $\vec{\Phi}_{il}$ , le vecteur symbolisant l'induction et la projection du vecteur représentant le flux.

Si la machine n'est pas saturée, le flux longitudinal sera  $\phi_l = \phi_j + \phi_{il}$

Si la machine est saturée, la f.m.m. longitudinale sera  $\xi_l = \xi_j + \xi_{il}$

#### a) Méthode de Blondel

Au début la méthode de Blondel est identique à celle de Potier en ce qui concerne le flux de fuite.

Convention générateur :  $e_{ch} = v + r \cdot i = -\frac{d\phi_f}{dt}$ ,  $\phi_f = \phi_r + \phi_f$

Pas de saturation dans le tube de fuite :  $\phi_f = \lambda \cdot i$

$$e_r = v + r \cdot i + \lambda \frac{di}{dt}$$

$e_r$ ,  $v$  et  $i$  étant, en régime permanent, sinusoïdaux de pulsation  $\omega_s$  (figure 13.27).

$$\bar{E}_r = \bar{V} + r \cdot \bar{I} + j \cdot \lambda \cdot \omega_s \cdot \bar{I}$$

$$\bar{E}_{ch} = \bar{V} + r \cdot \bar{I} = -j \cdot \omega_s \cdot \bar{\Phi}_f$$

$$\bar{\Phi}_f = \bar{\Phi}_r + \bar{\Phi}_f$$

$$\bar{\Phi}_f = \lambda \cdot \bar{I} \quad \bar{E}_r = -j \cdot \omega_s \cdot \bar{\Phi}_r$$

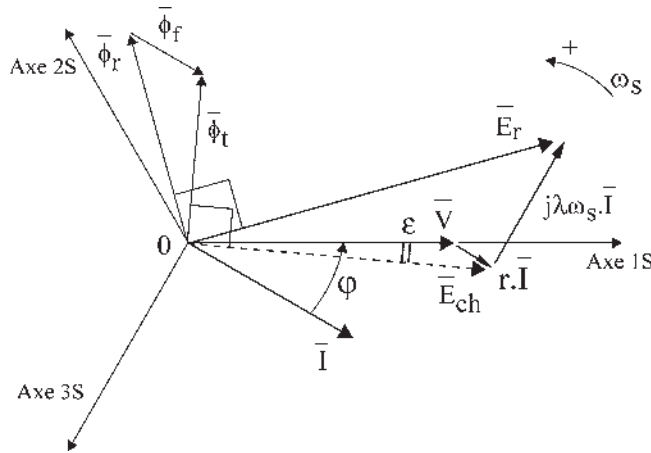


Figure 13.27

La théorie des deux réactions de Blondel se traduit par (figure 13.28) :

$$\begin{aligned}\varphi_r &= \varphi_{tr} + \varphi_l \\ \bar{\varphi}_r &= \bar{\varphi}_{tr} + \bar{\varphi}_l \\ e_r &= -\frac{d\varphi_r}{dt} = -\frac{d\varphi_{tr}}{dt} - \frac{d\varphi_l}{dt} = e_{tr} + e_l \\ \bar{E}_r &= \bar{E}_{tr} + \bar{E}_l\end{aligned}$$

$e_{tr}$ , f.é.m. transversale due au flux transversal  $\varphi_{tr}$ .

$e_l$ , f.é.m. longitudinale due au flux longitudinal  $\varphi_l$  résultant de l'action de l'inducteur et de l'induit dans ce tube de flux où il peut y avoir saturation.

$$e_{tr} = -\frac{d\varphi_{tr}}{dt} \quad \bar{E}_{tr} = -j \cdot \omega_s \bar{\varphi}_{tr} \quad \text{de même } \bar{E}_l = -j \cdot \omega_s \bar{\varphi}_l$$

Il ne peut pas y avoir de saturation dans le tube de flux transversal à cause du trajet important dans l'air.

$$\varphi_{tr} = l_{tr} \cdot i_{tr} \quad e_{tr} = -\frac{d\varphi_{tr}}{dt} = -l_{tr} \frac{di_{tr}}{dt}$$

$$\bar{E}_{tr} = -j \cdot l_{tr} \cdot \omega_s \bar{I}_{tr} = -j\tau \cdot \bar{I}_{tr} ; \tau = l_{tr} \cdot \omega_s \text{ réactance transversale synchrone.}$$

$\bar{E}_{tr}$  est un vecteur à  $\pi/2$  AR par rapport à  $\bar{I}_{tr}$  donc par rapport à  $\bar{E}_v$  et de module  $\tau \cdot I \cdot \cos \psi$ .

$$\bar{I} = \bar{I}_{tr} + \bar{I}_l = \bar{I} \cdot \cos \psi + I \cdot \sin \psi$$

Si l'on suppose connue la direction de  $\bar{E}_v$  (figure 13.29), avec  $\bar{I}$  et  $\bar{\varphi}_r$  donnés, on peut tracer  $\bar{I}_{tr}$ ,  $\bar{I}_l$ , les flux  $\bar{\varphi}_{tr}$  et  $\bar{\varphi}_l$ , puisque l'on connaît les axes  $d$  et  $q$  de la machine et que  $\bar{\varphi}_r = \bar{\varphi}_{tr} + \bar{\varphi}_l$ ,  $\bar{\varphi}_{tr} = l_{tr} \bar{I}_{tr}$ ,  $\bar{B}_j$ ,  $\bar{\varphi}_j$ ,  $\bar{\xi}_j$  sont portés par l'axe  $d$ .

C'est dans le tube de flux longitudinal qu'il peut y avoir une saturation due à l'action simultanée de l'inducteur et de l'induit. S'il n'y a pas saturation :

$$\varphi_l = \varphi_j + \varphi_{il} \longrightarrow \bar{\varphi}_l = \bar{\varphi}_j + \bar{\varphi}_{il}$$

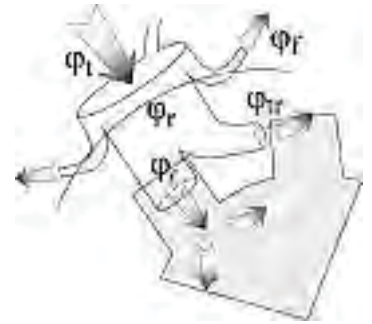


Figure 13.28

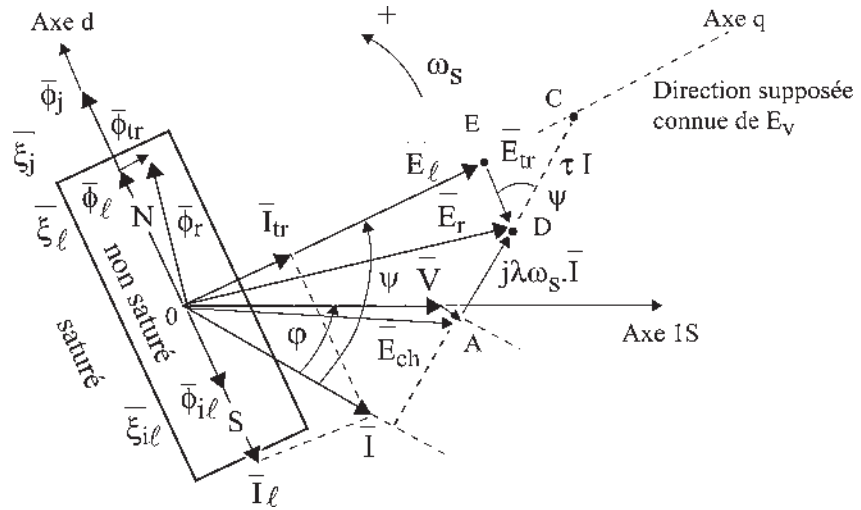


Figure 13.29

S'il y a saturation, Potier a montré que  $\xi_l = \xi_j + \xi_{il}$  se traduit par  $\bar{\xi}_l = \bar{\xi}_j + \bar{\xi}_{il}$  en prenant le fondamental des f.m.m. alternatives de pulsation  $\omega_s$ .

Dans les deux cas  $\varphi_l$  est sinusoïdal égal ou différent de  $\varphi_j + \varphi_{il}$ .

$\bar{\phi}_l$  est un vecteur porté par l'axe  $d$  du rotor de la machine.

$\bar{E}_l = -j \cdot \omega_s \bar{\phi}_l$  est donc porté par l'axe  $q$ .

$\bar{E}_{tr} = -j\tau \cdot \bar{I}_{tr}$  est à  $\pi/2$  AR par rapport à  $\bar{I}_{tr}$ .

$\bar{E}_r = \bar{E}_{tr} + \bar{E}_l$  positionne les vecteurs  $\bar{E}_{tr}$  et  $\bar{E}_l$  de façon unique si l'on suppose connue la direction de  $\bar{E}_v$ .

$$\bar{E}_{tr} = -j \cdot \tau \cdot \bar{I} \cdot \cos\psi \quad \text{angle } EDC = \psi \quad |\overline{DC}| = \tau \cdot I$$

La connaissance (mesure) de  $\tau = l_{tr} \cdot \omega_s$ , réactance transversale synchrone de la machine, permet de trouver le point  $C$ , donc la direction de l'axe  $q$  et de l'axe  $d$  de la machine.

La construction vectorielle permet donc, désirant  $\bar{V}$  et  $\bar{I}$ , de trouver  $\bar{E}_l$ .

➤ **Machine non saturée (figure 13.30).**

$$\bar{E}_l \longrightarrow \bar{\phi}_l$$

$$\varphi_l = \varphi_j + \varphi_{il} \implies \bar{\phi}_l = \bar{\phi}_j + \bar{\phi}_{il}$$

$\bar{\xi}_l = \bar{\xi}_j + \bar{\xi}_{il}$  d'où, comme pour Potier, le diagramme des courants (en fait des f.m.m. caractérisées par chaque courant d'excitation dans l'inducteur).

$$\boxed{\bar{j}_l = \bar{j} + \alpha \cdot \bar{I} \sin\psi}$$

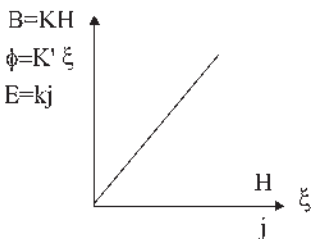


Figure 13.30

On pourra de même faire tourner ce triangle (plat) de  $\pi/2$  en AR.

## ➔ Machine saturée (figure 13.31)

$$\left. \begin{array}{l} \bar{E}_l \longrightarrow \bar{\Phi}_l \\ \varphi_l \neq \varphi_j + \varphi_{il} \\ \bar{\Phi}_l \neq \bar{\Phi}_j + \bar{\Phi}_{il} \end{array} \right\} \text{flux sinusoïdaux}$$

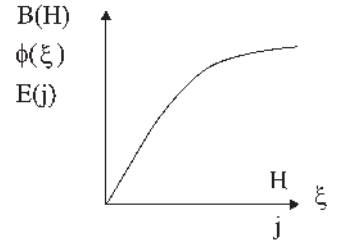


Figure 13.31

$\xi_l = \xi_j + \xi_{il}$  f.m.m. alternatives non sinusoïdales de pulsation  $\omega_s$ . En prenant les fondamentaux, alors  $\bar{\xi}_l = \bar{\xi}_j + \bar{\xi}_{il}$ ,

$$\boxed{\bar{j}_l = \bar{j} + \alpha \cdot \bar{I} \sin \psi} \quad \text{donnant pour les f.é.m. } \bar{E}_l = \bar{E}_v + \bar{E}_{il}.$$

Dans les deux cas, par la caractéristique à vide  $\bar{E}_l \longrightarrow \bar{j}_l$  et  $\bar{j} \longrightarrow \bar{E}_v$ , la construction du diagramme exige la connaissance préalable de  $r$ ,  $\lambda\omega_s$ ,  $\alpha$  et  $\tau$ .

$\lambda\omega_s$  et  $\alpha$  se déterminent comme dans Potier. La réactance transversale  $\tau$  se détermine expérimentalement en remarquant que  $\lambda\omega_s + \tau = L_{lr}\omega_s = L_q \cdot \omega_s$ , réactance totale synchrone transversale de la machine. Elle se mesure pour  $\psi = 0$ , rotor calé, avec le pôle  $n$  à  $\pi/2$  électrique AR par rapport au pôle  $N$ , stator alimenté sous tension réduite, rotor ouvert, par l'impédance synchrone.

$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \bar{Z} = r + jL_q \cdot \omega_s \quad \text{notons que } L_{lr}\omega_s = \lambda\omega_s + l_{lr}\omega_s = L_q\omega_s.$$

**b) Diagramme de Blondel**

Convention générateur (figure 13.32)

$$\begin{aligned} e_{ch} = v + r \cdot i = -\frac{d\varphi_t}{dt} &\implies \bar{E}_{ch} = \bar{V} + r\bar{I} = -j \cdot \omega_s \cdot \bar{\Phi}_t \\ \varphi_t = \varphi_r + \varphi_f \quad \varphi_f = \lambda \cdot i &\implies \bar{\Phi}_t = \bar{\Phi}_r + \bar{\Phi}_f \quad \bar{\Phi}_f = \lambda \cdot \bar{I} \\ v + r \cdot i = e_r - \lambda \frac{di}{dt} &\implies \bar{E}_r = \bar{V} + r\bar{I} + j\omega_s \cdot \bar{I} \\ \varphi_r = \varphi_{lr} + \varphi_l &\implies \bar{\Phi}_r = \bar{\Phi}_{lr} + \bar{\Phi}_l \\ \varphi_{lr} = l_{lr} \cdot i_{lr} &\implies \bar{\Phi}_{lr} = \bar{l}_{lr} \cdot \bar{I}_{lr} = l_{lr} \cdot \bar{I} \cdot \cos \psi \\ e_{lr} = -\frac{d\varphi_{lr}}{dt} = -l_{lr} \frac{di_{lr}}{dt} &\implies \bar{E}_{lr} = -j \cdot \omega_s \cdot \bar{\Phi}_{lr} = -j \cdot l_{lr} \cdot \omega_s \cdot \bar{I}_{lr} \end{aligned}$$

La réactance transversale synchrone étant  $\tau = l_{lr} \cdot \omega_s$

$$\bar{E}_{lr} = -j \cdot \tau \cdot \bar{I}_{lr} = -j \cdot \tau \cdot \bar{I} \cos \psi$$

$$e_r = -\frac{d\varphi_r}{dt} = e_{lr} + e_l \implies \bar{E}_r = \bar{E}_{lr} + \bar{E}_l$$

Connaissant  $\bar{E}_l$ , la caractéristique à vide (saturée ou non) donne  $\bar{j}_l$ . La construction de  $\alpha \cdot \bar{I} \cdot \sin \psi$  donne  $\bar{j}$ ,  $\bar{j}_l = \bar{j} + \alpha \cdot \bar{I} \cdot \sin \psi$ , d'où  $\bar{E}_v$ .



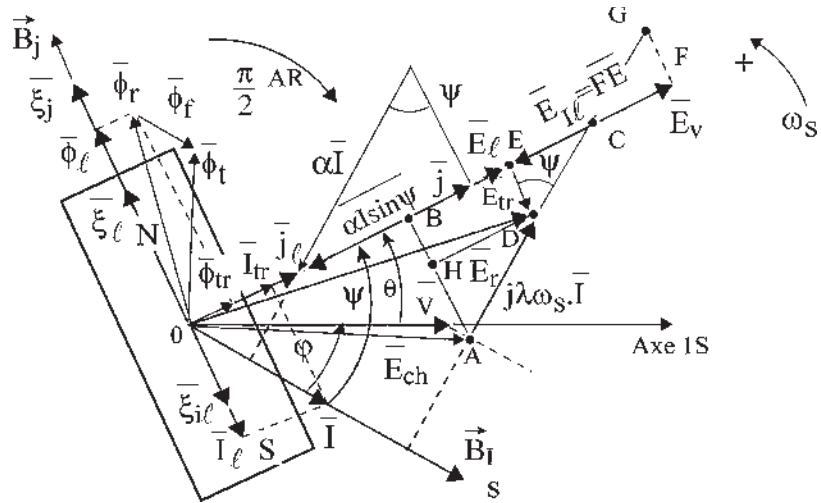


Figure 13.32

Ce diagramme de Blondel « Potiérisé » est parfait si l'on connaît par le constructeur  $\lambda\omega_s$ ,  $\alpha$  et  $\tau$ , ces mesures étant très délicates à faire.

**c) Diagramme des deux réactions de Blondel**

On appelle diagramme des deux réactions (figure 13.33) un diagramme de Blondel, ne séparant pas le flux de fuite des flux longitudinaux et transversaux. Chaque courant, que l'on peut considérer comme un courant d'excitation de la structure ferromagnétique,  $\vec{j}$ ,  $\vec{I}_l$ ,  $\vec{I}_{tr}$ , donne un flux tournant  $\vec{\phi}_j$ ,  $\vec{\phi}_{IL}$ ,  $\vec{\phi}_{TR}$ , qui par la rotation  $\omega_s$  crée une f.é.m. à  $\pi/2$  AR.

$\vec{E}_V = \vec{O}\vec{F}$ dû à $\vec{\phi}_j$	$\vec{I} = \vec{I}_{tr} + \vec{I}_l$ $P_{em} = -C_{em} \cdot \omega_s$
$\vec{E}_{IL} = \vec{F}\vec{B}$ dû à $\vec{\phi}_{IL}$	$\vec{C}_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}}(\vec{B}_j \wedge I_{tr} \vec{S}_{am})$
$\vec{E}_{TR} = \vec{B}\vec{A}$ dû à $\vec{\phi}_{TR}$	$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}}(\vec{B}_j \cdot I_l \vec{S}_{am})\omega_s$

Avec Blondel, la composante transversale n'agit que sur le couple et la composante longitudinale que sur la magnétisation.

$$\vec{B}\vec{A} = \vec{B}\vec{H} + \vec{H}\vec{A} = -j(\tau + \lambda \cdot \omega_s) \cdot \vec{I}_{tr} = -j \cdot \omega_s \vec{\phi}_{TR}$$

Posons  $\lambda \cdot \omega_s + \tau = L_q \cdot \omega_s = X_q$ , réactance synchrone totale dans l'axe  $q$ .

$$\vec{B}\vec{A} = -j\omega_s \phi_{TR} = -j \cdot L_q \omega_s \vec{I}_{tr} = -j \cdot X_q \cdot \vec{I}_{tr} = \vec{E}_{TR},$$

f.é.m. transversale de réaction d'induit.

**Le saviez-vous ?**

**Sur les réactions d'induit des alternateurs**

« On considérera le cas des alternateurs polyphasés, également chargés dans leurs différents circuits et l'on supposera, comme d'habitude, les f.é.m. et les courants comme suivant sensiblement la loi harmonique.

Une partie du flux de réaction d'induit se ferme à travers les inducteurs et le reste par les pièces polaires ; j'appellerai la première *flux direct* et la seconde *flux transversal*.

Quand le circuit parcouru par le courant de l'alternateur ne présente aucune self-induction, le courant est en phase avec la f.é.m., tout le flux se ferme transversalement. Au contraire, lorsque le circuit est fermé sur des self-inductions très grandes, les courants sont décalés de  $\pi/2$  AR par rapport aux f.é.m., tout le flux tend à se fermer par les inducteurs, la réaction est directe.

Le fondement très simple de ma théorie est la proposition suivante : pour tout décalage intermédiaire  $\Psi$  du courant  $I$  par rapport à la f.é.m.  $E$ , la réaction de l'induit peut être considérée comme la résultante d'une réaction directe due au courant déwatté et d'une réaction transversale due au courant watté.

Extrait de la note présentée par A. Blondel aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, tome CXXIX, p. 586, séance du 16 octobre 1899.

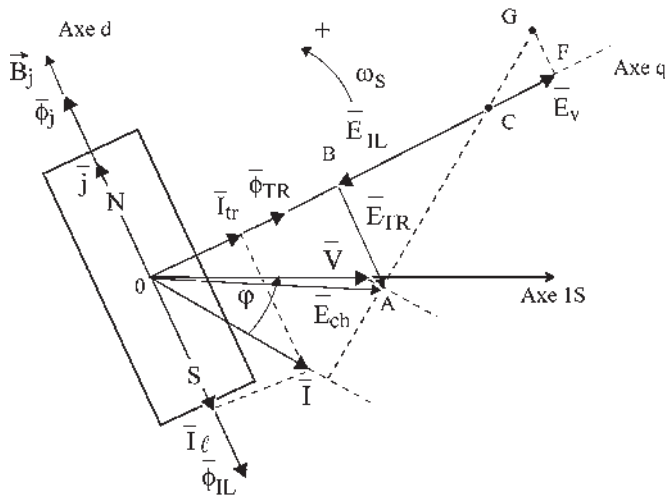


Figure 13.33

De même, en introduisant la f.é.m. longitudinale de réaction d'induit  $\bar{E}_{IL}$

$$\bar{E}_{IL} = \bar{F}\bar{B} = -j \cdot \omega_s \bar{\Phi}_{IL} = -j \cdot L_d \cdot \omega_s \cdot \bar{I}_l = -j \cdot X_d \cdot \bar{I}_l$$

$X_d = L_d \omega_s$  étant la réactance synchrone totale dans l'axe  $d$ ,

$$\bar{C}\bar{F} = \bar{B}\bar{F} - \bar{B}\bar{C} = j(X_d - X_q)\bar{I}_l \quad \bar{C}\bar{A} = -j \cdot X_q \bar{I} \quad \bar{G}\bar{A} = -j \cdot X_d \cdot \bar{I}$$

### ➔ Machines à pôles saillants (figure 13.34)

*Saturées*

$$L_d \cdot \omega_s = X_d > X_q = L_q \omega_s = \lambda \cdot \omega_s + \tau$$

$$X_d \cdot I = \overline{AG} > \overline{AC} = X_q \cdot I$$

*Non saturées*

$$E_v = k \cdot j \quad E_l = k \cdot j_l \text{ implique :}$$

$$\bar{E}_{il} = -j \cdot k \cdot \alpha \cdot \bar{I} \sin \psi = \bar{F}\bar{E}$$

$$\bar{F}\bar{B} = \bar{F}\bar{E} + \bar{E}\bar{B} = -j(\lambda \cdot \omega_s + k \cdot \alpha) \cdot \bar{I}_l$$

$$\bar{G}\bar{A} = -j(\lambda \cdot \omega_s + k \cdot \alpha) \bar{I} = -j \cdot X_d \cdot \bar{I}$$

$$\lambda \cdot \omega_s + k \cdot \alpha = L_d \cdot \omega_s = X_d > X_q = L_q \cdot \omega_s = \lambda \cdot \omega_s + \tau$$

$$X_d I = \overline{AG'} > \overline{AC} = X_q I \quad k \cdot \alpha > \tau$$

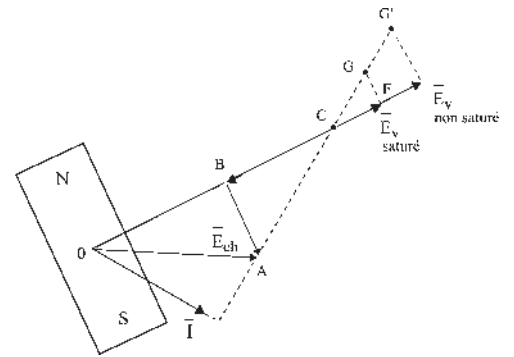


Figure 13.34

### ➔ Machines à pôles lisses (figure 13.35)

*Saturées*

$$L_d \cdot \omega_s = X_d = X_q = L_q \omega_s = \lambda \cdot \omega_s + \tau$$

$$k \cdot \alpha < \tau$$

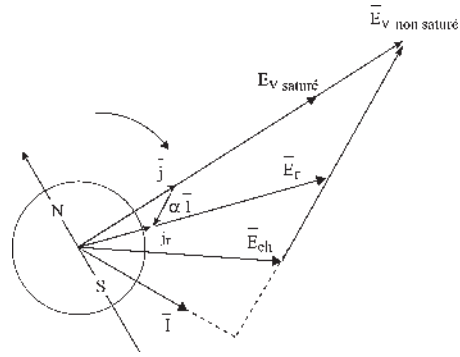


Figure 13.35

Non saturées

$$\lambda \cdot \omega_s + k \cdot \alpha = L_d \omega_s = X_d = X_q = L_q \omega_s = \lambda \omega_s + \tau$$

$$X_d = X_q = L \cdot \omega_s$$

$$k \cdot \alpha = \tau$$

**d) Paramètres d'exploitation**

*Impédance en valeur réduite*

La valeur réduite  $x$  associée à une impédance  $X$  est un nombre sans dimension défini par le

quotient  $x = X \frac{I_N}{V_N}$ ,  $I_N$  étant le courant nominal et  $V_N$  la tension simple nominale.

*Rapport de court-circuit*

Ce rapport caractérisant le comportement électromagnétique interne des machines synchrones est défini (figure 13.36) par la relation :

$$K_{cc} = \frac{\text{courant inducteur à vide donnant la tension nominale}}{\text{courant inducteur donnant en court-circuit le courant nominal}}$$

$$= \frac{j_v}{j_{cc}} = \frac{j_v}{j_0} \cdot \frac{j_0}{j_{cc}}$$

$$\frac{j_v}{j_0} = K_s \text{ coefficient de saturation } \approx 1,10 \text{ à } 1,20$$

$$\frac{j_0}{j_{cc}} \text{ peut s'évaluer par le modèle linéaire : } V_N = k \cdot j_0$$

$$\text{En court-circuit : } E = L \cdot \omega_s \cdot I_N$$

$$\text{pour } j_{cc} : L \cdot \omega_s \cdot I_N = k \cdot j_{cc}$$

$$\frac{j_0}{j_{cc}} = \frac{V_N/k}{L \cdot \omega_s \cdot I_N/k} = \frac{1}{x_d} \text{ et } K_{cc} = \frac{K_s}{x_d} \text{ ne fait intervenir que } x_d.$$

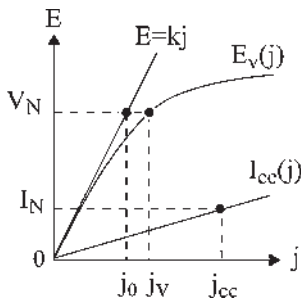


Figure 13.36

### ↳ Turbo-alternateur

Pôles lisses  $X_d = X_q$  3 000 tr/min.

On peut utiliser le modèle à réactance constante ou le modèle de Potier (figure 13.37).

*Machine non saturée*

$$X_d = X_q = L\omega_s = \lambda\omega_s + \tau = \lambda\omega_s + k\alpha$$

*Machine saturée*

$$X_d = X_q = \lambda\omega_s + \tau, x_d = X_d \frac{I_N}{V_N} \approx 2,5, X_d I_N = AC = 2,5V_N.$$

Rapport de court-circuit :

$$K_{cc} \approx 0,4 \implies \begin{cases} j_v = 0,4j_{cc} \\ j_{cc} = 2,5j_v \end{cases}$$

### ↳ Alternateur volant

Pôles saillants, machine multipolaire.

$X_d \neq X_q$  (figure 13.38)

Modèle de Blondel :

$$\frac{X_d}{X_q} \approx 1,5 \text{ à } 1,6$$

$$x_d = X_d \frac{I_N}{V_N} \approx 1,5$$

$$X_d I_N = AG = 1,5V_N$$

$$x_q = X_q \frac{I_N}{V_N} \approx 0,9$$

$$X_q I_N = AC \approx 0,9V_N$$

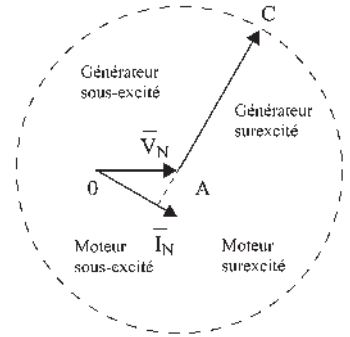


Figure 13.37

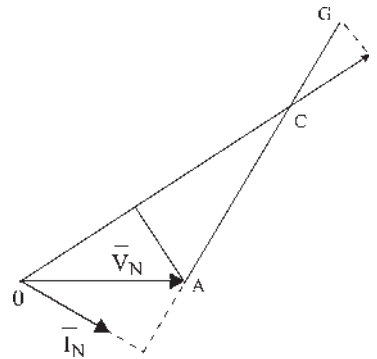


Figure 13.38

Rapport de court circuit :  $K_{cc} = 0,73$ . Il peut varier de 0,6 à 1,6.  $j_{cc} = 1,36j_v$ .

### e) Modélisation du fonctionnement d'une machine synchrone à pôles saillants

Lieu de  $X_q \bar{I}_N = 0,9V_N = AC$  et de  $X_d \bar{I}_N = 1,5V_N = AG$ , pour différents déphasages  $\varphi$  de  $\bar{I}_N$  par rapport à  $\bar{V}_N$  (figures 13.39 et 13.40).

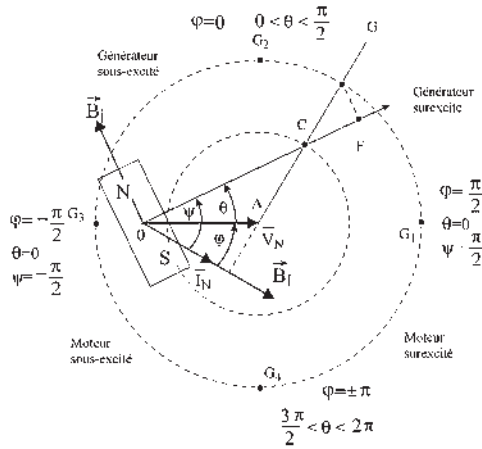


Figure 13.39

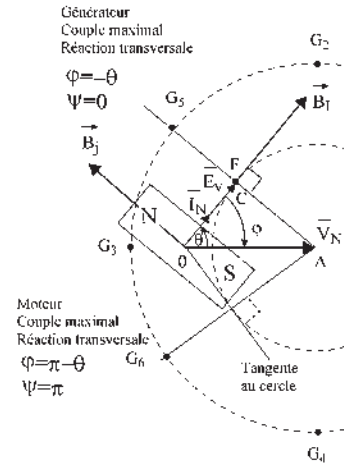


Figure 13.40

**f) Calcul du moment du couple d'une machine synchrone à pôles saillants**

Puissance active :  $P = m_1 V I \cos \varphi = m_1 V I \cos(\psi - \theta) = m_1 V I (\cos \psi \cos \theta + \sin \psi \sin \theta)$ .

En projetant le diagramme de Blondel sur les deux axes  $d$  et  $q$  on obtient en négligeant  $r$  :

$$V \sin \theta = L_q \omega_s I \cos \psi \longrightarrow I \cos \psi = \frac{V \sin \theta}{L_q \omega_s}$$

$$E_v = V \cos \theta + L_d \omega_s I \sin \psi \longrightarrow I \sin \psi = \frac{E_v - V \cos \theta}{L_d \omega_s}$$

$$\begin{aligned} P &= m_1 V \cos \theta \frac{V \sin \theta}{L_q \omega_s} + m_1 V \sin \theta \frac{E_v - V \cos \theta}{L_d \omega_s} \\ &= m_1 \frac{V E_v}{L_d \omega_s} \sin \theta + m_1 V^2 \cos \theta \sin \theta \left[ \frac{1}{L_q \omega_s} - \frac{1}{L_d \omega_s} \right] \end{aligned}$$

En négligeant les pertes, on peut écrire pour  $P > 0$  dans un fonctionnement générateur :  $P = -C \omega_s$

$$C = -m_1 \frac{V E_v}{X_d \omega_s} \sin \theta - m_1 \frac{V^2}{2} \sin 2\theta \left[ \frac{1}{X_q \omega_s} - \frac{1}{X_d \omega_s} \right]$$

Le premier terme représente le couple électromagnétique  $\left[ -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{M \cdot j}{L \omega_s} V \sin \theta \right]$  déjà exprimé au paragraphe 11.7. Il exige une excitation rotor et une excitation stator. Il est présent dans toute machine synchrone excitée, à pôles lisses ou à pôles saillants.

Le second terme représente le couple de réluctance. Il existe dans les machines à pôles saillants pour lesquelles  $X_d \neq X_q$ , avec toujours  $X_d > X_q$ . Il n'a pas besoin d'excitation rotor pour exister.

Cette expression, intéressante pour une alimentation « en tension », s'écrit pour une alimentation « en courant » en éliminant  $\theta$  (figure 13.41) :

$$V \sin \theta = L_q \omega_s I \cos \psi$$

$$E_V = V \cos \theta + L_d \omega_s I \sin \psi$$

d'où  $V \sin \theta = X_q I \cos \psi$

$$V \cos \theta = E_V - X_d I \sin \psi$$

$$P = m_1 I \cos \psi (E_V - X_d I \sin \psi) + m_1 I \sin \psi X_q I \cos \psi$$

$$P = m_1 E_V I \cos \psi - m_1 I^2 \sin \psi \cos \psi (X_d - X_q)$$

En négligeant les pertes de la machine, on peut écrire :

$$C = -\frac{P}{\omega_s} = -m_1 \frac{I E_V}{\omega_s} \cos \psi + m_1 \frac{I^2}{2\omega_s} \sin 2\psi [X_d - X_q]$$

Le premier terme représente le couple électromagnétique déjà exprimé au paragraphe 9.9 avec  $\psi' = \psi + \frac{\pi}{2}$ .

$$-m_1 \frac{I E_V}{\omega_s} \cos \psi = -3 \frac{I}{\omega_s} \frac{M \omega_s j}{\sqrt{2}} \sin \psi' = -\frac{3}{\sqrt{2}} M I j \sin \psi'$$

Le second terme représente le couple de réluctance.

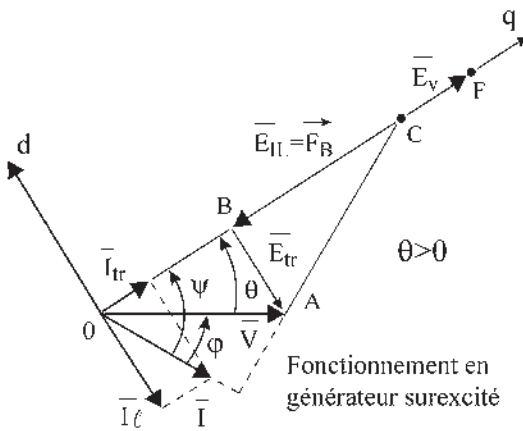


Figure 13.41

## Vous avez dit électrotechnique...

### La recherche en électrotechnique

Le chiffre d'affaires détermine le budget d'un secteur et conditionne l'emploi.

La vitalité d'un secteur dépend de la demande extérieure et son existence favorise la recherche qu'on y pratique.

L'ampleur de la recherche dépend du pourcentage du budget qu'on y consacre.

Cette cascade est d'autant plus observable que le produit vendu est de petit prix et qu'il intéresse le grand public. Le secteur électrotechnique intéresse plutôt les grands équipements (50 %) et n'est pas fondamental pour le particulier (19 %) d'après les données de 2001.

En conséquence, en recherche, l'électrotechnique ne se situe pas dans le premier groupe des industries de pointe (informatique, industries pharmaceutiques, électronique ou aéronautique) qui consacrent jusqu'à 50 % de leur valeur ajoutée à la recherche. Elle se situe plutôt dans un second groupe consacrant 3 à 5 % de la valeur ajoutée à la recherche, comme les industries automobile, chimique ou mécanique de précision.

Avec l'ampleur des problèmes posés, la recherche en électrotechnique concerne autant le privé que le public et la coopération entre les deux est indispensable. De même, avec la diversité des problèmes électromécaniques posés dans les autres secteurs de l'économie, la recherche concerne toutes les branches de l'électrotechnique, composants, matériaux, dispositifs, systèmes complexes de la conception à la conduite sécurisée. La vitalité innovatrice du secteur électrotechnique, évaluée d'après les demandes de brevets internationaux, bien que trois fois moins élevée qu'aux États-Unis, est supérieure à l'électronique à l'intérieur de l'hexagone.

# Pour en savoir plus...

## THÉORIE DES COMPOSANTES SYMÉTRIQUES

La théorie des composantes symétriques montre que l'on peut considérer un système triphasé déséquilibré quelconque comme la superposition de trois systèmes équilibrés, un direct, un inverse et un homopolaire. En utilisant un diagramme temps avec axe de lecture unique, notons que le diagramme espace est un diagramme séparé.

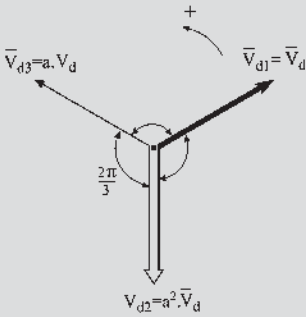


Figure 13.42

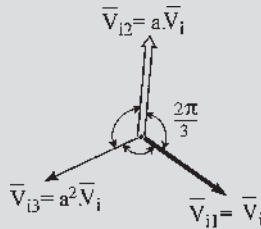


Figure 13.43

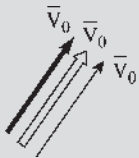


Figure 13.44

$$a = e^{j2\pi/3}$$

$$a^{-1} = e^{-j2\pi/3}$$

$$a^{-1} = a^2 = e^{j4\pi/3}$$

Le système direct est :  $\bar{V}_{d1} = \bar{V}_d$   $\bar{V}_{d2} = a^2 \bar{V}_d$   
 $\bar{V}_{d3} = a \bar{V}_d$

Le système inverse est :  $\bar{V}_{i1} = \bar{V}_i$   $\bar{V}_{i3} = a^2 \bar{V}_i$   
 $\bar{V}_{i2} = a \bar{V}_i$

Et le système homopolaire :  $\bar{V}_0$   $\bar{V}_0$   $\bar{V}_0$

Les trois vecteurs  $\bar{V}_d$ ,  $\bar{V}_i$  et  $\bar{V}_0$  sont les composantes symétriques du système réel  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$ . On passe des composants  $\bar{V}_d, \bar{V}_i, \bar{V}_0$  aux composantes  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$  par la transformation de Fortescue et réciproquement.

$$\begin{vmatrix} \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \\ \bar{V}_0 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{vmatrix} = |F| \cdot \begin{vmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \\ \bar{V}_0 \end{vmatrix} = |F|^{-1} \cdot \begin{vmatrix} \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \\ \bar{V}_0 \end{vmatrix}$$

### Détermination des composantes symétriques pour un système triphasé déséquilibré quelconque

Prenons par exemple le système :

$$v_1 = V \cos \omega t$$

$$v_2 = \frac{V}{2} \cos(\omega t - 2\pi/3)$$

$$v_3 = V \cos(\omega t - 3\pi/2)$$

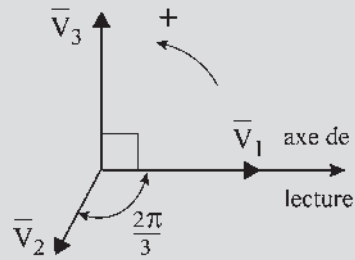


Figure 13.45

On construit successivement  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$ , puis  $\bar{V}_d, \bar{V}_i$  et  $\bar{V}_0$ .

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{V}_d + \bar{V}_i + \bar{V}_0 \\ \bar{V}_2 = a^2 \bar{V}_d + a \bar{V}_i + \bar{V}_0 \\ \bar{V}_3 = a \bar{V}_d + a^2 \bar{V}_i + \bar{V}_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\bar{V}_d = \bar{V}_1 + a\bar{V}_2 + a^2\bar{V}_3 \\ 3\bar{V}_i = \bar{V}_1 + a^2\bar{V}_2 + a\bar{V}_3 \\ 3\bar{V}_0 = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 \end{cases}$$

Soit  $ABC$  le triangle formé par les extrémités des vecteurs  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$ . Une infinité de vecteurs  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$  peu-

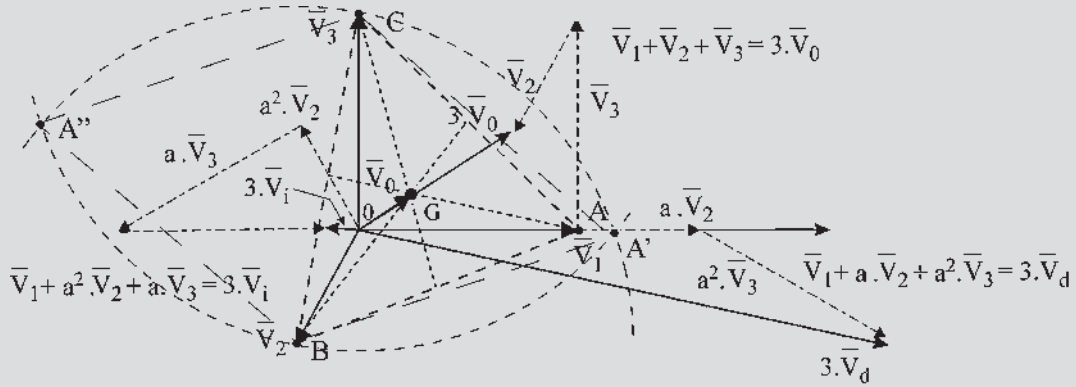


Figure 13.46

vent donner le même triangle  $ABC$ . Le point  $O$  peut alors être situé à l'intérieur ou à l'extérieur du triangle. Si le point  $O$  se trouve en  $G$ , centre de gravité du triangle  $ABC$ , point de concours des médianes,  $3\bar{V}_0 = \bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 = 0$ .

Où que soit placé le point  $O$ , on trouve toujours  $\overrightarrow{OG} = \bar{V}_0$ . La démonstration est évidente en plaçant le point  $O$  en  $B$  par exemple.

Pour chaque point  $O$ ,  $\bar{V}_0 = \overrightarrow{OG}$  aura une valeur particulière mais  $\bar{V}_d$  et  $\bar{V}_i$  restent les mêmes pour un triangle  $ABC$  donné. En effet pour un point  $O$  quelconque, soit  $O'$ , en remplaçant chaque vecteur  $\overrightarrow{O'A}$  par  $\overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OA}$  on vérifie la proposition  $\bar{V}_1 + a\bar{V}_2 + a^2\bar{V}_3 = 3\bar{V}_d = \text{cste}$ .

$$\overrightarrow{O'O}(1 + a + a^2) = 0.$$

En plaçant le point  $O'$  par exemple au centre de gravité  $G$  du triangle  $ABC$ , on peut écrire :  $(\overrightarrow{GO} + \bar{V}_1) + a(\overrightarrow{GO} + \bar{V}_2) + a^2(\overrightarrow{GO} + \bar{V}_3) = \bar{V}_1 + a\bar{V}_2 + a^2\bar{V}_3 = 3\bar{V}_d$ .

En construisant deux triangles équilatéraux de part et d'autre d'un côté quelconque du triangle  $ABC$ , par exemple en prenant le côté  $BC$ , on montre que les points  $A'$  et  $A''$  obtenus permettent de retrouver  $3\bar{V}_d = \overrightarrow{A''A}$  et  $3\bar{V}_i = \overrightarrow{A'A}$  en prenant par exemple le point  $O'$  en  $C$  :

$$3\bar{V}_d = \overrightarrow{CA} + a\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CA''} = \overrightarrow{A''A}$$

$$3\bar{V}_i = \overrightarrow{CA} + a^2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A}$$

On peut aussi écrire :

$$\begin{aligned} 3\bar{V}_d &= \bar{V}_1 + a\bar{V}_2 + a^2\bar{V}_3 = \overrightarrow{OA} + a\overrightarrow{OB} + a^2\overrightarrow{OC} \\ &= \overrightarrow{O'A} + a\overrightarrow{O'B} + a^2\overrightarrow{O'C} = \overrightarrow{A''A} = \text{cste} \end{aligned}$$

De même

$$\begin{aligned} 3\bar{V}_i &= \bar{V}_1 + a^2\bar{V}_2 + a\bar{V}_3 = \overrightarrow{OA} + a^2\overrightarrow{OB} + a\overrightarrow{OC} \\ &= \overrightarrow{O'A} + a^2\overrightarrow{O'B} + a\overrightarrow{O'C} = \overrightarrow{A'A} = \text{cste} \end{aligned}$$

Si le système était équilibré, le triangle des tensions serait équilatéral comme  $A'BC$ , et le point  $O$  serait au centre de gravité  $G'$  de ce triangle. Alors,  $\bar{V}_i = 0$ ,  $\bar{V}_0 = 0$  et  $3\bar{V}_d = \overrightarrow{A''A'}$ .

Si le triangle des tensions est équilatéral en  $A'BC$  et si le point  $O$  n'est pas au centre de gravité  $G'$ , alors,  $\bar{V}_i = 0$ ,  $\bar{V}_0 = \overrightarrow{OG'}$  et  $3\bar{V}_d = \overrightarrow{A''A'}$ .

Plus généralement, un système  $m$ phasé déséquilibré, avec  $m \geq 3$ , est remplaçable par  $m$  systèmes  $m$ phasés équilibrés composés d'un système direct d'ordre 1, d'un système direct d'ordre 2, ou inverse d'ordre  $(m - 2)$ ... et d'un système d'ordre  $m$  ou homopolaire.

Un système diphasé déséquilibré est remplaçable par deux systèmes diphasés équilibrés, un système direct et un système inverse.

Un système monophasé pulsant se décompose, d'après le théorème de Leblanc, en deux vecteurs tournant en sens inverse l'un de l'autre et d'amplitude moitié.



# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Machines saturées à pôles lisses – méthode de Potier

*Hypothèses du modèle d'étude à pôles lisses avec saturation*

Matériaux ferromagnétiques de perméabilité  $\mu$  très grande. Pas de courants de Foucault au niveau du stator. Saturation possible du circuit magnétique. Répartition spatiale sinusoïdale du champ dans l'entrefer de la machine. Équilibre mécanique et électrique.

### Saturation et fuites magnétiques

Plus le circuit magnétique sature, plus les fuites magnétiques qui circulent dans l'air augmentent. Le flux total se décompose alors en un flux de fuites  $\varphi_f$  et un flux commun  $\varphi_r$  à l'inducteur et à l'induit circulant dans le circuit magnétique saturé ou pas.

### Réactance synchrone de fuites d'une phase

Le flux de fuites dans l'air est proportionnel au courant induit  $i$  car le trajet dans l'air interdit toute saturation :  $\varphi_f = \lambda i$ .

### Machines saturées ou pas à pôles saillants – méthode de Blondel

*Hypothèses du modèle d'étude à pôles saillants avec ou sans saturation*

Matériaux ferromagnétiques de perméabilité  $\mu$  très grande.

Pas de courants de Foucault au niveau du stator.

Saturation possible du circuit magnétique.

Répartition spatiale sinusoïdale du champ dans l'entrefer de la machine.

Équilibre mécanique et électrique.

### Réaction magnétique d'induit

En présence de pôles saillants, le flux résultant  $\varphi_r$  dans le circuit magnétique se décompose en un flux transversal qui ne peut être saturé et un flux longitudinal dû à l'action commune de l'inducteur et de l'induit où il peut y avoir saturation :  $\varphi_r = \varphi_{tr} + \varphi_l$ .

## FICHE MÉMO

### Machines saturées à pôles lisses – méthode de Potier

$$\varphi_t = \varphi_f + \varphi_r \quad \text{avec} \quad \varphi_f = \lambda i$$

$$\varphi_r \text{ tel que } e_r = -\frac{d\varphi_r}{dt}$$

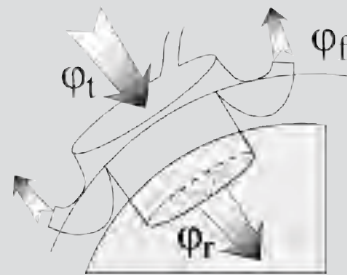


Figure 13.47

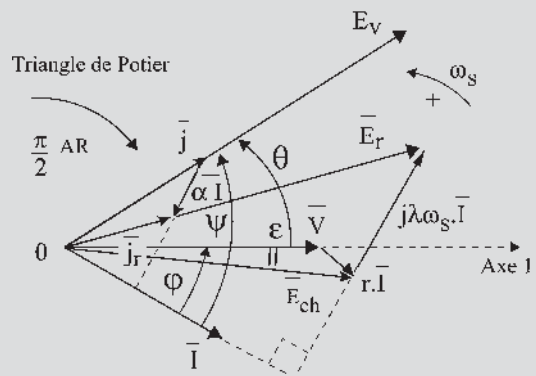


Figure 13.48

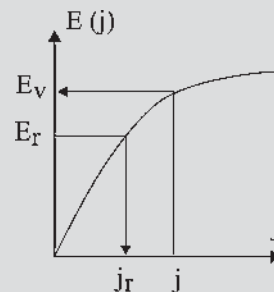


Figure 13.49

**Machines saturées ou pas, à pôles saillants**

$$\phi_r = \phi_{tr} + \phi_l.$$



Figure 13.50

**Diagramme des deux réactances**

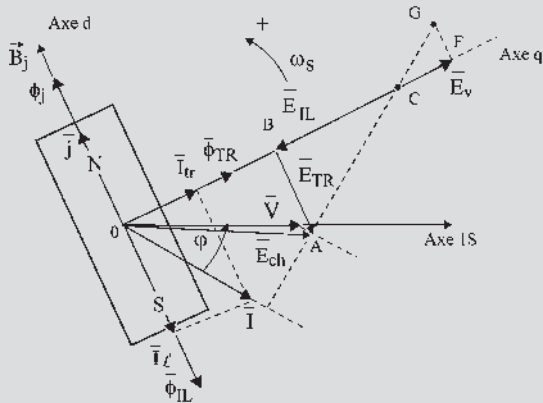


Figure 13.51

$\vec{E}_v = \vec{OF}$ dû à $\vec{\phi}_j$	$\vec{I} = \vec{I}_{tr} + \vec{I}_l$	$P_{em} = -C_{em} \cdot \omega_s$
$\vec{E}_{IL} = \vec{FB}$ dû à $\vec{\phi}_{IL}$	$\vec{C}_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge I_{tr} \vec{S}_{am})$	
$\vec{E}_{TR} = \vec{BA}$ dû à $\vec{\phi}_{TR}$	$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \cdot I_l \vec{S}_{am}) \omega_s$	

**QUESTIONS D'ENTRETIEN**

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 13.1 Pourquoi peut-on écrire  $\phi_t = \phi_r + \phi_f$  ? Pourquoi peut-on écrire  $\phi_r \neq \phi_j + \phi_i$  ?
- 13.2 Le courant d'excitation  $j$  est un courant continu. Que représente  $\vec{j}$  ?

- 13.3 Pourquoi a-t-on le droit de décomposer le courant instantané  $i$  en deux courants instantanés  $i_{tr}$  et  $i_l$  donnant des flux transversaux et longitudinaux ?
- 13.4 Pouvez-vous dessiner un rotor tétrapolaire (en rotation à  $\omega_s$ ), à l'instant  $t$  où le courant induit est maximal dans la phase 1S à bobinage diamétral, lorsque  $\psi = 0$  ? Quels renseignements en tirez-vous ?
- 13.5 Tracer un diagramme à réactance constante. Exprimer en négligeant  $r$ , le moment du couple électromagnétique  $C_{em}$  en faisant apparaître les deux réactions.
- 13.6 Calculer le couple électromagnétique. Pourquoi ne fait-il apparaître que le courant transversal  $\vec{I}_{tr}$  ?
- 13.7 Calculer la puissance électromagnétique réactive en fonction de  $B_j$  et du courant longitudinal  $I_l$ .
- 13.8 Tracer rapidement un diagramme des deux réactions en partant des flux  $\vec{\phi}_j$ ,  $\vec{\phi}_{TR}$  et  $\vec{\phi}_{IL}$ . En déduire les expressions de  $\vec{E}_{TR}$  et  $\vec{E}_{IL}$ .

**EXERCICES**

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 13.1 En partant de l'expression du couple d'une machine synchrone à pôles saillants  $C = -q_1 \frac{E_v V}{X_d \omega_s} \sin \theta - q_1 \frac{V^2}{2} \sin 2\theta \left[ \frac{1}{X_q \omega_s} - \frac{1}{X_d \omega_s} \right]$  pour une alimentation en tension, retrouvez l'expression de  $C$  pour une alimentation en courant en vous servant, lorsqu'on néglige  $r$ , de l'expression de  $V \sin \theta$  en fonction de  $\cos \psi$ .
- 13.2 Nous considérons une machine synchrone à pôles saillants non saturée.
  - 1) Représenter le schéma équivalent de la machine et le diagramme de fonctionnement.
  - 2) Donner l'expression de la puissance électromagnétique et en déduire l'expression du couple électromagnétique en fonction des composantes transversale et longitudinale du flux dans l'entrefer de la machine.

3) Sachant que le flux inducteur est proportionnel au courant d'excitation  $\phi_j = Kj$ , déduire l'expression du couple en fonction de  $I$ ,  $j$  et  $\psi$ . Interpréter.

4) Tracer la courbe  $C_{em} = f(\psi)$  lorsque  $I = 500$  A et  $j = 175$  A. Pour quelle valeur de  $\psi$  le couple est-il maximal ?

On donne :  $L_d = 0,950$  mH ;  $L_q = 0,700$  mH ;  
 $K = 3,365 \cdot 10^{-3}$  S.I.

**13.3** Nous considérons la même machine synchrone à pôles saillants qu'à l'exercice 13.2, cependant

nous considérons désormais que celle-ci n'est pas saturée seulement suivant son axe transversal.

- 1) Que deviennent alors les expressions de la puissance et du couple électromagnétique ?
- 2) Donner les expressions des composantes transversale et longitudinale des forces magnétomotrices de la machine.
- 3) En déduire les composantes transversale et longitudinale du flux dans l'entrefer de la machine.
- 4) Quelle est la démarche à suivre pour calculer le couple électromagnétique connaissant  $I$ ,  $j$  et  $\psi$  ?

# Actionneurs et moteurs à réluctance

## Objectifs

- Calculer le moment du couple d'un actionneur à réluctance.
- Connaître les différentes technologies des moteurs pas à pas.
- Comprendre le fonctionnement d'une machine synchrone autopilotée à réluctance.
- Comprendre le fonctionnement d'un moteur autopiloté à réluctance à alimentation impulsionnelle.

## Vocabulaire

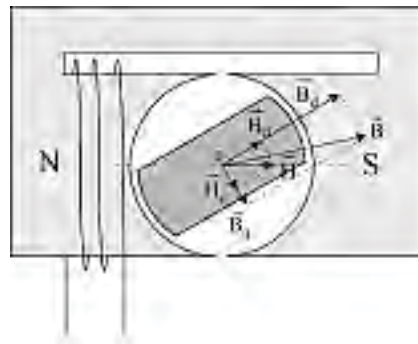
Actionneur à réluctance

Couple de réluctance

Ce chapitre sur la réluctance semble être à part, pourtant, il ramène aux machines après avoir abordé successivement tous les aspects de la réluctance :

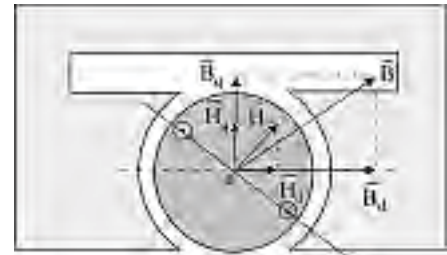
- les actionneurs de type loquet intervenant dans les processus industriels tant dans les domaines de la commande et de la conduite que dans celui de la surveillance de l'opération exécutée ;
- les actionneurs de type pas à pas très utiles dans les chaînes automatisées ;
- les machines de type synchrone, à champ tournant, basées sur les mêmes principes de réluctance, découvertes par Froment en 1836, mais inutilisables industriellement avant la mise au point de la commutation électronique puis de l'autopilotage autorisant alors un fonctionnement en moteur ou en générateur, comme une autre machine électrique, où la présence des axes  $d$  et  $q$  de Blondel ont une importance capitale ;
- les moteurs autopilotés à réluctance à alimentation impulsionnelle dont le fonctionnement se compare plus facilement à celui d'un moteur à explosion, à celui d'une balançoire relancée par un ami ou à celui d'un mécanisme à échappement.

## 14.1 ACTIONNEURS À RÉLUCTANCE



Stator à pôles lisses excité  
Rotor non excité à pôles saillants

Figure 14.1



Stator à pôles saillants non excité  
Rotor excité à pôles lisses

Figure 14.2

$\vec{H}$  champ d'excitation décomposable en  $\vec{H}_d$  et  $\vec{H}_q$ , les axes  $d$  et  $q$  étant donnés par la structure à pôles saillants.

Les réluctances dans les axes  $d$  et  $q$  étant différentes  $\vec{B}_d$  et  $\vec{B}_q$  sont issus de  $\vec{H}_d$  et  $\vec{H}_q$  avec des proportions différentes.

Induction  $\vec{B}$  non colinéaire avec  $\vec{H}$  excitation

d'où un couple agissant sur la structure mobile pour ramener  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  colinéaires.

Dans les deux cas,  $\vec{H}$  doit son orientation à la structure « excitante » tandis que  $\vec{B}$  s'appuie sur la structure « excitée » en tenant compte de la présence des pôles saillants pour s'orienter.

Le couple de réluctance s'écrit :  $\vec{C} = \vec{B} \wedge \vec{M}$

– dans la figure 14.1, le couple agissant sur le rotor mobile est négatif ;

– dans la figure 14.2, le couple agissant sur le stator fixe est positif.

$\vec{C} = \vec{B} \wedge \vec{M} = -\vec{M} \wedge \vec{B}$ , le couple agissant sur le rotor mobile est négatif.

Le moment magnétique étant  $\vec{M} = \vec{J} \times \text{volume}$ ,  $\vec{J} = \chi \vec{H}$  étant l'aimantation ou le moment magnétique volumique, implique  $\vec{M} = \chi \vec{H} \cdot \text{volume}$ ,  $\chi$  étant la susceptibilité du matériau.

Le moment du couple s'écrit :  $\vec{C} = \vec{B} \wedge \chi \vec{H} \cdot \text{volume rotor}$

Les deux rotors précédents tourneront dans le sens des aiguilles d'une montre pour se stabiliser quand  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  seront colinéaires. C'est la position de réluctance minimale de la structure.

## 14.2 CALCUL DU COUPLE DE RÉLUCTANCE

Dans le chapitre 1 sur les lois de conversions électromécaniques de l'énergie, il a été montré au paragraphe 1.6.3 concernant le cas des inductances, par application du théorème de l'énergie cinétique :

$$dW = \text{énergie élémentaire} = E \cdot i dt = -e \cdot i dt = - \left( -n \frac{d\phi}{dt} \right) i \cdot dt = n \cdot i d\phi = \xi d\phi \text{ ou } i d\phi$$

– à partir du flux  $\phi$  de circulation dans le circuit magnétique si  $\mathfrak{N} = \text{cste}$ ,  $\xi = \mathfrak{N}\phi$

$$dW = \xi d\phi = \mathfrak{N}\phi d\phi = d \underbrace{\left( \frac{1}{2} \mathfrak{N} \phi^2 \right)}_{\text{énergie}} = d \underbrace{\left( \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\mathfrak{N}} \right)}_{\text{coénergie}}$$

– à partir du flux  $\phi = n\phi$  reçu par l'inductance si  $L = n^2/\mathfrak{N} = \text{cste}$ ,  $\phi = L \cdot i$

$$dW = i d\phi = \frac{\phi}{L} d\phi = d \underbrace{\left( \frac{1}{2} \frac{\phi^2}{L} \right)}_{\text{énergie}} = d \underbrace{\left( \frac{1}{2} L \cdot i^2 \right)}_{\text{coénergie}}$$

Énergie et coénergie, expressions duales, varient simultanément dans le même sens et de la même quantité si  $\mathfrak{N} = \text{cste}$  dans un circuit indéformable et non saturé. Si le circuit est déformable, entraînant une variation de  $\mathfrak{N}$ , on a toujours :  $dW = \xi d\phi = \mathfrak{N}\phi d\phi$ , puisque

$$\xi = \mathfrak{N}\phi, \text{ mais } dW = d \left( \frac{1}{2} \mathfrak{N} \phi^2 \right) - \frac{\phi^2}{2} d\mathfrak{N}.$$

Spontanément, la partie mobile du matériau ferromagnétique se déplace en translation,

$$\text{alors, } F \cdot dx = -\frac{\phi^2}{2} d\mathfrak{N} \qquad F \cdot dx > 0 \text{ spontané}$$

$$\text{ou en rotation, alors, } C \cdot d\theta = -\frac{\phi^2}{2} d\mathfrak{N} \qquad C \cdot d\theta > 0 \text{ spontané}$$

$d\mathfrak{N} < 0 \quad \text{règle de la réluctance minimale}$

$$F = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x} \quad \text{à } \phi = \text{cste} \qquad F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x} \quad \text{à } \xi = \text{cste}$$

$$C = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } \phi = \text{cste} \qquad C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } \xi = \text{cste}$$

De même à partir de  $\phi = L \cdot i$  flux reçu par l'inductance :

$$F = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial x} \quad \text{à } \phi = \text{cste} \qquad F = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial x} \quad \text{à } i = \text{cste}$$

$$C = - \frac{\partial(\text{énergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } \phi = \text{cste} \qquad C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \quad \text{à } i = \text{cste}$$

Expressions que l'on retrouve directement par application du théorème des travaux virtuels.

**Attention :** Les transformations à  $\phi = \text{cste}$  et à  $\xi = \text{cste}$  ne sont pas superposables. Par contre, pour une transformation, les variations d'énergie et de coénergie sont les mêmes s'il n'y a pas saturation du circuit magnétique.

### 14.3 COUPLE DE RÉLUCTANCE ET COUPLE ÉLECTROMAGNÉTIQUE D'UNE MACHINE SYNCHRONES À PÔLES SAILLANTS

$$C = -\frac{P}{\omega_s} = -m_1 \frac{IE_V}{\omega_s} \cos \psi + m_1 \frac{I^2}{2\omega_s} \sin 2\psi [X_d - X_q] \quad C < 0 \text{ en générateur}$$

Si  $E_V$  ne variait pas en module entre la sous-excitation et la surexcitation, on aurait pour une alimentation « en courant » :  $C = -A \cos \psi + B \sin 2\psi$  avec un fonctionnement (figure 14.3) :

I. en générateur surexcité

$$\frac{\pi}{4} < \psi < \frac{\pi}{2}$$

II. en moteur surexcité

$$\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$$

III. en moteur sous-excité

IV. en générateur sous-excité.

Les couples électromagnétiques  $C_{em}$  et de réluctance  $C_r$  s'ajoutent si la machine est sous-excitée et se retranchent si elle est sur-excitée. En tenant compte de la variation de  $E_v$  les courbes ont sensiblement la même allure.

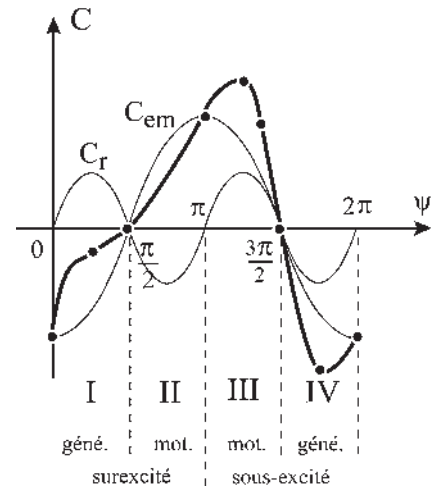
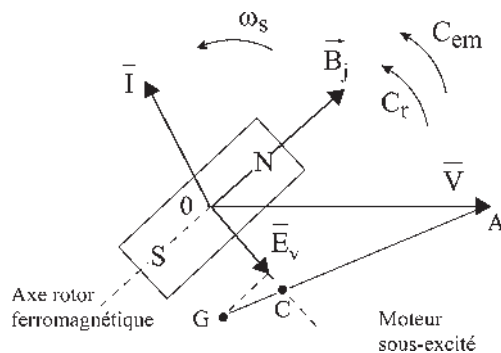
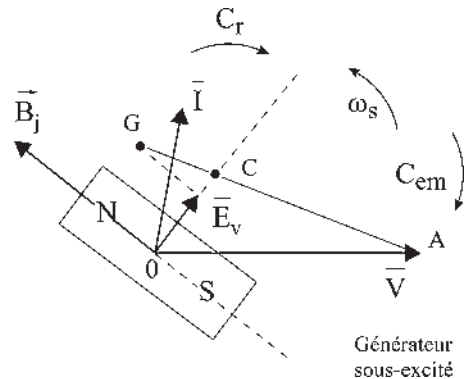


Figure 14.3

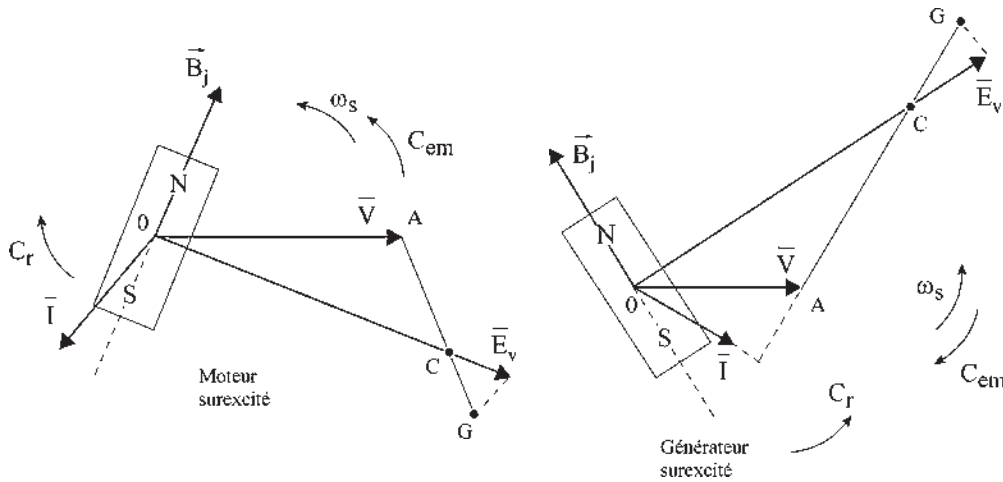


Moteur sous-excité



Générateur sous-excité

Figures 14.4a et 14.4b



Figures 14.4c et 14.4d

Sur le diagramme le sens du couple  $C_r$  est celui qui amène l'axe du rotor ferromagnétique sur l'excitation  $\bar{I}$  (figure 14.4).

## 14.4 MOTEURS PAS À PAS

À l'inverse des moteurs classiques dont l'arbre tourne de façon continue, les moteurs pas à pas sont des actionneurs dont la rotation s'effectue par mouvements angulaires discrets d'amplitude uniforme. Le pas peut être compris entre  $1^\circ 8$  et  $90^\circ$  selon le type. Il existe deux types de moteurs pas à pas.

### 14.4.1 Moteurs à aimants permanents

Stator et rotor sont excités. Le rotor est un aimant permanent de haute perméabilité, bipolaire ou multipolaire. Le stator à pôles lisses comporte plusieurs enroulements alimentés séquentiellement en courant continu. Le couple agissant est le couple électromagnétique. Bien qu'étant à pôles lisses, les rotors et les stators seront représentés à pôles saillants pour permettre la mise en évidence des excitations.

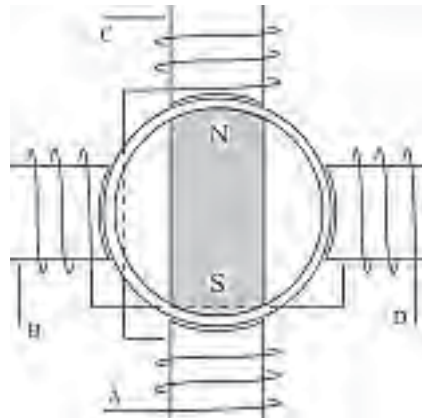
➔ Pour un pas de  $90^\circ$  :

- 4 pas par tour (figure 14.5).
- 2 axes permettant 4 directions de magnétisation stator.

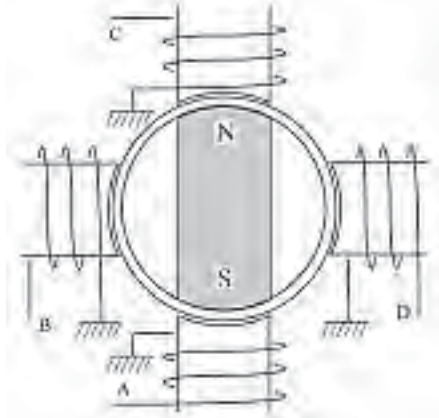
Alimentation :

$$\begin{array}{ll}
 + \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \dots & \text{rotation en sens inverse} \\
 - \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \dots & \text{rotation dans le sens direct}
 \end{array}$$





Figures 14.5



Figures 14.6

➔ Doublement du nombre de pas :

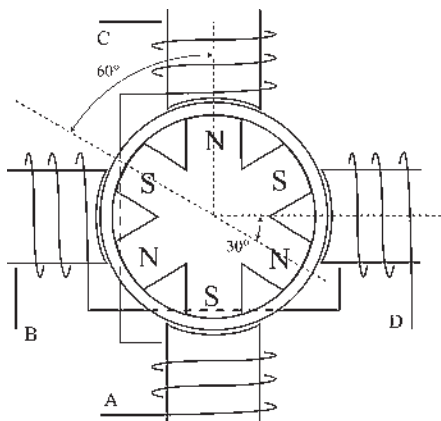
Schéma à 4 pôles consécutifs et commun au négatif permettant 8 pas par tour (figure 14.6).

L'alimentation se pratique dans l'ordre :

$$A, A + B, B, B + C, C, C + D, D, D + A \dots$$

donnant des rotations de  $45^\circ$ , soit 8 pas par tour dans le sens direct.

Utilisé sur des machines de petites puissances. Effort non équilibré sur le rotor. quatre axes permettant 8 directions de magnétisation stator.



Figures 14.7

En puissance importante, l'attraction doit être équilibrée de part et d'autre du rotor.

Avec les machines à rotor multipolaire possédant 6 pôles rotoriques au maximum, on obtient un pas de  $2 \times 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$  soit 12 pas par tours (figure 14.7).

Alimentation :

$$\begin{matrix} + & (A) & (B) & (C) & (D) & \dots \\ - & (C) & (D) & (A) & (B) & \dots \end{matrix} \quad \text{rotation en sens direct}$$

$$\begin{matrix} + & (A) & (D) & (C) & (B) & \dots \\ - & (C) & (B) & (A) & (D) & \dots \end{matrix} \quad \text{en sens inverse}$$

Avec les aimants nouveaux employant les matériaux magnétiques durs, samarium-cobalt, ou neodyme-fer-bore, il est possible d'augmenter sensiblement le nombre des pôles rotoriques. Dix pôles rotoriques semblent être un maximum.

Alimentation :

$$+ \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} \dots \quad \text{rotation en sens inverse}$$

$$+ \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ D \end{pmatrix} \dots \quad \text{rotation en sens direct}$$

pour un pas de  $(3 \times 36^\circ - 90^\circ) = 18^\circ$  soit 20 pas par tour (figure 14.8).

Avec cette même technologie rotor et en utilisant un stator avec 8 pôles (au maximum) on peut obtenir un pas de :  $4 \times 36^\circ - 3 \times 45^\circ = 9^\circ$ , soit 40 pas par tour (figure 14.9).

Les bobines stator diamétrales sont montées en série deux par deux  $AC, BD, EF, GH$ .

Alimentation :

pour le sens direct

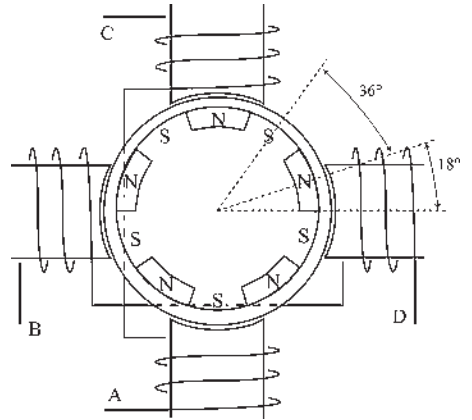
$$+ \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H \\ G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix}$$

pour le sens inverse

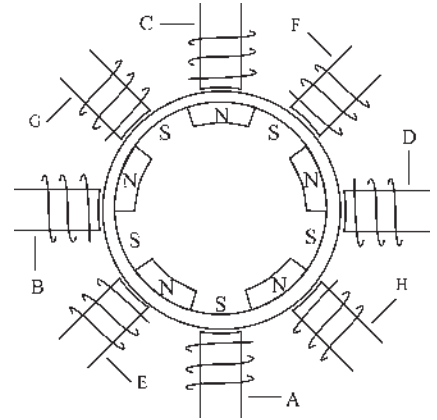
$$+ \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H \\ G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix}$$

4 axes permettant 8 directions de magnétisation stator.

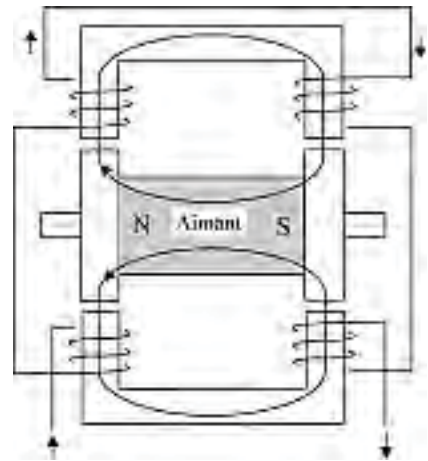
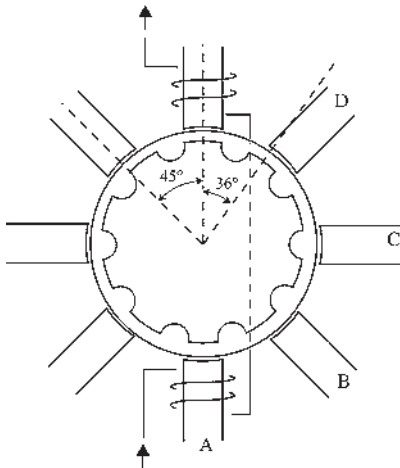
Avec une technologie différente, certains constructeurs atteignent le même objectif de 40 pas par tour avec un pas de  $9^\circ$  en utilisant un aimant permanent cylindrique axial. Le circuit magnétique est fermé au travers de deux sections encochées, l'une nord et l'autre sud. La commande se fait dans l'ordre  $A, B, C, D, A$  dans le sens direct et  $A, D, C, B, A$  en sens inverse (figure 14.10).



Figures 14.8



Figures 14.9



Figures 14.10

### Avantages et inconvénients des moteurs pas à pas à aimants permanents

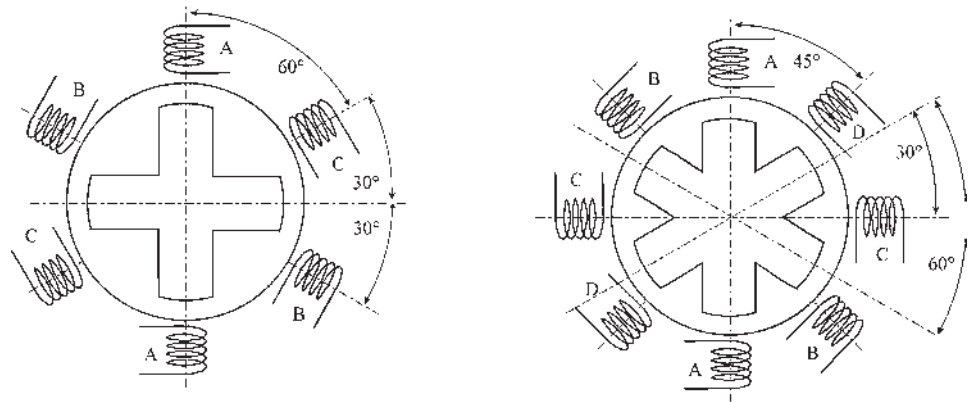
Lorsque le bobinage n'est plus alimenté, l'aimant garde la position de réluctance minimale en offrant un couple de maintien important et apprécié des utilisateurs. Peu de bruit. Pas de zone de résonance. Fort couple instantané, mais mise en œuvre délicate et gestion importante. Limitation du nombre de pas par tour par le nombre limité de pôles à placer au rotor comme au stator.

### 14.4.2 Moteurs pas à pas à réluctance

Une seule des deux structures, stator ou rotor, est excitée. Au moins une des deux structures est à pôles saillants. Nous ne développerons que des structures à stator excité (figure 14.11).

Le rotor à pôles saillants, en acier, à forte perméabilité, prendra une position telle que la réluctance du circuit magnétique soit minimale, dès que le stator sera excité.

Dans les machines à réluctance, seul l'axe de magnétisation a de l'importance, la direction de magnétisation ne change pas le sens de rotation (figure 14.12).

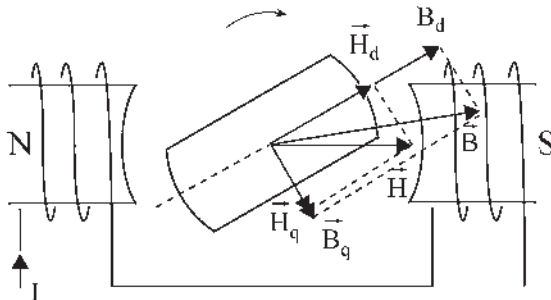


Figures 14.11

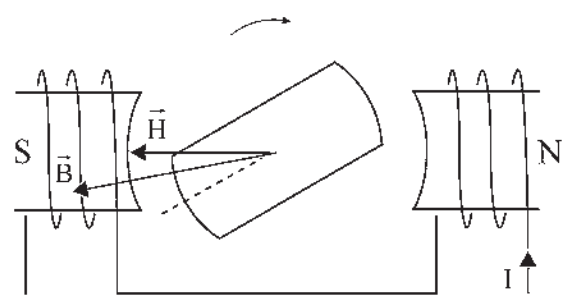
<p>A, C, B sens direct                  A, B, C sens inverse                  rotation de 30°, 12 pas/tour</p>
--

axes excités

<p>A, D, C, B sens direct                  A, B, C, D sens inverse                  rotation de 15°, 24 pas/tour</p>
--



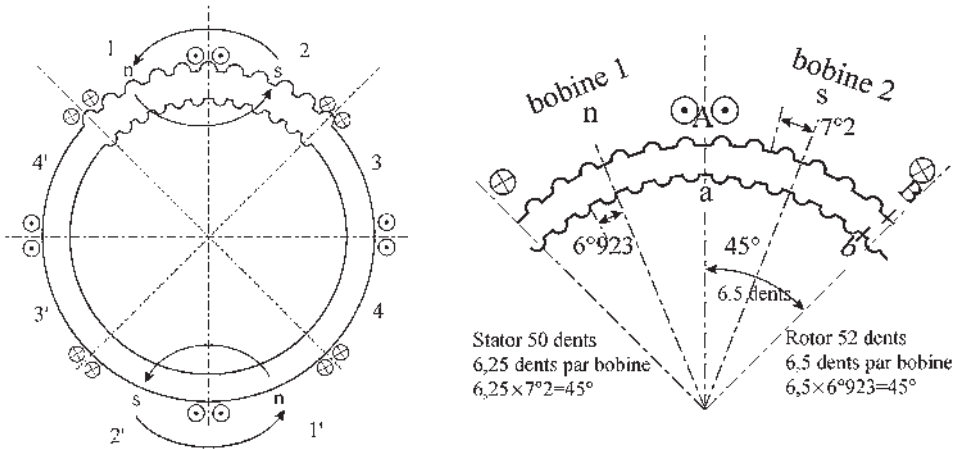
Figures 14.12a



Figures 14.12b

### Moteurs pas à pas à réluctance de type Vernier

Ils permettent une sérieuse augmentation du nombre de pas par tour. Comme précédemment, le stator ne possède que quelques bobines d'excitation, 6 à 8 au maximum et le rotor n'est pas excité. Par contre, le rotor, comme le stator, est encoché. En général, le nombre d'encoches est important, 50 à 100 selon la grosseur de la machine et leurs nombres diffèrent de deux unités entre stator et rotor. Détaillons un exemple d'une telle structure (figure 14.13) :



Figures 14.13

Le stator comporte 8 bobines dont 4 sont alimentées simultanément et par alternance.

Alimentation :

– en sens direct : 2 2' 1 1' – 1 1' 4 4' – 4 4' 3 3' – 3 3' 2 2' – 2 2' 1 1' ...

– en sens inverse : 1 1' 2 2' – 2 2' 3 3' – 3 3' 4 4' – 4 4' 1 1' – 1 1' 2 2' ...

À chaque commutation le rotor tourne de  $6,5(7^{\circ}2' - 6^{\circ}9'23'') = 1^{\circ}8'$ , soit 200 pas par tour.

### Avantages et inconvénients des moteurs pas à pas à réluctance variable

Augmentation du nombre de pas par tour. Travail en boucle ouverte. Simplicité de mise en œuvre, mais pas de blocage à l'arrêt sans excitation. Existence d'une zone de résonance. Moteur bruyant (ronflement).

### Conclusions sur les deux types de moteurs pas à pas

Très robustes. Très sûrs. Durée de vie importante de l'ordre d'un billion de cycles. Temps de réponse très courts, inférieurs au millième de seconde. Position occupée par le rotor définie avec grande précision. Pas de mouvements de dérive ou d'oscillations qui existent parfois dans les servomécanismes.

## 14.5 MACHINES À RÉLUCTANCE AUTOPILOTÉES À COMMUTATION ÉLECTRONIQUE

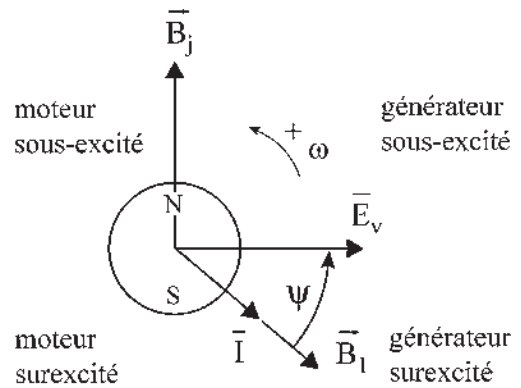
### 14.5.1 Machines synchrones à réluctance

#### a) Observations préliminaires

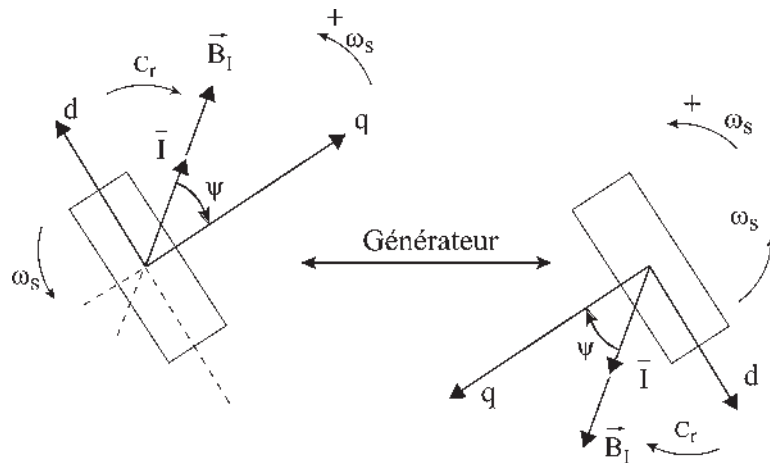
Comme pour une machine synchrone, une machine à réluctance composée d'un rotor ferromagnétique non excité, à pôles saillants, ne pourra fonctionner, à puissance constante, en convertisseur d'énergie (moteur ou générateur) que si le rotor tourne au synchronisme avec le champ stator. Le stator est identique à celui d'une machine synchrone.

Pour la machine synchrone, chaque position relative du champ stator  $\vec{B}_l$  par rapport au champ rotor  $\vec{B}_j$  donne un fonctionnement particulier (figure 14.14).

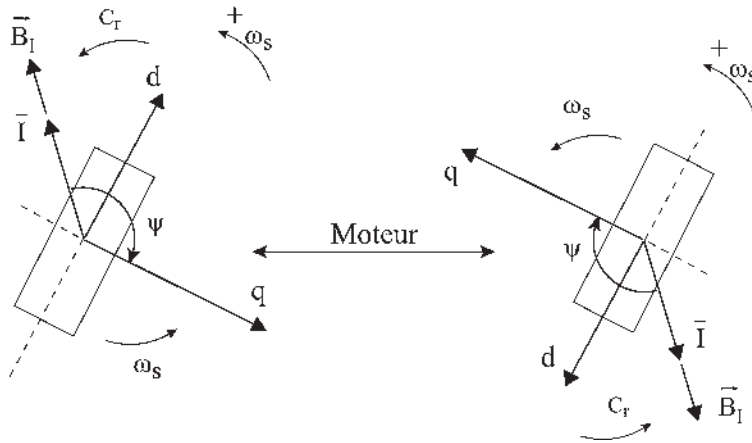
Pour la machine à réluctance, la symétrie par rapport à l'origine implique que deux champs statoriques  $\vec{B}_l$  décalés de  $\pi$  donnent le même fonctionnement. Seul le sens de la magnétisation du rotor est changé entraînant le changement d'axes  $d, q$  (figure 14.15).



Figures 14.14



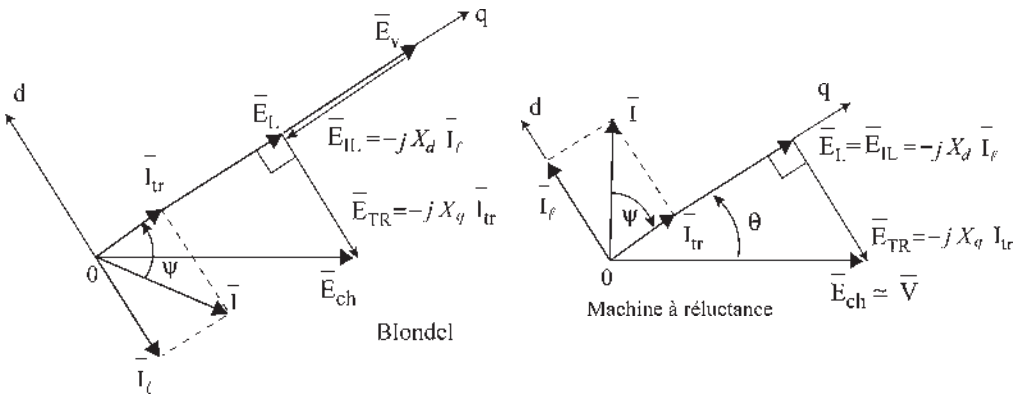
Figures 14.15a



Figures 14.15b

- Une machine synchrone, excitée au rotor et mise en rotation à  $\omega_s$ , a une f.é.m. à vide  $e_v = k.n.\pi.f_s.\phi. \sin \omega_s t$ . On peut l'accrocher sur le réseau de pulsation  $\omega_s$ .
- Le fait qu'une machine à réluctance n'ait pas d'excitation au rotor  $\phi_j = 0$ , entraîne  $E_v = 0$ . Il n'y a pas de f.é.m. à vide même si le rotor est mis en rotation. Connectée au réseau, donc avec excitation stator, si  $N = N_s$ , la machine est un convertisseur.

Le diagramme des deux réactions de Blondel, ayant choisi les axes  $d$  et  $q$ , montre que si  $E_v \rightarrow 0$ , la réaction d'induit doit être magnétisante d'axe  $d$  choisi puisque  $\vec{E}_L = \vec{E}_v + \vec{E}_{IL}$  (figure 14.16).



Figures 14.16

Dans le repère  $d, q$  de Park

$$\begin{aligned} \vec{I}_{tr} &= -j \cdot \vec{d} \cdot I_{tr} = \vec{q} \cdot I_{tr} \\ \vec{I}_l &= j \cdot \vec{q} \cdot I_l = \vec{d} \cdot I_l \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{I} = I_l \cdot \vec{d} + I_{tr} \cdot \vec{q}} \quad \begin{aligned} I_l > 0 & \text{ magnétisant.} & I_{tr} > 0 & \text{ en générateur} \\ I_{tr} < 0 & & & \text{ en moteur} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{E}_L &= \bar{E}_{IL} = -j.X_d.\bar{I}_l = -j.X_d.\vec{d}.I_l = \vec{q}.X_d.I_l \\ \bar{E}_{TR} &= -j.X_q.\bar{I}_{tr} = -j.X_q.\vec{q}.I_{tr} = -\vec{d}.X_q.I_{tr} \\ \bar{V} &\approx \bar{E}_{ch} = -X_q.I_{tr}.\vec{d} + X_d.I_l.\vec{q}\end{aligned}$$

1. Si on se donne  $d, q, I, \psi, X_d$  et  $X_q$  on trouve  $V$  et  $\theta$ .
2. Si on se donne  $d, q, V, \theta, X_d$  et  $X_q$  on trouve  $I$  et  $\psi$ .

On peut aussi construire  $\vec{OA}$  en AV de  $\pi/2$  sur  $\vec{V}$ .

$$j.\bar{V} = -j.X_q.I_{tr}.\vec{d} + j.X_d.I_l.\vec{q}$$

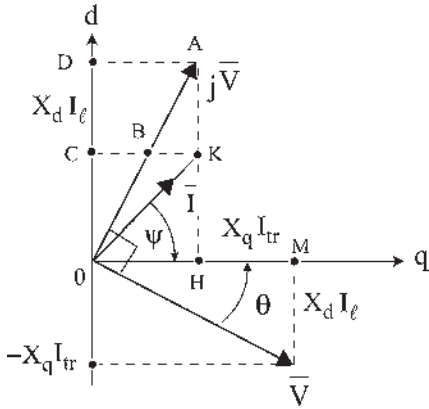
$$j.\bar{V} = X_d.I_l.\vec{d} + X_q.I_{tr}.\vec{q}$$

En multipliant les grandeurs de l'axe  $d$  par  $\frac{X_q}{X_d}$  on obtient (figure 14.17) :

$$\frac{X_d}{X_q} \approx 1,5 = \frac{OD}{OC} = \frac{OA}{OB}$$

$$\vec{OK} = X_q.I_l.\vec{d} + X_q.I_{tr}.\vec{q} = X_q\bar{I}$$

D'où  $I$  et  $\psi$ .



Figures 14.17

3. Si on se donne  $V, X_d$  et  $X_q$  sans se donner ni  $d$ , ni  $q$ , ni  $\theta$ , on peut tracer  $\vec{V}, j\vec{V}$ , les points  $A$  et  $B$  et, puisque l'angle  $AKB = \frac{\pi}{2}$ ,  $K$  est obligatoirement sur le cercle de diamètre  $AB$ .

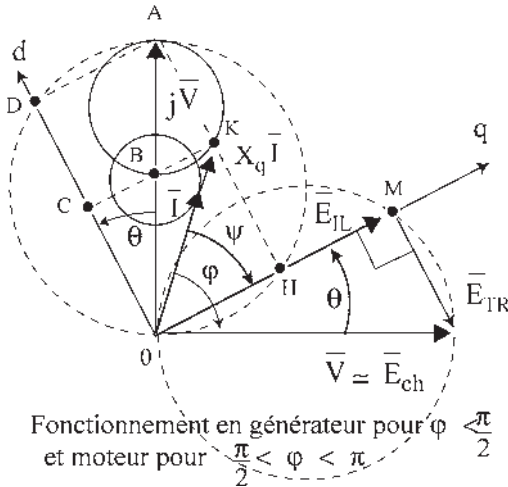
$$\vec{OK} = X_q\bar{I} \quad I \text{ est donc sur le cercle homothétique.}$$

Une infinité de  $\bar{I}$  est possible. Le lieu de l'extrémité du vecteur  $\bar{I} = I.e^{j\varphi} = I.e^{j(\psi-\theta)}$  est un cercle.  $\bar{I}$  minimal si  $K$  est en  $B$  (figure 14.18).

$$\vec{OB} = X_q\bar{I}_{\min} = j.\bar{V}\frac{X_q}{X_d} \quad \bar{I}_{\min} = j.\frac{\bar{V}}{X_d}$$

$\bar{I}$  est maximal si  $K$  est en  $A$ .

$$\bar{I}_{\max} = j.\frac{\bar{V}}{X_q} \quad \boxed{\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{X_d}{X_q} = 1,5}$$



Fonctionnement en générateur pour  $\varphi < \frac{\pi}{2}$   
et moteur pour  $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$

Figures 14.18

Sur le cercle, chaque valeur de  $\bar{I}$  au sens vectoriel  $\bar{I} = I.e^{j\varphi}$  entraîne une valeur de  $\vec{OK} = X_q\bar{I}$  sur un cercle de diamètre  $AB$  et une valeur de  $\vec{OH} = OH.e^{j\theta}$  sur un cercle de diamètre  $\vec{OA} = j\vec{V}$ ,  $\theta$  fixant la position de l'axe  $q$ , et donc de l'axe  $d$  pour cette valeur de  $\bar{I}$ , chaque valeur de  $\vec{OM} = \vec{E}_{IL} = E_{IL}.e^{j\theta}$  sur le cercle de diamètre  $\vec{V}$  fixe  $\vec{E}_{TR}$  puisque  $\vec{V} \approx \vec{E}_{ch} = \vec{E}_{IL} + \vec{E}_{TR}$ .

Il existe une liaison biunivoque entre  $\bar{I}$  et  $\bar{d}$ .

En conséquence, pour un fonctionnement générateur, le positionnement par  $(\pi/2 - \psi)$  du courant  $\bar{I}$  par rapport à l'axe  $\bar{d}$  permettra de régler directement l'amplitude  $I$  et le déphasage  $\varphi$  du courant par rapport à  $\bar{V}$ . Un réglage séparé de l'amplitude de  $I$  sera possible par celui de l'amplitude de  $V$ .

**b) Moment du couple (figure 14.19)**

$$\vec{OA} = j\bar{V} \quad \vec{OB} = j\bar{V} \frac{X_q}{X_d}$$

$$\vec{BA} = j\bar{V} \frac{X_d - X_q}{X_d}$$

$$O'A = O'K = \frac{V}{2} \frac{X_d - X_q}{X_d}$$

$$RK = O'K \sin 2\theta = X_q I \cos \varphi.$$

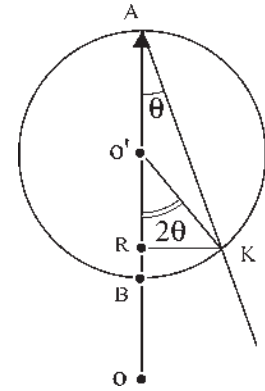
Le couple de réductance étant :

$$C_r = -m_1 \frac{V^2}{2} \sin 2\theta \frac{X_d - X_q}{X_d X_q \omega_s}$$

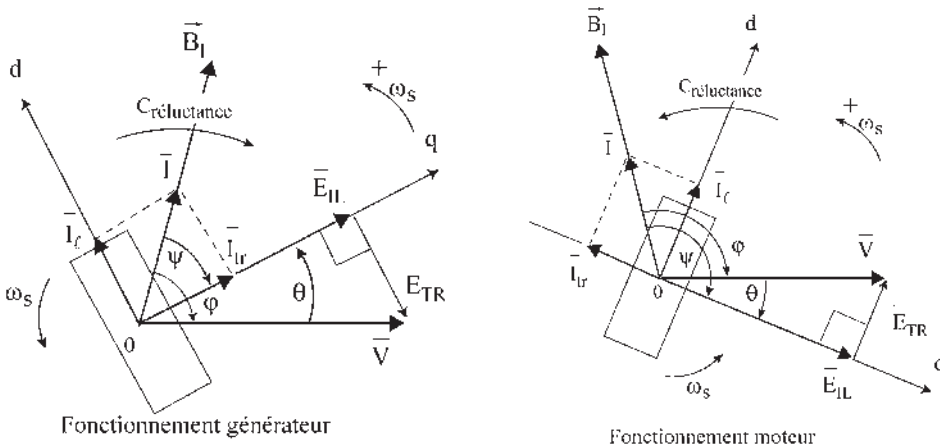
$$C_r = -m_1 \frac{V}{X_q \omega_s} \cdot RK \quad -\omega_s \cdot C_r = m_1 V \cdot I \cos \varphi$$

$RK$  est l'image du couple à  $V = \text{cste}$ .

En conséquence, pour un fonctionnement moteur, la fixation du déphasage  $\varphi$  de  $\bar{I}$  par rapport à  $\bar{V}$  permettra de régler directement l'amplitude  $I$  et le décalage  $(\theta + \pi/2)$  de l'axe  $d$  par rapport à  $\bar{V}$ . L'amplitude de  $V$  réglera  $I$  et le couple  $C_r$ .



Figures 14.19



Figures 14.20



Les diagrammes de la figure 14.20 montrent que dans une machine à réductance, le courant doit toujours être magnétisant et que seul le courant transversal change de signe pour passer du fonctionnement générateur au fonctionnement moteur (figure 14.21).

L'expression du couple de réductance :

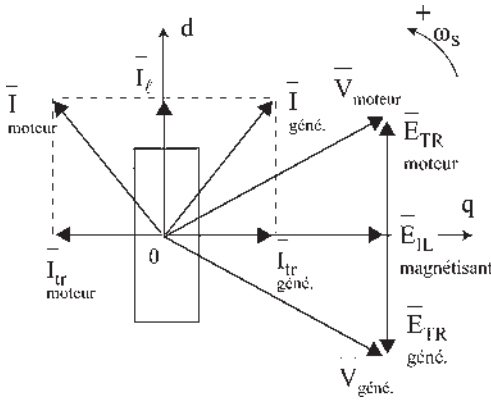
$$C_r = m_1 \frac{I^2}{2\omega_s} (X_d - X_q) \sin 2\psi$$

$$C_r < 0 \text{ en générateur } -\frac{\pi}{2} < \psi < 0$$

$$C_r > 0 \text{ en moteur } -\pi < \psi < -\frac{\pi}{2}$$

montre qu'une variation de vitesse par action sur le couple est possible en réglant l'amplitude du courant.

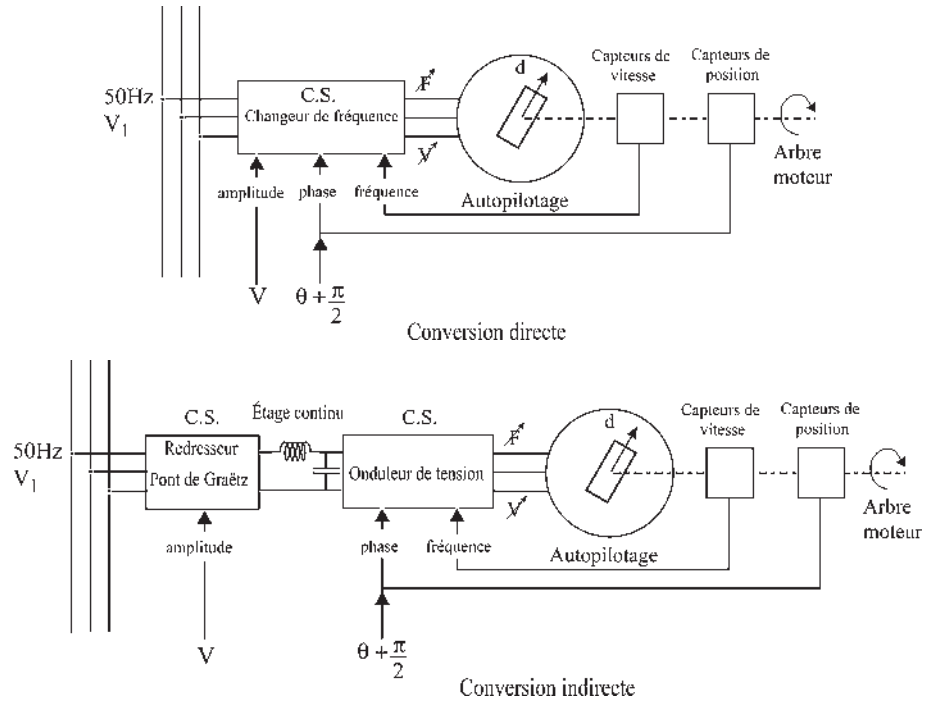
Tous ces réglages (moteur, générateur, variation de vitesse) ne pourront être effectués que si le rotor tourne au synchronisme par rapport au champ tournant stator. Si la condition de synchronisme n'est pas respectée, la machine décroche.



Figures 14.21

### c) Autopilotage et commande électronique

À partir du réseau triphasé à tension et fréquence imposées, il est possible d'obtenir, au moyen d'un convertisseur statique à conversion directe ou indirecte, une alimentation « en tension » donnant à la sortie des tensions triphasées directes ou indirectes, à fréquence, tension et phase réglables (figure 14.22).



Figures 14.22

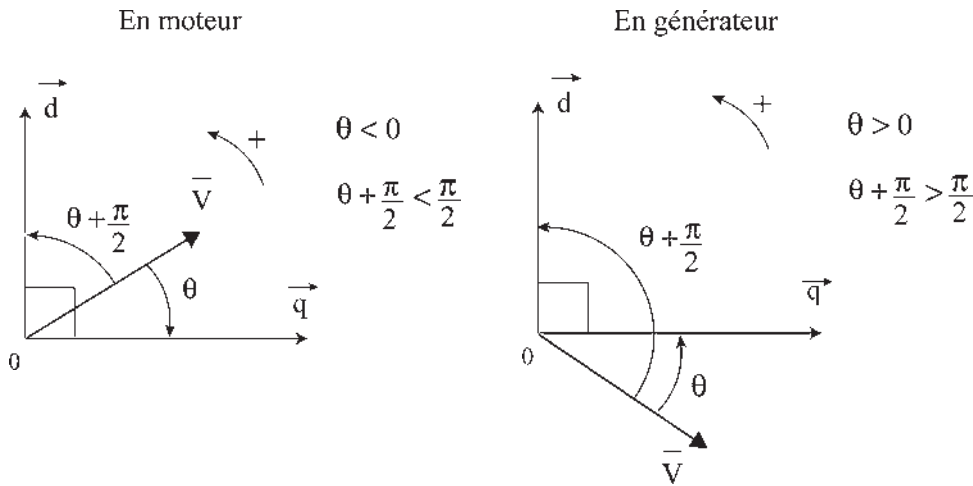
### Autopilotage de la fréquence

L'autopilotage consiste à imposer la fréquence au niveau du convertisseur statique pour qu'elle soit toujours égale à la fréquence de rotation de la roue polaire.

Un capteur de fréquence rotorique (vitesse) permet le pilotage de la fréquence d'alimentation. Elle n'est plus disponible pour des réglages par l'opérateur. Le synchronisme étant assuré, il n'y a plus de décrochage.

### Réglage de la phase

Les liaisons entre  $\vec{I}$ ,  $\vec{d}$ ,  $\vec{V}$ ,  $\overline{OH}$ ,  $\overline{OK}$ ,  $\overline{E_{TR}}$ ,  $\overline{E_{IL}}$  étant biunivoques, on peut tout aussi bien, en moteur, comme en générateur, régler directement l'amplitude de  $I$  et le déphasage  $\varphi$  par le décalage  $(\theta + \frac{\pi}{2})$  de  $\vec{d}$  par rapport à  $\vec{V}$  (figure 14.23).



Figures 14.23

Un capteur de position sur l'arbre permettra de détecter le passage de l'axe  $\vec{d}$ .  $\vec{V}$  sera réglé  $\theta + \frac{\pi}{2}$  en AR par rapport à  $\vec{d}$ .

### Réglage de l'amplitude

Le réglage de l'amplitude de  $V$  permettra d'agir directement sur l'amplitude de  $I$  et sur le moment du couple  $C_r$  autorisant la variation de vitesse.

Comme pour la machine synchrone autopilotée, on retrouve les trois réglages :

- du synchronisme par l'autopilotage, en imposant la fréquence de la tension d'alimentation ;
- du type de fonctionnement, en imposant la phase et
- de la variation de vitesse, par le réglage de l'amplitude.

### 14.5.2 Moteur à réluctance à alimentation impulsionnelle

Traisons à titre d'exemple le cas du moteur pas à pas à réluctance de type Vernier présenté au paragraphe 14.4.2. pour en faire un moteur de puissance à vitesse variable.

**a) Alimentation**

L'alimentation d'une telle machine consiste à aiguiller dans les différents enroulements du stator un courant d'amplitude donnée à des instants déterminés.

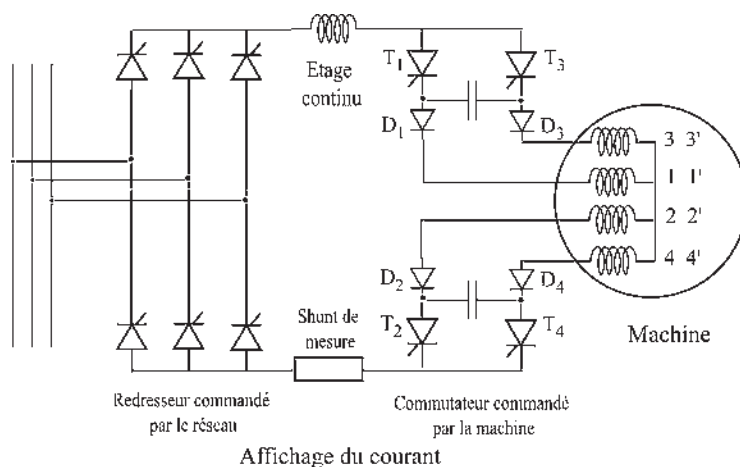
Réalisons à l'aide de convertisseurs statiques une alimentation « en courant », par exemple à conversion indirecte. Le variateur de vitesse sera constitué de deux convertisseurs statiques séparés par un circuit intermédiaire à courant continu. Une inductance assure le lissage du courant dans ce circuit intermédiaire (figure 14.24).



**Figures 14.24**

Le convertisseur connecté au réseau triphasé d'alimentation est un pont de Graëtz. Sa commande permet, de fait, d'imposer la valeur moyenne du courant dans le circuit intermédiaire.

Le convertisseur relié à la machine est un commutateur de courant utilisant la commutation forcée (par condensateurs) des thyristors. Il comporte quatre thyristors associés à quatre diodes et deux condensateurs de commutation (figure 14.25).

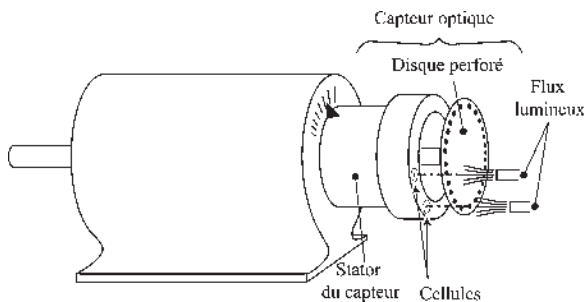


**Figures 14.25**

Le commutateur de courant doit être piloté à partir de la vitesse de rotation du rotor pour donner à chaque instant la bonne fréquence des commutations. Il doit aussi être piloté à partir de la position du rotor pour fixer l'angle d'amorçage des thyristors en donnant l'impulsion au bon moment. On pourrait parler d'une machine à réluctance à alimentation impulsienne pour entretenir la rotation.

Le codeur de position relative rotor/stator comprend (figure 14.26) :

- un stator fixe par rapport au stator de la machine, mais réglable en position. Ce stator supporte deux cellules photoélectriques disposées à une distance angulaire de  $\frac{\pi}{4}$ . Le réglage en position du stator permet d'imposer le décalage des créneaux de courants dans les enroulements.
- un rotor solidaire de l'arbre de la machine et supportant un disque perforé comportant autant de trous que le rotor de la machine a de dents. Les deux cellules donnent deux signaux en opposition.



Figures 14.26

**b) Autopilotage et commande électronique**

La partie électronique de la commande consiste à mettre en forme ces signaux pour la commande de gâchette des thyristors (figure 14.27).

Les temps de commutation, indépendants de la vitesse de rotation, représentent une fraction importante de la période pour les vitesses de rotation élevées. Pour obtenir alors, avec un courant *I* moyen donné, le couple maximal, il est nécessaire d'introduire une « avance à l'amorçage » des thyristors pour recentrer le créneau de courant.

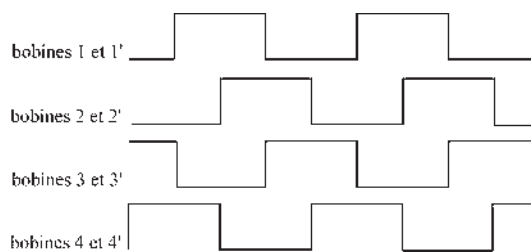
**Vous avez dit électrotechnique...**

**Le secteur de l'électrotechnique en Allemagne**

En Allemagne, le secteur recouvre, vu par un Français, l'électrotechnique, l'électronique et l'informatique. C'est le secteur industriel le plus important du domaine des hautes technologies comptant 856 310 employés avec 5 008 entreprises en 1997.

Les points forts de l'Allemagne en entreprises, en emplois et en balance commerciale restent dans l'ordre : la construction mécanique, l'électro-industrie, les véhicules urbains, l'industrie chimique, la métallurgie... Les centres de l'industrie électrotechnique les plus importants sont situés en Allemagne du sud. Au niveau des Länder, ce sont la Bavière avec Munich et le Bade-Wurtemberg avec Stuttgart qui enregistrent le plus grand nombre d'employés, suivi par la Rhénanie du nord avec le bassin de la Ruhr. En 1997, les exportations dépassaient 55 % de la production, en étant principalement destinées aux pays industrialisés. Premier exportateur mondial dans le secteur électrotechnique, bien que l'importation ait augmenté plus que l'exportation, la balance commerciale reste nettement positive. L'électrotechnique dominée par quelques grosses entreprises comme Siemens ou Bosch reste un point fort de l'industrie allemande.





**Figures 14.27**

Aucune action n'est possible sur la fréquence qui est autopilotée. Une action est possible sur le retard à l'amorçage des thyristors par le positionnement du stator du codeur.

Le réglage de la tension  $V$ , en passant par  $I$  moyen, permet une action sur le moment du couple de réductance  $C_r$ .

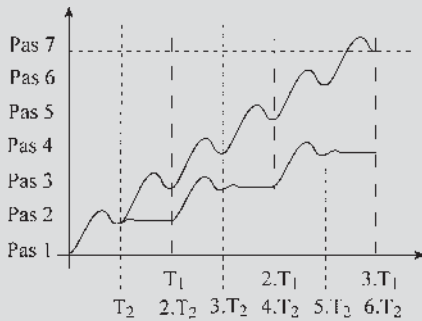
En moteur autopiloté à réductance variable, cette machine est appréciée grâce à sa possibilité de fonctionnement à des vitesses de rotation relativement faibles, d'où son utilisation sur les sous-marins nucléaires d'attaque, SNA, pour diminuer, voire supprimer la « signature » de leur présence due aux cavitations provoquées par l'hélice.

# Pour en savoir plus...

## MOTEURS PAS À PAS

Il existe deux modes de fonctionnement des moteurs pas à pas.

Dans le premier mode, le fonctionnement s'effectue par à-coup. Dans la période  $T$ , le rotor avance d'un pas puis s'arrête avant l'impulsion suivante. Pendant cet arrêt, le rotor se stabilise dans sa position d'équilibre après souvent un régime oscillatoire amorti qui dépend des conditions de charge.

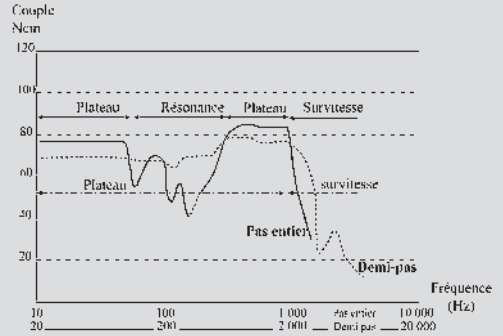


Figures 14.28

Le second mode est un fonctionnement continu où le rotor ne s'arrête pas entre deux commutations. Le temps de stabilisation n'existe plus, ce qui peut entraîner un régime oscillatoire entretenu conduisant parfois à une résonance mécanique.

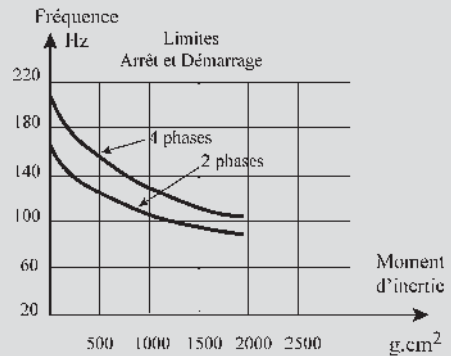
Dans le fonctionnement en régime continu permanent, les courbes de couple maximal en fonction de la vitesse  $C_{max}(\Omega)$ , ou plutôt de couple maximal en fonction de la fréquence des impulsions  $C_{max}(f)$ , proposées par les constructeurs, font apparaître un plateau, une zone propice à des résonances mécaniques où le couple maximal sur l'arbre chute fortement et enfin la zone de décrochement du rotor.

Le régime de survitesse est atteint lorsque la fréquence des impulsions devient supérieure à une limite pour laquelle le rotor décroche. Ce dernier fonctionnement conduit le plus souvent à des dommages irréparables.



Figures 14.29

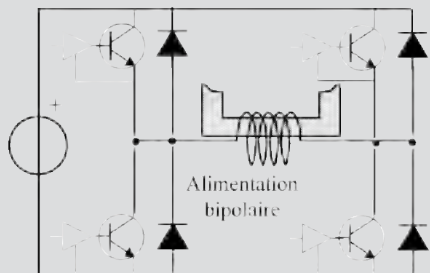
Durant la phase d'accélération du moteur, le couple d'accélération (ou couple de réserve) doit être suffisant pour que le rotor suive l'augmentation de la fréquence. Les constructeurs proposent des courbes qui limitent la fréquence de démarrage en fonction du moment d'inertie  $J$ . Si cette limite est dépassée, alors le moteur décroche entraînant des risques de détériorations. À l'arrêt, lorsque les bobines ne sont pas alimentées, le rotor du moteur pas à pas à aimant se trouve dans une position d'équilibre vérifiant la règle du flux maximal.



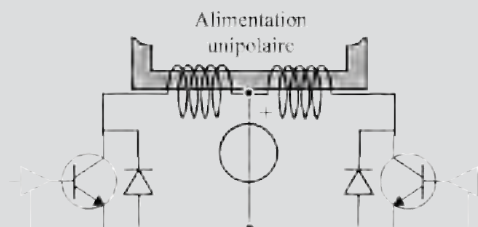
Figures 14.30

On désigne par couple de détente, le moment du couple qui s'oppose à la rotation du rotor. De même, toujours rotor à l'arrêt mais cette fois avec les bobines alimentées, le moment du couple qui maintient le rotor du moteur, pas à pas à aimant ou à réluctance, dans une position d'équilibre est appelé couple de maintien.

L'alimentation des phases est réalisée par des interrupteurs électroniques à base de MOSFET's ou d'IGBT's et de diodes. La structure du circuit d'alimentation dépend du mode d'alimentation unipolaire ou bipolaire du moteur.



Figures 14.31



Figures 14.32

Dans le mode bipolaire, quatre interrupteurs sont nécessaires pour alimenter chacune des phases. Leur commande électronique est flottante et doit comporter un isolement galvanique. Dans le mode unipolaire, chaque phase est alimentée par deux interrupteurs dont les com-

mandes ont même référence. Ce type d'alimentation est préféré pour des moteurs de petite puissance ( $< 30 \text{ W}$ ). En général, la commande des interrupteurs, en plus d'imposer la fréquence de rotation, impose par découpage un courant constant  $I_0$  dans chaque phase alimentée. De plus, pour un fonctionnement en demi-pas, au moment où deux phases conduisent simultanément, le courant les traversant doit alors être égal à  $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$  pour conserver la même valeur de couple.

Les constructeurs ne sont pas très loquaces sur les règles de calcul des puissances d'alimentation des moteurs pas à pas. Pour établir une règle de calcul, utilisons la méthode des pertes séparées. L'ensemble des pertes dans le moteur est constitué principalement des pertes Joule des bobinages (les plus importantes), des pertes fer dans le stator, des pertes mécaniques (roulements, brassage de l'air...), des pertes dans les interrupteurs du circuit d'alimentation.

La puissance de l'alimentation est égale à :  $P_{a \text{ lim}} = P_{u \text{ max}} + P_J + P_{\text{fer+méca}} + P_{\text{inter}}$ .

$P_u = C_{u \text{ max}} \cdot \Omega_{\text{max}}$ , puissance utile maximale, avec  $C_{u \text{ max}}$  le couple utile maximal (en Nm) du moteur à la vitesse  $\Omega_{\text{max}}$  (en rd/s) du moteur.

$P_J = n \cdot R \cdot I^2$ , pertes Joule dans les bobinages, avec  $R$  la résistance d'une bobine,  $n$  le nombre de bobines et  $I$  le courant efficace par bobine.

$P_{\text{inter}}$ , pertes dans les interrupteurs qui représentent environ 5 % de  $P_u$  pour une alimentation bien dimensionnée. Des radiateurs thermiques permettent de dissiper ces pertes lorsque  $P_{\text{inter}}$  est importante.

$P_{\text{fer+méca}}$ , pertes fer et mécanique qui dépendent de la qualité des matériaux utilisés et qui sont d'environ 5 % de  $P_u$ .

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Actionneurs à réluctance

Ces actionneurs sont basés sur le principe de la réluctance minimale.

### Moteurs pas à pas

Les moteurs pas à pas sont des actionneurs dont la rotation s'effectue par mouvements angulaires discrets d'amplitude uniforme. Il en existe de plusieurs types : moteurs à aimants permanents, à réluctance variable.

### Machine synchrone autopilotée à réluctance

Cette machine de type synchrone magnétisée par la réaction d'induit après branchement sur le réseau, peut fonctionner en moteur comme en générateur.

### Moteur autopiloté à réluctance à alimentation impulsienne

Il s'agit d'un moteur pas à pas à réluctance de type Vernier alimenté « électroniquement » pour obtenir une rotation sans à-coup.

## FICHE MÉMO

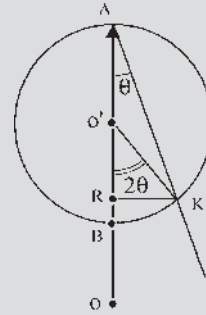
### Couple de réluctance

$$C = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial\theta} \quad \text{à } i=\text{cste} \quad \text{avec coénergie} = \frac{1}{2}Li^2$$

### Moment du couple d'une machine synchrone autopilotée à réluctance

$$C = -m_1 \frac{V}{X_q \omega_s} RK \quad \text{avec } -\omega_s \cdot C_r = m_1 VI \cos \varphi$$

et  $RK$  image du couple à  $V = \text{cste}$ .

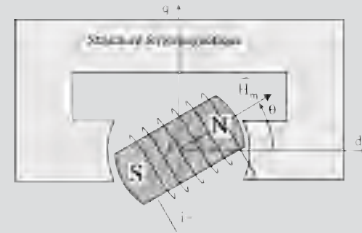


Figures 14.33

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 14.1 Expliquer d'où provient le couple agissant sur la partie mobile du dispositif ci-dessous.



Figures 14.34

- 14.2 Calculer le moment du couple agissant sur la partie mobile à partir de la coénergie du système sachant que l'inductance propre de la bobine d'excitation est  $L = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta$ ,  $L_d$  étant l'inductance maximale dans l'axe  $d$  et  $L_q$  l'inductance minimale dans l'axe  $q$ .
- 14.3 Que faut-il faire pour qu'une machine synchrone à pôles saillants fonctionnant en générateur ait un



couple  $C$  supérieur au couple  $C_{em}$  alors que  $P_{em} = cste$  ( $P_{em}$  étant la puissance électromagnétique active) ?

14.4 Pourquoi dans le moteur pas à pas à réluctance de type Vernier (figure 14.13) doit-on alimenter simultanément les bobines symétriques 11', 22'... ?

14.5 Quel est le nombre de pas par tour complet pour une machine ayant 100 dents au stator et 102 dents au rotor ?

14.6 Pour une machine synchrone, où les champs  $\vec{B}_I$  et  $\vec{B}_j$  tournent au synchronisme, chaque position relative de ces deux champs donne un fonctionnement particulier. En est-il de même pour une machine synchrone à réluctance ?

14.7 Quelle différence voyez-vous entre un autopilotage et un asservissement ?

14.8 Dans une machine à réluctance, pourquoi la réaction d'induit doit-elle être obligatoirement magnétisante ?

## EXERCICES

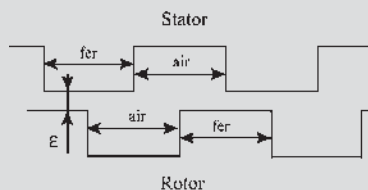
Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

14.1 On se propose d'étudier une machine tournante à réluctance variable destinée à une application de type fort couple et basse vitesse. On considère la machine monophasée bipolaire dont une coupe radiale est représentée à la figure 14.35. On désigne par :



Figures 14.35

- $\varepsilon$  longueur de l'entrefer minimal
- $d$  profondeur de la machine
- $R$  rayon moyen à l'entrefer
- $N_r$  nombre de dents au rotor
- $N_{sp}$  nombre de dents sous un pôle du stator
- $N_s$  nombre total de dents au stator
- $N_e$  nombre total de spires de l'enroulement statorique
- $\theta$  l'angle que fait l'axe du rotor par rapport à l'axe du stator,  $\theta = 0$  correspond à la position pour laquelle le flux d'induction est maximal.



Figures 14.36

Les dents au stator et au rotor sont identiques en forme et en dimensions. La denture est à rapport unitaire (largeur de dent = largeur d'encoche). Les paramètres de la machine ont les valeurs suivantes :

$N_e = 42$  ;  $\varepsilon = 0,3 \text{ mm}$  ;  $d = 7,5 \text{ cm}$  ;  $I_{sn} = 21 \text{ A}$  ;  
 Vitesse nominale = 750 tr/min ;  $N_r = 26$  ;  
 $N_{sp} = 4$  ;  $N_s = 8$  ;  $R = 6,5 \text{ cm}$ .

On fait les hypothèses simplificatrices suivantes : fonctionnement en régime non saturé pour lequel la perméabilité relative du fer est considérée comme étant infinie et  $\varepsilon$  considéré comme très petit devant les autres dimensions géométriques, en particulier devant la profondeur des encoches et le rayon  $R$ . La machine est alimentée en courant continu :  $i_s = I_{sn}$ .

1. Définir le circuit magnétique équivalent de la machine dont on déterminera les expressions des éléments constitutifs en fonction de  $\theta$  et des paramètres de construction.
2. Déterminer la valeur maximale  $L_M$  du coefficient d'inductance  $L$  de l'enroulement et la valeur maximale  $B_M$  de l'induction magnétique  $B$  dans l'entrefer.

3. À partir du théorème des travaux virtuels, déterminer l'expression du couple théorique  $C_{em}$  en fonction de  $i_s$  et de  $\theta$ , calculer sa valeur maximale.

**14.2** On se propose de reprendre la machine tournante à réluctance variable étudiée à l'exercice 14.1. La machine est désormais alimentée par un courant  $i_s$  variable sinusoïdal de pulsation  $\omega$  et tourne à la vitesse angulaire constante  $\Omega$  avec  $\theta = \Omega t$  et  $i_s = I_{sn} \sin(\omega t - \alpha)$ .

1. Pour quelle pulsation  $\omega = \omega_s$  dite pulsation de synchronisme, obtient-on un couple moyen non nul ?
2. Donner alors l'expression du couple moyen et sa valeur maximale.

**14.3** Une machine à réluctance variable triphasée à double denture comporte trois enroulements au stator alimentés par un système triphasé équilibré de courants et de tensions sinusoïdaux. Le rotor comporte  $N_r$  dents régulièrement réparties et le stator comporte  $N_s$  dents. L'inductance cyclique par phase évolue sinusoïdalement en fonction de la position angulaire du rotor entre une valeur maximale  $L_{sd}$  et une valeur minimale  $L_{sq}$ .



Figures 14.37

On désigne par  $R_s$  la résistance par phase. Le système de tensions et de courants de pulsation  $\omega$  est synchronisé avec la position du rotor à l'aide d'un dispositif d'autopilotage permettant un fonctionnement au synchronisme ( $\omega = \omega_s$ ) quelle que soit la vitesse de rotation. On supposera une connexion en étoile des enroulements. Le fonctionnement peut être considéré comme magnétiquement linéaire et on considérera un fonctionnement en régime établi.

Données :  $L_{sd} = 7,32$  mH  $L_{sq} = 4,55$  mH  
 $R_s = 0,5 \Omega$ .

La vitesse nominale de rotation est de 750 tr/min (vitesse angulaire  $\Omega$ ).

1. Établir le diagramme vectoriel (convention moteur) relatif à la machine bipolaire équivalente en désignant par  $d$  l'axe des pôles saillants du rotor,  $q$  l'axe en quadrature avec  $d$  ( $d, q$  sens direct),  $\Psi$  l'angle ( $I_s$ , axe  $q$ ),  $\delta$  l'angle (axe  $q, V_s$ ) et  $\varphi$  l'angle ( $I_s, V_s$ ).
2. La machine est dite « alimentée en courant », les grandeurs de réglage sont alors : le courant  $I_s$  et l'angle  $\Psi$  (appelé « angle de calage »). Les courants de ligne sont fournis par une source supposée idéale de courants triphasés sinusoïdaux. On appelle  $I_{sn}$  la valeur nominale du courant fourni par cette source. À vitesse élevée, on néglige l'effet de la résistance  $R_s$ . Dans ces conditions, déterminer les expressions de  $V_s$ , de  $P$  puissance active, de  $Q$  puissance réactive et de  $C_{em}$  en fonction des grandeurs de réglage et de la pulsation  $\omega_s$ .



# Approche des machines en régimes transitoires

## Objectifs

- Apprendre à utiliser les transformations de Park.
- Voir l'intérêt des transformations initiale et modifiée.
- Montrer que les transformations de Concordia suivies d'un changement de repères aboutissent aux transformations de Park.
- Comprendre physiquement les transformations.

## Vocabulaire

Machine virtuelle diphasée    Transformation de Concordia    Transformation de Park

Les transformations de Park permettent, pour l'étude des régimes transitoires des machines synchrones polyphasées à pôles lisses ou à pôles saillants, de remplacer en deux étapes, après avoir modélisé la machine, les équations initiales instantanées par celles, moins nombreuses et plus maniables, d'une machine virtuelle diphasée fonctionnant exactement comme la précédente.

Les deux étapes consistent :

- à remplacer le stator réel  $m$ phasé par un stator virtuel diphasé, alimenté convenablement pour donner la même force magnétomotrice dans l'entrefer, associé à  $(m - 2)$  relations de type homopolaire, les courants homopolaires ne créant pas de champ dans l'entrefer ;
- à prendre un repère unique pour le stator et pour le rotor, comme cela se pratique déjà dans l'étude des machines à courant continu, en faisant tourner ce stator virtuel diphasé à la vitesse angulaire  $\omega$  dans le sens direct de rotation du rotor et en l'alimentant de nouveau par des courants appropriés pour obtenir toujours le même champ dans l'entrefer.

## 15.1 MODÉLISATION DES MACHINES SYNCHRONES EN RÉGIMES TRANSITOIRES

### 15.1.1 Modélisation des machines à pôles lisses

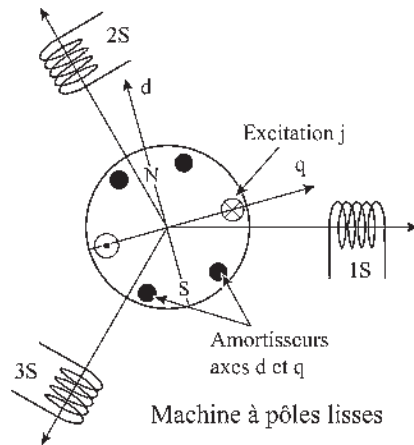


Figure 15.1

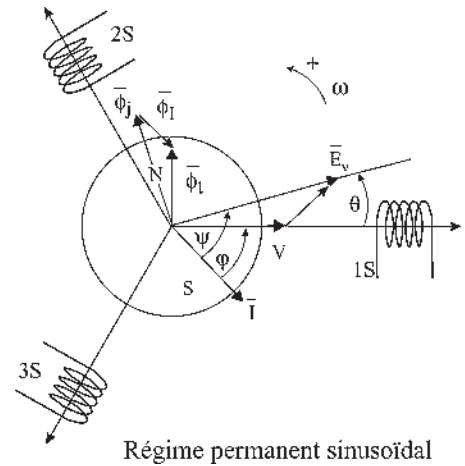


Figure 15.2

#### Conventions

- bobines à droite, un courant  $> 0$  crée un flux  $> 0$  ;
- sens trigonométrique ;
- axe  $d$  – axe  $q$  à  $\frac{\pi}{2}$  AR ;
- convention récepteur pour la loi d'Ohm

$$v = ri + E = ri - e = ri + \frac{d\varphi}{dt}$$

$E$ , f.c.é.m

$e$ , f.é.m

#### Hypothèses

- machine non saturée  
 $\mu = \text{cste}$  donc  $\varphi = L.i$  ;
- $\mu = 10^4$  grand.  $\vec{B}$  radial ;
- circuits magnétiques feuilletés, pas de courants de Foucault ;
- répartition spatiale sinusoïdale de  $B$  ;

- $M_{ab} = M_{ab} \cos(\theta_a - \theta_b)$  ;
- stator triphasé bipolaire ;
- amortisseurs rotoriques dans les axes directs et en quadrature ;
- rotor et stator lisses.

**a) Équations instantanées**

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \text{Équations} \\
 \text{électriques}
 \end{array} \right\} \begin{cases}
 v_1 = r_s i_1 + \frac{d\phi_{t1}}{dt} \\
 v_2 = r_s i_2 + \frac{d\phi_{t2}}{dt} \\
 v_3 = r_s i_3 + \frac{d\phi_{t3}}{dt} \\
 v_e = r \cdot j + \frac{d\phi_j}{dt} \\
 0 = r_d i_D + \frac{d\phi_{tD}}{dt} \\
 0 = r_q i_Q + \frac{d\phi_{tQ}}{dt}
 \end{cases}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Équations} \\
 \text{magnétiques}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 \phi_{t1} \\
 \phi_{t2} \\
 \phi_{t3} \\
 \phi_j \\
 \phi_{tD} \\
 \phi_{tQ}
 \end{array} \right\}
 =
 \begin{array}{l}
 [L] \\
 \text{matrice} \\
 \text{des} \\
 \text{inductances}
 \end{array}
 \cdot
 \left\{ \begin{array}{l}
 i_1 \\
 i_2 \\
 i_3 \\
 j \\
 i_D \\
 i_Q
 \end{array} \right\}$$

Équation mécanique :  $c_m + c_{em} = J \frac{d\omega}{dt}$

Les équations instantanées étant valables pour tout régime, transitoire ou permanent, il est possible de faire une première approche des transformations de Park.

**b) Expression du moment du couple électromagnétique**

Il est égal à la dérivée partielle de la coénergie électromagnétique par rapport à l'angle  $\theta_{méca}$  entre les deux champs en présence. Comme  $p\theta_{méca} = \theta_{élec}$

$$C_{em} = \frac{\partial \text{coénergie}}{\partial \theta_{méca}} \text{ à } \xi = \text{cste} \quad ; \quad C_{em} = \frac{\partial \text{coénergie}}{\partial \theta_{élec}} \text{ à } \xi = \text{cste} \quad \frac{\partial \theta_{élec}}{\partial \theta_{méca}} = \boxed{p \frac{\partial \text{coénergie}}{\partial \theta_{élec}} \text{ à } \xi = \text{cste}} = C_{em}$$

L'énergie électromagnétique a pour expression  $\int B \cdot dH$  et dans un milieu non saturé l'énergie est égale à la coénergie.

Dans le premier chapitre,  $\theta$  était variable. Pour la machine synchrone, avec le synchronisme des champs,  $\theta$  est une constante différente pour chaque charge. L'application du théorème des travaux virtuels, pour une charge donnée, consiste à faire virtuellement varier  $\theta$  autour de la position d'équilibre pour évaluer la dérivée partielle, mais à l'appliquer pour la valeur de  $\theta$  correspondant à cette charge.

$$\boxed{C_{em} = p \frac{\partial \text{coénergie}}{\partial \theta_{élec}} \text{ à } \xi = \text{cste} \quad \text{pour } \theta_e = \theta_{ek}}$$

Les équations instantanées donnent au total 13 équations pour 18 variables. Il faudra donc 5 impositions  $v_1, v_2, v_3, v_e, c_m$ , et satisfaire la condition de synchronisme des champs pour obtenir un point de fonctionnement. On pourra résoudre directement si le système est linéaire ou linéarisable.

Pour une machine à pôles lisses, la matrice des inductances s'écrit :  $|L| = |L|^T$ .

$L_s$	$M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3}$	$M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3}$	$M_{sr} \cos \theta$	$M_{sD} \cos \theta$	$M_{sQ} \sin \theta$
$M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3}$	$L_s$	$M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3}$	$M_{sr} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$	$M_{sD} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$	$M_{sQ} \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$
$M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3}$	$M_{ss} \cos \frac{2\pi}{3}$	$L_s$	$M_{sr} \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$	$M_{sD} \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$	$M_{sQ} \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$
$M_{sr} \cos \theta$	$M_{sr} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$	$M_{sr} \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$	$L_r$	$M_{rD}$	0
$M_{sD} \cos \theta$	$M_{sD} \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$	$M_{sD} \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$	$M_{rD}$	$L_D$	0
$M_{sQ} \sin \theta$	$M_{sQ} \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$	$M_{sQ} \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right)$	0	0	$L_Q$

### 15.1.2 Modélisation des machines à pôles saillants

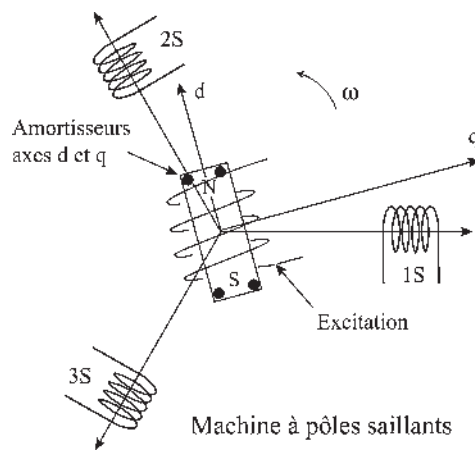


Figure 15.3

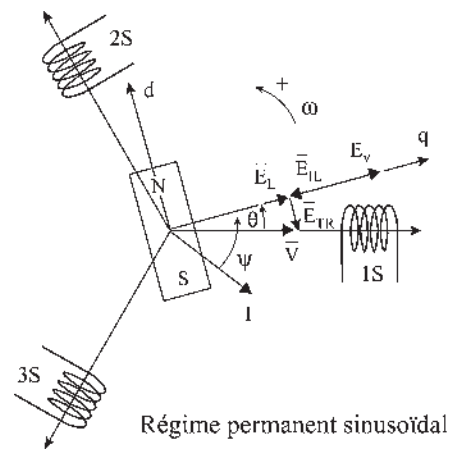


Figure 15.4

Pour une machine à pôles saillants, les principes, conventions, hypothèses et équations sont identiques. Seuls diffèrent le modèle, la présence des pôles saillants et la matrice des inductances.

## 15.2 TRANSFORMATIONS DE PARK

### 15.2.1 Première étape : passage du polyphasé au diphasé

Les transformations consistent, dans un premier temps, à transformer le stator polyphasé de la machine synchrone en un stator diphasé tout en conservant la même f.m.m. et le même moment magnétique.

$$\bar{\xi} = \Sigma n \bar{I} \quad \text{et} \quad \vec{M} = \Sigma \vec{u} i S_{\text{am}}$$

Pour un stator initial à  $m_1 = 3$  phases parcourues par des courants  $i_1, i_2, i_3$  les bobines de phases étant formées de  $\frac{n_1}{2}$  spires, chacune de surface  $S_1$ .

$$\begin{aligned} \vec{M}_1 &= \vec{u}_1 i_1 \frac{n_1}{2} S_1 + \vec{u}_2 i_2 \frac{n_1}{2} S_1 + \vec{u}_3 i_3 \frac{n_1}{2} S_1 = \frac{n_1}{2} S_1 (\vec{u}_1 i_1 + \vec{u}_2 i_2 + \vec{u}_3 i_3) \\ \vec{M}_1 &= \frac{n_1}{2} S_1 (\vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3) = \frac{n_1}{2} S_1 \frac{m_1}{2} \bar{I} \sqrt{2} \end{aligned}$$

$i_1, i_2$  et  $i_3$  étant les projections orthogonales instantanées du vecteur temporel  $\bar{I}$  sur les axes 1, 2 et 3 (paragraphe 6.6.2.c).

Pour le stator virtuel diphasé,  $m_2 = 2$  phases parcourues par les courants  $i_d$  et  $i_q$ , les bobines de phases étant formées de  $\frac{n_2}{2}$  spires, chacune de surface  $S_2$ .

$$\vec{M}_2 = \frac{n_2}{2} S_2 (\vec{i}_d + \vec{i}_q) = \frac{n_2}{2} S_2 \frac{m_2}{2} \bar{I}_d \sqrt{2}$$

$i_d$  et  $i_q$  étant les projections orthogonales instantanées du vecteur temporel  $\bar{I}_d$  sur les axes  $d$  et  $q$ .

On écrirait de même pour les forces magnétomotrices :

$$\bar{\xi}_1 = \frac{n_1}{2} (\vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3) = \frac{n_1}{2} \frac{m_1}{2} \bar{I} = \bar{\xi}_2 = \frac{n_2}{2} (\vec{i}_d + \vec{i}_q) = \frac{n_2}{2} \frac{m_2}{2} \bar{I}_d$$

Si l'on veut avoir  $\vec{M}_1 = \vec{M}_2$  et  $\bar{\xi}_1 = \bar{\xi}_2$ , il faut réaliser  $n_1 m_1 \bar{I} = n_2 m_2 \bar{I}_d$  et  $S_1 = S_2$  alors le remplacement d'un stator  $m_1$ phasé par un stator  $m_2$ phasé est possible,  $m_2 = 2$  n'étant qu'un cas particulier intéressant pour la simplification des équations concernant le stator.

### 15.2.2 Transformation initiale de Park $|P_i|$

$$S_1 = S_2 \quad \text{et} \quad \text{choix arbitraire} \quad \bar{I} = \bar{I}_d \quad n_1 m_1 = n_2 m_2$$

soit dans la transformation triphasée-diphasée  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3} = \frac{n_1}{n_2}$ .

Deux spires par phase en triphasé seraient remplacées par 3 spires par phase en diphasé, toutes les spires ayant même surface  $S = S_1 = S_2$ .



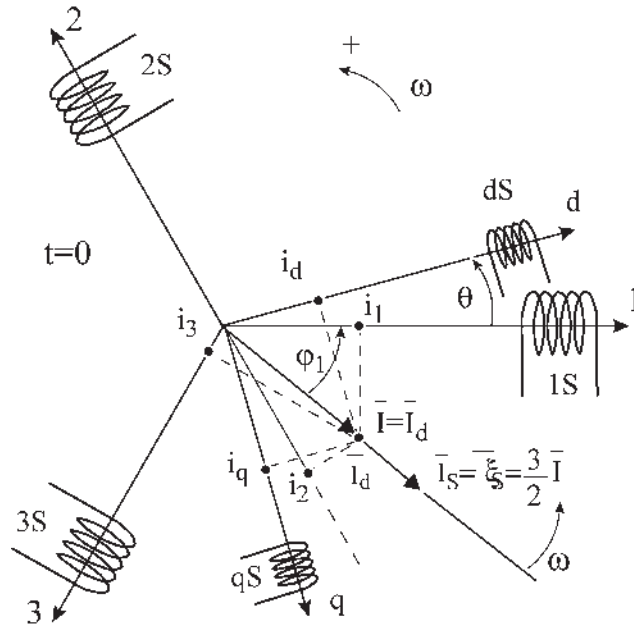


Figure 15.5

La figure 15.5 montre que pour  $\bar{I} = \bar{I}_d$   $\frac{m_1}{2}\bar{I} = \frac{3}{2}\bar{I} = \bar{I}_s$  et

$$\frac{m_2}{2}\bar{I}_d = \frac{2}{2}\bar{I}_d = \bar{I}_d \quad \bar{\xi}_1 = \frac{n_1 m_1}{4}\bar{I} = \bar{\xi}_2 = \frac{n_2 m_2}{4}\bar{I}_d = \frac{3}{2}\bar{I} = \bar{\xi}_s$$

Pour une alimentation sinusoïdale, triphasée équilibrée les axes 1, 2, 3,  $d$  et  $q$  étant fixes :

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1)$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) \quad i_d = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1 - \theta)$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right) \quad i_q = I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi_1 - \theta)$$

Les projections du vecteur temporel  $\bar{I}$  sur les axes 1, 2, 3, s'écrivent :

$$\bar{u}_1 i_1 = \bar{u}_1 i_d \cos \theta + \bar{u}_1 i_q \sin \theta \quad + \bar{u}_1 i_0$$

$$\bar{u}_2 i_2 = \bar{u}_2 i_d \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \bar{u}_2 i_q \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad + \bar{u}_2 i_0$$

$$\bar{u}_3 i_3 = \bar{u}_3 i_d \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \bar{u}_3 i_q \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \quad + \bar{u}_3 i_0$$

La somme  $\bar{u}_1 i_1 + \bar{u}_2 i_2 + \bar{u}_3 i_3 = \frac{m_1}{2}\bar{I} = \frac{3}{2}\bar{I} = \bar{I}_s$  ne change pas si l'on rajoute la somme nulle  $\bar{u}_1 i_0 + \bar{u}_2 i_0 + \bar{u}_3 i_0$ . L'introduction du courant  $i_0$  de type homopolaire rend le système biunivoque.

$$\begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix}$$

La transformation inverse est la transformation de Park  $|P_i|$ .

Elle permet d'obtenir les courants  $i_d$  et  $i_q$  à partir des courants  $i_1, i_2$  et  $i_3$ .

$$\begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = |P_i| \cdot \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix}$$

le coefficient  $\frac{2}{3}$  provenant de  $\frac{n_1}{n_2}$ .

L'égalité des amplitudes  $I = I_d$  présente l'avantage de la projection du même vecteur sur les deux systèmes d'axes (figure 15.5).

La projection du vecteur tournant  $\vec{T}$  sur les axes fixes 1, 2, 3 donne :

$$\begin{aligned} i_1 &= I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1) & i_2 &= I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_3 &= I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

Les courants triphasés dans le temps passant dans trois bobines d'axe 1, 2, 3, tripositionnées dans l'espace, donnent une f.m.m. tournante unique  $\vec{\xi}_s$ . La transformation initiale de Park permet

de trouver les courants  $i_d = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1 - \theta)$  et

$i_q = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \theta + \frac{\pi}{2}\right)$  déphasés de  $\frac{\pi}{2}$  dans le

temps, passant dans deux bobines décalées de  $\frac{\pi}{2}$  dans l'espace et placées selon les axes  $d$  et  $q$ , pour donner la même f.m.m.  $\vec{\xi}_s$ .

Cette transformation de Park s'applique à tous les vecteurs temporels du diagramme espace-temps : courant, tension, flux...

$$\begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_0 \end{vmatrix} = |P_i| \cdot \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{vmatrix}$$

## Le saviez-vous ?

### Atterrissage tout temps

Même pour les aéroports équipés du dispositif d'atterrissage automatique, il est nécessaire que le pilote « prenne la main » durant les dernières secondes pour poser l'appareil sur la piste.

Pour l'atterrissage de nuit, le balisage de la piste ne doit jamais faire défaut. En permanence un diesel entraînant une machine synchrone tourne au ralenti afin de pouvoir être instantanément opérationnel en cas de panne du secteur.



## Le saviez-vous ?

### Les ASI

Les alimentations sans interruption (ASI) concernent les hôpitaux et en particulier les salles d'opérations, mais aussi tous les dispositifs ou ensembles qui ne supporteraient pas un arrêt même transitoire : centraux téléphoniques, banques, dispositifs informatiques, chaînes de production...

Pour les petites puissances ces alimentations sont statiques.

## 15.2.3 Transformation modifiée de Park $|P_m|$

En conservant toujours la même f.m.m. tournante

$$n_1 m_1 \bar{I} = n_2 m_2 \bar{I}_d \quad \text{et} \quad S_1 = S_2$$

$$\text{avec } \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2} = \frac{n_2 \bar{I}_d}{n_1 \bar{I}} \quad \text{on peut aussi choisir } \frac{n_2}{n_1} = \frac{\bar{I}_d}{\bar{I}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

ce qui entraîne nécessairement dans une alimentation équilibrée

$$\frac{\bar{V}_d}{\bar{V}} = \frac{\bar{\Phi}_d}{\bar{\Phi}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad \text{et a pour conséquence de rendre invariante}$$

dans la transformation la puissance apparente.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_2 I_d}{n_1 I} = \frac{V_d I_d}{V I} \quad \text{d'où} \quad m_1 V I = m_2 V_d I_d$$

Pour une alimentation sinusoïdale équilibrée :

$$\begin{aligned} i_1 &= I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1) & v_1 &= V\sqrt{2} \cos \omega t \\ i_2 &= I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) & v_2 &= V\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_3 &= I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right) & v_3 &= V\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \\ i_d &= I\sqrt{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \cos(\omega t - \varphi_1 - \theta) & v_d &= V\sqrt{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \cos(\omega t - \theta) \\ i_q &= I\sqrt{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \sin(\omega t - \varphi_1 - \theta) & v_q &= V\sqrt{2}\sqrt{\frac{3}{2}} \sin(\omega t - \theta) \end{aligned}$$

La transformation s'appliquant à tous les vecteurs tournants s'écrit :

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = |P_m| \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

et la transformation inverse :

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = |P_m|^{-1} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix}$$

Cette transformation modifiée qui conserve en plus la puissance devrait à terme l'emporter.

### 15.2.4 Seconde étape : choix du repère unique

On pourrait continuer l'exposé avec l'une ou l'autre des transformations précédentes. Pour suivre le cheminement historique, nous illustrerons principalement avec la transformation initiale de Park.

La transformation de Park est très générale. Pour toute valeur constante de  $\theta$ , il est possible de reproduire la f.m.m. tournante  $\bar{\xi}_s$ , en régime permanent équilibré, avec deux bobines perpendiculaires dans l'espace, alimentées par des courants diphasés de pulsation  $\omega$ . Seule la phase des courants  $i_d = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1 - \theta)$  et  $i_q = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \theta + \frac{\pi}{2}\right) = -I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi_1 - \theta)$  change avec chaque valeur particulière de  $\theta$ .

De même avec  $\theta$  variable, entraînant en rotation les axes  $d$  et  $q$  avec les deux bobines  $dS$  et  $qS$  dans le même sens que  $\omega$ , il est possible de reproduire la f.m.m. tournante  $\bar{\xi}_s$ , par exemple pour  $\theta = \omega' t + \theta_0$ , en alimentant le système en courants diphasés de pulsation  $(\omega - \omega')$ , les courants étant alors :

$$i_d = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1 - \omega' t - \theta_0) = I\sqrt{2} \cos[(\omega - \omega') t - \varphi_1 - \theta_0]$$

$$i_q = -I\sqrt{2} \sin[(\omega - \omega') t - \varphi_1 - \theta_0]$$

À la limite, lorsque  $\theta = \omega t + \theta_0$  les axes  $d$  et  $q$  en rotation et les deux bobinages perpendiculaires liés sont au synchronisme avec le rotor.

En régime permanent équilibré, les courants  $i_d = I\sqrt{2} \cos(\varphi_1 + \theta_0)$  et  $i_q = I\sqrt{2} \sin(\varphi_1 + \theta_0)$  sont alors des courants continus.

### 15.2.5 Machine virtuelle de Park

Il est donc possible en vue de la simulation de reproduire exactement le fonctionnement de la machine synchrone initiale (figure 15.6.a), en gardant la même vitesse de synchronisme des champs, la même f.m.m. tournante, le même champ tournant stator  $\bar{B}_s$ , le même moment magnétique et le même moment du couple en remplaçant le stator triphasé initial par :

- un stator équivalent formé de deux bobines fixes  $dS$  et  $qS$ , d'axes  $d$  et  $q$  perpendiculaires quelconques et parcourues par des courants diphasés de pulsation  $\omega$  (figure 15.6.b) ;
- deux bobines mobiles,  $dS$  et  $qS$ , tournant au synchronisme avec le rotor et dans le même sens, perpendiculaires entre elles dans l'espace et parcourues en régime permanent par des courants continus (figure 15.6.c) ;
- deux bobines  $dS$  et  $qS$ , comme précédemment, mais à repère unique avec le rotor comportant lui deux bobines  $dR$  et  $qR$  (figure 15.6.d). On peut obtenir alors le maximum de simplification dans les équations.

Dans cette machine virtuelle, les bobines rotor comme les bobines stator tournent au synchronisme. Pour un observateur installé sur le rotor, les deux champs stator et rotor semblent fixes comme dans une machine à courant continu, mais ils peuvent pulser.

On montrera par la suite que l'on retrouve aussi les équations d'une machine à courant continu dont le moment du couple s'écrit :

$$C_{em} = \frac{3}{2} p M_{sr} (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr})$$

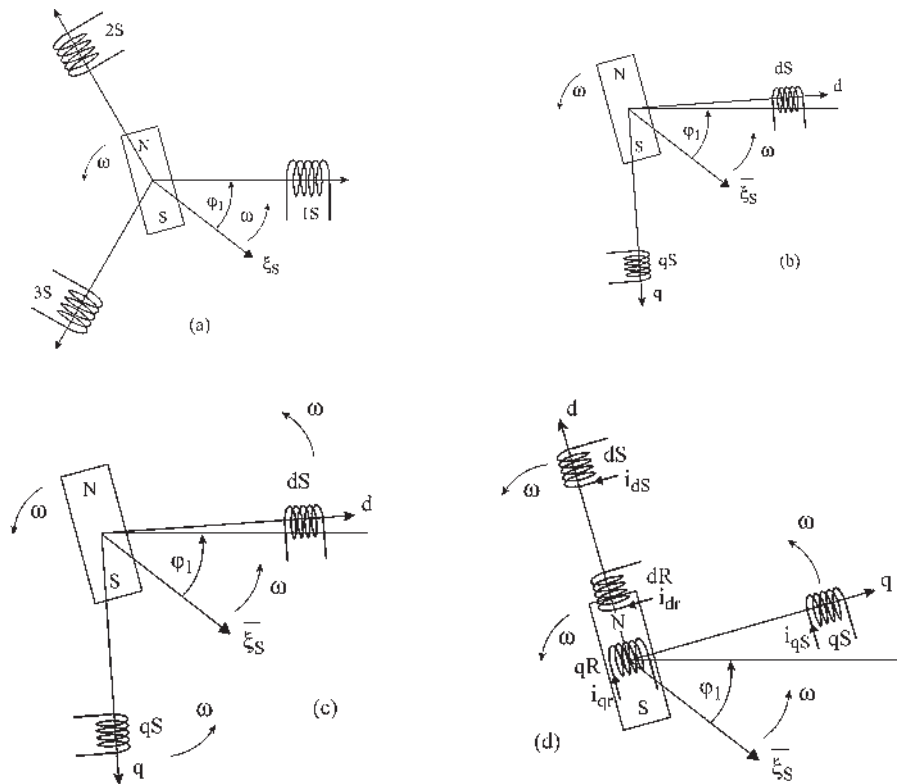


Figure 15.6

## 15.3 TRANSFORMATIONS DE CONCORDIA ET CHANGEMENT DE REPÈRES

### 15.3.1 Transformations de Concordia IC<sub>I</sub>

Les transformations de Concordia consistent à remplacer les bobines statoriques fixes triphasées d'une machine synchrone,  $1S$ ,  $2S$ ,  $3S$ , par des bobines statoriques fixes diphasées équivalentes  $\alpha S$ ,  $\beta S$  d'une machine virtuelle en imposant le même axe aux bobines  $1S$  et  $\alpha S$ . Étant un cas particulier des transformations de Park, pour  $\theta = 0$ , on retrouve donc les transformations « initiale » et « modifiée ».

#### a) Transformation « initiale » de Concordia IC<sub>I</sub>

Elle correspond au choix  $\bar{T} = \bar{T}_d$  et  $n_1 m_1 = n_2 m_2$  soit triphasé-diphasé  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3} = \frac{n_1}{n_2}$ .

Le passage biunivoque des courants  $i_1, i_2, i_3$  aux courants  $i_\alpha$  et  $i_\beta$  impose l'introduction d'un courant homopolaire  $I_h$ .

$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}} & +\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = |C_i| \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

et la transformation inverse  $|C_i|^{-1}$

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\sqrt{\frac{3}{2}} & 1 \\ -\frac{1}{2} & +\sqrt{\frac{3}{2}} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix} = |C_i|^{-1} \cdot \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix}$$

Notons que la transformation inverse n'est pas égale à la transposée  $|C_i|^T \neq |C_i|^{-1}$ .

### b) Transformation « modifiée » de Concordia $|C_m|$

Elle correspond à  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{n_1 \bar{I}}{n_2 \bar{I}_d}$  soit en triphasé-diphasé  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$

avec le choix arbitraire  $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\bar{I}_d}{\bar{I}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}} & +\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = |C_m| \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & +\sqrt{\frac{3}{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix} = |C_m|^{-1} \cdot \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix}$$

avec  $|C_m|^T = |C_m|^{-1}$

## 15.3.2 Changement de repère |CRI

Le changement de référentiel stator consiste à remplacer le stator diphasé fixe  $\alpha S, \beta S$  par un autre stator diphasé fixe  $dS, qS$  décalé du précédent d'un angle  $\theta$  électrique, les bobines  $\alpha S, \beta S, dS, qS$  ayant le même nombre de spires  $n_2$  (figure 15.7).

## Vous avez dit électrotechnique ?

### L'Europe et l'électricité

Le tableau des exportations électriques mondiales, rassemblant les secteurs de l'électrotechnique, de l'électronique et de l'informatique, montre une nette prédominance du Japon et des États-Unis par rapport à chaque pays d'Europe.

#### Exportations électriques mondiales

Japon, États-Unis  $\Rightarrow$  52 %.

Japon, États-Unis, Allemagne, Royaume-Uni, France  $\Rightarrow$  80 %.

Japon, États-Unis, Allemagne, Royaume-Uni, France, Italie, Pays Bas, Suède, Suisse, Canada  $\Rightarrow$  90 %.

Suivis par l'Union Économique belgo-luxembourgeoise, Irlande, Autriche, Danemark, Espagne, Finlande, Norvège, Portugal...

Ensemble, les pays d'Europe totalisent 40 % du marché électrique mondial alors que les États-Unis totalisent 27 % et le Japon 25 %.

Les performances des trois grands, États-Unis, Japon, Europe, ne sont pas les mêmes dans les trois domaines composant le marché électrique :

- le domaine électrotechnique de traitement de l'énergie ;
- le domaine électronique de traitement du signal ;
- le domaine informatique du traitement de l'information.

L'électromécanique est le point fort de l'industrie Européenne tandis que l'informatique est sans conteste Américaine et l'électronique plutôt Japonaise.

Il est fondamental pour l'Europe de prendre conscience de ses points forts et de les conserver, et ce d'autant plus pour le domaine électrique qui conditionne aujourd'hui les progrès de tous les autres domaines. Pour s'en convaincre, il suffit de regarder la corrélation étroite qui existe entre le club des 10 premiers pays « électriques » et le club des 10 premiers pays exportateurs. La seule différence réside dans l'apparition de la Russie dans le club des exportateurs.

Source : Fédération des industries électriques, électroniques et de communications (FIEEC).

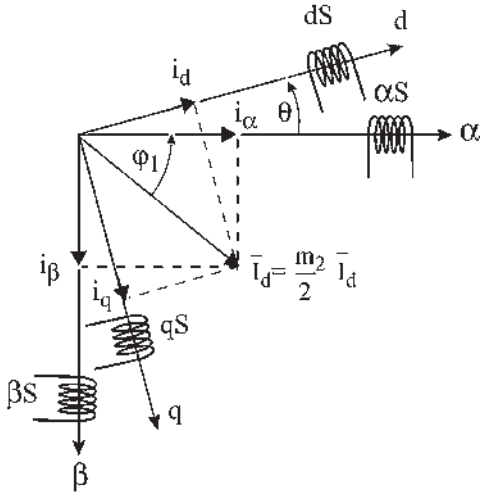


Figure 15.7

Pour garder la même f.m.m.  $\bar{\xi}_s$  et en faisant apparaître les courants homopolaires

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix} = |CR| \cdot \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix}$$

la transformation inverse s'écrit :

$$\begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = |CR|^{-1} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix}$$

avec  $|CR|^T = |CR|^{-1}$

### 15.3.3 Transformations de Park |P|

Les transformations de Park, initiale  $|P_i|$  et modifiée  $|P_m|$  résultent des deux transformations précédentes, transformations de Concordia, initiale  $|C_i|$  et modifiée  $|C_m|$ , et changement de repère  $|CR|$ .

$$|P_i| = |CR| \cdot |C_i| \text{ avec } |C_i|^{-1} \neq |C_i|^T$$

entraînant  $|P_i|^{-1} \neq |P_i|^T$

Dans cette transformation il y a égalité des amplitudes  $I = I_d$

$$|C_i| = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \\ 0 & \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$|P_i| = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \\ 0 & \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = |CR| \cdot |C_i|$$

$$|P_i| = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Par contre, avec la transformation modifiée de Park  $|P_m| = |CR| \cdot |C_m|$  avec  $|C_m|^{-1} = |C_m|^T$  et  $|CR|^T = |C_R|^{-1}$  entraîne  $|P_m|^{-1} = |P_m|^T$ .

Cette transformation conserve la puissance.

$$|P_m| = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} 1 & \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \\ 0 & \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{vmatrix} = |CR| \cdot |C_m|$$

$$|P_m| = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{vmatrix}$$

**Remarque :** Si le système triphasé de départ est équilibré, les transformations de Park, comme celles de Concordia, conduisent à un système diphasé équilibré et à une composante homopolaire nulle. La composante homopolaire sera obligatoirement nulle si la machine a son stator connecté en étoile avec neutre isolé.



# Pour en savoir plus...

## COMPOSANTES SYMÉTRIQUES ET DIAGRAMME ESPACE-TEMPS

La représentation d'un système triphasé déséquilibré quelconque peut se faire aussi en utilisant les axes de lectures simultanées.

Prenons par exemple le système déséquilibré :

$$v_1 = V \cos \omega t \quad v_2 = \frac{V}{2} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$v_3 = V \cos \left( \omega t - \frac{3\pi}{2} \right) \text{ déjà utilisé précédemment }^1.$$

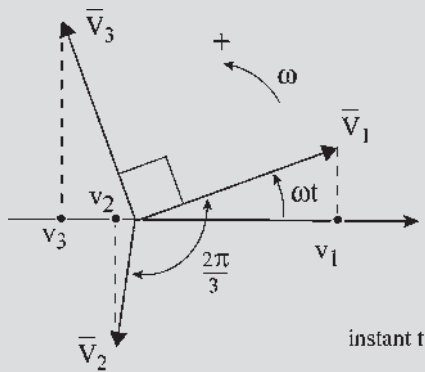


Figure 15.8

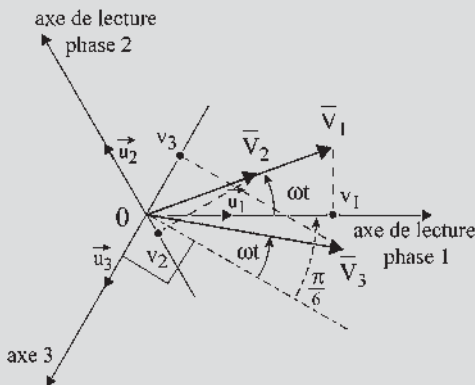


Figure 15.9

<sup>1</sup> Voir Pour en savoir plus, « Théorie des composantes symétriques » chapitre 13.

Dans les deux représentations, à axe unique de lecture (figure 15.8) ou à axes de lectures simultanées (figure 15.9),  $\bar{V}_2$  à l'instant  $t$  est en retard de  $\left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$  par rapport à son axe de lecture et  $\bar{V}_3$  de  $\left( \omega t - \frac{3\pi}{2} \right)$  par rapport au sien.

Dans la représentation à trois axes de lectures simultanées,  $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3$  seraient confondus si le système était triphasé équilibré  $\bar{V}_1 = \bar{V}_2 = \bar{V}_3 = \bar{V}$ . Il a été montré qu'en notant  $\bar{V}_1 = \vec{u}_1 v_1$ ,  $\bar{V}_2 = \vec{u}_2 v_2$  et  $\bar{V}_3 = \vec{u}_3 v_3$ , on obtenait alors  $\bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3 = \frac{3}{2} \bar{V}$  et que cette construction pouvait s'appliquer à toutes les grandeurs triphasées équilibrées, tension  $v$ , courant  $i$ , flux  $\phi$ ... ou induction.

Prenons le cas des champs d'induction donnés par trois bobines tripositionnées et alimentées par des courants triphasés.

La représentation à axes de lectures simultanées devient :

– si les champs sont équilibrés  $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{3}{2} \cdot \vec{B} = \vec{B}_d$  (figure 15.10).

$\vec{B}_1, \vec{B}_2$  et  $\vec{B}_3$  sont les champs pulsants donnés par les bobines 1, 2, et 3 tandis que  $\vec{B}_d$  représente le champ tournant direct résultant.

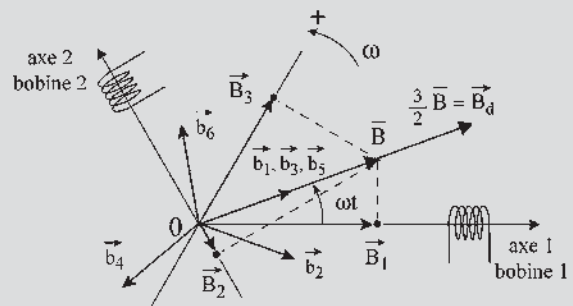


Figure 15.10

En appliquant le théorème de Leblanc à chaque champ pulsant,

$\vec{B}_1 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2$ ,  $\vec{B}_2 = \vec{b}_3 + \vec{b}_4$ , et  $\vec{B}_3 = \vec{b}_5 + \vec{b}_6$ . Les champs directs, tous alignés avec  $\vec{B}$ , donnent  $\vec{b}_1 + \vec{b}_3 + \vec{b}_5 = \frac{3}{2}\vec{B} = \vec{B}_d$  et les champs inverses  $\vec{b}_2 + \vec{b}_4 + \vec{b}_6 = 0$ .

– si les champs sont déséquilibrés, chaque champ pulsant  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$ , et  $\vec{B}_3$  peut toujours, comme précédemment, se décomposer en deux champs tournants de sens inverse,  $\vec{B}_1 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2$ ,  $\vec{B}_2 = \vec{b}_3 + \vec{b}_4$  et  $\vec{B}_3 = \vec{b}_5 + \vec{b}_6$ , mais ces champs  $\vec{b}$  ne sont plus de même amplitude, ni déphasés régulièrement entre eux de  $\frac{2\pi}{3}$ . Il en résulte qu'à côté du champ tournant direct

$\vec{B}_d = \vec{b}_1 + \vec{b}_3 + \vec{b}_5$  apparaît un champ tournant inverse  $\vec{B}_i = \vec{b}_2 + \vec{b}_4 + \vec{b}_6$ .

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \sum_1^6 \vec{b}_i = (\vec{b}_1 + \vec{b}_3 + \vec{b}_5) + (\vec{b}_2 + \vec{b}_4 + \vec{b}_6) = \vec{B}_d + \vec{B}_i$$

Pour le même déséquilibre que précédemment, on retrouve des triangles homothétiques de ceux trouvés avec les composantes symétriques au chapitre 13.

Transcrivons les résultats obtenus avec cette figure spatiotemporelle en coordonnées complexes, l'axe réel étant pris sur l'axe 1.  $\vec{b}_1 = \vec{u}_1 e^{j\omega t} B_1/2 = \vec{B}_1/2$ .

$$\begin{aligned} \vec{b}_3 &= \vec{u}_2 e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} \frac{B_2}{2} = \vec{u}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}} e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} \frac{B_2}{2} \\ &= \vec{u}_1 e^{j\omega t} \frac{B_2}{2} = \frac{\vec{B}_2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{b}_5 &= \vec{u}_3 e^{j(\omega t - \frac{3\pi}{2})} \frac{B_3}{2} = \vec{u}_1 e^{j\frac{4\pi}{3}} e^{j(\omega t - \frac{3\pi}{2})} \frac{B_3}{2} \\ &= \vec{u}_1 e^{j\omega t} \frac{B_3}{2} e^{-j\frac{\pi}{6}} = \frac{\vec{B}_3}{2} \end{aligned}$$

$2\vec{B}_d = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$ . Ces vecteurs tournent à  $\omega$ . On retrouve la même construction que celle obtenue au chapitre 13 avec alors  $\vec{B}_1 + a\vec{B}_2 + a^2\vec{B}_3 = 3\vec{B}_d$

$$\vec{b}_2 = \vec{u}_1 e^{-j\omega t} \frac{B_1}{2} = \frac{\vec{B}_1^*}{2}$$

$$\vec{b}_4 = \vec{u}_2 e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} \frac{B_2}{2} = \vec{u}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}} e^{-j\omega t} e^{j\frac{2\pi}{3}} \frac{B_2}{2} = a^2 \frac{\vec{B}_2^*}{2}$$

$$\begin{aligned} \vec{b}_6 &= \vec{u}_3 e^{-j(\omega t - \frac{3\pi}{2})} \frac{B_3}{2} = \vec{u}_1 e^{j\frac{4\pi}{3}} e^{j\frac{3\pi}{2}} e^{-j\omega t} \frac{B_3}{2} \\ &= \vec{u}_1 e^{-j\omega t} e^{j\frac{\pi}{6}} a \frac{B_3}{2} = a \frac{\vec{B}_3^*}{2} \end{aligned}$$

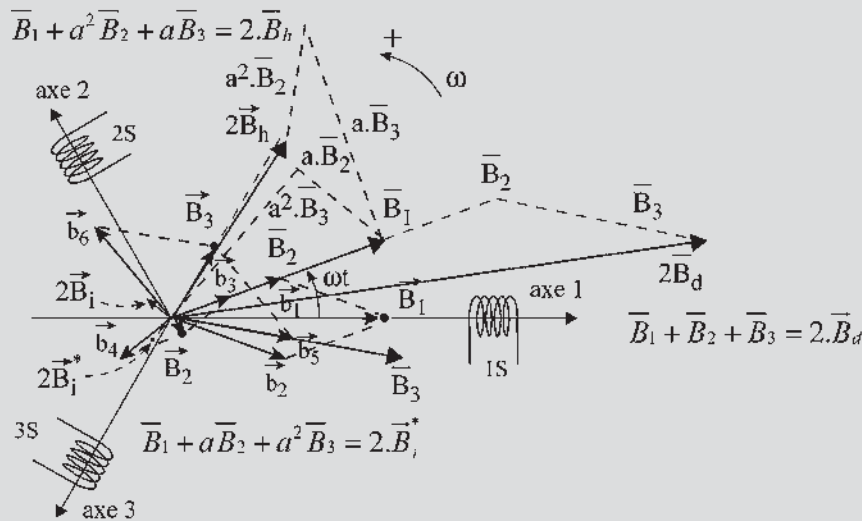


Figure 15.11

$$2\vec{B}_i = \vec{B}_1^* + a^2\vec{B}_2^* + a\vec{B}_3^* = \vec{B}_1^* + (a\vec{B}_2)^* + (a^2\vec{B}_3)^*$$

$2\vec{B}_1^* = \vec{B}_1 + a\vec{B}_2 + a^2\vec{B}_3$ . Construction semblable à celle obtenue au chapitre 13 donnant alors  $\vec{B}_1 + a^2\vec{B}_2 + a\vec{B}_3 = 3\vec{B}_i$ .

Pour rendre le système biunivoque, il faut introduire un champ homopolaire  $k\vec{B}_h$ . Notons que dans la représentation à axes de lectures simultanées, un système triphasé équilibré direct est représenté par un vecteur « direct », qu'un système triphasé équilibré inverse, conjugué d'un système direct, est représenté par un second vecteur direct, conjugué d'un vecteur inverse, et qu'un système homopolaire dans le temps est représenté par un troisième vecteur direct dont les composantes sont tripositionnées dans l'espace.

On peut choisir  $k = 2$  pour homogénéité d'écriture.

$$2\vec{B}_h = \vec{B}_1 + a^2\vec{B}_2 + a\vec{B}_3$$

$$\begin{vmatrix} \vec{B}_d \\ \vec{B}_i^* \\ \vec{B}_h \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \\ \vec{B}_3 \end{vmatrix}$$

et la transformation inverse

$$\begin{vmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \\ \vec{B}_3 \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{B}_d \\ \vec{B}_i^* \\ \vec{B}_h \end{vmatrix}$$

$\vec{B}_d$  et  $\vec{B}_i$  sont les champs tournants direct et inverse.

$$\vec{B}_d = \vec{b}_1 + \vec{b}_3 + \vec{b}_5 \quad \text{et} \quad \vec{B}_i = \vec{b}_2 + \vec{b}_4 + \vec{b}_6.$$

La comparaison des résultats obtenus avec l'approche des composantes symétriques à axe unique de lecture du chapitre 13, donne  $3\vec{B}_d = 2\vec{B}_d$ ,  $3\vec{B}_i = 2\vec{B}_i^*$ ,  $3\vec{B}_0 = 2\vec{B}_h$  et montre que pour des champs triphasés, tripositionnés, déséquilibrés, les composantes symétriques sont directement liées aux champs tournants direct et inverse.

Pour des champs pulsants triphasés déséquilibrés et tripositionnés quelconques, les composantes symétriques  $\vec{B}_d$  et  $\vec{B}_i$  sont les  $\frac{2}{3}$  du champ tournant direct et du conjugué du champ tournant inverse.

Avec les mêmes notations, ces résultats s'appliquent à toute variable de systèmes triphasés, tripositionnés et déséquilibrés.

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \\ \vec{V}_3 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{I}_2 \\ \vec{I}_3 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \vec{\Phi}_1 \\ \vec{\Phi}_2 \\ \vec{\Phi}_3 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \\ \vec{B}_3 \end{vmatrix} \\ &= \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \vec{V}_d \\ \vec{V}_i^* \\ \vec{V}_h \end{vmatrix} \\ & \text{ou } \begin{vmatrix} \vec{I}_d \\ \vec{I}_i^* \\ \vec{I}_h \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \vec{\Phi}_d \\ \vec{\Phi}_i^* \\ \vec{\Phi}_h \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \vec{B}_d \\ \vec{B}_i^* \\ \vec{B}_h \end{vmatrix} \end{aligned}$$

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Transformation de Park

En vue de l'étude des régimes transitoires, Park a mis au point des transformations mathématiques afin de remplacer la machine réelle par une machine virtuelle diphasée, le stator et le rotor ayant le même repère. L'intérêt est d'obtenir des équations moins nombreuses et plus maniables.

### Passage du polyphasé au diphasé

Pour garder la même f.m.m.  $\bar{\xi} = \Sigma n \bar{I}$  et le même moment magnétique  $\vec{M} = \vec{\Sigma} i S_{am}$ , il faut réaliser les conditions :  $n_1 m_1 \bar{I} = n_2 m_2 \bar{I}_d$  et  $S_1 = S_2$ .

### Choix de la transformation

**Park initial** : On impose  $S_1 = S_2$ ,  $\bar{I} = \bar{I}_d$  et  $n_1 m_1 = n_2 m_2$ . Ce choix conserve le courant  $\bar{I} = \bar{I}_d$ .

**Park modifié** : On impose  $S_1 = S_2$ ,  $n_1 m_1 \bar{I} = n_2 m_2 \bar{I}_d$ . Ce choix conserve la puissance apparente.

### Transformation de Concordia

La transformation de Concordia est une transformation de Park correspondant à  $\theta = 0$ . Pour retrouver la transformation de Park, il faut ajouter la mise en rotation avec changement de repère.

## FICHE MÉMO

### Transformation initiale de Park

$S_1 = S_2$  et choix arbitraire  $\bar{I} = \bar{I}_d$   $n_1 m_1 = n_2 m_2$

soit dans la transformation triphasée-diphasée

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = |P_i| \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{soit } \begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{vmatrix} = |P_i| \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{vmatrix}$$

### Transformation de Park modifiée

En conservant toujours la même f.m.m. tournante

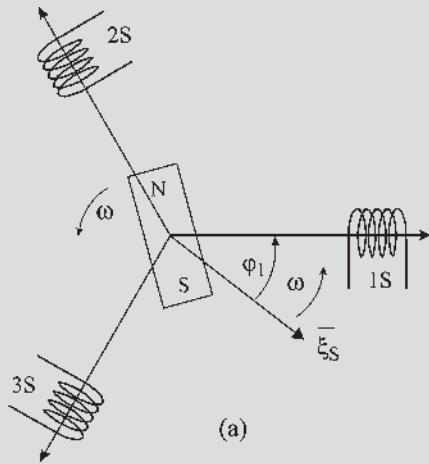
$$\boxed{n_1 m_1 \bar{I} = n_2 m_2 \bar{I}_d} \text{ et } \boxed{S_1 = S_2} \text{ avec } \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2} = \frac{n_2 \bar{I}_d}{n_1 \bar{I}}$$

$$\text{on peut aussi choisir } \boxed{\frac{n_2}{n_1} = \frac{\bar{I}_d}{\bar{I}} = \sqrt{\frac{3}{2}}}$$

$$\begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{vmatrix}$$

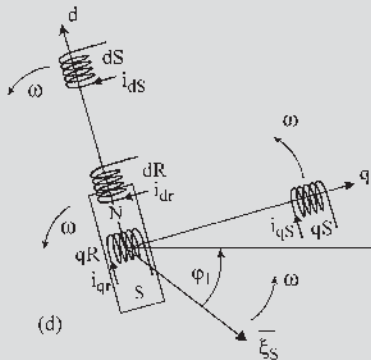
$$\begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = |P_m| \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix}$$

Machine virtuelle diphasée de Park à repère unique



Machine triphasée réelle

Figure 15.12



Machine virtuelle diphasée à repère unique

Figure 15.13

Moment du couple :  $C_{em} = \frac{3}{2} p M_{sr} (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr})$

QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 15.1 Montrer, en utilisant une transformation de Park, par exemple  $|P_m|$ , que si le système triphasé est équilibré, le système diphasé équivalent est équilibré et de composante homopolaire nulle.
- 15.2 Dans une machine synchrone, comment peut-on annuler à coup sûr la composante homopolaire ?
- 15.3 Peut-on proposer une transformation triphasée-diphasée de type Park avec pour choix  $n_1 = n_2$  et  $S_1 \neq S_2$  ? Si oui, établir la matrice correspondante et son inverse.
- 15.4 Peut-on proposer une transformation triphasée-diphasée de type Concordia avec pour choix  $n_1 = n_2$  ? Si oui, établir la matrice correspondante et son inverse.
- 15.5 Comment peut-on vérifier rapidement que deux matrices données sont bien les inverses l'une de l'autre ? Montrez-le avec  $|CR|$  et  $|CR|^{-1}$ .
- 15.6 Calculer le produit  $|C_m| \cdot |C_m|^T$ .
- 15.7 Calculer  $|C_i| \cdot |C_i|^T$  et  $|C_i| \cdot |C_i|^{-1}$ .
- 15.8 Calculer  $|P_i| \cdot |P_i|^{-1}$  et  $|P_m| \cdot |P_m|^{-1}$ .

EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 15.1 Calculer par la transformation de Park  $i_d$  et  $i_q$  dans un régime permanent où
 
$$i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1) ;$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) ;$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right).$$
- 15.2 Considérons le stator d'une machine synchrone triphasée caractérisé par les systèmes de tensions et courants :

$$\begin{cases} v_1 = V\sqrt{2} \cos(\omega t) \\ v_2 = V\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_3 = V\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi_1) \\ i_2 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_3 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Les axes 1, 2, 3,  $d$  et  $q$  sont fixés.

1. Donner l'expression de la puissance instantanée  $p$  de l'armature triphasée en fonction de  $v_1, v_2, v_3$ , et de  $i_1, i_2, i_3$ . Écrire l'expression de  $p$  sous forme matricielle en fonction des matrices  $[i_{123}]$  et  $[v_{123}]$ .
2. Montrer que la puissance instantanée peut s'écrire en fonction des courants et des tensions de l'armature diphasée,  $p = [v_{dq0}]^T [i_{dq0}]$  en utilisant la transformation de Concordia modifiée.

On rappelle :  $[i_{23}] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$  ;  $[v_{123}] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$  ;

$$[i_{dq0}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} ; [v_{dq0}] = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix}$$

**15.3** Considérons une machine synchrone triphasée alimentée par un convertisseur statique de type onduleur. On rappelle que la transformation de Park s'applique à tous les vecteurs temporels du diagramme espace-temps : courant, tension, flux...

$$\begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{vmatrix} = |P_i| \cdot \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{ou } \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{vmatrix}$$

1. Exprimer  $i_d$  et  $i_q$  dans un intervalle de commande  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$  où  $i_1 = -I_0, i_2 = I_0$  et  $i_3 = 0$  en fonction de l'angle  $\theta$ .
2. On note  $\Psi$  l'angle existant entre le flux stator et le flux rotor, ce qui correspond au déphasage entre  $E$  et  $I$ . On donne  $\theta = \Psi - \frac{5\pi}{6} + \omega t$  dans la configuration de l'onduleur. Calculer les valeurs moyennes de  $I_d, I_q$  et de  $i_d, i_q$  en fonction de  $\Psi$ .
3. Exprimer les flux  $\varphi_d$  et  $\varphi_q$ . On appellera  $\phi$  le flux inducteur, avec  $\phi = kj$  en fonctionnement non saturé.



# Machines asynchrones d'induction

Le concept de machine asynchrone d'induction a environ 120 ans. Depuis, cette machine s'est imposée dans l'industrie. C'est le moteur le plus répandu.

Relié au réseau électrique à fréquence fixe, il permet la réalisation de la majorité des entraînements à vitesse constante, cela dans une très large gamme de puissances. On devrait plutôt dire à vitesse « quasi constante », car ce moteur présente le gros intérêt, lorsqu'on lui demande un effort supplémentaire, de le fournir, mais en « glissant » c'est-à-dire en diminuant légèrement sa vitesse (fonctionnement asynchrone).

La mise en œuvre de ce moteur est aisée. Sur le réseau alternatif monophasé, il a fallu cependant trouver quelques « astuces » de démarrage, le moteur asynchrone d'induction a ainsi trouvé sa place pour certaines applications domestiques (entraînement de pompes, compresseurs...) où il se fait oublier par sa discrétion et sa robustesse.

C'est un moteur facile à construire, économique... On a donc pensé à lui pour la vitesse variable. Il y a quelques dizaines d'années, les solutions techniques de l'époque permirent d'obtenir une variation de vitesse en faisant davantage « glisser » le moteur. Actuellement, ce sont les alimentations électroniques de puissance à fréquence variable qui sont amplement utilisées pour obtenir cette variation de vitesse, certes au prix d'une certaine complexité des alimentations et des commandes associées.

Ce moteur a donc d'énormes qualités, sauf peut-être pour l'étudiant ! J'ai le souvenir d'une machine plus difficile à appréhender. En effet, sur le bobinage en court-circuit de cette machine (dans sa version de base) les grandeurs électriques ne sont plus imposées, mais générées par « induction » et doivent donc être calculées pour pouvoir obtenir les caractéristiques de fonctionnement.

Max Marty étudie néanmoins de manière détaillée cette machine électrique. Pour faciliter l'approche, il insiste sur les principes de fonctionnement, la compréhension physique des phénomènes, les études simplifiées, en s'aidant de nombreux diagrammes. Le fonctionnement industriel et les multiples variantes et utilisations sont amplement abordées. En particulier, un chapitre est consacré aux différents procédés d'obtention d'une vitesse variable. Certes ils ne sont pas tous approfondis, ce serait l'objet d'un autre ouvrage, mais cela permet d'avoir une bonne vision des techniques mises en œuvre actuellement.



Ce livre, fruit d'une longue expérience pédagogique, intéressera tous ceux qui veulent connaître (ou revoir) le fonctionnement approfondi et les caractéristiques de la machine asynchrone d'induction, les utiliser dans le contexte industriel. Ils auront en outre une très bonne vision des différentes variables et de l'important champ d'application de ces machines électriques les plus répandues.

Bernard Trannoy  
Professeur émérite INPT, coordinateur recherche,  
LEEI-INPT/ENSEEIH

# Fonctionnement des machines asynchrones d'induction

## Objectifs

- Comprendre le fonctionnement d'une machine asynchrone d'induction.
- Calculer le moment du couple agissant sur le rotor en fonction de la vitesse.
- Classer cette machine dans les machines autopilotées naturelles.
- Repérer les différents types de fonctionnements possibles avec cette structure.

## Vocabulaire

Asynchrone d'induction  
Couple de démarrage  
Glissement

Machine asynchrone  
à double alimentation

Machine autopilotée  
naturelle  
Pulsation rotorique

Technologiquement plus simple qu'une machine synchrone, et beaucoup plus simple qu'une machine à courant continu, cette machine est la plus compliquée à comprendre dans son fonctionnement industriel classique, les variables habituelles n'étant accessibles qu'après calculs. Le diagramme espace-temps est un auxiliaire précieux pour arriver à la compréhension.

## 16.1 PRINCIPE

C'est une machine à bobinages polyphasés au stator et au rotor dans laquelle les bobinages rotor sont court-circuités tandis que le stator est seul alimenté. Dans le fonctionnement industriel classique, la fréquence d'alimentation stator  $f_s$  est constante. Le stator (primaire) donne un champ tournant. Le rotor (secondaire) est alimenté par induction. Le nombre de pôles des deux armatures doit être le même tandis que le nombre de phases peut être différent. À l'arrêt, la machine se comporte comme un transformateur à champ tournant et développe un couple de démarrage. En rotation, à chaque vitesse obtenue en régime permanent, le moment du couple est parfaitement déterminé. Montrons-le sur une machine triphasée stator, diphasée rotor.

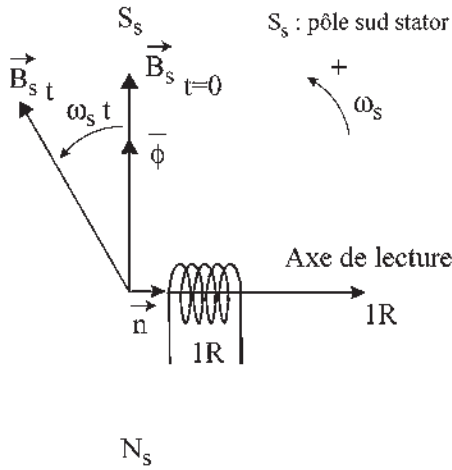


Figure 16.1

Le stator étant parcouru par des courants triphasés de pulsation  $\omega_s$ , le champ stator tourne à la vitesse angulaire  $\Omega_s = \frac{\omega_s}{p}$ .

L'induction étant supposée à répartition spatiale sinusoïdale, le flux à travers le bobinage rotor est sinusoïdal dans le temps. Choisissons arbitrairement  $\varphi = 0$  à  $t = 0$  dans la phase 1 rotorique (figure 16.1).

Prenons la machine bipolaire équivalente pour raisonner sur un diagramme espace-temps en superposant le vecteur induction  $\vec{B}_s$  du diagramme espace au vecteur flux  $\bar{\varphi}$  du diagramme temps.

Le scalaire flux  $\varphi$ , projection instantanée du vecteur flux  $\bar{\varphi}$  sur l'axe de lecture 1R s'écrit :

$$\begin{aligned} \varphi &= \vec{B}_s \cdot \vec{S} = B_s \cdot S \cos(\vec{B}_s \cdot \vec{n}) \\ &= B_s \cdot S \cos(-\omega_s t - \frac{\pi}{2}) = -B_s \cdot S \sin \omega_s t \end{aligned}$$

Pour  $\frac{n_2}{2}$  spires massées, chacune de surface  $S$  :  $\varphi = -\frac{n_2}{2} \cdot B_s S \sin \omega_s t$ , projection de  $\bar{\varphi} = j \frac{n_2}{2} B_s S e^{j\omega_s t}$ . Seule est imposée la direction de  $\vec{B}_s$  à  $t = 0$ .

Ayant positionné  $\vec{B}_s$  par rapport à la bobine 1R, on ne peut pas placer les enroulements stator spontanément, car la direction de  $\vec{B}_s$  à  $t = 0$  dépend de la position des enroulements stator et de la phase des courants stator. On peut choisir arbitrairement soit la position, soit la phase, la seconde étant alors imposée.

Pour l'enroulement stator 1S, choisissons  $v_1$  maximal à  $t = 0$ ,  $v_1 = V_1 \sqrt{2} \cos \omega_s t$ . Le diagramme espace-temps bipolaire implique  $\vec{V}_1$  dans l'axe de la phase 1S. Les scalaires triphasés  $v_1, v_2, v_3$  sont les projections instantanées du vecteur  $\vec{V}_1$  sur les axes de lecture 1S, 2S, 3S (figure 16.2).

Le stator triphasé, résistif et inductif est traversé par des courants triphasés :

$$i_1 = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1), \quad i_2 = I_1 \sqrt{2} \cos\left(\omega_s t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right); \quad i_3 = I_1 \sqrt{2} \cos\left(\omega_s t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right)$$

projections instantanées du vecteur  $\vec{I}_1$  sur les 3 axes.

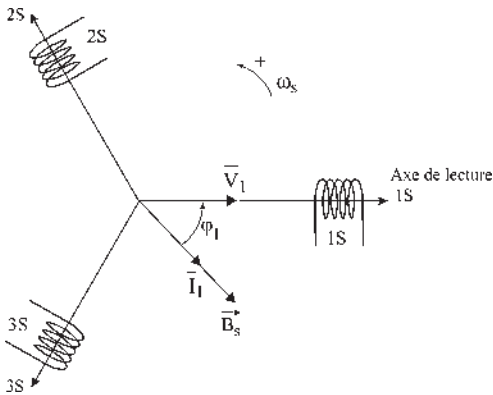


Figure 16.2

$\bar{I}_1 e^{j\omega_s t}$  étant le vecteur tournant, d'amplitude efficace complexe  $\bar{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi_1}$ , est déphasé de  $\varphi_1$  en arrière par rapport à  $\bar{V}_1$ .

Le théorème de Ferraris montre que le stator donne un champ tournant unique  $\vec{B}_s$  tournant dans le sens trigonométrique et porté par le vecteur  $\bar{I}_1$ .

Superposons les deux diagrammes précédents par l'intermédiaire de  $\vec{B}_s$ . Les axes 1S, 2S, 3S étant les axes de projection des grandeurs scalaires statoriques (figure 16.3).

Appelons  $p\theta_0$  l'angle électrique entre 1S et 1R, rotor à l'arrêt pour la démonstration, à  $t = 0$  dans le fonctionnement normal,  $p\theta_0 = \text{angle électrique (stator } \vec{I}, \text{ rotor } \vec{I})} = -\varphi_1 - \frac{\pi}{2}$ ,  $p\theta_0$  étant compté positivement dans le sens dessiné.

On pourrait placer sur ce diagramme les bobines rotoriques diphasées 1R, 2R et les axes de lectures des grandeurs scalaires rotoriques 1R, 2R.

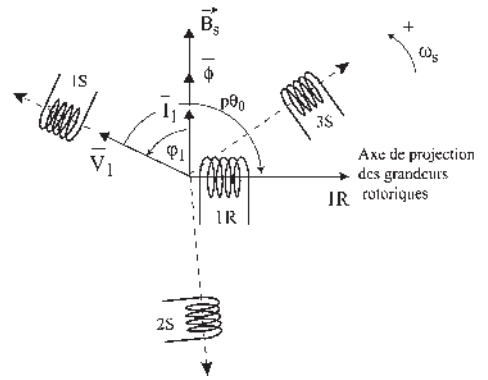


Figure 16.3

## 16.2 CALCUL DU FLUX REÇU PAR LA BOBINE ROTOR 1R

En faisant l'hypothèse d'une machine non saturée :

$$\varphi = \begin{cases} M_{sr} \cdot i_1 \cos p\theta_0 \\ M_{sr} \cdot i_2 \cos(p\theta_0 - \frac{2\pi}{3}) \\ M_{sr} \cdot i_3 \cos(p\theta_0 - \frac{4\pi}{3}) \end{cases} = \begin{cases} M_{sr} \cdot I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1) \cdot \cos(p\theta_0) \\ M_{sr} \cdot I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(p\theta_0 - \frac{2\pi}{3}) \\ M_{sr} \cdot I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}) \cdot \cos(p\theta_0 - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

$m_1$  étant le nombre de phases stator d'une machine polyphasée. Bien que le calcul soit fait pour  $m_1 = 3$ , il est possible de généraliser à  $m_1$  quelconque  $\geq 2$ ,  $M_{sr}$  étant la mutuelle entre les enroulements 1S et 1R lorsque  $p\theta_0 = 0$ .

$$\begin{aligned} \varphi &= m_1 \frac{M_{sr} \cdot I_1 \sqrt{2}}{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1 - p\theta_0) = m_1 \frac{M_{sr} \cdot I_1 \sqrt{2}}{2} \cos(\omega_s t + \frac{\pi}{2}) \\ &= -m_1 \frac{M_{sr} \cdot I_1 \sqrt{2}}{2} \sin \omega_s t \end{aligned}$$

$$\bar{\varphi} = jm_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} e^{j\omega_s t}. \text{ En identifiant les deux expressions de } \varphi :$$

$$\boxed{\frac{n_2}{2} B_s S = m_1 \frac{M_{sr} \cdot I_1 \sqrt{2}}{2}} \text{ pour une bobine rotor de } \frac{n_2}{2} \text{ spires massées.}$$

### 16.3 F.É.M. AGISSANTE AU SECONDAIRE

La loi de Lenz

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \text{ s'écrit : } \frac{n_2}{2} B_s \cdot S \cdot \omega_s \cdot \sin\left(\omega_s t + \frac{\pi}{2}\right) = \boxed{m_1 \frac{M_{sr}}{2} \cdot I_1 \cdot \sqrt{2} \omega_s \cos \omega_s t = e_2}$$

Le scalaire  $e_2$  est la projection instantanée sur l'axe de lecture  $1R$  du vecteur

$$\bar{E}_2 = -j\omega_s \bar{\phi} = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} \omega_s e^{j\omega_s t}$$

Cette f.é.m. existe rotor ouvert. Court-circuitons chaque bobine rotor. Pour chaque bobine, la loi de Faraday montre que le sens du champ donné par la bobine rotor est le même que la bobine soit bobinée à droite ou à gauche (chapitre 7, question 7.5).

$$e_2 = r_2 \cdot i_r + l_{l2} \frac{di_r}{dt}$$

La solution particulière de l'équation différentielle linéaire à coefficients constants avec second nombre sinusoidal s'écrit :

$$i_r = I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2)$$

où  $I_2$  et  $\varphi_2$  restent à déterminer.

$$\bar{I}_r = I_2 \cdot e^{-j\varphi_2} \quad \bar{E}_2 = (r_2 + jl_{l2}\omega_s) \bar{I}_r \text{ donne :}$$

$$I_2 = \frac{m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \cdot \omega_s}{\sqrt{r_2^2 + l_{l2}^2 \omega_s^2}} \quad \text{et} \quad \cos \varphi_2 = \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + l_{l2}^2 \omega_s^2}}$$

La projection de  $\bar{I}_r$  sur l'axe de lecture  $1R$  indique à la fois la valeur instantanée du courant rotor  $i_r$  dans le bobinage  $1R$  et la direction du champ rotor donné par la seule bobine  $1R$  (alternatif de direction fixe). L'angle  $\zeta$  est petit.  $\bar{I}_r$  est pratiquement en opposition avec  $\bar{I}_1$  comme dans un transformateur (figure 16.4).

Le rotor diphasé (de fait tétraphasé couplé) étant formé de deux bobines court-circuitées et décalées entre elles de  $\pi/2$  électrique, les flux instantanés dans les bobines rotor, les f.é.m. aux bornes des bobines et les courants rotor  $i_{r1}$ ,  $i_{r2}$  forment des systèmes diphasés équilibrés directs de pulsation  $\omega_s$  (figure 16.5).

$$i_{r1} = I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2)$$

$$i_{r2} = I_2 \sqrt{2} \cos\left(\omega_s t - \varphi_2 - \frac{\pi}{2}\right)$$

Le rotor, bloqué à l'arrêt pour la démonstration, donne un champ  $\vec{B}_r$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega_s$  dans le même sens que le champ stator  $\vec{B}_s$ . Dans le diagramme espace-temps

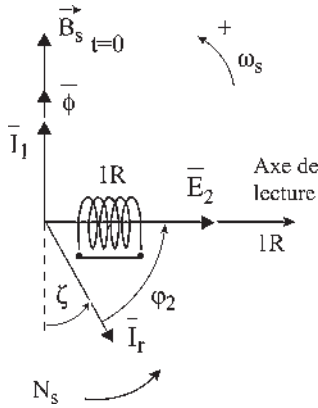


Figure 16.4

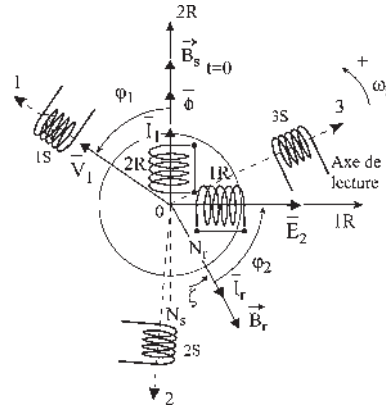


Figure 16.5

$\vec{B}_r$  est en phase avec  $\vec{I}_r$  puisque le champ tournant  $\vec{B}_r$  passe par l'axe d'une bobine rotor lorsque le courant y est maximal. On peut placer les pôles  $N_s$  et  $N_r$  des champs stator et rotor qui tournent au synchronisme.

**Remarque :** on peut représenter le moment du couple agissant sur le rotor et son sens par la force de répulsion de  $N_s$  sur  $N_r$  avec un bras de levier, la force ne passant pas par le centre de rotation. L'angle  $\zeta$ , petit, ne peut pas être nul, il n'y aurait plus de couple. Il est donc impossible de négliger la résistance  $r_2$  du rotor car elle entraînerait la nullité de  $\zeta$  et du moment du couple (figure 16.6).

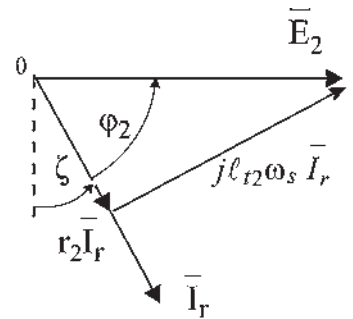


Figure 16.6

## 16.4 CALCUL DU MOMENT DU COUPLE DE DÉMARRAGE

Le moment du couple agissant sur le rotor étant la somme des couples sur les deux bobines rotor s'écrit par paire de pôles :

$$\vec{C} = \vec{M}_r \wedge \vec{B}_s$$

$$\vec{C} = \frac{n_2}{2} (i_{r1} \cdot \vec{S}_1 + i_{r2} \cdot \vec{S}_2) \wedge \vec{B}_s \text{ et en amplitude :}$$

$$C = \frac{n_2}{2} i_{r1} \cdot S \cdot B_s \sin(\vec{n}_1, \vec{B}_s) + \frac{n_2}{2} i_{r2} \cdot S \cdot B_s \sin(\vec{n}_2, \vec{B}_s)$$

$$C = \frac{n_2}{2} \cdot S \cdot B_s \left[ I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega_s t\right) + I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2 - \frac{\pi}{2}) \sin \omega_s t \right]$$

$$C = I_2 \cdot \sqrt{2} m_1 \frac{M_{sr} \cdot I_1 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \cos(\omega_s t - \varphi_2) \cos \omega_s t + \cos(\omega_s t - \varphi_2 - \frac{\pi}{2}) \cos(\omega_s t - \frac{\pi}{2}) \right]$$

$$C = I_2 \cdot m_1 \frac{M_{sr} \cdot I_1}{2} \cdot \left[ \cos(2\omega_s t - \varphi_2) + \cos(2\omega_s t - \varphi_2 - \pi) + m_2 \cos \varphi_2 \right]$$

$m_2$  étant le nombre de phases au rotor :  $C = m_1 \cdot m_2 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \cdot I_2 \cos \varphi_2$ .

En posant  $M = m_2 \cdot \frac{M_{sr}}{2}$   $C = m_1 \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cos \varphi_2$  et pour une machine multipolaire à  $2p$  pôles :  $C = p \cdot m_1 \cdot M \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$

En remplaçant  $I_2$  et  $\cos \varphi_2$  par les valeurs trouvées précédemment :

$$C = pm_1(M \cdot I_1)^2 \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{r_2}{\frac{r_2^2}{\omega_s} + L_{t2}^2 \cdot \omega_s}$$

En multipliant numérateur et dénominateur par  $\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2$  et en posant :

$$R_2 = r_2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \quad \text{et} \quad L_{t2} = l_{t2} \cdot \frac{m_2}{m_1} \quad \text{il vient :} \quad C = p \cdot m_1(M \cdot I_1)^2 \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{\omega_s} + L_{t2}^2 \cdot \omega_s}$$

C'est une expression intéressante pour une alimentation dite « en courant » avec  $i_1 = I_1 \cdot \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1)$ . Le rotor étant à l'arrêt, ce couple est le couple de démarrage.

## 16.5 MOMENT DU COUPLE EN RÉGIME PERMANENT DE ROTATION

Sous l'action du couple de démarrage, le rotor se met en rotation dans le sens du champ tournant stator. Compte tenu de la charge, la vitesse de rotation du rotor se stabilise à une valeur déterminée  $\Omega < \Omega_s$ . Le champ stator tourne par rapport au rotor à la vitesse angulaire relative  $\Omega_r = \Omega_s - \Omega$ .

En se plaçant sur le rotor, en observateur rotorique, à l'instant arbitraire où le flux est nul dans la bobine 1 rotorique, on peut montrer comme précédemment que (figure 16.7) :

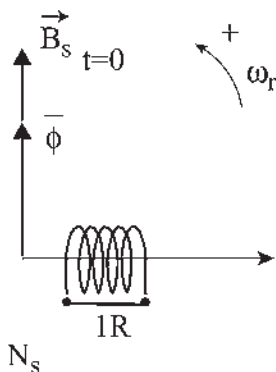


Figure 16.7

$$\varphi = -B_s \cdot S \sin \omega_r t$$

$$i_1 = I_1 \cdot \sqrt{2} \cos(\omega_r t - \varphi_1)$$

$$e_2 = m_1 \frac{M_{sr} \cdot I_1 \cdot \sqrt{2}}{2} \omega_r \cos \omega_r t$$

Ces expressions étant exactement les mêmes que celles obtenues précédemment pour le démarrage, en remplaçant  $\omega_s$  par  $\omega_r$ , le moment du couple sera donc :

$$C = p \cdot m_1(M \cdot I_1)^2 \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{\omega_r} + L_{t2}^2 \cdot \omega_r}$$

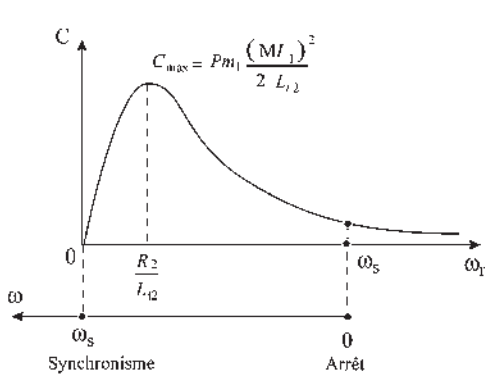


Figure 16.8

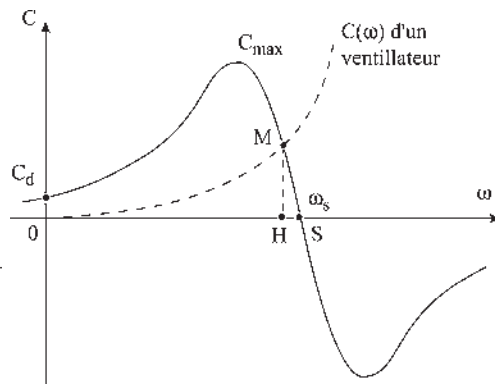


Figure 16.9

$\omega_r = \omega_s$  lorsque le rotor est à l'arrêt ;  $\omega_r = 0$  lorsque le rotor tourne au synchronisme à  $\omega_s$ . On peut donc étudier  $C(\omega_r)$  donnant le moment du couple obtenu en régime permanent pour chaque valeur de  $\omega_r$ . Cette courbe, succession de points d'équilibre, n'est pas la courbe suivie par le couple lorsque  $\omega_r$  varie dans le temps (figure 16.8).

En changeant  $\omega_r$  en  $-\omega_r$ ,  $C$  se change en  $-C$ , la courbe  $C(\omega_r)$  est donc symétrique par rapport à l'origine.  $C$  est proportionnel à  $\omega_r$  pour  $\omega_r$  petit.  $C \rightarrow 0$  pour  $\omega_r \rightarrow \infty$ .  $C$  présente un maximum quand le dénominateur est minimum. Le dénominateur, somme de deux termes dont le produit est constant, est minimum quand la résistance égale la réactance.

On préfère souvent travailler sur  $C(\omega)$ . En moteur,  $0 < \omega < \omega_s$ . L'équation de la mécanique :  $C_{\text{moteur}} + C_{\text{résistant}} = J \frac{d\Omega}{dt}$  montre qu'il y a accélération si  $C_{\text{moteur}} > C_{\text{résistant}}$  et vitesse stabilisée,  $\Omega = \text{cste}$ , si  $C_{\text{moteur}} = C_r$ . Le moteur entraînant par exemple un ventilateur,  $C(\omega)$  est alors parabolique. Le fonctionnement en régime permanent sera caractérisé par le point  $M$ .  $OH = \omega$ ,  $HS = \omega_r$ ,  $OS = \omega_s$  (figure 16.9).

On a toujours  $\omega_s = \omega + \omega_r$ . Pour chaque régime stabilisé, quelle que soit la vitesse d'équilibre  $\omega$ , on aura toujours  $\omega_s = \omega + \omega_r$ , les deux champs tournant au synchronisme à la vitesse angulaire électrique  $\omega_s$  pour un observateur stator et  $\omega_r$  pour un observateur rotorique.

Les champs tournent au synchronisme, la machine est appelée asynchrone car contrairement à la machine synchrone, le rotor tourne toujours à  $\Omega < \Omega_s$ . En effet, le principe de la machine étant basé sur le phénomène d'induction, si l'on suppose  $\Omega = \Omega_s$ , il n'y a plus de variation de flux au secondaire et par suite plus de couple et le rotor ralentit.

Si les enroulements du rotor (secondaire) ne tournent pas à la vitesse de synchronisme dans le même sens, il y a variation de flux, création de f.é.m. et courants induits au rotor puisqu'il est en court-circuit. Les courants tendent à s'opposer à la cause qui leur donne naissance :

## Le saviez-vous ?

### Le VAL

Imaginé par le professeur Gabillard de l'Université des sciences et techniques de Lille, mis au point par le groupe Matra sur demande et avec l'appui actif d'Arthur Nottebart, président de la Communauté urbaine de Lille, le nom du Véhicule Automatique Léger provient de la première ligne Villeneuve d'Asq-Lille.



- en exerçant une action démagnétisante sur le stator (primaire) ;
- en développant un couple qui tend à entraîner le rotor à la vitesse du champ inducteur et dans le même sens pour faire cesser la perturbation.

**Remarque :** Pour un bobinage polyphasé à  $2p$  pôles les variables :

- pulsation ou vitesse angulaire électrique  $\omega$ , en rad/s ;
- fréquence  $f$  en Hz ;
- vitesse angulaire de rotation  $\Omega$  en rad/s ;
- fréquence de rotation  $N$  appelée « vitesse de rotation » en tours par seconde,

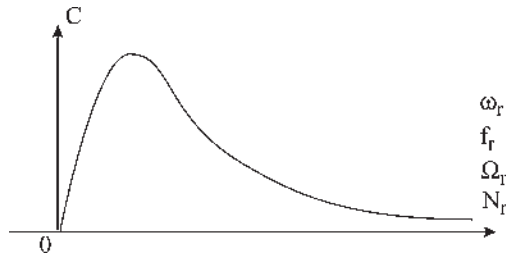


Figure 16.10

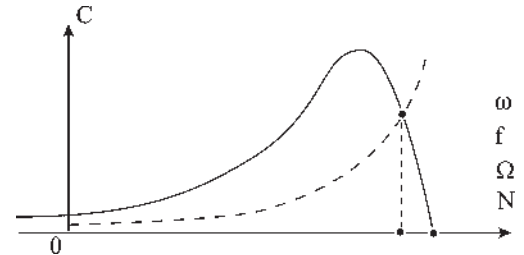


Figure 16.11

sont liées par :  $\omega = 2\pi f = p\Omega = 2\pi pN$  que ce soit pour les valeurs au synchronisme, pour les valeurs relatives ou pour les valeurs variables. En conséquence, on pourra représenter à volonté (figures 16.10 et 16.11).

## 16.6 MACHINE AUTOPILOTÉE NATURELLE

Le moteur asynchrone d'induction est un moteur à fréquence rotorique autopilotée naturellement.

L'autopilotage « provoqué » d'une machine synchrone consiste à fabriquer l'alimentation pour que la pulsation des courants stator,  $\omega_s$ , soit toujours égale à la vitesse angulaire électrique instantanée de rotation du rotor  $\omega$ . Alors, il n'y a plus de décrochage. Les deux champs  $\vec{B}_j$  et  $\vec{B}_l$  sont toujours synchrones.

L'autopilotage « naturel » d'une machine asynchrone d'induction réside dans le fait que la pulsation rotorique  $\omega_r$  est toujours, de manière instantanée, la vitesse angulaire électrique relative du champ stator par rapport au rotor,  $\omega_r = \omega_s - \omega$ .

La pulsation  $\omega_r$  est créée par induction, due au champ stator, dans le rotor en court-circuit, en tenant compte de la rotation du rotor. Les deux champs  $\vec{B}_s$  et  $\vec{B}_r$  décalés sensiblement de  $\pi$  (Lenz) sont toujours au synchronisme.  $\omega_s = \omega + \omega_r$ . Il n'y a pas de décrochage.  $\Omega_s$  imposée par l'alimentation,  $\Omega$  imposée par la charge, les grandeurs rotoriques ( $f_r, \omega_r, \Omega_r, N_r$ ) ne sont pas disponibles.

## 16.7 ALIMENTATIONS DES MACHINES ASYNCHRONES

### 16.7.1 Fonctionnement à fréquence constante

On introduit le glissement défini par  $g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} = \frac{\Omega_r}{\Omega_s}$

– si  $g = 0 \rightarrow \Omega = \Omega_s$  (vitesse de synchronisme) ;

– si  $g = 1 \rightarrow \Omega = 0$  (rotor à l'arrêt).

En pratique, le glissement varie de 2 % dans les grosses machines à 6 % dans les petites machines.  $g$  est le rapport entre les grandeurs relatives (rotoriques) et les grandeurs statoriques.

$$g = \frac{\Omega_r}{\Omega_s} = \frac{N_r}{N_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s} = \frac{f_r}{f_s}, \text{ la pulsation des courants roto-}$$

riques est  $\omega_r = g\omega_s$

$(1 - g)$  est le rapport entre les grandeurs du rotor et les grandeurs du stator :

$$\begin{aligned} (1 - g) &= \frac{\Omega}{\Omega_s} = \frac{N}{N_s} = \frac{f}{f_s} = \frac{p \cdot N}{f_s} \\ &= \frac{\omega}{\omega_s} = \frac{p \cdot \Omega}{\omega_s} \end{aligned} \quad \boxed{\Omega = \frac{\omega_s}{p}(1 - g)}$$

Avec ce type d'alimentation, la machine asynchrone d'induction peut fonctionner en moteur ou en générateur selon que  $g$  soit  $> 0$  ou  $< 0$ .

Nous montrerons que, contrairement à la machine synchrone, cette machine absorbe toujours de la puissance réactive, en moteur comme en générateur. En conséquence, dans un fonctionnement en générateur autonome, il faudra lui fournir la puissance réactive nécessaire. De même, le fonctionnement d'un réseau ne comportant que des machines asynchrones n'est pas possible, la présence de machines synchrones surexcitées, de batteries de condensateurs ou de dispositifs à semi-conducteurs produisant du réactif est indispensable. Dans le jargon des électriciens, on dit que la présence d'une machine synchrone est, comme la présence d'un chef d'orchestre, indispensable pour maintenir le synchronisme.

### 16.7.2 Fonctionnement à double alimentation

C'est la même machine asynchrone à bobinages polyphasés au stator et au rotor. Le stator alimenté à fréquence constante  $f_s$  donne un champ tournant à la vitesse angulaire électrique  $\omega_s$ . Les bobinages rotors ne sont plus court-circuités. Deux fonctionnements sont possibles :

### Vous avez dit électrotechnique ?

#### Le VAL

Mis en service en 1983 à Lille, son implantation s'est poursuivie à Jacksonville et à Lille par une seconde ligne en 1989, à l'aéroport d'Orly en 1991, à Toulouse et à l'aéroport O'Hare de Chicago en 1993, puis à Rennes, Toulouse avec une seconde ligne, Taipeh...

Chaque voiture, conçue par Matra, est équipée de deux moteurs à courant continu de 150 kW alimentés en 750 V continu. L'énergie est captée par patins frotteurs sur les rails de guidage. La commande des moteurs s'effectue par hacheurs à thyristors à fréquence variable.

La rame composée de deux voitures peut transporter 200 passagers à la vitesse maximale de 60 km/h avec une vitesse moyenne de 35 km/h. L'intervalle entre deux rames est de 1 minute aux heures de pointe et de 6 minutes pendant les heures creuses.

Chaque voiture est équipée entièrement de pneumatiques avec deux essieux de roulement et quatre roues horizontales de guidage. La rame peut gravir des pentes de 7 %. La sécurité intrinsèque, provoquant un arrêt total en cas d'anomalies, s'appuie sur une « logique de cantons ».

Depuis 1997, les voitures sont construites par le groupement Alstom-Matra-Siemens. Chaque moteur est un asynchrone à cage alimenté en tension et fréquence variable par un onduleur à GTO ou à IGBT.



- si l'on impose la vitesse de rotation  $\Omega$  du rotor, la machine fonctionne comme un générateur fournissant au secondaire une pulsation  $\omega_r$  déterminée pour chaque vitesse de rotation. C'est un générateur à fréquence variable en fonction de la vitesse de rotation du rotor.
- Si l'on impose la fréquence rotorique  $\omega_r$ , la machine fonctionne comme un moteur. Pour  $\omega_r = \omega_s$  le rotor est à l'arrêt. Dès que  $\omega_r$  est légèrement différent de  $\omega_s$ , la machine se met en rotation dans un sens ou dans l'autre selon que  $\omega_r$  soit  $<$  ou  $>$  à  $\omega_s$ . Par contre, si  $\omega_r$  est très différent de  $\omega_s$  la machine ne peut pas démarrer. Comme pour la machine synchrone, il doit y avoir « accrochage » et il peut y avoir décrochage. Excitée en continu avec  $\omega_r = 0$  c'est d'ailleurs une machine synchrone.

Un fonctionnement en double alimentation avec autopilotage est différent. Imposant  $\omega_r$ , la pulsation statorique  $\omega_s$  est déterminée et imposée en tenant compte de la rotation mesurée du rotor en réalisant  $\omega_s = \omega_r + \omega$ . Il n'y a plus de décrochage. On retrouvera ce type de fonctionnement dans la cascade hyposynchrone.

### 16.7.3 Fonctionnement à fréquence variable

Avec le développement des semi-conducteurs, les convertisseurs statiques permettent l'alimentation à fréquence variable des machines asynchrones d'induction. Alimentées « en tension » ou « en courant », c'est-à-dire à fréquence variable avec une tension ou un courant sinusoïdal, variable en amplitude et en phase, ces machines présentent des possibilités nouvelles avec des plages de variations de vitesse importantes et des performances dynamiques améliorées.

La commande vectorielle sera complexe pour obtenir, comme dans les machines à courant continu, un découplage des commandes du flux et du couple.

L'autopilotage présentera un intérêt bien que la machine soit autopilotée naturellement.

### 16.7.4 Convertisseur asynchrone à champ tournant

Ces diverses utilisations d'une même structure dans la technologie polyphasée statorique et rotorique autorisent un fonctionnement :

- en machine asynchrone d'induction réversible moteur/générateur ;
- en générateur à fréquence variable ;
- en machine asynchrone à double alimentation, principalement en fonctionnement moteur connu sous le nom de cascade hyposynchrone ;
- en moteur alimenté en fréquence variable, autopiloté et à commande vectorielle.

Pour couvrir tous ces fonctionnements, on emploie le terme de convertisseur asynchrone à champ tournant.

Bien que leurs réalisations puissent se faire avec un stator  $m_1$  phasé et un rotor  $m_2$  phasé, avec  $m_1$  et  $m_2 \geq 2$ , les systèmes triphasés ont la préférence. Leurs bobinages présentent l'avantage d'une meilleure puissance massique et la réalisation aisée de f.m.m. sinusoïdales.

# Pour en savoir plus...

## APPLICATIONS DE L'INDUCTION

Dès qu'il y a variation de flux dans un milieu ferromagnétique, dans un bobinage, dans une cage d'écurieuil, ou dans un rotor massif, une f.é.m.,  $e = -\frac{d\phi}{dt}$ , apparaît.

Si la structure l'autorise, la f.é.m. crée un courant, qui lui-même engendre un champ magnétique, pour s'opposer de toutes les manières à ce champ provocateur qui s'agite. Dans les machines, ce champ peut être impulsionnel – pulsant – tournant – glissant.

C'est l'application du principe de l'induction et de la loi de Lenz  $e = -\frac{d\phi}{dt}$ .

Toute variation du flux d'induction à travers un circuit fermé crée dans le circuit un courant induit temporaire, ne durant que pendant la variation du flux, produisant lui-même un flux pour s'opposer à ce flux inducteur variable perturbateur :

- en exerçant une action démagnétisante sur l'inducteur (cas du transformateur) ;
- en créant une force ou un couple permettant le déplacement qui ferait cesser la perturbation (cas du moteur asynchrone d'induction) ;
- en s'orientant pour ne plus sentir de perturbations (cas des synchros).

On peut citer de nombreux dispositifs faisant appel à ce principe :

- amortisseurs des machines synchrones ;
- démarrage des commutatrices ;
- vibreurs pour l'alimentation des postes militaires portatifs de la seconde Guerre mondiale ;
- sonnettes d'appartement avec le même principe sans la pile, le transformateur servant à l'alimentation ;
- alimentation des bougies d'automobile ;
- embrayage électromagnétique ;
- coupleur électromagnétique, pour diesel de marine, ne transmettant pas les oscillations ;
- variateur électromagnétique de vitesse ;
- accouplement élastique permettant entre deux réseaux électriques, d'accrocher successivement les deux

machines synchrones sur leurs réseaux respectifs, sans l'obligation d'un stator mobile ;

- freinage pour camions avec un coupleur électromagnétique dont l'inducteur est fixe et le disque ferromagnétique lié aux roues ; présente l'inconvénient de dissiper la chaleur dans le disque, à l'intérieur du véhicule ;
- fonderies industrielles ;
- chauffage domestique par induction ;
- moteurs linéaires avec secondaires en rails ou en projectiles.

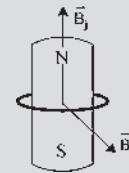


Figure 16.12

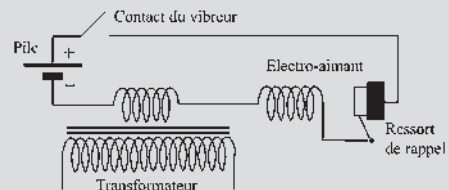


Figure 16.13

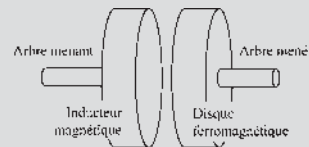


Figure 16.14

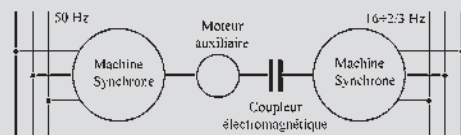


Figure 16.15

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### *Machine asynchrone d'induction : principe*

La machine asynchrone comprend un stator créant un champ tournant. Son rotor, ferromagnétique, court-circuité, est parcouru par des courants induits. Un couple est alors produit par interaction du champ stator et des courants rotor.

### *Synchronisme des champs et vitesse de rotation*

Les deux champs produits par le stator et par le rotor,  $\vec{B}_s$  et  $\vec{B}_r$ , tournent au synchronisme. Pour avoir des courants produits par induction, le rotor tourne nécessairement à une vitesse inférieure à celle du champ tournant statorique.

### *Glissement*

Le glissement de la machine repère la différence relative de vitesses entre vitesse de rotation du rotor et vitesse de synchronisme des champs.

### *Démarrage de la machine asynchrone*

Dans son principe, et contrairement à la machine synchrone, la machine asynchrone d'induction triphasée démarre dès sa mise sous tension sur un réseau à fréquence imposée.

## FICHE MÉMO

### *Glissement*

$$g = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s} = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$$

### *Moment du couple en régime permanent de rotation*

$$C = p \cdot m_1 (M \cdot I_1)^2 \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{\omega_r} + L_{i2}^2 \cdot \omega_r}$$

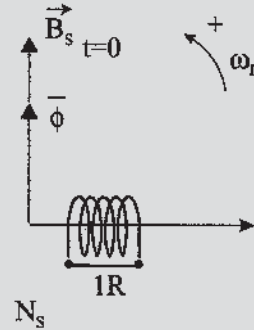


Figure 16.16

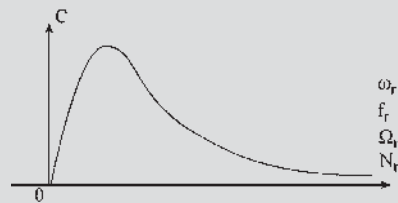


Figure 16.17

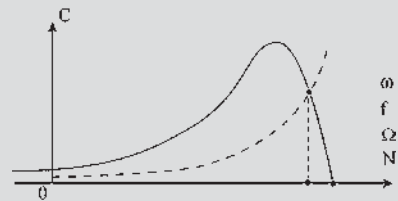


Figure 16.18

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**16.1** Une machine asynchrone d'induction peut-elle avoir au stator et au rotor des nombres de phases  $m_1$  et  $m_2$  différents ? Des nombres de pôles différents ?

- 16.2** Ayant l'expression vectorielle du flux reçu par la bobine rotor  $\vec{\phi} = j \frac{n}{2} B_s \cdot S e^{j\omega_s t} = j m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} e^{j\omega_s t}$  par rapport à l'axe de lecture  $1R$ , donner l'expression vectorielle de ce flux par rapport à l'axe de lecture  $1S$ .
- 16.3** À partir des expressions vectorielles du flux reçu par la bobine rotor par rapport aux axes de lectures  $1R$  et  $1S$  trouvés à la question 16.2, donner les expressions vectorielles de la f.é.m. agissante au secondaire  $\vec{E}_2$  par rapport aux axes de lecture  $1R$  et  $1S$ .
- 16.4** Donner les expressions vectorielles de  $\vec{E}_2$  par rapport à l'axe de lecture  $1R$  en faisant apparaître l'angle électrique  $p\theta_0$ .
- 16.5** Une machine asynchrone d'induction est utilisée en transformateur à champ tournant. Le rotor maintenu fixe est toutefois réglable en position par une vis sans fin permettant de régler l'angle  $p\theta_0$ . Donner les expressions vectorielles de la f.é.m. agissante au secondaire par rapport aux axes de lectures  $1R$  et  $1S$  en fonction de  $p\theta_0$  et de  $M = m_2 \frac{M_{sr}}{2}$ . Peut-on utiliser cette machine pour  $m_1 = m_2$  ou pour  $m_1 \neq m_2$  ?
- 16.6** En régime permanent de fonctionnement, installé sur le rotor en observateur rotorique, combien voit-on de champs et à quelles vitesses tournent-ils ?
- 16.7** Pourrait-on dans un transformateur à champ tournant mettre le secondaire en court-circuit ?
- 16.8** Pouvez-vous expliquer le décrochage possible d'une machine asynchrone à double alimentation lorsque rotor et stator sont alimentés en courants polyphasés de pulsation  $\omega_s$  et  $\omega_r$  ?

## EXERCICES

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 16.1** Un moteur asynchrone triphasé 380 V, 50 Hz fonctionnant à sa puissance nominale, absorbe un courant de 24 A avec un facteur de puissance de 0,81. Sa vitesse est de 960 tr/min. La résistance mesurée entre deux bornes du stator est de 0,44  $\Omega$ . Les pertes fer du stator sont de 415 W. Les pertes mécaniques de 310 W. On demande :

- 1) Le nombre de pôles du moteur.
- 2) La valeur des pertes Joule du stator.
- 3) La valeur des pertes Joule du rotor.
- 4) Le rendement du moteur.

- 16.2** Une machine asynchrone d'induction possède un stator triphasé parcouru par des courants de pulsation  $\omega_s$  et un rotor monophasé court-circuité. Au démarrage, rotor à l'arrêt, à l'instant  $t = 0$  l'induction stator  $\vec{B}_s$  est à  $\frac{\pi}{2}$  électrique AV par rapport à l'axe de la bobine rotor. Cette bobine possède  $\frac{n}{2}$  spires, chacune de surface  $S$ . En prenant les notations du paragraphe 16.1, on peut écrire le flux reçu par le rotor  $\phi = -\frac{n}{2} B_s S \sin(\omega_s t) = -m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} \sin(\omega_s t)$  et le courant rotorique  $i_r = I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2)$ . Montrer qu'il existe un couple de démarrage que l'on calculera pour une machine à  $2p$  pôles. Y a-t-il avantage à prendre un rotor triphasé ?

- 16.3** Un moteur asynchrone triphasé à bagues, 12 pôles, alimenté par un réseau triphasé 3 000 V à 50 Hz, effectue, par l'intermédiaire d'un treuil, le levage vertical d'une masse de 10 tonnes. La vitesse de remontée en régime permanent est de 3 m/s pour une vitesse de rotation du moteur de 475 tr/min. On suppose pour simplifier que les pertes du système d'entraînement (moteur et treuil) se réduisent aux seules pertes Joule dans l'enroulement rotorique du moteur. Le courant absorbé par le moteur est de 80 A. Le courant mesuré dans une phase du rotor en court-circuit est de 450 A. On connaît par ailleurs la valeur  $g_{\max} = 0,20$  du glissement pour lequel le couple du moteur présente sa valeur maximale  $C_{\max}$ . On demande :

- 1) Le glissement  $g$ , le couple utile  $C$ , la puissance dissipée dans le rotor, la puissance électrique absorbée, le facteur de puissance.
- 2) L'expression littérale du rapport  $C_{\max}/C$  en fonction du rapport  $g_{\max}/g$ .
- 3) La valeur du couple maximum et du couple de démarrage.
- 4) La valeur de la résistance à insérer dans chaque phase du rotor pour réduire la vitesse de levage à 1 m/s.



# Constitution

## Objectifs

- Appréhender la technologie des machines asynchrones d'induction principalement pour les rotors en distinguant trois catégories : les rotors non bobinés, les rotors bobinés et les rotors spéciaux.
- Comprendre la diversité des machines à cage, à bagues, à double alimentation, avec leurs fonctionnements distincts et leurs utilisations.
- Assimiler le fonctionnement en alimentation par le rotor.

## Vocabulaire

Rotor à cage d'écureuil

Rotor bobiné à bagues

Rotor massif

La structure d'une machine asynchrone d'induction est identique à celle d'une machine synchrone en ce qui concerne le stator polyphasé. Elle donne un champ tournant stator. Elle peut être bipolaire ou multipolaire.

Le rotor doit être excitable par induction, ce qui implique la présence de matériaux ferromagnétiques pour faciliter la pénétration du flux. Diverses technologies sont mises en œuvre pour permettre la circulation des courants induits rotoriques : cage d'écureuil, rotor massif, rotor bobiné.

Avec les rotors spéciaux, des artifices ont été proposés, coupleur centrifuge, double cage, encoches profondes pour permettre de réaliser, en fonction des objectifs poursuivis, le démarrage automatique, une augmentation du moment du couple au démarrage ou des fonctionnements à surcharge prolongée.

L'utilisation des machines asynchrones ne se limite pas au seul fonctionnement moteur selon qu'elles soient à « cage », à « bagues », ou à « double alimentation ».



**Vous avez dit électrotechnique ?****L'électrification des chemins de fer**

La première locomotive électrique, une Siemens, apparaît à l'exposition de Berlin en 1879, suivie de celle d'Edison en 1880. La première ligne de chemin de fer électrifiée apparaît en 1884, en Irlande. En France, les premières lignes électrifiées en 650 V continu sont le métropolitain de Paris en 1900 et l'amorce de la ligne Paris-Orléans du réseau de l'État.



La France des chemins de fer à vapeur est alors couverte par six réseaux indépendants et aux performances inégales, leur liste étant donnée par les gares parisiennes : le Nord et l'Est avec leurs gares respectives, l'Ouest avec la gare Montparnasse, le PLM, Paris-Lyon-Méditerranée, avec la gare de Lyon, le Midi, Grand Sud-Ouest, avec la gare d'Austerlitz et le réseau de l'État avec la gare Saint-Lazare desservant tout l'Ouest parisien, la petite ceinture en y incorporant la ligne de Versailles et même celle de Paris-Orléans.

Avec les possibilités de construction de barrages offertes par les Pyrénées et le manque d'industries locales, l'électrification de la Compagnie du Midi débute en 1904 et est réalisée en 12 000 V, 16 + 2/3 Hz. Pendant la guerre de 1914-1918 la privation des charbons du Nord et l'absence d'importations, due aux torpillages par les sous-marins ennemis, pose un problème énergétique au pays. Sur demande de l'État, les réseaux PLM, PO, et du Midi électrifient 8 051 km de voies.

Dès 1918, une réflexion est lancée par le ministre des Travaux publics sur la production, le transport et l'alimentation électriques, souhaitables pour le développement de la traction électrique, en tenant compte de l'existence du réseau domestique à 50 Hz. Toutefois, sur demande de l'état-major, la traction à vapeur, qui avec les taxis de la Marne avaient permis la victoire, doit rester opérationnelle sur l'ensemble du territoire. La traction électrique est tolérée mais jugée vulnérable en cas de conflit. Par décision ministérielle, la traction électrique doit être unifiée et obligatoirement distribuée en courant continu 1 500 V sur tout le territoire à compter du 29 août 1920. Les locomotives seront munies de deux dispositifs de prise de courant, par troisième rail et par caténaire. Dans les Pyrénées, la reconversion totale du réseau du Midi a été achevée en 1922.

Le stator est identique à celui d'une machine synchrone. Il comporte des enroulements monophasés ou polyphasés, bipolaires ou multipolaires, destinés à créer le champ inducteur, tournant dans les polyphasées, alternatif de direction fixe dans les monophasées. Les enroulements sont répartis dans les encoches du stator constitué de matériaux ferromagnétiques feuilletés.

**17.1 CONSTITUTION DU ROTOR FERROMAGNÉTIQUE**

Dans une machine asynchrone « d'induction », le rotor est obligatoirement constitué de dispositifs permettant la mise en court-circuit des circuits autorisant la circulation du courant induit. Le rotor bobiné, dont chaque phase est court-circuitée, utilisé au paragraphe 16.4, entre dans cette catégorie, mais ce n'est pas le seul. Le rotor peut être à cage d'écureuil, massif, bobiné ou spécial.

**a) Rotor à cage d'écureuil**

Le rotor à cage d'écureuil est formé de barres conductrices placées selon les directrices du cylindre rotorique. Les barres sont situées dans les encoches et réunies à leurs deux extrémités par des anneaux conducteurs.

Un rotor à cage d'écureuil peut toujours être considéré comme ayant un nombre de pôles égal au nombre de pôles du stator. Le rotor est feuilleté. C'est la machine la moins chère et la plus utilisée dans les applications industrielles.

**b) Rotor massif ferromagnétique**

Il est utilisé principalement pour les petites puissances en profitant du moment d'inertie. Les courants rotors sont les courants de Foucault créés dans la masse du matériau pour s'opposer aux variations de flux.

**c) Rotor bobiné**

Les bobinages répartis sont logés dans des encoches à la périphérie du cylindre rotorique feuilleté. Souvent triphasés, les bobinages aboutissent à des bagues isolées fixées sur l'arbre. Que le montage des bobinages rotoriques soit en étoile ou en triangle, chaque bobinage rotorique doit être en court-circuit. Grâce aux bagues, le court-circuit se fait à l'extérieur. Ce montage relativement coûteux présente l'intérêt de pouvoir modifier de l'extérieur la résistance apparente  $R_2$  du rotor, par adjonction de résistances additionnelles, permettant ainsi l'augmentation du couple de démarrage. Dans ces machines, la variation de la résistance  $R_2$  du rotor permet aussi un réglage de la vitesse de rotation.

### d) Rotors spéciaux

Ils sont utilisés pour résoudre différents problèmes de démarrage.

#### Rotor à coupleur centrifuge

Le rotor est bobiné. À mesure que la vitesse augmente, le coupleur centrifuge diminue  $R_2$ . Ce dispositif est intéressant pour donner le couple maximal au démarrage tout en rendant le courant absorbé admissible.

#### Rotors à effet de peau

Le champ stator pénètre d'autant moins en profondeur dans le rotor que sa vitesse de rotation est grande par rapport au rotor.

Ces rotors permettent un démarrage au couple maximal avec un appel de courant admissible. Leur utilisation est surtout intéressante pour des cycles de démarrages répétitifs, pour des démarrages lents, pour des fonctionnements à surcharge prolongée.

On distingue :

- les rotors à double cage d'écureuil : la cage extérieure est de grande résistance  $R_2$  et de faible inductance de fuite. La cage interne est de résistance  $R_2$  faible et de grande inductance de fuite.
- Les rotors à encoches profondes : la résistance de la barre située dans les encoches diminue avec la vitesse tandis que l'inductance de fuite augmente.

## 17.2 DIVERSITÉ DES MACHINES ASYNCHRONES

Du point de vue du fonctionnement, on peut classer les machines asynchrones en trois catégories.

### a) Machines « à cage »

À l'exemple de la machine à cage d'écureuil, ces machines sont alimentées uniquement par le stator, à fréquence fixe ou à fréquence variable, sans aucune intervention au secondaire. On peut classer dans cette catégorie les machines :

- à cage d'écureuil ;
- à rotor massif ;
- à double cage ;
- à encoches profondes.

Notons que la machine à rotor bobiné avec coupleur centrifuge se retrouve dans cette catégorie à cause de l'inaccessibilité de son secondaire.

## Vous avez dit électrotechnique ?

### L'électrification de chemins de fer

En 1939, l'électrification complète de la ligne Paris-Bordeaux est réalisée. La même année, suite au déficit chronique des compagnies de l'Ouest, l'État nationalise les six réseaux en créant la SNCF.

Pendant la deuxième guerre mondiale, la résistance fer a su montrer la vulnérabilité de la traction, même à vapeur. Après la guerre, avec la levée de l'interdit militaire sur la suppression de la traction à vapeur, avec les problèmes de charbonnage et avec l'intérêt de la traction électrique, l'abandon progressif de la traction à vapeur se précise et devient inéluctable. La SNCF poursuit l'électrification du pays en 1 500 V continu. Après les records mondiaux de vitesse de 1954 et 1955, de nouvelles expérimentations concernent l'alternatif monophasé 50 Hz équipant des lignes de l'est. L'alternatif se montre plus propice aux très grandes vitesses. Par contre, l'électrification n'est intéressante que sur les lignes à très fort trafic.

En 1981, l'électrification en monophasé 25 kV, 50 Hz, est retenue pour la ligne Paris Sud-Est du TGV. Les deux alimentations, continu 1 500 V et alternatif 25 kV, 50 Hz, coexistent sur le territoire national.

RFF, Réseau Ferré de France, EPIC (Établissement public industriel et commercial) crée le 13 février 1997, dispose en 2004 de 29 350 km de voies dont 14 500 km électrifiées.

Les futures générations de trains européens devront satisfaire à 4 types d'alimentations : 1,5 kV continu, 3 kV continu, 15 kV –16 + 2/3 Hz, 25 kV – 50Hz.



- Toutes ces machines « à cage » sont utilisées principalement en moteur :
- à vitesse quasiment constante dans les alimentations à fréquence constante ;
  - à vitesse variable avec les alimentations à fréquence variable.

### b) Machines « à bagues »

Ce sont des machines à rotor bobiné, comportant des bagues installées sur l'arbre. Ces machines sont alimentées par le stator avec intervention possible au niveau du secondaire. Court-circuit extérieur, résistance  $R_2$  variable additionnelle.

Les machines à rotor bobiné permettent :

- le démarrage en charge ;
- les démarrages prolongés ;
- les variations de vitesse.

### c) Machines à double alimentation

Ce sont les machines à rotor bobiné, comportant des bagues installées sur l'arbre, comme les précédentes, mais utilisées en faisant transiter de l'énergie par les bagues. Les deux sens de transit sont possibles. Dans l'utilisation pour l'alimentation d'un circuit secondaire extérieur à la machine, elles peuvent fonctionner :

- à l'arrêt comme un transformateur, avec le rotor bloqué, mais de plus comme déphaseur par réglage de  $\theta_0$  en décalant le rotor et comme changeur du nombre de phases si  $m_1$  stator  $\neq$   $m_2$  rotor ;
- en rotation comme un changeur de fréquence  $\omega_s \neq \omega_r$ , changeur de tension  $V_s \neq V_r$  et changeur du nombre de phases.

Elles seront principalement utilisées dans les cascades hyposynchrones.

## 17.3 UTILISATION EN MACHINE ASYNCHRONE À DOUBLE ALIMENTATION

La machine asynchrone à double alimentation, déjà présentée aux paragraphes 16.7.2 et 17.1.c, est une machine asynchrone, identique aux précédentes, à bobinage  $m_1$ phasé stator, à rotor bobiné  $m_2$ phasé muni de bagues.

La seule différence avec la machine asynchrone d'induction est que le secondaire n'est pas mis en court-circuit.

En conséquence, si le stator est seul alimenté, par induction les f.é.m. agissantes au secondaire existent, mais les circuits secondaires étant ouverts, il n'y a pas de courant de circulation au secondaire.

Aucun couple n'existe dans cette machine. Le rotor reste à l'arrêt. La pulsation des f.é.m. agissantes au secondaire est alors  $\omega_s$ .

Si l'on fait maintenant tourner le rotor à  $\omega$ , alors les f.é.m. agissantes au secondaire sont de pulsation  $(\omega_s - \omega)$  ou  $(\omega_s + \omega)$  selon le sens de rotation. À partir des bagues, on dispose d'un générateur polyphasé de pulsation  $\omega_r = (\omega_s \pm \omega)$ .

Si au contraire, sans entraîner le rotor en rotation, on injecte par les bagues des courants polyphasés de pulsation  $\omega_r$ , les deux champs stator et rotor créent un couple instantané.

Ce couple est moteur si  $\omega_r$  et  $\omega_s$  sont voisins. Ce couple est pulsatoire si  $\omega_r$  et  $\omega_s$  sont très différents, d'où la nécessité d'un autopilotage de  $\omega_r = \omega_s - \omega$  si  $\omega_r$  et  $\omega_s$  sont imposées.

## 17.4 ALIMENTATION PAR LE ROTOR DES MACHINES À ROTOR BOBINÉ

On peut aussi alimenter une machine asynchrone d'induction à rotor bobiné par le rotor avec des tensions de pulsation  $\omega_s$  en fermant le stator en court-circuit.

Ce fonctionnement à alimentation par le rotor n'est pas, dans le principe, différent de celui à alimentation par le stator. On a déjà précisé que cette machine était très voisine du transformateur que l'on peut alimenter par le primaire ou par le secondaire, à la condition de respecter les tensions maximales qui peuvent être différentes au primaire et au secondaire.

Dans le cas de la machine asynchrone d'induction, comme pour le transformateur, les tensions maximales à imposer aux bobinages stator et rotor sont parfois bien différentes. Pour une bonne application de la réversibilité d'alimentation en  $\omega_s$ , il faut aussi respecter l'amplitude convenable des tensions rotoriques.

Dans ces conditions, étant alimenté par des courants de pulsation  $\omega_s$ , le rotor (primaire) crée un champ tournant (admettons-le direct) à la vitesse angulaire  $\omega_s$  (figure 17.1).

Le rotor étant à l'arrêt, ce champ induit au stator (secondaire) des f.é.m. dans des bobines court-circuitées, d'où des courants qui eux-mêmes créent un champ tournant à la vitesse angulaire  $\omega_s$  dans le sens direct pour faire cesser la perturbation. Le couple qui apparaît met le rotor en rotation en sens inverse. Pour un observateur rotor, le champ rotor tourne toujours à  $\omega_s$  par rapport au rotor dans le sens direct.

Le rotor tournant à la vitesse angulaire électrique  $\omega = p\Omega$  en sens inverse, le champ inducteur tourne à  $\omega_r = \omega_s - \omega$  dans le sens direct par rapport au stator. Les courants statoriques de pulsation  $\omega_r$  donnent un champ tournant à  $\omega_r$  dans le sens direct.

Pour un observateur rotor les deux champs tournent à  $\omega_s$ . Pour un observateur stator les deux champs tournent à  $\omega_r$ .

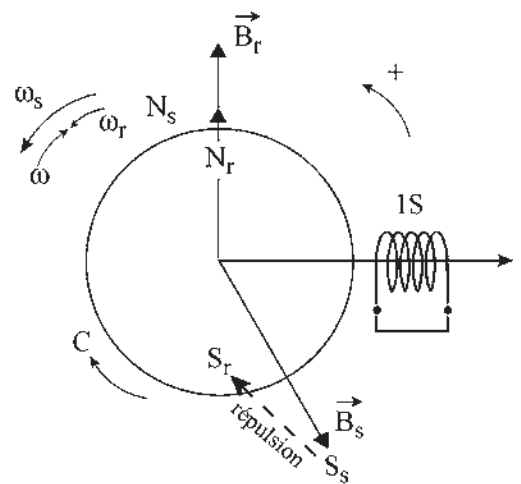


Figure 17.1

## 17.5 TECHNOLOGIE ET APPLICATIONS DES MACHINES ASYNCHRONES D'INDUCTION

Ces illustrations nous ont été fournies aimablement par Leroy Somer.

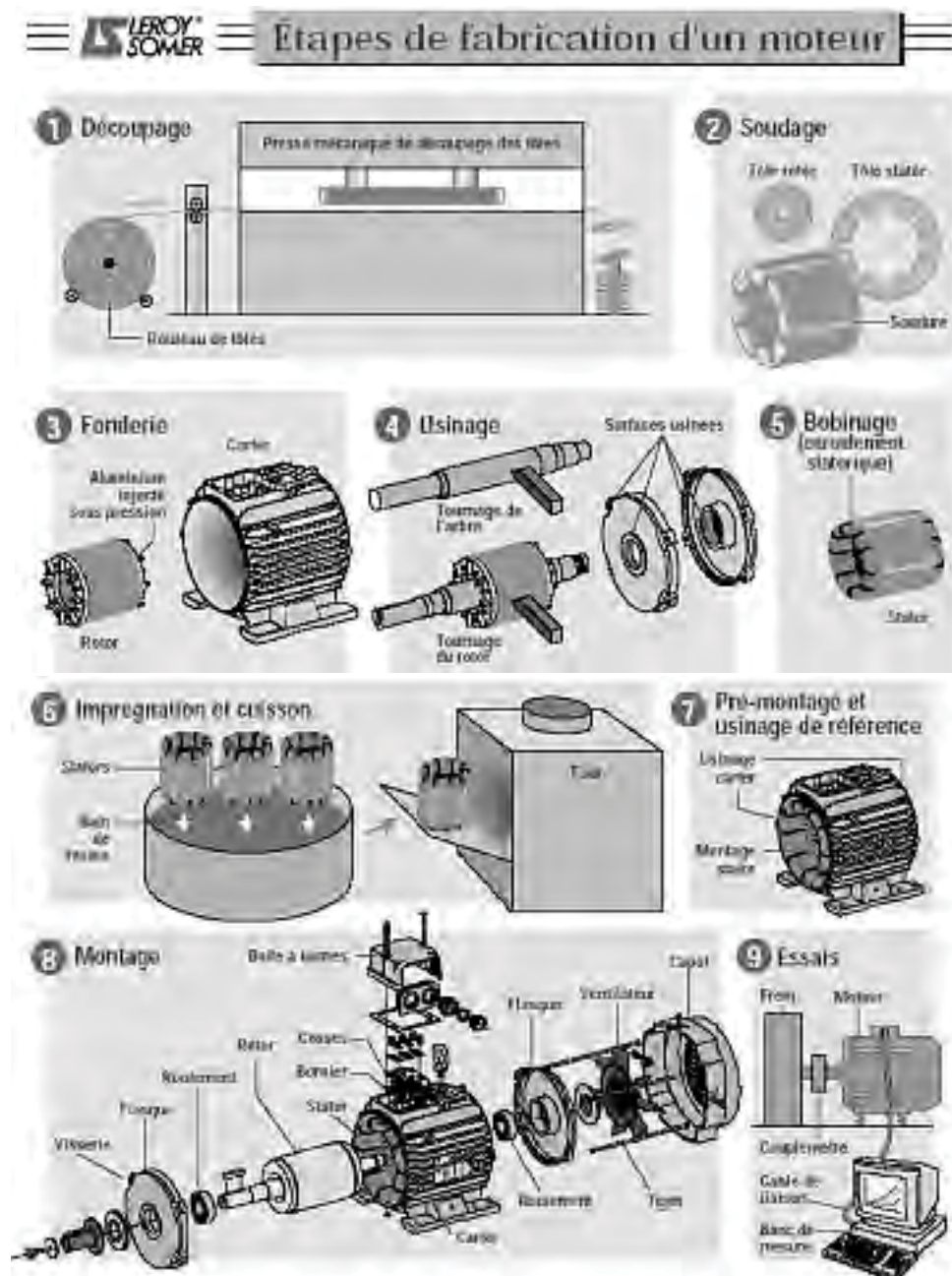
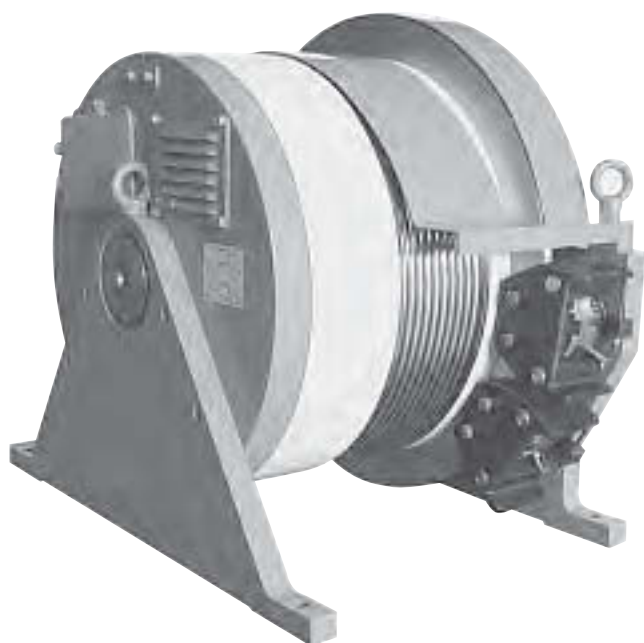


Figure 17.2 Principales étapes de la fabrication des machines asynchrones d'induction à cage d'écureuil.



**Figure 17.3** Coupe d'un moteur asynchrone d'induction à cage d'écureuil.



**Figure 17.4** Moteur asynchrone de type Gearless, à faible vitesse de rotation, de l'ordre de 200 tr/min, sans réducteur mécanique et à commande électronique pour la traction d'une cabine d'ascenseur.

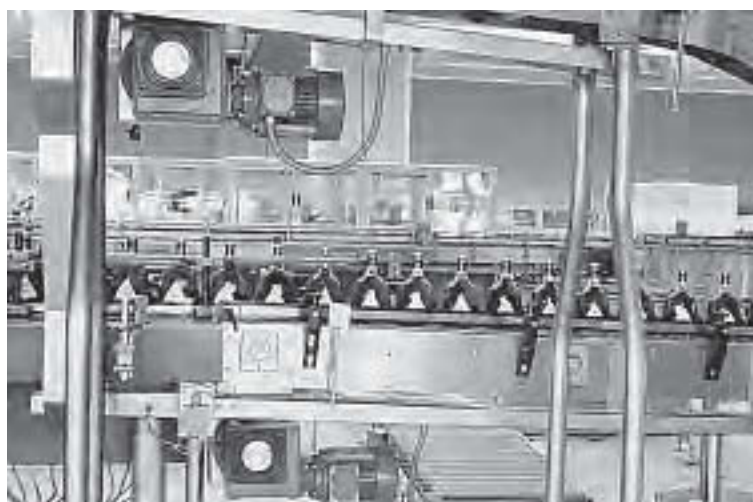
## Le saviez-vous ?

### *Utilité de la plaque*

La plaque apposée obligatoirement sur une machine est indispensable à l'installateur pour choisir les canalisations, les disjoncteurs, les appareils de protection... Elle est faite pour l'utilisateur qui cherche un fonctionnement optimal et choisit les appareils de contrôle. Elle ne permet pas d'entreprendre des calculs approfondis, les données n'étant pas suffisantes pour connaître tous les paramètres de la machine.



**Figure 17.5** Usine Renault (Sandouville) : convoyeur final de banc de roulement du modèle Laguna.



**Figure 17.6** Convoyeur de bouteilles.



Figure 17.7 Unité de pompage liquide pour le réseau d'irrigation.



Figure 17.8 Pompage de sortie d'un silo à grains de coopérative agricole.













# Pour en savoir plus

## MARQUES ET INDICATIONS À PORTER SUR LES MACHINES

Toute machine doit porter le nom de son constructeur. Dans le cas où une modification affectant les caractéristiques de la machine, telle qu'un rebobinage ou un changement de couplage, est effectuée, la maison doit apposer à côté de la première plaque une autre plaque signalétique indiquant les nouvelles caractéristiques et la date de la modification.

Toute machine doit porter une plaque signalétique indiquant en caractères lisibles et indélébiles :

- 1) La désignation du type ou du modèle conformément aux indications du catalogue du constructeur.
- 2) Un numéro de série ou de fabrication permettant, en cas de besoin, de retrouver chez le constructeur des renseignements ne figurant pas sur la plaque.
- 3) La nature de la machine ou du groupe de machines : génératrice, moteur, groupe convertisseur.
- 4) La nature du courant en toutes lettres ou signes conventionnels suivants.

	Continu		Triphasé à neutre accessible
	Monophasé		Diphasé trois bornes
	Triphasé étoile		Diphasé quatre bornes à phases séparées
	Triphasé triangle		Diphasé quatre bornes à phases interconnectées
	Triphasé à phases séparées		Diphasé à neutre accessible

- 5) Le service type nominal, soit en toutes lettres, soit au moyen d'un des symboles suivi, s'il y a lieu, de la mention des durées et du facteur de marche. L'absence d'indications à ce sujet implique que le service type nominal est le service continu. Si la machine est prévue pour plusieurs services nominaux, les indications correspondantes doivent figurer sur la plaque.
- 6) La définition du régime nominal au moyen des valeurs numériques des grandeurs nominales et de

celles des grandeurs correspondantes au régime nominal utiles à connaître par l'utilisateur. Si la machine est prévue pour plusieurs services nominaux, il y a lieu d'indiquer les régimes nominaux correspondants.

Les grandeurs nominales et celles dont on considère la valeur au régime nominal varient suivant la nature de la machine (voir tableau 17.1).

Lorsque la plaque à bornes permet plusieurs couplages d'enroulements, les régimes nominaux afférents à chacun des couplages doivent figurer sur la plaque.

Lorsqu'une grandeur nominale ( $V, N$ ) est susceptible de prendre plusieurs valeurs ou de varier d'une façon continue entre deux limites, ces limites doivent être précisées sur la plaque.

- 7) L'altitude du lieu d'installation et les limites de température des fluides de refroidissement. En l'absence d'indication :
  - l'altitude ne doit pas dépasser 1 000 m.
  - la température de refroidissement pour l'air est de 40 °C au maximum et de 0 °C pour l'eau.
- 8) La classe d'isolation des enroulements de la machine. L'absence d'indications indique que l'isolant est de classe E.
- 9) Les limites d'échauffement.
- 10) La référence aux normes par la mention C51-100.
- 11) Le degré de protection, machines antidéflagrantes, sécurité augmentée, protection contre les poussières, étanchéité à l'immersion.

Indications complémentaires :

- intervalles de graissages des paliers, quantité de lubrifiant à utiliser, emploi d'huiles ou de graisses spéciales ;
- sens de rotation de la machine ;
- machines à ventilateur séparé ou refroidissement à eau ;
- débit du fluide de refroidissement pour le régime nominal ;
- pression de l'air à l'entrée de la machine.

Tableau 17.1 Grandeurs nominales suivant la nature de la machine

	Alternateurs	Moteurs asynchrones d'induction	Transformateurs Par enroulement	Moteurs à courant continu	Générateurs à courant continu
Tension	+	+	+	+	+
Courant	+	+	+	+	+
Puissance		+	+	+	+
Vitesse	+	+		+	+
Fréquence	+	+	+		
Puissance apparente	+				
Facteur de puissance	+	+			
Tension E20 pour les moteurs à bagues		+			
Tension d'isolement			+		
Tension d'excitation si elle est séparée	+			+	+
Courant d'excitation	+				+
Courant rotorique		+			

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### *Rotor d'une machine asynchrone d'induction*

Dans une machine asynchrone d'induction, le rotor court-circuité crée un champ par circulation de courants induits, d'où un couple par interaction avec le champ stator.

### *Rotor bobiné à bagues*

Les bobines rotoriques aboutissant à des bagues permettent le court-circuit et la modification éventuelle des caractéristiques rotoriques par intervention extérieure. Les principaux inconvénients de cette structure sont un coût élevé et une maintenance obligatoire.

### *Rotor non bobiné*

Le rotor non bobiné, naturellement court-circuité, se rencontre principalement sous forme de cage d'écureuil.

Les avantages de ces structures sans bague sont un faible coût et une maintenance facile, cependant aucune action sur les paramètres rotoriques n'est possible.

### *Alimentation par le rotor des machines à rotor bobiné*

On peut alimenter une machine asynchrone à rotor bobiné par le rotor avec des tensions de pulsation  $\omega_s$  en fermant le stator en court-circuit. Comme dans un transformateur, la machine asynchrone est réversible tout en adaptant les niveaux de tension du primaire et du secondaire.

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 17.1 Quel intérêt y a-t-il à mettre des enroulements répartis dans une machine asynchrone ?
- 17.2 Peut-on concevoir une machine asynchrone triphasée hexapolaire ?

- 17.3 Pour une machine asynchrone hexapolaire stator et à rotor à cage d'écureuil, quel est le nombre de pôles au rotor ?
- 17.4 Quel est l'intérêt d'utiliser un rotor bobiné ?
- 17.5 Pourquoi mettre des encoches profondes ?
- 17.6 Pour une utilisation avec des démarrages prolongés, peut-on prendre une machine à double cage ?
- 17.7 Une machine asynchrone à rotor bobiné est alimentée par un réseau 220 V/380 V. Peut-on la brancher indifféremment par le stator ou par le rotor ?
- 17.8 Que faut-il faire pour mettre en rotation une machine asynchrone alimentée par les bagues rotoriques ?

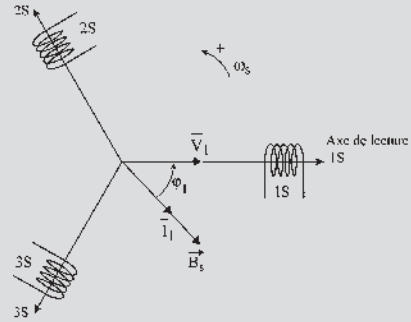


Figure 17.9

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 17.1 Un stator tétrapolaire est alimenté par un système triphasé de courants à la fréquence 50 Hz.
  - 1) Indiquer le nombre de bobines par phase, le nombre total de bobines et le décalage angulaire entre deux bobines consécutives.
  - 2) Quelle est la fréquence de rotation du champ magnétique tournant stator ?
  - 3) Quelle est l'expression de la répartition spatiale supposée sinusoïdale du champ magnétique, d'amplitude 1,2 T ?
- 17.2 Un stator constitué de trois bobines triphasées décalées dans l'espace de  $\frac{2\pi}{3}$ , parcourues par des courants triphasés  $i_1, i_2$  et  $i_3$ , crée un champ tournant. On donne :

$$i_1 = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1)$$

$$i_2 = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_3 = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3})$$

Une spire de surface  $S$  et de centre  $O$  en court-circuit tient lieu de rotor au système. Cette spire est caractérisée par sa résistance  $r_2$ , son inductance  $l_2$ .

- 1) Calculer l'expression du champ au point  $O$ .
- 2) Déterminer l'expression du courant qui circule dans la spire.

- 3) La spire étant bloquée à l'arrêt, déterminer l'expression du couple de démarrage agissant sur la spire.

- 17.3 On considère une machine asynchrone dont l'entrefer  $e$  est supposé constant et le circuit magnétique non saturé. On désigne par  $p$  le nombre de paires de pôles,  $N_r$  le nombre de conducteurs au rotor,  $N_s$  le nombre de conducteurs au stator,  $k_s$  et  $k_r$  représentent les coefficients de bobinage statorique et rotorique. Soit  $L$  la longueur de la machine. Un point  $M$  de l'entrefer est repéré par son rayon  $R$  et un angle, soit  $\gamma$  dans un repère lié au stator, soit  $\alpha$  dans un repère lié au rotor.

- 1) Déterminer les f.m.m. au point  $M$  dues à l'enroulement statorique et à l'enroulement rotorique. Calculer l'expression du fondamental de cette f.m.m.
- 2) On suppose que les f.m.m. et le champ sont à répartition spatiale sinusoïdale. Déterminer les expressions des champs statorique et rotorique, la machine étant supposée triphasée stator, triphasée rotor.

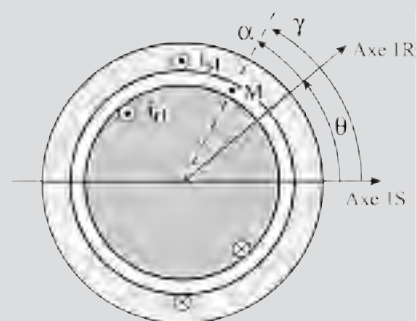


Figure 17.10

# Alimentation à fréquence constante. Fonctionnement en régime permanent équilibré

## Objectifs

- Élaborer la modélisation en régime permanent.
- Passer des équations instantanées aux formulations complexes.
- Comprendre le sens physique des transformations mathématiques.
- Se servir du modèle et des schémas équivalents.
- Tracer et exploiter le diagramme circulaire.

## Vocabulaire

Diagramme circulaire  
Impédance complexe

Inductance de fuites totales  
Moment magnétique

Quadripôle

Après la compréhension du fonctionnement, on recherche la modélisation de la machine en régime permanent. Étant sinusoïdales, toutes les variables  $v, i, \varphi \dots$  sont les projections instantanées des vecteurs complexes tournants.

L'utilisation des complexes avec le diagramme espace-temps est parfaitement adaptée pour aboutir aux équations d'un quadripôle.

Après l'explication physique des transformations mathématiques imposées, le modèle est proposé sous forme d'un transformateur statique monophasé avec ses schémas équivalents. Un diagramme circulaire permet d'appréhender pour différentes charges les variations des principales variables en régime permanent.

## 18.1 MODÉLISATION – DIAGRAMME ESPACE-TEMPS BIPOLAIRE

### Hypothèses

- alimentation à pulsation constante,  $\omega_s = 2\pi f_s$  type EDF ;
- alimentation dite « en tension » où la tension sinusoïdale est imposée ;
- régime permanent équilibré ;
- répartition spatiale sinusoïdale de l'induction ;
- machine non saturée.

### Conventions

Cette machine étant utilisée principalement en moteur, on adopte les conventions récepteur. La loi d'Ohm s'écrit alors :

$$v = E + ri = -e + ri = +\frac{d\phi}{dt} + ri$$

f.c.é.m.                      f.é.m.

### Choix arbitraires

Nous prendrons :

- une machine triphasée stator  $m_1 = 3$ , triphasée rotor  $m_2 = 3$ , le rotor tournant à  $\Omega = \Omega_s(1 - g)$  avec  $v_1$  maximal à  $t = 0$ ,  $v_1 = V_1\sqrt{2} \cos \omega_s t$  impliquant  $\bar{V}_1$  sur l'axe de lecture  $1S$  ;
- un diagramme espace-temps bipolaire ;
- la bobine  $1S$  sur l'axe de lecture  $1S$  et la bobine  $1R$  sur l'axe  $1R$  sont séparées par l'angle électrique  $p\theta$  ;
- le flux, rentrant par la face sud de la bobine  $1R$  et s'annulant en décroissant à  $t = 0$ , implique la position initiale de la bobine  $1R$  à  $\frac{\pi}{2}AR$  par rapport à  $\vec{B}_s$  et repéré par  $p\theta = p\theta_0$  à  $t = 0$ .

Dans ces conditions, les courants stator et rotor forment des systèmes triphasés équilibrés directs de pulsations respectives  $\omega_s$  et  $\omega_r = g.\omega_s$ .

$$\begin{aligned} i_1 &= I_1\sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1) & i_{r1} &= I_2\sqrt{2} \cos(g\omega_s t - \varphi_2) \\ i_2 &= I_1\sqrt{2} \cos\left(\omega_s t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\right) & i_{r2} &= I_2\sqrt{2} \cos\left(g\omega_s t - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_3 &= I_1\sqrt{2} \cos\left(\omega_s t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3}\right) & i_{r3} &= I_2\sqrt{2} \cos\left(g\omega_s t - \varphi_2 - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

$i_1$  déphasé en arrière de  $\varphi_1$  par rapport à  $v_1 = V_1\sqrt{2} \cos \omega_s t$ ,  
 $i_{r1}$  déphasé en arrière à  $\varphi_2$  par rapport à  $e_2$  f.é.m. agissante au secondaire.

### Équations instantanées

On peut écrire pour une phase du stator (primaire) et pour une phase du rotor (secondaire) en court-circuit :

$$\begin{aligned} v_1 &= r_1 \cdot i_1 + \frac{d\varphi_{t1}}{dt} & \varphi_{t1} &= \varphi_{1s} + \varphi_{1r} \\ 0 &= r_2 \cdot i_r + \frac{d\varphi_{t2}}{dt} & \varphi_{t2} &= \varphi_{2r} + \varphi_{2s} \end{aligned}$$

$\varphi_{t1}$  et  $\varphi_{t2}$  étant les flux totaux dans chacune des phases.  $\varphi_{1s}$  et  $\varphi_{1r}$  étant les flux reçus par la phase stator considérée et envoyés respectivement par toutes les phases stator  $\varphi_{1s}$  et par toutes les phases rotor  $\varphi_{1r}$ .

$$\varphi_{1s} = \ell_{t1} i_1 ; \ell_{t1} \text{ étant l'inductance cyclique totale du stator} = L_1 + \frac{M_{ab}}{2}$$

De même pour le rotor  $\varphi_{2r} = \ell_{t2} i_r$ .

### Diagramme espace-temps bipolaire

Traçons le diagramme espace-temps bipolaire pour le stator (figure 18.1).

Étant en régime permanent, tous les scalaires  $v_1$ ,  $i_1$ ,  $\varphi_{t1}$  sont sinusoïdaux de pulsation  $\omega$ , et sont représentés par les projections instantanées des vecteurs  $\bar{V}_1 = V_1$ ,  $\bar{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi_1}$  et  $\bar{\Phi}_{t1}$  sur l'axe 1S de lecture de la phase 1S. Ces mêmes vecteurs projetés sur les axes 2S et 3S donnent les scalaires des phases 2S et 3S. Tous ces vecteurs sont des vecteurs tournants  $\bar{V}_1 e^{j\omega_s t}$  représentés à l'instant  $t = 0$ .

Les axes de lectures 1S, 2S, 3S dans le diagramme temps sont les axes des bobines correspondantes (on dit souvent des « phases ») dans le diagramme espace bipolaire. Toute liaison entre scalaires se traduit dans le diagramme par une liaison vectorielle.

$$\begin{aligned} v_1 &= r_1 i_1 + \frac{d\varphi_{t1}}{dt} & \Rightarrow & \bar{V}_1 = r_1 \bar{I}_1 + j\omega_s \bar{\Phi}_{t1} \\ \varphi_{t1} &= \varphi_{1s} + \varphi_{1r} & \Rightarrow & \bar{\Phi}_{t1} = \bar{\Phi}_{1s} + \bar{\Phi}_{1r} \\ \varphi_{1s} &= \ell_{t1} i_1 & \Rightarrow & \bar{\Phi}_{1s} = \ell_{t1} \bar{I}_1 \end{aligned}$$

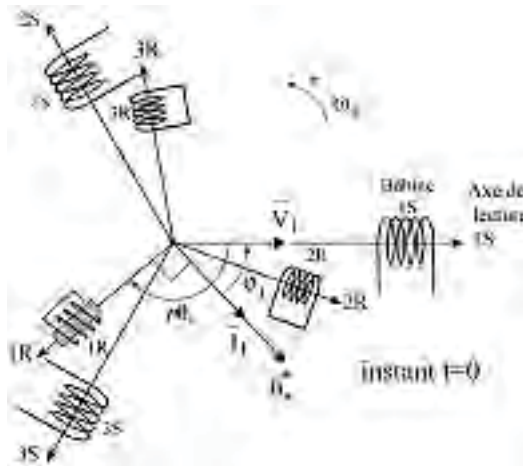


Figure 18.1

### Calcul du flux $\varphi_{2s}$ envoyé dans une phase du rotor par l'ensemble des bobines stator

$\varphi_{2s}$  est la somme des flux envoyés par l'ensemble des bobines stator dans la bobine rotor 1R qui fait l'angle mécanique  $\theta$  avec la phase 1 du stator, c'est-à-dire l'angle électrique  $\theta_{elec} = p\theta$ .

$$\varphi_{2s} = M_{sr} \cdot i_1 \cos p\theta + M_{sr} \cdot i_2 \cos \left( p\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + M_{sr} \cdot i_3 \cos \left( p\theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

En appelant  $M_{sr}$  la mutuelle entre les enroulements 1S et 1R quand  $p\theta = 0$  :

$$\varphi_{2s} = \begin{cases} M_{sr} I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1) \cos p\theta \\ M_{sr} I_1 \sqrt{2} \cos \left( \omega_s t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left( p\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ M_{sr} I_1 \sqrt{2} \cos \left( \omega_s t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \left( p\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

$$\varphi_{2s} = \frac{M_{sr} I_1 \sqrt{2}}{2} \begin{cases} \cos(\omega_s t - \varphi_1 + p\theta) + \cos(\omega_s t - \varphi_1 - p\theta) \\ \cos \left( \omega_s t - \varphi_1 + p\theta - \frac{4\pi}{3} \right) + \cos(\omega_s t - \varphi_1 - p\theta) \\ \cos \left( \omega_s t - \varphi_1 + p\theta - \frac{8\pi}{3} \right) + \cos(\omega_s t - \varphi_1 - p\theta) \end{cases}$$

Bien que le calcul soit fait pour  $m_1 = 3$ , il est possible de généraliser à une machine polyphasée ayant un nombre de phases stator quelconque  $m_1 \geq 2$ .

$$\varphi_{2s} = m_1 \frac{M_{sr} I_1 \sqrt{2}}{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1 - p\theta)$$

Le rotor étant en rotation,

$$\theta = \Omega t + \theta_0 ; p\theta = p\Omega t + p\theta_0 = \omega t + p\theta_0 = \omega_s (1 - g)t + p\theta_0$$

$\varphi_{2s} = m_1 \frac{M_{sr} \cdot I_1 \sqrt{2}}{2} \cos(g\omega_s t - \varphi_1 - p\theta_0)$  flux envoyé dans une phase du secondaire (indice<sub>2</sub>) par l'ensemble stator (indice<sub>s</sub>).

### Calcul du flux $\varphi_{1r}$ envoyé dans une phase du stator par l'ensemble des bobines rotor

$p\theta$  étant toujours l'angle électrique ( $1\vec{S}, 1\vec{R}$ ), le flux envoyé dans la bobine 1S est :

$$\varphi_{1r} = M_{sr} i_{r1} \cos(-p\theta) + M_{sr} i_{r2} \cos \left( -p\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + M_{sr} i_{r3} \cos \left( -p\theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

$$\varphi_{1r} = \begin{cases} M_{sr} I_2 \sqrt{2} \cos(g\omega_s t - \varphi_2) \cos(-p\theta) \\ + M_{sr} I_2 \sqrt{2} \cos \left( g\omega_s t - \varphi_2 - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left( -p\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ + M_{sr} I_2 \sqrt{2} \cos \left( g\omega_s t - \varphi_2 - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \left( -p\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

$$\varphi_{1r} = \frac{M_{sr} I_2 \sqrt{2}}{2} \left\{ \begin{array}{l} \cos(g\omega_s t - \varphi_2 + p\theta) + \cos(g\omega_s t - \varphi_2 - p\theta) \\ \cos(g\omega_s t - \varphi_2 + p\theta) + \cos\left(g\omega_s t - \varphi_2 - p\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos(g\omega_s t - \varphi_2 + p\theta) + \cos\left(g\omega_s t - \varphi_2 - p\theta - \frac{8\pi}{3}\right) \end{array} \right\}$$

$\varphi_{1r} = m_2 \frac{M_{sr} \cdot I_2 \sqrt{2}}{2} \cos(g\omega_s t - \varphi_2 + p\theta)$ ,  $m \geq 2$  étant le nombre de phases quelconque du rotor. Le rotor étant en rotation,  $p\theta = \omega_s(1 - g)t + p\theta_0$

$\varphi_{1r} = m_2 \frac{M_{sr} \cdot I_2 \sqrt{2}}{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2 + p\theta_0)$  flux envoyé dans une phase du primaire (indice<sub>1</sub>) par l'ensemble rotor (indice<sub>r</sub>). Ce scalaire est la projection instantanée sur l'axe de projection 1S du vecteur  $\bar{\varphi}_{1r}$  tournant à vitesse angulaire  $\omega_s$ .

## 18.2 ÉQUATIONS INSTANTANÉES – FORMULATION COMPLEXE

$$\begin{aligned} v_1 &= r_1 i_1 + \frac{d\varphi_{r1}}{dt} = r_1 i_1 + \frac{d\varphi_{1s}}{dt} + \frac{d\varphi_{1r}}{dt} \\ 0 &= r_2 i_r + \frac{d\varphi_{r2}}{dt} = r_2 i_r + \frac{d\varphi_{2r}}{dt} + \frac{d\varphi_{2s}}{dt} \end{aligned}$$

En remplaçant dans ces deux équations les variables par les valeurs obtenues avec un choix arbitraire :  $v_1 = V_1 \sqrt{2} \cos \omega_s t$ ,

$$\begin{aligned} V_1 \sqrt{2} \cos \omega_s t &= r_1 I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1) + \ell_{r1} I_1 \sqrt{2} \omega_s \cos\left(\omega_s t - \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right) \\ &+ m_2 \frac{M_{sr} I_2 \sqrt{2}}{2} \omega_s \cos\left(\omega_s t - \varphi_2 + p\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) \\ 0 &= r_2 I_2 \sqrt{2} \cos(g\omega_s t - \varphi_2) + \ell_{r2} I_2 \sqrt{2} g \omega_s \cos\left(g\omega_s t - \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right) \\ &+ m_1 \frac{M_{sr} I_1 \sqrt{2}}{2} g \omega_s \cos\left(g\omega_s t - \varphi_1 - p\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Avec un autre choix arbitraire, par exemple  $v = V_1 \sqrt{2} \sin \omega_s t$  donnant  $v_1$  nul à  $t = 0$  on aurait obtenu le même système avec des sinus à la place de tous les cosinus.

Ce système avec l'un ou l'autre choix représente des solutions « forcées » d'un système différentiel linéaire (une variable par terme) à coefficients constants avec second membre sinusoïdal. Toute combinaison linéaire de solutions étant solution, on peut prendre une sollicitation complexe formée de deux sollicitations orthogonales dans le temps et dans l'espace électrique :

$$v_1 = V_1 \sqrt{2} \cos \omega_s t + j V_1 \sqrt{2} \sin \omega_s t = V_1 \sqrt{2} e^{j\omega_s t}$$



Avec sollicitation complexe, le système différentiel s'écrit :

$$\begin{aligned} V_1 \sqrt{2} e^{j\omega_s t} &= r_1 I_1 \sqrt{2} e^{j\omega_s t} e^{-j\varphi_1} + \ell_{t1} I_1 \sqrt{2} \omega_s e^{j\omega_s t} e^{-j\varphi_1} e^{j\frac{\pi}{2}} \\ &\quad + m_2 \frac{M_{sr}}{2} I_2 \sqrt{2} \omega_s e^{j\omega_s t} e^{-j\varphi_2} e^{j\frac{\pi}{2}} e^{jp\theta_0} \\ 0 &= r_2 I_2 \sqrt{2} e^{jg\omega_s t} e^{-j\varphi_2} + \ell_{t2} I_2 \sqrt{2} g \omega_s e^{jg\omega_s t} e^{-j\varphi_2} e^{j\frac{\pi}{2}} \\ &\quad + m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} g \omega_s e^{jg\omega_s t} e^{-j\varphi_1} e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-jp\theta_0} \end{aligned}$$

On peut simplifier en divisant tous les termes de la première équation par  $\sqrt{2} e^{j\omega_s t}$  et ceux de la seconde par  $\sqrt{2} e^{jg\omega_s t}$  :

$$\begin{aligned} V_1 &= r_1 I_1 e^{-j\varphi_1} + j\ell_{t1} \omega_s I_1 e^{-j\varphi_1} + jm_2 \frac{M_{sr}}{2} \omega_s I_2 e^{j\varphi_2} e^{jp\theta_0} \\ 0 &= r_2 I_2 e^{-j\varphi_2} + j\ell_{t2} g \omega_s I_2 e^{-j\varphi_2} + jm_1 \frac{M_{sr}}{2} g \omega_s I_1 e^{j\varphi_1} e^{-jp\theta_0} \end{aligned}$$

Nous adopterons les notations en amplitudes efficaces complexes :

$$\bar{V}_1 = V_1, \quad \bar{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi_1}, \quad \bar{I}_r = I_2 e^{-j\varphi_2}$$

On multipliera successivement tous les termes de la seconde équation par  $\frac{m_2}{m_1}$ , puis par  $e^{jp\theta_0}$ , enfin par  $\frac{1}{g}$  et on posera successivement :

$$\boxed{M = m_2 \frac{M_{sr}}{2}}, \quad \boxed{R_2 = r_2 \frac{m_2}{m_1}}, \quad \boxed{L_{t2} = \ell_{t2} \frac{m_2}{m_1}}, \quad \text{puis, } \bar{I}_2 = \bar{I}_r e^{jp\theta_0} = I_2 e^{-j\varphi_2} e^{jp\theta_0}$$

On obtiendra en définitive les équations complexes d'un quadripôle non dissipatif :

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{V}_1 &= r_1 \bar{I}_1 + j\ell_{t1} \omega_s \bar{I}_1 + jM \omega_s \bar{I}_2 \\ 0 &= \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + jL_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + jM \omega_s \bar{I}_1 \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{A} \bar{I}_1 + \bar{B} \bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 &= \bar{C} \bar{I}_2 + \bar{B} \bar{I}_1 \end{aligned}$$

### 18.3 NOTATION EN AMPLITUDE EFFICACE COMPLEXE

Ces équations sont les mêmes dans tous les ouvrages, mais les vecteurs  $\bar{V}_1, \bar{I}_1$ , ne représentent pas toujours la même chose. Trois cas sont possibles :

- $\bar{V}_1 = V_1 \sqrt{2} e^{j\omega_s t}$  représente un vecteur tournant à vitesse angulaire  $\omega_s$  ;
- $\bar{V}_1 = V_1 \sqrt{2}$  représente un vecteur réel fixe d'amplitude  $V_{1 \max} = V_1 \sqrt{2}$  ;
- $\bar{V}_1 = V_1$  représente un vecteur réel fixe d'amplitude efficace  $V_{1 \text{ efficace}} = V_1$ .

Ces deux derniers vecteurs sont fixes sur un support transparent qui tournerait lui à  $\omega_s$ . Cette dernière écriture en amplitude efficace complexe, adoptée par la suite, se justifie par la notion de puissance apparente complexe par phase stator, d'écriture simple :

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 &= \bar{V}_1 \bar{I}_1^* = V_1 I_1 e^{j\varphi_1} = V_1 I_1 (\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1) \\ &= V_1 I_1 \cos \varphi_1 + j V_1 I_1 \sin \varphi_1 = P_1 + j Q_1\end{aligned}$$

$m_1 \bar{S}_1$  étant la puissance apparente complexe de la machine à  $m_1$  phases stator.

## 18.4 SENS PHYSIQUE DES TRANSFORMATIONS MATHÉMATIQUES

Pour arriver aux équations complexes d'un quadripôle non dissipatif, plusieurs opérations mathématiques ont été effectuées.

a) Multiplier par  $m_2/m_1$  l'équation du secondaire, c'est remplacer le rotor réel à  $m_2$  phases par un autre rotor ayant même nombre de phases  $m_1$  que le stator, parcouru par le même courant  $I_2$ , tout en conservant les mêmes pertes rotoriques.

En conservant  $V_1$ ,  $I_1$  et en multipliant tous les termes de la seconde équation par  $\frac{m_2}{m_1}$ , on fait apparaître  $R_2 = r_2 \frac{m_2}{m_1}$  et  $L_{t2} = \ell_{t2} \frac{m_2}{m_1}$ . On change aussi la f.é.m. agissante au secondaire.  $-j m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 g \omega_s e^{-j\varphi_1} e^{-j p \theta_0}$ .

Notons que dans ces conditions  $I_2 = \frac{m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \omega_s}{\sqrt{r_2^2 + \ell_{t2}^2 \omega_s^2}}$  et  $\varphi_2$  ne changent pas.

Pour le rotor réel à  $m_2$  phases, les pertes Joule et les pertes réactives peuvent s'écrire :  $m_2 r_2 I_2^2 = m_1 R_2 I_2^2$  ;  $m_2 \ell_{t2} g \omega_s I_2^2 = m_1 L_{t2} g \omega_s I_2^2$ .

$R_2$  et  $L_{t2}$  sont la résistance et l'inductance cyclique totale du rotor à  $m_1$  phases.

On ne peut affecter la variation de la f.é.m. agissante au secondaire, qui devient  $-\left(\frac{m_2}{m_1}\right) j m_1 \frac{M_{sr}}{2} g \omega_s I_1 e^{-j\varphi_1} e^{-j p \theta_0}$ , qu'à celle de la mutuelle qui était définie par :

$$\frac{n_2}{2} S B_s = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2}.$$

Cette liaison devient après multiplication des deux membres par  $m_2/m_1$  :

$$\left(\frac{m_2}{m_1}\right) \frac{n_2}{2} S B_s = m_2 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} = M I_1 \sqrt{2}$$

La surface apparente par phase rotorique qui était  $\frac{n_2}{2} S$  devient  $S_{ar} = \frac{m_2 n_2}{m_1} \frac{S}{2}$ .

Nous affecterons cette variation au nombre de spires et non pas à la surface d'une spire rotorique.

b) Introduire  $\bar{I}_2 = \bar{I}_r e^{jp\theta_0}$ , c'est changer le repère du courant rotorique.

$\bar{I}_r = I_2 e^{-j\varphi_2}$ . Le courant rotorique est repéré par rapport à l'axe de lecture 1R des grandeurs rotoriques. Effectuons un changement de repère.

Introduire  $\bar{I}_2 = \bar{I}_r e^{jp\theta} = I_2 e^{-j\varphi_2} e^{jp\theta_0}$ , c'est repérer le courant rotorique par rapport à l'axe de lecture 1S des grandeurs statoriques (figure 18.2).

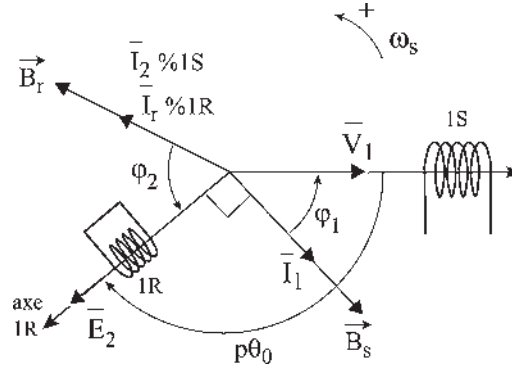


Figure 18.2

Les vecteurs du diagramme temps ont une position relative immuable. Angle électrique  $(\bar{V}_1, \bar{E}_2) = -\varphi_1 - \frac{\pi}{2}$  quels que soient les choix arbitraires de positionnement des bobines stator et rotor à  $t = 0$ .

On a choisi arbitrairement  $v_1 = V_1 \sqrt{2} \cos \omega_s t$  maximal à  $t = 0$ , ce qui place la bobine 1S sur l'axe 1S et le flux nul à  $t = 0$  dans 1R, ce qui place la bobine 1R sur l'axe 1R.

En conséquence, l'angle électrique

$$(\bar{1S}, \bar{1R}) = p\theta_0 = -\varphi_1 - \frac{\pi}{2}; \quad (\bar{1S}, \bar{B}_r) = -\varphi_1 - \frac{\pi}{2} - \varphi_2$$

Le champ rotorique  $\vec{B}_r$  tourne à  $g\omega_s = \omega_r$  par rapport au rotor. Le rotor tourne à  $\omega$ . Le champ  $\vec{B}_r$  tourne à  $\omega_s = \omega + \omega_r$  par rapport au stator. Le stator aperçoit ce champ rotorique à travers ses propres repères. On le voit par le terme  $I_2 e^{-\varphi_2} e^{jp\theta_0}$  qui n'est autre que  $\bar{I}_2$ .

c) Dans la première équation, tous les courants ont le même repère 1S.

$$V_1 = r_1 I_1 e^{-j\varphi_1} + j\ell_{r1} \omega_s I_1 e^{-j\varphi_1} + jm_2 \frac{M_{sr}}{2} \omega_s I_2 e^{-j\varphi_2} e^{jp\theta_0}$$

En introduisant  $\bar{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi_1}$  courant statorique repéré par rapport à l'axe de lecture 1S et  $\bar{I}_2 = \bar{I}_r e^{jp\theta_0} = I_2 e^{-j\varphi_2} e^{jp\theta_0}$  courant rotorique repéré par rapport au même axe de lecture 1S, tous les vecteurs de la première équation  $\bar{V}_1, \bar{I}_1, \bar{I}_2$  tournent à  $\omega_s$  par rapport au stator et sont repérés par rapport à l'axe de lecture 1S, y compris les flux  $\bar{\phi}_{1S}$  et  $\bar{\phi}_{1r}$  (figure 18.3).

$$\boxed{\bar{V}_1 = r_1 \bar{I}_1 + j\ell_{r1} \omega_s \bar{I}_1 + jM \omega_s \bar{I}_2} ; \quad \boxed{\bar{V}_1 = r_1 \bar{I}_1 + j\omega_s \bar{\phi}_{1S} + j\omega_s \bar{\phi}_{1r}}$$

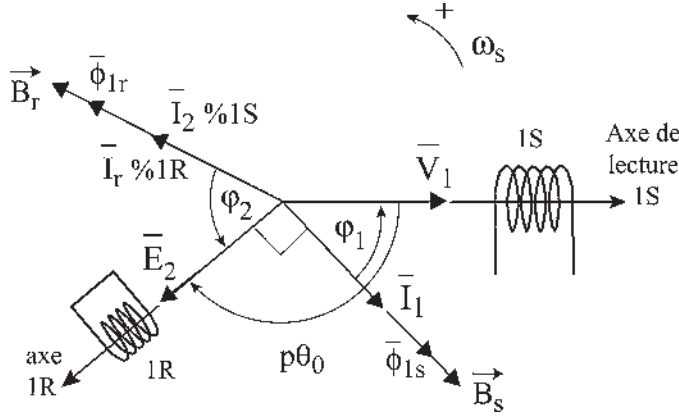


Figure 18.3

$$\boxed{\vec{\Phi}_{1s} = \ell_{t1} \vec{I}_1} \quad \boxed{\vec{\Phi}_{1r} = M \vec{I}_2} \quad \text{Flux repérés par rapport à l'axe de lecture 1S.}$$

$\varphi_{1r} = \frac{M_{sr} I_2 \sqrt{2}}{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2 + p\theta_0)$  est le flux envoyé dans une phase du primaire (stator) par l'ensemble des bobines rotoriques.  $\varphi_{1r}$  est la projection instantanée du vecteur flux  $\vec{\Phi}_{1r}$ , sur l'axe de lecture 1S, tournant à  $\omega_s$  avec le support transparent.

$$\vec{\Phi}_{1r} = m_2 \frac{M_{sr}}{2} I_2 e^{-j\varphi_2} e^{jp\theta_0} = m_2 \frac{M_{sr}}{2} \vec{I}_2 = M \vec{I}_2$$

Les flux scalaires,  $\varphi_{1r1}$ ,  $\varphi_{1r2}$  et  $\varphi_{1r3}$  envoyés dans les phases du primaire (stator) par l'ensemble des bobines rotor sont triphasés équilibrés.  $\varphi_{1r1} + \varphi_{1r2} + \varphi_{1r3} = 0$ . Ces scalaires, qui ont un sens physique, sont les projections instantanées du vecteur temporel  $\vec{\Phi}_{1r}$  sur les axes de lectures simultanées du stator.

L'induction étant toujours exprimée en amplitudes maximales, l'induction rotorique  $\vec{B}_r$ , donnée par l'ensemble du bobinage rotorique s'écrit :

$$\boxed{\vec{B}_r = \frac{\vec{\Phi}_{1r}}{S_{as}} = \frac{M}{S_{as}} \vec{I}_1 \sqrt{2}} \quad \text{avec } S_{as} = \frac{n_s}{2} S \text{ surface apparente d'une phase stator.}$$

d) Dans la seconde équation, tous les courants ont à l'origine le même repère 1R.

$$0 = r_2 I_2 e^{-j\varphi_2} + j \ell_{t2} g \omega_s I_2 e^{-j\varphi_2} + j m_1 \frac{M_{sr}}{2} g \omega_s I_1 e^{-j\varphi_1} e^{-jp\theta_0}$$

$\vec{I}_r = I_2 e^{-j\varphi_2}$  étant le courant rotorique repéré par rapport à l'axe de lecture 1R,  $\vec{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi_1}$  étant le courant statorique repéré par rapport à l'axe de lecture 1S, appelons  $\vec{I}_s$  ce même courant stator mais repéré par rapport à l'axe de lecture 1R.

$$\vec{I}_1 = \vec{u}_s I_1 e^{-j\varphi_1}; \quad \vec{I}_s = \vec{u}_R e^{-jp\theta_0} I_1 e^{-j\varphi_1}, \quad p\theta_0 = -\varphi_1 - \frac{\pi}{2}, \quad \vec{I}_s = I_1 e^{j\frac{\pi}{2}}$$

La seconde équation devient :

$$0 = r_2 \bar{I}_r + j \ell_{t2} g \omega_s \bar{I}_r + j m_1 \frac{M_{sr}}{2} g \omega_s \bar{I}_s$$

Tous les vecteurs de cette équation sont repérés par rapport à l'axe de lecture  $1R$  et tournent à  $g\omega_s$  par rapport au rotor.  $\varphi_{2s} = m_1 \frac{M_{sr} I_1 \sqrt{2}}{2} \cos(g\omega_s t - \varphi_1 - p\theta_0)$ .

Ce flux envoyé dans une des  $m_2$  phases du secondaire par l'ensemble stator est la projection instantanée sur l'axe de lecture  $1R$  du vecteur  $m_1 \frac{M_{sr}}{2} \bar{I}_s$ , tournant à  $g\omega_s$ .

$$\bar{\phi}_{2s} = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 e^{-j\varphi_1} e^{-jp\theta_0} = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 e^{j\frac{\pi}{2}}$$

e) En multipliant par  $e^{jp\theta_0}$  la seconde équation, on repère tous les vecteurs par rapport à l'axe de lecture  $1S$ .

$$0 = r_2 \bar{I}_r e^{jp\theta_0} + j \ell_{t2} g \omega_s \bar{I}_r e^{jp\theta_0} + j m_1 \frac{M_{sr}}{2} g \omega_s \bar{I}_s e^{jp\theta_0}$$

$$0 = r_2 \bar{I}_2 + j \ell_{t2} g \omega_s \bar{I}_2 + j m_1 \frac{M_{sr}}{2} g \omega_s \bar{I}_1$$

f) En multipliant par  $\frac{1}{g}$ , tous les vecteurs tournent à  $\omega_s$  par rapport au stator.

La dérivée du vecteur  $\bar{I}_2$  étant alors  $j\omega_s \bar{I}_2$ , les scalaires sont sinusoïdaux de pulsation  $\omega_s$ .

$$0 = \frac{r_2}{g} \bar{I}_2 + j \ell_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + j m_1 \frac{M_{sr}}{2} \omega_s \bar{I}_1$$

g) En multipliant par  $\frac{m_2}{m_1}$ , on remplace le rotor à  $m_2$  phases par un rotor à  $m_1$  phases.

$$0 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j L_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + j M \omega_s \bar{I}_1$$

$$0 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j \omega_s \bar{\phi}_{2r} + j \omega_s \bar{\phi}_{2s}$$

Dans ces équations vectorielles, tous les vecteurs tournent à  $\omega_s$  par rapport au stator et sont repérés par rapport à l'axe de lecture  $1S$  :

$$- \bar{\phi}_{2r} = L_{t2} \bar{I}_2 \quad \bar{\phi}_{2s} = M \bar{I}_1 ;$$

-  $\bar{\phi}_{2s}$  flux envoyé dans une des  $m_1$  phases du secondaire par l'ensemble stator s'écrit :

$$\phi_{2s} = M I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_1) ;$$

-  $\bar{\phi}_{2s}$  est la projection instantanée sur l'axe de lecture  $1S$  du vecteur flux  $\bar{\phi}_{2s}$ , tournant à  $\omega_s$ .

Les flux scalaires  $\phi_{2s1}, \phi_{2s2}, \phi_{2s3}$  envoyés dans les  $m_1$  phases du secondaire (rotor) par l'ensemble des bobines stator sont triphasés équilibrés.

$\phi_{2s1} + \phi_{2s2} + \phi_{2s3} = 0$ . L'induction stator  $\vec{B}_s$  qui est égale à  $\frac{3}{2}\bar{B}$ , donnée par l'ensemble du bobinage stator, peut s'écrire :

$$\vec{B}_s = \frac{\bar{\Phi}_{2s}}{S_{ar}} = \frac{M}{S_{ar}} \bar{I}_1 \sqrt{2} ;$$

$S_{ar} = \frac{m_2 n_2}{m_1} \frac{S}{2}$  : surface apparente d'une phase rotor massée. Si les spires rotor étaient réparties :  $S_{ar} = k \frac{m_2 n_2}{m_1} \frac{S}{2}$  (paragraphe 7.1).

### Moment magnétique du rotor

Le remplacement du rotor réel à  $m_2$  phases par un autre rotor à  $m_1$  phases, obtenu en multipliant l'équation du secondaire par  $\frac{m_2}{m_1}$ , tout en gardant le même  $I_2$ , se fait avec conserva-

tion des pertes rotoriques, du flux  $\bar{\Phi}_{1r} = M \bar{I}_2$ , de l'induction rotorique  $\vec{B}_r = \frac{\bar{\Phi}_{1r}}{S_{as}}$ , du moment magnétique du rotor  $\vec{M}_r$  et en conséquence du moment du couple de la machine.

Pour un rotor à  $m_2 = 2$  phases et  $\frac{n_2}{2}$  spires,  $\vec{M}_r$  diphasé =  $\left(\frac{n_2}{2} S\right) (\vec{i}_{r1} + \vec{i}_{r2})$

$$\vec{M}_r \text{ diphasé} = \left(\frac{n_2}{2} S\right) \frac{m_2 \bar{I}_2 \sqrt{2}}{2} .$$

Pour un rotor à  $m_1 = 3$  phases et  $\frac{n_1}{2}$  spires,

$$\vec{M}_r \text{ triphasé} = \left(\frac{n_1}{2} S\right) (\vec{i}_{r1} + \vec{i}_{r2} + \vec{i}_{r3}) = \left(\frac{n_1}{2} S\right) \frac{m_1 \bar{I}_2 \sqrt{2}}{2} .$$

Pour que le rotor à  $m_1$  phases, donnant un champ tournant par paire de pôles, présente le moment magnétique  $\vec{M}_r = \frac{n_2}{2} S \bar{I}_2 \sqrt{2}$  du rotor diphasé, il faut réaliser  $n_1 m_1 = n_2 m_2$ .

Pour la même surface apparente  $S_{ar} = \frac{m_2 n_2}{m_1} \frac{S}{2} = \frac{n_1}{2} S$  il faut pour 3 spires par phase en diphasé mettre 2 spires par phase en triphasé.

Un bobinage polyphasé, à  $m_1$  phases quelconques  $\geq 3$ , parcouru par un courant maximal  $I$  peut être remplacé par un bobinage diphasé, à  $m_2 = 2$  phases, parcouru par le même courant  $I$  en présentant les mêmes caractéristiques extérieures, moment magnétique, induction, pertes, force magnétomotrice, si l'on réalise  $m_1 n_1 = m_2 n_2$ ,  $n_1$  et  $n_2$  étant les nombres de spires par phase pour chacun des bobinages, les spires ayant même surface  $S$ .

**Remarque :** la théorie du quadripôle a été élaborée pour la machine asynchrone d'induction  $\vec{V}_1 = \vec{A} \bar{I}_1 + \vec{B} \bar{I}_2$ ,  $0 = \vec{V}_2 = \vec{C} \bar{I}_2 + \vec{D} \bar{I}_1$ . Les équations concernent

une phase du stator et une phase du rotor. Pour un quadripôle non dissipatif, il faut que  $\bar{B} = \bar{D}$ . C'est dire qu'il faut un rotor à  $m_1$  phases pour que ces équations concernent le même  $1/m_1^e$  d'énergie de la machine.  $\bar{V}_1 \bar{I}_1^*$ .

Cette formulation complexe permet de traiter de la machine asynchrone d'induction à  $m_1$  phases stator et rotor, en rotation, en multipliant la première équation par  $\sqrt{2}e^{j\omega_s t}$  et la seconde par  $\sqrt{2}e^{jg\omega_s t}$  avec la difficulté apparente d'avoir un double diagramme espace-temps, l'un tournant à  $\omega_s$  pour un observateur stator, l'autre à  $\omega_r = g\omega_s$  pour un observateur rotor.

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= r_1 \bar{I}_1 + j\ell_{t1} \omega_s \bar{I}_1 + jM\omega_s \bar{I}_2 & \sqrt{2}e^{j\omega_s t} \\ 0 &= R_2 \bar{I}_2 + jL_{t2} g \omega_s \bar{I}_2 + jMg\omega_s \bar{I}_1 & \sqrt{2}e^{jg\omega_s t}\end{aligned}$$

Diviser la seconde équation par  $g$ , à la condition que  $g$  ne soit pas nul, c'est permettre, à partir du même système d'équations complexes, de traiter d'une autre machine virtuelle en multipliant les deux équations par  $\sqrt{2}e^{j\omega_s t}$ .

$$\boxed{\begin{aligned}\bar{V}_1 &= r_1 \bar{I}_1 + j\ell_{t1} \omega_s \bar{I}_1 + jM\omega_s \bar{I}_2 & \sqrt{2}e^{j\omega_s t} \\ 0 &= \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + jL_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + jM\omega_s \bar{I}_1 & \sqrt{2}e^{j\omega_s t}\end{aligned}}$$

Cette dernière machine virtuelle a un rotor fixe puisque la pulsation rotorique est la même que la pulsation statorique. C'est donc un transformateur statique.

Ce transformateur statique, à champ tournant  $m_1$ phasé, au stator comme au rotor, aurait par phase au secondaire une résistance  $\frac{R_2}{g}$  ayant une valeur particulière pour chaque vitesse de rotation de la machine réelle  $\omega = \omega_s(1 - g)$ .

## 18.5 MACHINE TOURNANTE – MODÈLE – TRANSFORMATEUR STATIQUE MONOPHASÉ

Pour traiter de la machine réelle tournante, on peut donc prendre pour modèle par phase, en régime permanent équilibré, un transformateur statique monophasé débitant sur une résistance  $R_2/g$  fonction de la vitesse réelle de rotation et donnant un diagramme espace-temps où tous les vecteurs tournent à  $\omega_s$ . Remarquons qu'au démarrage, la machine réelle se comportait déjà à  $t = 0$  comme un transformateur statique à champ tournant.

## 18.6 IMPÉDANCE COMPLEXE DU MOTEUR

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= r_1 \bar{I}_1 + j\ell_{t1} \omega_s \bar{I}_1 + jM\omega_s \bar{I}_2 \\ 0 &= \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + jL_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + jM\omega_s \bar{I}_1\end{aligned}$$

Les équations complexes représentent le fonctionnement d'une phase du stator de la machine en régime permanent en tenant compte de la présence du rotor. En éliminant  $\bar{I}_2$  entre les deux équations on peut écrire :

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1 \left[ r_1 + j\ell_{t1}\omega_s + \frac{M^2\omega_s^2}{\frac{R_2}{g} + jL_{t2}\omega_s} \right] = \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}(g)$$

Vu du primaire, le moteur se comporte comme une impédance  $\bar{Z}$  fonction d'un paramètre  $g$ , image de la vitesse. On peut écrire :

$$\bar{Z}(g) = r_1 + j\ell_{t1}\omega_s \frac{\frac{R_2}{g} + j\left(L_{t2} - \frac{M^2}{\ell_{t1}}\right)\omega_s}{\frac{R_2}{g} + jL_{t2}\omega_s} = r_1 + j\ell_{t1}\omega_s \frac{\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s}{\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s + j\frac{M^2}{\ell_{t1}}\omega_s}$$

En introduisant l'inductance de fuites totales ramenées au secondaire  $N_2 = L_{t2} - \frac{M^2}{\ell_{t1}}$  et en multipliant numérateur et dénominateur par  $\left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2$  il vient :

$$\bar{Z}(g) = r_1 + \frac{j\ell_{t1}\omega_s \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \left(\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s\right)}{\left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \left(\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s\right) + j\ell_{t1}\omega_s} = r_1 + \frac{\text{produit}}{\text{somme}}$$

$$\bar{Z}(g) = r_1 + \frac{1}{\frac{1}{j\ell_{t1}\omega_s} + \frac{1}{\left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \left(\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s\right)}}$$

L'impédance  $\bar{Z}$  est composée d'une résistance  $r_1$  en série avec une inductance  $\ell_{t1}$  montée en parallèle avec une inductance  $N_2 \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2$  elle-même en série avec une résistance  $\frac{R_2}{g} \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2$ .

## 18.7 SCHÉMAS ÉQUIVALENTS DÉDUITS DES ÉQUATIONS

Lorsque  $g = 0$ , le rotor tourne au synchronisme, la machine est à vide, il n'y a de courant que dans  $\ell_{t1}$ , alors  $\bar{V}_1 = (r_1 + j\ell_{t1}\omega_s)\bar{I}_{10}$ .



Dans un transformateur  $I_{10}$  est très petit, voire négligeable. Dans la machine asynchrone  $I_{10}$  est important à cause de l'entrefer. Au nœud, on a la composition vectorielle  $\bar{I}_1 = \bar{I}_{10} + \bar{I}_{12}$ . Ce schéma équivalent, obtenu à partir d'une décomposition donnée des flux est intéressant, car il met en relief des grandeurs  $\ell_{t1}$ ,  $N$ ,  $R$  qui sont facilement mesurables par des essais industriels (figure 18.4).

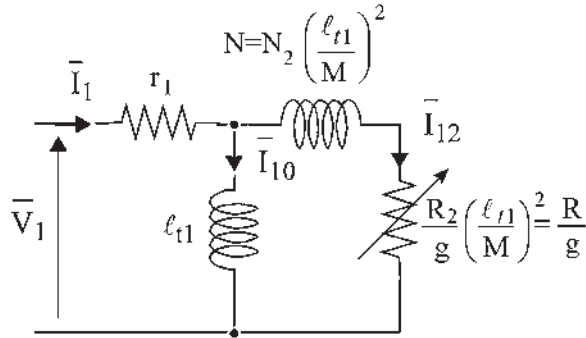


Figure 18.4

### Inductances de fuites totales de Boucherot

Dans un transformateur, chaque bobinage primaire ou secondaire présente des fuites. Pour des raisons pratiques de calcul (aucun sens physique), on peut écrire qu'un seul des enroulements possède toutes les fuites. Si on ramène les fuites au bobinage 1, il aura une inductance de fuites totales  $N_1$ . Le bobinage 2 n'aura pas de fuites. L'inductance mutuelle doit rester la même.

$$(\ell_{t1} - \ell_1)(L_{t2} - \ell_2) = M^2 \text{ devient } (\ell_{t1} - N_1)L_{t2} = M^2, \text{ d'où } \boxed{N_1 = \ell_{t1} - \frac{M^2}{L_{t2}}}$$

De même si l'on ramène les fuites au bobinage 2 :

$$\ell_{t1}(L_{t2} - N_2) = M^2 \text{ d'où } \boxed{N_2 = L_{t2} - \frac{M^2}{\ell_{t1}}}$$

Le schéma équivalent, en faisant apparaître le rapport de transformation  $\frac{M}{\ell_{t1}}$

$\bar{I}_{12} = -\frac{M}{\ell_{t1}}\bar{I}_2 = -\frac{n_2}{n_1}\bar{I}_2$  devient (figure 18.5) :

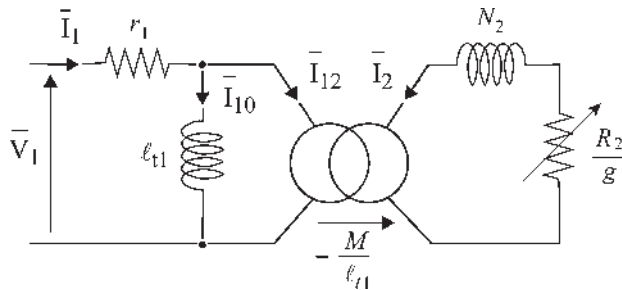


Figure 18.5

## 18.8 SÉPARATION DES PERTES ACTIVES ET RÉACTIVES

La méthode de Boucherot fait apparaître les inductances de fuites partielles qui ont un sens physique.

$$(\ell_{t1} - \ell_1) = \frac{n_1}{n_2} M ; \quad (L_{t2} - \ell_2) = \frac{n_2}{n_1} M ; \quad n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_{10}$$

$$\bar{V} = r_1 \bar{I}_1 + j \ell_1 \omega_s \bar{I}_1 + j \frac{n_1}{n_2} M \omega_s \bar{I}_1 + j M \omega_s \bar{I}_2 = r_1 \bar{I}_1 + j \ell_1 \omega_s \bar{I}_1 + j M \omega_s \frac{n_1}{n_2} \bar{I}_{10}$$

$$0 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j \ell_2 \omega_s \bar{I}_2 + j \frac{n_2}{n_1} M \omega_s \bar{I}_2 + j M \omega_s \bar{I}_1 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j \ell_2 \omega_s \bar{I}_2 + j M \omega_s \bar{I}_{10}$$

Faisons apparaître les puissances apparentes complexes  $\bar{S}_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_1^*$  et  $\bar{S}_2 = \bar{V}_2 \bar{I}_2^* = 0$ .

$$\bar{S}_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_1^* = r_1 I_1^2 + j \ell_1 \omega_s I_1^2 + j M \omega_s \frac{n_1}{n_2} \bar{I}_{10} \bar{I}_1^* = P_1 + j Q_1 \quad (1)$$

$$0 = \frac{R_2}{g} I_2^2 + j \ell_2 \omega_s I_2^2 + j M \omega_s \bar{I}_{10} \bar{I}_2^*$$

or  $\bar{I}_2 = \frac{n_1}{n_2} (\bar{I}_{10} - \bar{I}_1)$  ;  $\bar{I}_2^* = \frac{n_1}{n_2} (\bar{I}_{10}^* - \bar{I}_1^*)$  la seconde équation s'écrit :

$$0 = \frac{R_2}{g} I_2^2 + j \ell_2 \omega_s I_2^2 + j \frac{n_1}{n_2} M \omega_s I_{10}^2 - j M \omega_s \frac{n_1}{n_2} \bar{I}_{10} \bar{I}_1^* \quad (2)$$

en additionnant les équations (1) et (2) :

$$\bar{S}_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_1^* = r_1 I_1^2 + j \ell_1 \omega_s I_1^2 + \frac{R_2}{g} I_2^2 + j \ell_2 \omega_s I_2^2 + j \frac{n_1}{n_2} M \omega_s I_{10}^2$$

en faisant apparaître les pertes Joule pour chacune des  $m_1$  phases

$$\bar{S}_1 = r_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + \frac{R_2}{g} (1 - g) I_2^2 + j (\ell_1 \omega_s I_1^2 + \ell_2 \omega_s I_2^2 + M \omega_s \frac{n_1}{n_2} I_{10}^2)$$

$$\bar{S}_1 = P_1 + j Q_1 \text{ par phase.}$$

Cette relation exprime la conservation des puissances active  $P_1$  et réactive  $Q_1$ .

Pour la machine  $P_{1 \text{ totale}} = m_1 P_1$  par phase =  $m_1 r_1 I_1^2 + m_1 R_2 I_2^2 + m_1 \frac{R_2}{g} (1 - g) I_2^2$ . Le dernier terme représente la puissance mécanique sur l'arbre de la machine réelle.

$$Q_{1 \text{ totale}} = m_1 \ell_1 \omega_s I_1^2 + m_1 \ell_2 \omega_s I_2^2 + m_1 M \omega_s \frac{n_1}{n_2} I_{10}^2 \text{ (pour le transformateur)}$$

On reconnaît les pertes de puissance réactive dans les inductances de fuite et celles dues au courant magnétisant.

Pour la machine réelle, les pertes de puissance réactive seraient  $Q_{1 \text{ totale}} \times \frac{g \omega_s}{\omega_s}$ .

## 18.9 BILAN ÉNERGÉTIQUE

La conservation de la puissance permet de faire un bilan énergétique réel dans lequel apparaissent les pertes Joule stator  $m_1 r_1 I_1^2 = P_{JS}$ , les pertes Joule rotor  $m_1 R_2 I_2^2 = m_2 r_2 I_2^2 = P_{JR}$ , la puissance absorbée par la machine  $P_{1\text{ totale}} = 3VI \cos \varphi$ , la puissance utile sur l'arbre  $P_u = C\Omega = 2\pi NC$  et la puissance  $P_2$  transmise au rotor (figure 18.6).

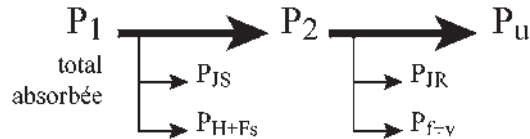


Figure 18.6

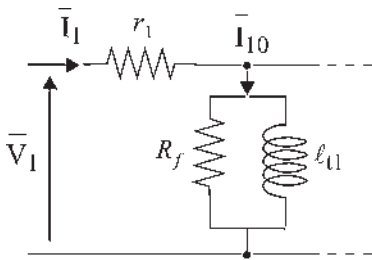


Figure 18.7

### Vous avez dit électrotechnique ?

#### Les trains à grande vitesse de croisière

Après les deux records mondiaux de 321 et 331 km/h obtenus en France en 1954 et 1955, le Japon lance les premiers trains à grande vitesse de croisière. Le 1<sup>er</sup> octobre 1964, la JNR, *Japanese National Railways* inaugure la ligne Tokio-Osaka de 515 km avec le *Tokaido shinkansen* à 210 km/h. Le réseau comporte aujourd'hui plusieurs lignes et un développé de 1 700 km entre Fukuoka et Hachinohé.

À partir de 1967, la SNCF pense à la grande vitesse. En 1972, le TGV 01, à turbine à gaz, atteint 318 km/h. Après le premier choc pétrolier de 1973, le choix se porte définitivement sur l'électricité pour le TGV PSE. Il sera à moteur série continu alimenté par redresseur et hacheur à thyristors à partir de la caténaire 25 kV-50 Hz. Le record mondial de vitesse est atteint avec 382 km/h, le 28 février 1981, et meilleure vitesse de croisière en 1985 avec 270 km/h, ce dernier record étant toujours valable en 2004.

L'Angleterre attaque le problème en 1973. La vitesse de 200 km/h est atteinte en 1979. Actuellement 100 rames du *High Speed Train* circulent.

On a négligé dans les équations les pertes par hystérésis et courants de Foucault au stator et les pertes par frottement et ventilation au rotor.

Les équations traduisent bien l'ordre de grandeur du bilan électrique si l'on s'intéresse aux chutes de tension. Un bilan énergétique réel demande quelques retouches. Pour de grosses machines de puissance supérieure à 15 kW, les pertes fer sont parfois supérieures aux pertes Joule stator.

En pratique, on rajoute souvent une résistance fer  $R_f$  permettant de tenir compte de la puissance active dissipée (figure 18.7).

Le rendement énergétique d'un moteur électrique est excellent, entre 0,8 pour les petites et 0,96 pour les grosses machines.

Pour un moteur de 90 kVA, l'ordre de grandeur du rendement approché est  $\eta_{\text{app}} = 0,9$  :

$$\begin{aligned} \eta_{\text{app}} &= \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - P_{JS} - P_{H+FS} - P_{JR} - P_{f+v}}{P_a} \\ &= \frac{P_a - \sum_{\text{app}} P}{P_a} = 1 - \frac{\sum_{\text{app}} P}{P_a} = 0,9 \end{aligned}$$

en appelant  $\sum_{\text{app}} P$  la somme approchée des pertes. Cette somme ne concerne que les pertes principales :

$$\sum_{\text{app}} P = \frac{10}{100} P_a = (P_{JS}) + (P_{JR}) + (P_{H+FS}) + (P_{f+v})$$

$$10\% = 2,5\% + 4\% + 2,5\% + 1\%$$

Le rendement approché est optimiste.

### 18.10 DIAGRAMME CIRCULAIRE

La grandeur caractéristique d'un circuit, impédance, admittance, courant absorbé, est usuellement fonction de la fréquence ou plus généralement d'éléments variables du système, comme d'une résistance, par exemple,  $\frac{R_2}{g}$ .

Il est parfois intéressant de représenter la loi de variation de cette grandeur, par exemple  $\bar{I}_1$ , en général complexe, par le lieu géométrique que décrit l'extrémité de son vecteur représentatif dans le plan complexe lorsque le paramètre considéré varie. Cette courbe, souvent très simple, sera graduée en associant chacun de ses points à la valeur correspondante du paramètre.

On peut démontrer de manière générale que si une grandeur complexe est fonction homographique d'un paramètre  $\alpha$ ,  $\bar{I}_1 = \frac{\bar{A} + \bar{B}\alpha}{\bar{C} + \bar{D}\alpha}$  l'extrémité de son vecteur représentatif dans le plan complexe décrit un cercle.

Les équations électriques représentent le fonctionnement d'une phase du stator compte tenu de la présence du rotor fictif à  $m_1$  phases.

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= r_1 \bar{I}_1 + j \ell_{t1} \omega_s \bar{I}_1 + j M \omega_s \bar{I}_2, \\ 0 &= \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j L_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + j M \omega_s \bar{I}_1 \end{aligned}$$

Elles sont satisfaites pour toutes valeurs du paramètre  $g$  (image de la vitesse).

Soit  $M(g)$  le point dans le plan complexe d'affixe  $\bar{I}_1(g)$  correspondant à une valeur particulière  $g$  du paramètre (figure 18.8).

$$\begin{aligned} \text{Pour } g = 0, I_2 = 0, \bar{I}_{10} &= \frac{\bar{V}_1}{r_1 + j \ell_{t1} \omega_s} = \overrightarrow{OA} \\ |\bar{I}_{10}| &= \frac{V_1}{\sqrt{r_1^2 + \ell_{t1}^2 \omega_s^2}} ; \text{tg } \phi_{10} = \frac{\ell_{t1} \omega_s}{r_1} \end{aligned}$$

Pour  $g \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{1\infty} &= \frac{\bar{V}_1}{r_1 + j \left( \ell_{t1} - \frac{M^2}{L_{t2}} \right) \omega_s} = \frac{\bar{V}_1}{r_1 + j N_1 \omega_s} \\ |\bar{I}_{1\infty}| &= \frac{V_1}{\sqrt{r_1^2 + N_1^2 \omega_s^2}} > |\bar{I}_{10}| ; \phi_{10} > \phi_{1\infty} \end{aligned}$$

### Vous avez dit électrotechnique ?

#### Les trains à grande vitesse de croisière

L'Italie, en 1975, met en service le premier *Pandolino*, l'ETR 401, prévu pour rouler sur des lignes nouvelles à grande vitesse, à 300 km/h. Actuellement, seulement deux lignes ont été modernisées, Rome-Naples et Bologne-Florence. Par contre, ce train s'adapte très facilement à tous les types de voies ce qui autorise une excellente vitesse d'exploitation de 200 à 220 km/h sur voies normales, un développement technologique constant en passant de l'ETR 450 en 1988, à l'ETR 500 en 1997 et un succès international à l'exportation en autorisant la modernisation des réseaux sans investissement massif.

En Allemagne, la DB, *Deutsche Bundesbahn*, met au point en 1985 l'ICE, *Inter City Experimental*. Conçu pour rouler, comme le TGV, à vitesse élevée sur des lignes nouvelles, il est équipé d'un moteur asynchrone triphasé, autopiloté à GT0. Il atteint 317 km/h en novembre 1985, 345 km/h en 1986 et bat le record du monde en mai 1988 avec 406,9 km/h.

Un maillage de lignes conventionnelles améliorées permet à l'ICE d'interconnecter les grandes métropoles allemandes à une vitesse commerciale élevée. La mise en place de lignes nouvelles permet d'atteindre la vitesse de croisière de 250 km/h sur les lignes Fulda-Würzburg en 1990, Hanovre-Würzburg et Manhein-Stuttgart en 1991, Hanovre-Berlin en 1998 et Cologne-Francfort en 2002.

Avec le TGV Atlantique à moteurs synchrones triphasés autopilotés, inauguré en 1989 avec la ligne Paris-Le Mans, poursuivie par des voies rénovées vers Rennes, Quimper, Brest puis vers Nantes, la SNCF reprend le record mondial de vitesse sur rail avec 515,3 km/h le 18 mai 1990, record qu'elle détient toujours.



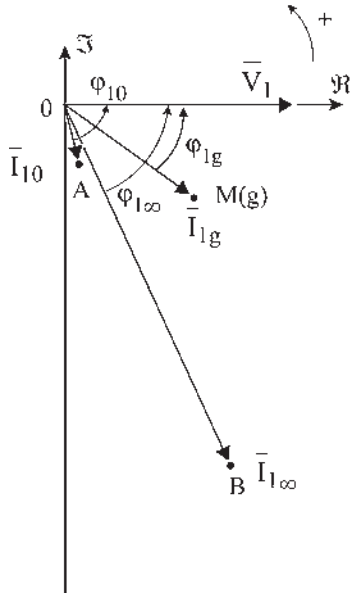


Figure 18.8

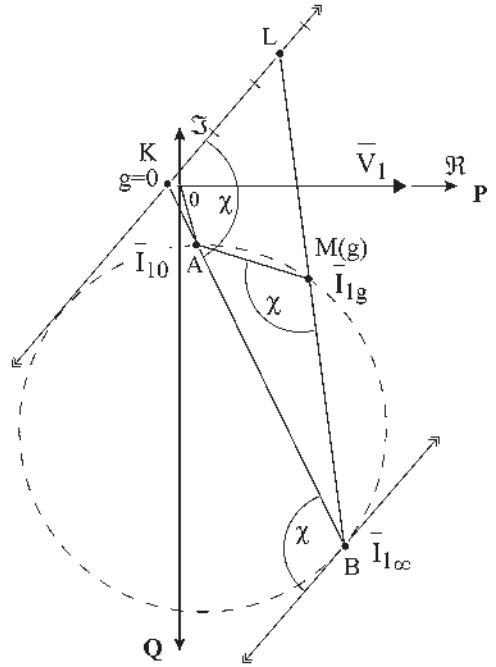


Figure 18.9

Calculons :

$$\begin{aligned} \frac{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{1\infty}}{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10}} &= -\frac{R_2}{g} \frac{\frac{\ell_{r1}}{L_{t2}} - j \frac{r_1}{L_{t2}\omega_s}}{r_1 + jN_1\omega_s} \\ &= \frac{\vec{OM} - \vec{OB}}{\vec{OM} - \vec{OA}} = \frac{\vec{BM}}{\vec{AM}} \end{aligned}$$

de module :

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{\ell_{r1}}{L_{t2}}\right)^2 + \left(\frac{r_1}{L_{t2}\omega_s}\right)^2}}{\sqrt{r_1^2 + N_1^2\omega_s^2}} \frac{R_2}{g}$$

proportionnel à  $\frac{1}{g}$  et d'argument  $\chi = \text{cste}$ .

$$\chi = \chi_{\text{Numérateur}} - \chi_{\text{Dénominateur}}$$

$$\chi_{\text{Numérateur}} = \text{cste et } \chi_{\text{Dénominateur}} = \text{cste}$$

Le lieu de  $M(g)$  quand  $g$  varie est donc un cercle. Menons en  $I_{1\infty}$  la tangente au cercle, on retrouve l'angle  $\chi$  (figure 18.9).

Menons une parallèle à la tangente en  $I_{1\infty}$ . Les triangles semblables BMA et BKL permettent d'écrire  $\frac{BM}{AM} = \frac{BK}{KL}$ .

$\frac{BK}{KL}$  étant proportionnel à  $\frac{1}{g}$ ,  $\frac{KL}{BK}$  est proportionnel à  $g$ .

$BK$  étant constant,  $KL$  est l'axe des glissements gradué linéairement en  $g$ .

Plus généralement, on peut montrer qu'une droite quelconque  $\Delta$  peut être prise comme axe de glissement en prenant le point de vue  $P$  sur la sécante  $\Delta'$  menée par  $I_{1\infty}$  parallèlement à la droite  $\Delta$  (figure 18.10).

Compte tenu des conventions récepteur, la position de  $\bar{I}_{1g}$  donne une information sur les puissances active et réactive (figure 18.11).

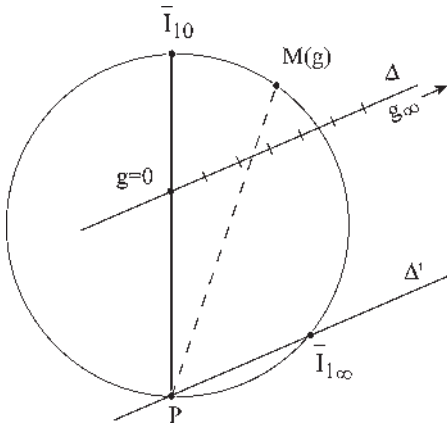


Figure 18.10

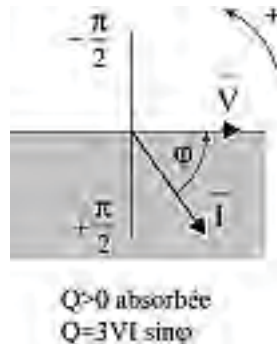
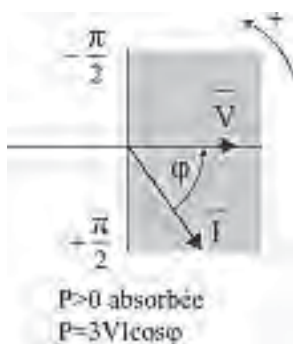


Figure 18.11

## Le saviez-vous ?

### Trains vendus à l'exportation

#### Pandolino 130

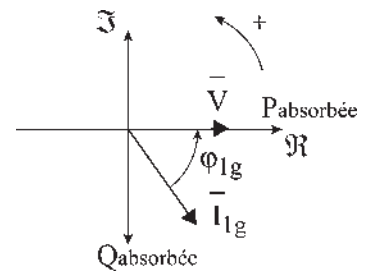
41 en Suède 1990 ; 25 en Finlande 1996 ; 10 en Espagne Alaris, Madrid – Valence 1999 ; 54 en Angleterre Londres – Glasgow 2003.

#### TGV 164

24 en Espagne Madrid – Séville 1992 ; 31 Eurostar Londres – Bruxelles 1993 ; 27 Thalys, Bruxelles – Amsterdam – Cologne 1996 ; 7 en Suède 1999 ; 20 aux USA Boston – NY – Washington 2000 ; 9 en Australie 2003 ; 46 en Corée du Sud 2003.

#### ICE 16 + x

16 en Norvège 1998 ; non fixé en Californie 2005.



# Pour en savoir plus...

## EFFET DE PEAU

Dans le cas général des régimes variables au cours du temps, les équations de Maxwell tiennent compte des lois de l'induction et de la propagation.

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{div } \vec{D} &= \rho \\ \text{div } \vec{B} &= 0 & \text{rot } \vec{H} &= -\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{aligned}$$

(Équations de Maxwell, voir « Pour en savoir plus... » du chapitre 1.)

Pour l'étude des courants alternatifs de fréquence 50 Hz, il est possible de négliger les phénomènes de propagation. On appelle cela l'approximation des états quasi stationnaires. Les équations précédentes sont valables dans tous les milieux. Elles sont complétées par :

- la loi d'Ohm dans les conducteurs,  $\vec{j} = \Upsilon \vec{E}$ , qui est toujours valable ;
- la liaison  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  dans les milieux diélectriques, qui devient  $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$  pour les diélectriques parfaits, avec  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,85 \cdot 10^{-12}$
- la liaison  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J})$  pour les milieux magnétiques, qui devient  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  pour les substances homogènes.

Les équations de Maxwell s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & \text{div } \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon} \\ \text{div } \vec{H} &= 0 & \text{rot } \vec{H} &= \vec{j} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

et pour des courants sinusoïdaux de pulsation  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314$  rad/sec, leurs expressions en notations complexes s'écrivent :

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{E} &= -j\mu\omega \vec{H} & \text{div } \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon} \\ \text{div } \vec{H} &= 0 & \text{rot } \vec{H} &= \vec{E}(\Upsilon + j\varepsilon\omega)\end{aligned}$$

Il est possible de négliger dans un conducteur le courant de déplacement par rapport au courant de conduction.

La conductivité  $\Upsilon$  étant l'inverse de la résistivité  $\rho$ , on a pour le cuivre :

$$\begin{aligned}\mu &= \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ mT/A}, & \rho &= 1,692 \cdot 10^{-8} \Omega/\text{m}, \\ \Upsilon &= \frac{1}{\rho} = 5,91 \cdot 10^7 \text{ siemens/m}.\end{aligned}$$

$\varepsilon\omega = \frac{314}{36\pi 10^9} = 2,78 \cdot 10^{-9}$  est négligeable devant  $\Upsilon$  et

la dernière équation s'écrit :  $\text{rot } \vec{H} = \Upsilon \vec{E} = \vec{j}$ . Alors,  $\vec{H} = -\frac{\text{rot } \vec{E}}{j\mu\omega} = -\frac{\text{rot } \vec{j}}{j\mu\omega\Upsilon}$  et  $\text{rot } \vec{H} = -\frac{\text{rot} \cdot \text{rot } \vec{j}}{j\mu\omega\Upsilon} = \vec{j}$

et en définitive  $-\text{rot} \cdot \text{rot } \vec{j} = j\mu\omega\Upsilon \vec{j}$  faisant apparaître la profondeur de pénétration

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\Upsilon}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}} = \sqrt{\frac{1}{\mu\Upsilon\pi f}} = \frac{1}{15,25\sqrt{f}}.$$

## Effet de peau électrique ou effet pelliculaire ou effet Kelvin

En régime sinusoïdal, l'électrisation d'un conducteur est purement superficielle. Plus la fréquence est grande, plus la profondeur de pénétration est faible. Par exemple, pour le cuivre,  $\delta$  est de l'ordre de 9,3 mm à 50 Hz, de 0,66 mm à  $10^4$  Hz et de 6,6  $\mu\text{m}$  à  $10^8$  Hz.

Pour le fer, à une fréquence identique, la profondeur de pénétration est 30 fois plus petite à cause de  $\mu = \mu_0\mu_r$  avec  $\mu_r \simeq 10^4$  mais aussi de  $\rho = 2 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$  et de la conductivité  $\Upsilon = \frac{1}{\rho} = 5 \cdot 10^6$  S/m. En pratique, l'effet

de peau provoque une augmentation de la résistance des fils métalliques en haute fréquence et la nécessité de diviser les conducteurs en brins isolés les uns des autres même à fréquence industrielle si la section est trop grande. Par contre, il permet de réaliser des cages blindées, qui éliminent le contenu à l'influence d'une onde électromagnétique perturbatrice extérieure. De même, en sidérurgie, il permet l'opération de trempe superficielle

d'un métal ou encore l'existence des fours à haute fréquence favorisant un brassage par convection. En traitements médicaux, cet effet autorise le passage des courants haute fréquence ( $10^4$  Hz) de l'ordre de 2 A sans danger pour le corps humain.

### Effet de peau magnétique

Les champs électrique et magnétique ont la même loi de pénétration que le courant. Présentée devant un corps magnétique, une induction constante ne pénètre que très lentement, les courants de Foucault dans la masse s'opposant à leur introduction. Si l'induction est pulsante, tournante ou glissante, elle ne peut pénétrer que dans une couche superficielle. Il a été précisé au paragraphe 2.2.4 que l'épaisseur des tôles dans les machines à courant alternatif 50 Hz était de 0,35 mm pour diminuer les pertes par hystérésis et courants de Foucault tout en tenant compte de la tenue

mécanique. Cette épaisseur correspond aussi à la profondeur de pénétration dans le fer pour un  $\mu_r$  approximativement de  $10^4$ .

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \mu_r \pi f \gamma}} = \sqrt{\frac{10^7}{4\pi \mu_r \pi f 5 \cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{1}{19,74 \mu_r f}}$$

$$= \frac{1}{4,44} \frac{1}{\sqrt{\mu_r f}}$$

$$\delta = \frac{1}{4,44} \frac{1}{7,05} \frac{1}{10^2} = \frac{10^4}{3\,130,2} 10^{-4} = 3,19 \cdot 10^{-4} \text{ m soit } 0,32 \text{ mm.}$$

Il n'y a aucun intérêt à avoir des tôles ferromagnétiques plus épaisses, d'où le feuilletage de tous les circuits magnétiques à induction variable : circuit magnétique, noyau de transformateur, bobines d'induction, stator ou rotor des machines tournantes dès que l'induction est variable.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Modèle de la machine asynchrone d'induction en régime permanent – hypothèses

- Alimentation à pulsation constante.
- Régime permanent équilibré.
- Répartition spatiale sinusoïdale de l'induction.
- Machine non saturée.

### Sens physique des transformations mathématiques

Lors de l'établissement du modèle du secondaire de la machine asynchrone, les opérations mathématiques utilisées sont chacune porteuse de sens physique :

- on simplifie les équations en supprimant  $\sqrt{2}e^{jg\omega_s t}$ , ainsi on ne se préoccupe plus de la vitesse de rotation.

Le diagramme du secondaire reste le même solidairement s'il tourne à  $\omega_s$  ou à  $g\omega_s$ .

- On multiplie par  $\frac{m_2}{m_1}$  et on fait apparaître  $M = m_2 \frac{M_{sr}}{2}$  en passant à un rotor à  $m_1$  phases, alors  $\bar{E}_2 = -jMI_1\sqrt{2}\omega_s e^{-j\phi_1} = -jM\omega_s \bar{I}_1$ .
- On multiplie par  $e^{j\theta_0}$  afin de repérer  $\bar{E}_2$  par rapport au stator 1S.
- On multiplie par  $\frac{1}{g}$ , la pulsation au secondaire devient alors  $\omega_s$ , le secondaire est donc « fixe ».

Tout cela pour arriver à une expression simple de  $\bar{E}_2 = -jM\omega_s \bar{I}_1$ .



## FICHE MÉMO

### Diagramme espace-temps bipolaire

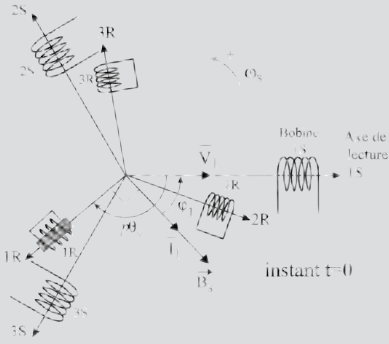


Figure 18.12

### Équations instantanées

$$\begin{cases} v_1 = r_1 i_1 + \frac{d\phi_{t1}}{dt} = r_1 i_1 + \frac{d\phi_{1s}}{dt} + \frac{d\phi_{1r}}{dt} \\ 0 = r_2 i_r + \frac{d\phi_{t2}}{dt} = r_2 i_r + \frac{d\phi_{2s}}{dt} + \frac{d\phi_{2r}}{dt} \end{cases}$$

### ⇒ Formulation complexe

$$\begin{cases} \bar{V} = r_1 \bar{I}_1 + j\ell_{t1}\omega_s \bar{I}_1 + jM\omega_s \bar{I}_2 \\ 0 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + jL_{t2}\omega_s \bar{I}_2 + jM\omega_s \bar{I}_1 \end{cases}$$

### Impédance complexe du moteur

$$\bar{Z}(g) = r_1 + \frac{1}{\frac{1}{j\ell_{t1}\omega_s} + \frac{1}{\left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \left(\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s\right)}}$$

L'impédance est composée d'une résistance  $r_1$  en série avec une impédance constituée par une inductance  $\ell_{t1}$  montée en parallèle avec une inductance  $N_2 \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2$  en

série avec une résistance  $\frac{R_2}{g} \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2$ .

### Schémas équivalents

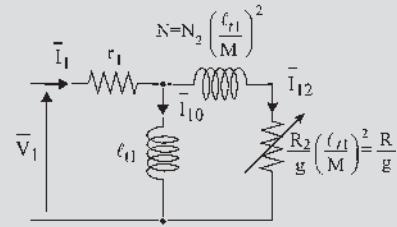


Figure 18.13

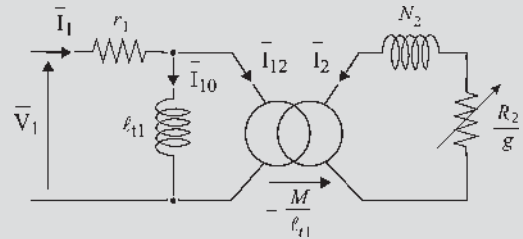


Figure 18.14

**Remarque :** si l'on tient compte des pertes fer le schéma devient :

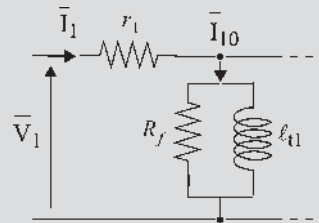


Figure 18.15

### Diagramme circulaire

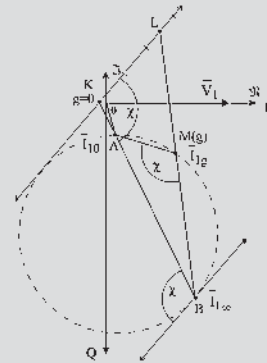


Figure 18.16

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 18.1** Le flux envoyé dans une phase du rotor par l'ensemble des bobines stator  $\varphi_{2s} = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} \cos(g\omega_s t - \varphi_1 - p\theta_0)$  étant la projection instantanée sur l'axe de lecture  $1R$  d'un vecteur  $\bar{\varphi}_{2s}$  tournant à la vitesse angulaire  $g\omega_s$ , donner l'expression de  $\bar{\varphi}_{2s}$ .
- 18.2** Exprimer la f.é.m. agissant au secondaire  $\bar{E}_2$ , puis donner une explication physique et mathématique simple des opérations à effectuer pour arriver au résultat  $\bar{E}_2 = -jM\omega_s \bar{I}_1$ .
- 18.3** Le flux envoyé dans une phase du stator par l'ensemble des bobines du rotor est  $\varphi_{1r} = m_2 \frac{M_{sr}}{2} I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2 + p\theta_0)$ , projection instantanée sur l'axe de lecture  $1S$  d'un vecteur  $\bar{\varphi}_{1r}$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega_s$ .  
Donner l'expression de  $\bar{\varphi}_{1r}$  en utilisant  $M = m_2 \frac{M_{sr}}{2}$  et en faisant apparaître successivement  $\bar{I}_r = I_2 \sqrt{2} e^{-j\varphi_2} e^{j\omega_s t}$  et  $\bar{I}_2 = I_2 \sqrt{2} e^{-j\varphi_2} e^{jp\theta_0} e^{j\omega_s t}$ .
- 18.4** Quelle condition doit-on satisfaire pour que la f.m.m. donnée par un rotor triphasé parcouru par des courants d'amplitude  $I_1$ , chacune des  $m_1 = 3$  phases ayant  $\frac{n_1}{2}$  spires, chacune de surface  $S$ , soit égale à la f.m.m. donnée par un rotor diphasé parcouru par des courants d'amplitude  $I_2$ , chacune des  $m_2 = 2$  phases ayant  $\frac{n_2}{2}$  spires, chacune de surface  $S$  ?
- 18.5** À partir des équations complexes de la machine, que pouvez-vous déduire si elle fonctionne à vide ?
- 18.6** À partir du schéma équivalent, que pouvez-vous déduire si la machine fonctionne à vide ?
- 18.7** Pourquoi le rendement approché est-il optimiste ? Quelle différence y a-t-il avec le rendement vrai ?
- 18.8** Dans le diagramme circulaire, montrer qu'une droite quelconque  $D'$  peut être prise comme axe de glissement.

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 18.1** Un moteur asynchrone triphasé à bagues, hexapolaire, 230/400 V-50 Hz, est alimenté par un réseau 400 V-50 Hz. On a effectué sur ce moteur une série d'essais :

- Essai en transformateur, rotor ouvert et bloqué :  
 $U_s = 400$  V,  $I_{s0} = 30$  A,  $P_0 = 2580$  W,  
 $U_{R0} = 300$  V (entre bagues).
- Essai en court-circuit, rotor bloqué :  
 $U_{scc} = 104$  V,  $I_{scc} = 91$  A,  $P_{cc} = 3190$  W.
- Essai à vide, rotor en court-circuit :  $U_s = 400$  V,  
 $P_V = 3350$  W.

La résistance mesurée entre deux bornes du stator est de  $0,1 \Omega$ .

On adopte comme modèle le circuit équivalent ci-dessous, ramené à l'échelle statorique.

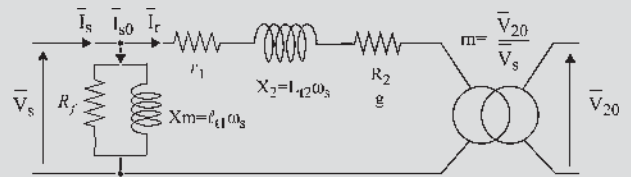


Figure 18.17

À partir des résultats des essais, déterminer les valeurs des éléments de ce modèle.

- 18.2** Dans cet exercice, nous considérons le moteur asynchrone dont le modèle a été étudié dans l'exercice 18.1. La vitesse de rotation nominale est de 970 tr/min.
- 1) Calculer, en utilisant résultats obtenus lors des essais décrits dans l'exercice 18.1 :
    - la valeur du courant nominal  $I_n$  absorbé et le facteur de puissance ;
    - le couple utile nominal sur l'arbre  $C_n$  ;
    - le rendement nominal du moteur ;
    - le couple de démarrage  $C_d$  et le courant de démarrage.

- 2) Pour démarrer le moteur, on utilise un rhéostat constitué de 3 résistances de valeur  $R_d$  couplées en étoile et placées aux bornes du rotor. Calculer la valeur de  $R_d$  limitant le courant de démarrage à environ 2 fois le courant nominal. Quelle est la nouvelle valeur du couple de démarrage ?

**18.3** Un moteur asynchrone triphasé admet comme modèle par phase, ramené à l'échelle statorique, le circuit électrique de la figure ci-dessous.

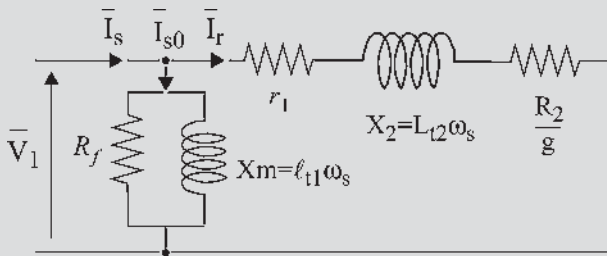


Figure 18.18

Les valeurs des éléments de ce modèle sont les suivantes :

$$X_m = \ell_{t1}\omega_s = 15 \Omega ; R_f = 120 \Omega ;$$

$$R_1 = 0,1 \Omega ; X_2 = L_{t2}\omega_s = 1,4 \Omega ; R_2 = 0,2 \Omega.$$

La plaque de la machine porte les indications suivantes :

Puissance : 26 kW ; tension d'alimentation : 230/400 V ; fréquence : 50 Hz ; vitesse : 960 tr/min ; courant : 88/51 A ;  $\cos \varphi = 0,85$  ; rendement : 0,85.

Le moteur est alimenté par un réseau 400 V-50 Hz.

- 1) Quel couplage doit-on adopter pour le stator de la machine ? Quel est le nombre de pôles ?
- 2) Calculer à partir du modèle le couple maximum  $C_M$  du moteur sur sa caractéristique globale  $C(g)$  et le glissement  $g_M$  correspondant, le couple de démarrage  $C_d$  et le courant appelé au démarrage  $I_{sd}$ .
- 3) On adopte souvent, dans un but essentiellement pédagogique, un modèle simplifié dans lequel ne figurent ni  $R_f$ , ni  $r_1$ . Reprendre dans ces conditions les calculs précédents. Discuter de la validité de ce modèle simplifié.
- 4) Effectuer le bilan des puissances du moteur : puissance absorbée, différentes pertes, puissance utile. En déduire le rendement calculé à partir du modèle, pour le point nominal. Le comparer au rendement indiqué sur la plaque.

# Modèle pour l'ingénieur. Fonctionnement en régime permanent équilibré

## Objectifs

- Assimiler le diagramme circulaire simplifié.
- Pratiquer couramment les diagrammes espace-temps du primaire et du secondaire.
- Posséder les écritures du moment du couple et être capable de les retrouver rapidement.
- Comprendre l'intérêt des variations de  $R_2$  par les tracés.
- Connaître les possibilités de mesures.

Après les chapitres donnant les principes de fonctionnement, les technologies appliquées et les explications concernant le sens physique des transformations mathématiques, ce chapitre aborde « la panoplie de l'ingénieur ». Il tient compte des phénomènes fondamentaux tout en précisant ce qui peut être négligeable, les ordres de grandeur et les mesures possibles.

Particulièrement mémorisable, ce chapitre permet d'anticiper sur les variations d'une grandeur grâce au diagramme circulaire simplifié, d'accompagner visuellement les formules vectorielles avec les diagrammes espace-temps du primaire et du secondaire et enfin de présenter le calcul du moment du couple sous tous les angles possibles ainsi que son tracé et son établissement rapide.

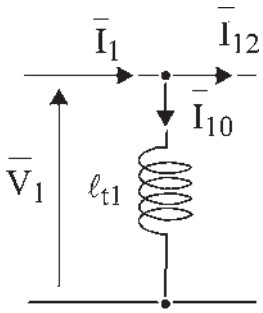


Figure 19.1

## 19.1 DIAGRAMME CIRCULAIRE SIMPLIFIÉ

En négligeant  $r_1$  (figure 19.1),  $\bar{I}_{1g}$  s'écrit :

$$\bar{V}_1 = j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1 + jM\omega_s\bar{I}_2$$

$$0 = \frac{R_2}{g}\bar{I}_2 + jL_{t2}\omega_s\bar{I}_2 + jM\omega_s\bar{I}_1$$

$$\bar{I}_{10} = \frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1}\omega_s}$$

$$\bar{I}_{1\infty} = \frac{\bar{V}_1}{jN_1\omega_s}$$

décalés de  $\frac{\pi}{2}$  AR par rapport à  $\bar{V}_1$  (figure 19.2),

$$\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10} = -\frac{M}{\ell_{t1}}\bar{I}_2 = \bar{I}_{12}$$

$$\frac{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{1\infty}}{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10}} = -\frac{R_2}{g} \frac{\ell_{t1}}{L_{t2}} \frac{1}{jN_1\omega_s} = \frac{R_2}{g} \frac{j}{N_2\omega_s}$$

$\chi = \frac{\pi}{2}$  cercle de diamètre  $AB$ .

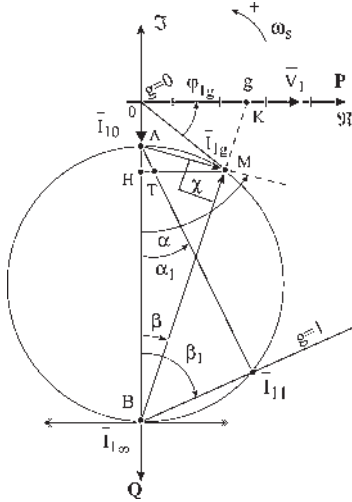


Figure 19.2

$$|\bar{I}_{1\infty} - \bar{I}_{10}| = \frac{V_1}{\left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 N_2\omega_s} = \overrightarrow{AM}$$

$\overline{HM} = P_1 = P_2$  par phase ou si l'on veut,  $m_1 P_1 = m_1 P_2$  pour la machine.

$I_{11}$  courant absorbé à l'arrêt pour  $g = 1$

$$\frac{HT}{HM} = \frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha} = \frac{\cot \beta_1}{\cot \beta} = \frac{\text{tg } \beta}{\text{tg } \beta_1} = g.$$

$HT = gHM = gP_2$  représente les pertes Joule rotor par phase et  $TM = (1 - g)P_2$  la puissance utile par phase et si on le désire, les pertes Joule rotor et la puissance utile de la machine.

Pour chaque point  $M$  de fonctionnement, le diagramme permet de voir les évolutions de  $\overrightarrow{OM} = \bar{I}_{1g}$  courant primaire absorbé, de  $\overrightarrow{AM} = \bar{I}_{12}$ , de  $\overrightarrow{MA} = \frac{M}{\ell_{t1}}\bar{I}_2$  image du courant secondaire, de  $OK$  image du glissement, de  $HM = m_1 P_1 = m_1 P_2 = C\Omega_s$  image de la puissance absorbée au secondaire et image du moment du couple pour la machine  $m_1$  phasée.

## 19.2 ÉTUDE DU PRIMAIRE

En éliminant  $\bar{I}_2$  entre les deux équations, en divisant les deux membres par  $\ell_{t1}\omega_s$  et en faisant apparaître l'inductance de fuites totales ramenée au secondaire  $N_2 = L_{t2} - \frac{M_2}{\ell_{t1}}$ , on trouve pour  $\bar{I}_1$  :

$$\bar{I}_1 = -\frac{\bar{V}_1}{\ell_{t1}\omega_s} \frac{\left(\frac{R_2}{g} + jL_{t2}\omega_s\right) \left(N_2\omega_s + j\frac{R_2}{g}\right)}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2\omega_s)^2}.$$

La puissance apparente complexe  $\bar{S}_1 = \bar{V}_1\bar{I}_1^* = P_1 + jQ_1$  par phase permet d'établir les expressions :

$$P_1 = V_1^2 \left(\frac{M}{\ell_{t1}}\right)^2 \frac{R_2/g}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2\omega_s)^2} \quad Q_1 = \frac{V_1^2}{\ell_{t1}\omega_s} \frac{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + L_{t2}N_2\omega_s^2}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2\omega_s)^2}$$

La puissance active  $P_1$  change de signe avec  $g : g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$

$g > 0 ; P_1 > 0$  absorbée  $\implies$  marche en moteur  $\Omega < \Omega_s$ .

$g < 0 ; P_1 < 0$  fournie au réseau  $\implies$  marche en générateur  $\Omega > \Omega_s$ .

La puissance réactive  $Q_1$  est toujours positive. Le réseau doit fournir cette puissance réactive que la machine marche en moteur ou en générateur.

En conséquence, il sera impossible d'avoir un réseau constitué uniquement de machines asynchrones. La machine synchrone « chef d'orchestre » est indispensable pour maintenir le bilan réactif.

Si la machine possède  $m_1$  phases au stator, les puissances active et réactive totales sont  $m_1 P_1$  et  $m_1 Q_1$ . Dans le cas particulier du triphasé stator, il suffit de remplacer la tension simple  $V_1$  par la tension composée  $U_1$  dans les expressions précédentes de  $P_1$  et  $Q_1$  par phase. En effet :

$$\begin{aligned} \text{– par phase} & \quad P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 & \quad Q_1 = V_1 I_1 \sin \varphi_1 \\ \text{– pour la machine} & \quad 3V_1 I_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos \varphi_1 \end{aligned}$$

$$V_1 = \frac{U_1}{\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad 3V_1^2 = 3 \frac{U_1^2}{(\sqrt{3})^2} = U_1^2$$

### 19.2.1 Équations temporelles et vectorielles du primaire

En régime permanent équilibré, toutes les variables temporelles sont sinusoïdales de même pulsation. Toute liaison temporelle entre variables se traduit dans le diagramme temps de Fresnel par une liaison vectorielle.

Établissons les diagrammes des courants, des forces magnétomotrices, des flux et des tensions (f.c.é.m. à  $\frac{\pi}{2}$  AV par rapport aux flux).

### 19.2.2 Diagramme – équations du primaire

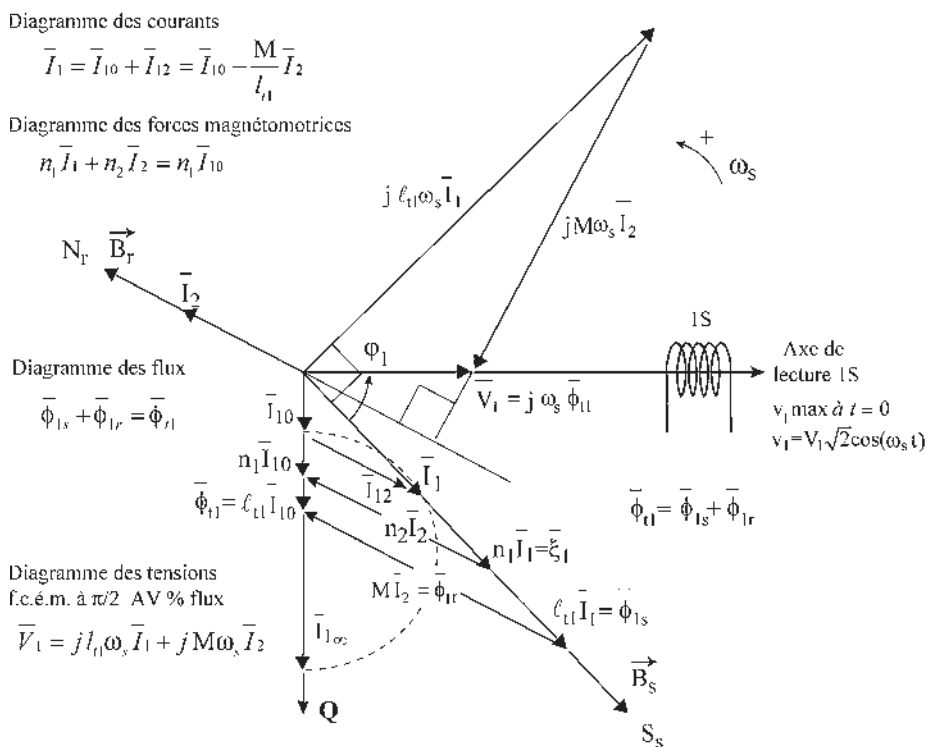


Figure 19.3

Convention récepteur :  $v = ri + E$  ;  $E$  : f.c.é.m.

En négligeant la chute ohmique stator (figure 19.3) :

$$v_1 = \frac{d\phi_{r1}}{dt} = \frac{d\phi_{1s}}{dt} + \frac{d\phi_{1r}}{dt} \text{ machine non saturée.}$$

$$\bar{V}_1 = j \omega_s \bar{\phi}_{r1} = j \omega_s (\bar{\phi}_{1s} + \bar{\phi}_{1r}) = j \ell_{11} \omega_s \bar{I}_{10}$$

$$\bar{\Phi}_{1s} = \ell_{t1} \bar{I}_1 \quad \bar{\Phi}_{1r} = M \bar{I}_2 \quad \bar{\Phi}_{t1} = \ell_{t1} \bar{I}_{10}$$

$$v_1 = j \ell_{t1} \omega_s \bar{I}_1 + j M \omega_s \bar{I}_2$$

$$\frac{\bar{V}_1}{j \ell_{t1} \omega_s} = \bar{I}_1 + \frac{M}{\ell_{t1}} \bar{I}_2 = \bar{I}_{10} = \frac{\bar{V}_1}{j \ell_{t1} \omega_s}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{10} + \bar{I}_{12} ; \bar{I}_{12} = -\frac{M}{\ell_{t1}} \bar{I}_2$$

$$\bar{\xi}_1 = n_1 \bar{I}_1 ; \bar{\xi}_2 = n_2 \bar{I}_2$$

$$n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_{10} ; \bar{I}_1 + \frac{n_1}{n_2} \bar{I}_2 = \bar{I}_{10}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{M}{\ell_{t1}}$$

## 19.3 ÉTUDE DU SECONDAIRE

$$0 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j L_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + j M \omega_s \bar{I}_1. \text{ Rotor à } m_1 \text{ phases.}$$

### 19.3.1 Force électromotrice agissante au secondaire

Appelons  $\bar{E}_2 = -j M \omega_s \bar{I}_1$  la f.é.m. agissante au secondaire du rotor  $m_1$ phasé :

$$\bar{E}_2 = M \omega_s I_1 e^{-j\varphi_1} e^{-j\frac{\pi}{2}} = M \omega_s I_1 e^{-j(\varphi_1 + \frac{\pi}{2})} = -j M \omega_s \bar{I}_1.$$

Elle provient de  $e_2 = M \omega_s I_1 \sqrt{2} \cos\left(g \omega_s t - \varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right)$  ;  $\bar{E}_2 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j L_{t2} \omega_s \bar{I}_2$ .

La puissance apparente complexe au secondaire de la machine est par phase :

$$\bar{S}_2 = \bar{E}_2 \bar{I}_2^* = P_2 + j Q_2 = \left(\frac{R_2}{g} + j L_{t2} \omega_s\right) I_2^2 \text{ d'où :}$$

$$P_2 = \frac{R_2}{g} I_2^2 \text{ et } Q_2 = L_{t2} \omega_s I_2^2.$$

Compte tenu du bilan énergétique en négligeant  $r_1$ , on a pour la machine en négligeant  $P_{JS}$ ,  $P_{H+FS}$  et  $P_{f+v}$  définis au paragraphe 18.9,

$$P_1 = P_2 ; P_2 = m_1 \frac{R_2}{g} I_2^2 ; Q_2 = m_1 L_{t2} \omega_s I_2^2.$$



Les pertes Joule rotor pour la machine sont :

$$P_{JR} = m_2 r_2 I_2^2 = m_1 R_2 I_2^2 \text{ d'où : } P_{JR} = g P_2 \text{ et en conséquence,}$$

$$P_u = (1 - g) P_2 = C_u \Omega.$$

$$C_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{(1 - g) P_2}{\Omega_s (1 - g)} = \frac{P_2}{\Omega_s} = \frac{P_1}{\Omega_s} = C_{em} ; \boxed{C_u = C_{em} = C}$$

Le couple se conserve dans la transmission asynchrone. Le rendement de la transmission

est : 
$$\eta = \frac{P_u}{P_2} = \frac{(1 - g) P_2}{P_2} = (1 - g)$$

et les pertes  $g C \Omega_s$  sont les pertes Joule rotor. Le bilan énergétique s'écrit :

$$P_1 = P_2 = C \Omega_s = C \frac{\omega_s}{p} = 2\pi N_s C = m_1 \frac{R_2}{g} I_2^2.$$

$$P_{JR} = m_2 r_2 I_2^2 = m_1 R_2 I_2^2 = g P_2 = C \Omega_r = C g \Omega_s = C g \frac{\omega_s}{p}$$

$$P_u = C \Omega = 2\pi N C = C \Omega_s (1 - g) = C \frac{\omega_s}{p} (1 - g)$$

$$= (1 - g) P_2 = m_1 \frac{R_2}{g} (1 - g) I_2^2$$

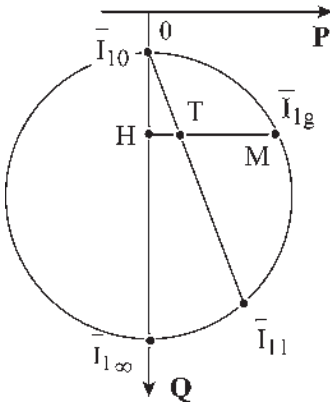


Figure 19.4

Dans le diagramme simplifié, on peut montrer (figure 19.4) que :  $HM = P_1 = P_2$ , que  $HT = P_{JR}$ , que  $TM = P_u$  et que le courant absorbé pour  $g = 1$ ,  $\Omega = 0$  est  $\bar{I}_{11}$ .

### 19.3.2 Diagramme – équations du secondaire

Convention récepteur  $v_2 = R_2 i_2 + E = 0$ . Rotor en court-circuit (figure 19.5). Négliger  $R_2$  reviendrait à annuler le couple (figure 16.6).

$$0 = R_2 i_2 + \frac{d\phi_{r2}}{dt} = R_2 i_2 + \frac{d\phi_{2r}}{dt} + \frac{d\phi_{2s}}{dt} ; \phi_{2r} = L_{r2} i_2 ; \phi_{2s} = M i_1$$

$$0 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j\omega_s \bar{\phi}_{r2} = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j\omega_s (\bar{\phi}_{2r} + \bar{\phi}_{2s}) = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + jL_{r2} \omega_s \bar{I}_2 + jM \omega_s \bar{I}_1$$

$$\bar{\phi}_{r2} = \bar{\phi}_{2r} + \bar{\phi}_{2s} = L_{r2} \bar{I}_2 + M \bar{I}_1.$$

$\bar{E}_2 = -jM\omega_s \bar{I}_1$  force électromotrice agissante au secondaire.

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{10} + \bar{I}_{12} ; \bar{I}_1 = \bar{I}_{10} - \frac{M}{\ell_{t1}} \bar{I}_2 ; \bar{I}_{10} = \frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1} \omega_s}$$

$$0 = \frac{R^2}{g} \bar{I}_2 + j L_{l2} \omega_s \bar{I}_2 + j M \omega_s \left( \bar{I}_{10} - \frac{M}{\ell_{l1}} \bar{I}_2 \right)$$

$$0 = \frac{R^2}{g} \bar{I}_2 + j \omega_s \left( L_{l2} - \frac{M^2}{\ell_{l1}} \right) \bar{I}_2 + j M \omega_s \bar{I}_{10} = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j N_2 \omega_s \bar{I}_2 + \frac{M}{\ell_{l1}} \bar{V}_1$$

$$\phi_{l2}^2 + (N_2 I_2)^2 = \left( \frac{M}{\ell_{l1}} \right)^2 \phi_{l1}^2 ; \bar{V}_1 = j \omega_s \bar{\phi}_{l1} = j \ell_{l1} \omega_s \bar{I}_{10} ; \bar{V}_1 = \left( \frac{R}{g} + j N \omega_s \right) \bar{I}_{12}.$$

Diagramme des courants:  $\bar{I}_1 = \bar{I}_{10} + \bar{I}_2$

Diagramme des flux:  $\bar{\phi}_{12} = \bar{\phi}_{2r} + \bar{\phi}_{2l} = M \bar{I}_1 + L_{l2} \bar{I}_2 = M \bar{I}_1 + (N_2 + \frac{M^2}{\ell_{l1}}) \bar{I}_2$

Diagramme des tensions:  $\bar{E}_2 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j L_{l2} \omega_s \bar{I}_2 = -j M \omega_s \bar{I}_1$   
 l.e.m. à m/2 AV % flux

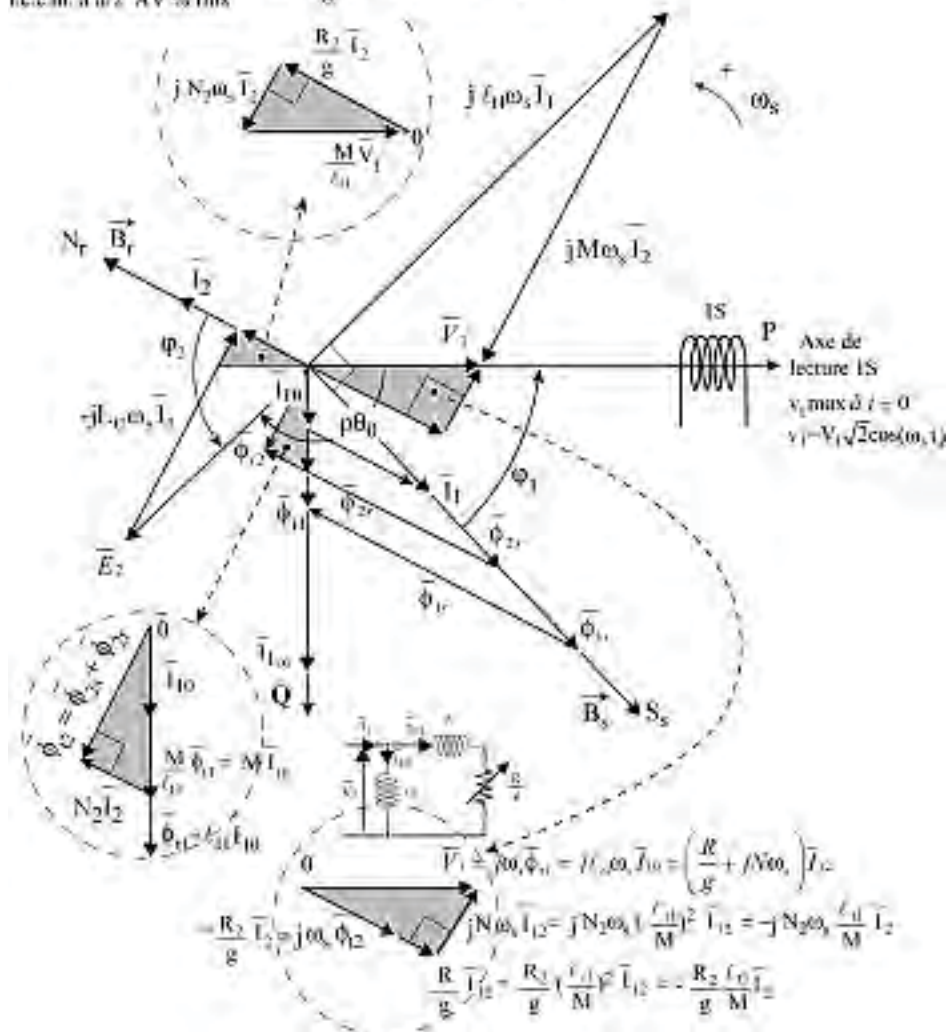


Figure 19.5

## 19.4 BILAN ÉNERGÉTIQUE

En négligeant  $r_1$

- $P_1$  puissance totale absorbée =  $m_1$  ( $P_1$  par phase) =  $P_{JS} + P_{H+FS} + P_2$  ;
- $P_{JS} = m_1 r_1 I_1^2$  et  $P_{\text{ter}} = P_{H+FS}$  négligées ;  $P_1 = P_2 = C \Omega_s = C \frac{\omega_s}{P} = C_2 \pi N_s$  ;
- $P_2$  puissance totale transmise au rotor =  $P_{JR} + P_{f+v} + P_u$  ;
- $P_{\text{méca}} = P_{f+v}$  ; négligées,  $P_{JR} = m_2 r_2 I_2^2 = m_1 R_2 I_2^2 = g P_2 = C \Omega_r$  ;
- $P_u$  puissance utile =  $(1 - g) P_2 = (1 - g) C \Omega_s = C \Omega$ .

## 19.5 EXPRESSIONS DU MOMENT DU COUPLE AGISSANT SUR LE ROTOR

On peut l'établir par paire de pôles pour le rotor réel diphasé  $m_2 = 2$ .

$$\vec{C} = \vec{M}_r \wedge \vec{B}_s \quad \vec{M}_r \text{ étant le moment magnétique du rotor,}$$

$$\vec{M}_r = \frac{n_2}{2} (i_{r1} \vec{S}_1 + i_{r2} \vec{S}_2) = \frac{n_2}{2} S (\vec{i}_{r1} + \vec{i}_{r2}) = \frac{n_2}{2} S \frac{m_2}{2} \bar{I}_2 \sqrt{2} \text{ obtenu au paragraphe 6.6.2.c}$$

$$\vec{C} = \frac{n_2}{2} S \left( \frac{m_2}{2} \bar{I}_2 \sqrt{2} \right) \wedge \vec{B}_s = \left( \frac{m_2}{2} \bar{I}_2 \sqrt{2} \right) \wedge \left( \frac{n_2}{2} S \vec{B}_s \right)$$

Or  $\frac{n_2}{2} S \vec{B}_s = m_1 \frac{M_{sr} \bar{I}_1 \sqrt{2}}{2}$  paragraphe 16.2  $\vec{C} = m_1 m_2 \frac{M_{sr}}{2} \frac{1}{2} (\bar{I}_2 \sqrt{2} \wedge \bar{I}_1 \sqrt{2})$  les inductions et les moments magnétiques étant toujours exprimés en amplitudes maximales.

$\vec{C} = m_1 M (\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1)$  ;  $C = m_1 M I_2 I_1 \cos \varphi_2$  expression déjà trouvée au paragraphe 16.4  $I_1$  et  $I_2$  étant alors exprimés en amplitudes efficaces.

On peut aussi se servir des expressions établies au paragraphe 18.4. Pour le rotor réel diphasé  $\vec{M}_r = \frac{n_2}{2} S \bar{I}_2 \sqrt{2} \frac{m_2}{2}$  avec  $\vec{B}_s = \frac{\Phi_{2s}}{S_{ar}}$  avec  $\bar{\Phi}_{2s} = M \bar{I}_1 \sqrt{2}$  et  $S_{ar} = \frac{n_2}{2} S \frac{m_2}{m_1}$

$$\vec{C} = \vec{M}_r \wedge \vec{B}_s = \frac{n_2}{2} S \bar{I}_2 \sqrt{2} \frac{m_2}{2} \wedge \frac{m_1}{m_2} \frac{M}{\frac{n_2}{2} S} \bar{I}_1 \sqrt{2}$$

$$\vec{C} = m_1 M (\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1)$$

De même avec  $\vec{B}_r = \frac{\bar{\Phi}_{1r}}{S_{as}} = \frac{M}{S_{as}} \bar{I}_2 \sqrt{2}$  et  $\vec{M}_s = \frac{n_s}{2} S (\vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3) = \frac{n_s}{2} S \frac{m_1}{2} \bar{I}_1 \sqrt{2}$

$$S_{as} = \frac{n_s}{2} S \quad \vec{C} = \vec{B}_r \wedge \vec{M}_s = m_1 M (\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1)$$

$$\bar{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi_1} \quad \bar{I}_2 = I_2 e^{j\varphi_2} = I_2 e^{-j\varphi_2} e^{j\varphi_2} = I_2 e^{-j\varphi_2} e^{-j\varphi_1} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$C = m_1 M I_2 I_1 \sin(\bar{I}_2, \bar{I}_1) = m_1 M I_2 I_1 \sin\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right) = m_1 M I_2 I_1 \cos \varphi_2 = C$$

Le moment du couple calculé à partir du rotor virtuel à  $m_1$  phases aurait la même valeur, le moment magnétique étant inchangé.

$$\vec{M}_r = \left( \frac{n_2 m_2}{2 m_1} \right) S(\vec{i}_{r1} + \vec{i}_{r2} + \vec{i}_{r3}) = \frac{n_2 m_2}{2 m_1} S \frac{m_1}{2} \bar{I}_2 \sqrt{2} = \frac{n_2}{2} S \frac{m_2}{2} \bar{I}_2 \sqrt{2}$$

Pour une machine multipolaire à  $2p$  pôles et  $m_1$  phases stator,

$$\vec{C} = pm_1 M (\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1) \quad C = pm_1 M I_2 I_1 \cos \varphi_2$$

On travaille souvent avec des expressions scalaires, mais il est utile de rappeler que le moment d'un couple est vectoriel.  $C'$  est le produit vectoriel :

– de deux vecteurs spatiaux du diagramme espace :

$$\vec{C} = p(\vec{M}_r \wedge \vec{B}_s) = p(\vec{B}_r \wedge \vec{M}_s)$$

– de deux vecteurs temporels du diagramme temps :

$$\vec{C} = pm_1 M (\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1) = pm_1 (\bar{\Phi}_{1r} \wedge \bar{I}_1) = pm_1 (\bar{I}_2 \wedge \bar{\Phi}_{2s})$$

– de deux vecteurs complexes du diagramme espace-temps :

$$\vec{C} = pm_1 M \Im(\bar{I}_1 \bar{I}_2^*) = pm_1 \Im(\bar{I}_1 \bar{\Phi}_{1r}^*) = pm_1 \Im(\bar{\Phi}_{2s} \bar{I}_2^*)$$

$$\bar{I}_1 \bar{I}_2^* = I_1 e^{-j\varphi_1} I_2 e^{j\varphi_2} e^{-j\vartheta_0} = I_1 I_2 e^{j\varphi_2} e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$\Im[\bar{I}_1 \bar{I}_2^*] = I_1 I_2 \cos \varphi_2 = \bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1$$

### 19.5.1 Expressions issues du diagramme espace-temps primaire

$$\vec{C} = pm_1 M (\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1)$$

$$= pm_1 M (\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_{10})$$

$$\vec{C} = pm_1 \frac{M}{\ell_{t1}} (\bar{I}_2 \wedge \bar{\Phi}_{t1})$$

$$= pm_1 M \left( \frac{\ell_{t1}}{M} \bar{I}_{10} \wedge \bar{I}_1 \right)$$

$$\vec{C} = pm_1 \ell_{t1} (\bar{I}_{10} \wedge \bar{I}_1)$$

$$= pm_1 \frac{M}{\ell_{t1}} (\bar{I}_2 \wedge \bar{\Phi}_{1s})$$

$$\vec{C} = pm_1 \frac{1}{\ell_{t1}} (\bar{\Phi}_{1r} \wedge \bar{\Phi}_{1s}) = pm_1 (\bar{\Phi}_{t1} \wedge \bar{I}_1)$$

$$\vec{C} = pm_1 \frac{1}{\ell_{t1}} (\bar{\Phi}_{1r} \wedge \bar{\Phi}_{t1}) = pm_1 (\bar{I}_{10} \wedge \bar{\Phi}_{1s})$$

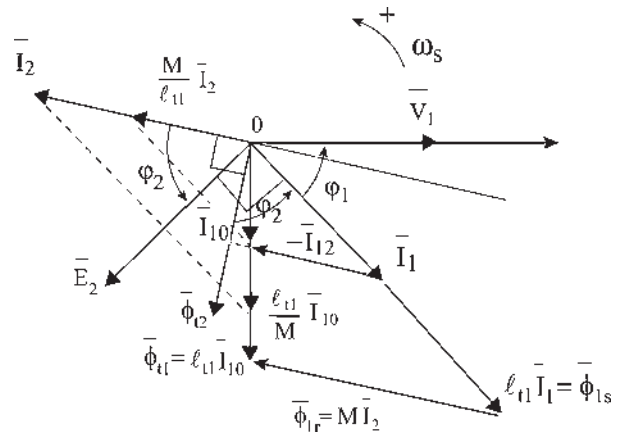


Figure 19.6

Dans le produit vectoriel  $\vec{C} = pm_1 M(\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1)$ , tout vecteur ayant pour projection  $I_1 \cos \varphi_2$  sur  $\bar{\Phi}_{i2}$  peut remplacer le vecteur  $\bar{I}_1$ . De même, tout vecteur ayant pour projection  $I_2 \cos \varphi_2$  sur  $\bar{E}_2$  peut remplacer  $I_2$  (figure 19.6).

### 19.5.2 Expression en fonction du flux $\phi_{t1}$

$v_1 = \frac{d\phi_{t1}}{dt} \implies \bar{V}_1 = j\omega_s \bar{\Phi}_{t1}$  si le flux  $\phi_{t1}$  est maintenu constant, dans une alimentation à fréquence et tension imposées constantes, ou s'il est maintenu constant dans une alimentation dite « en tension », où la tension  $v_1$  sinusoïdale est variable en fréquence et en amplitude efficace  $V_1$ , qui possède un asservissement réalisant  $\frac{V_1}{f_s} = \text{cste}$ , alors :

$$I_1 = -\frac{\bar{V}_1}{\ell_{t1}\omega_s} \frac{\left(\frac{R_2}{\omega_r} + jL_{t2}\right)\left(N_2 + j\frac{R_2}{\omega_r}\right)}{\left(\frac{R_2}{\omega_r}\right)^2 + N_2^2}$$

$$\begin{aligned} C &= m_1 \frac{p}{\omega_s} \left(\frac{M}{\ell_{t1}}\right)^2 V_1^2 \frac{\frac{R_2}{g}}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2\omega_s)^2} = m_1 p \left(\frac{M}{\ell_{t1}}\right)^2 \left(\frac{V_1}{\omega_s}\right)^2 \frac{R_2\omega_r}{R_2^2 + (N_2\omega_r)^2} \\ &= m_1 p \left(\frac{M}{\ell_{t1}}\right)^2 \left(\phi_{t1}\right)^2 \frac{R_2\omega_r}{R_2^2 + (N_2\omega_r)^2} \end{aligned}$$

Le moment du couple et le courant  $I_1$  absorbé dépendent essentiellement du flux magnétisant  $\phi_{t1}$  et de la pulsation  $\omega_r$  des courants rotoriques.

### 19.5.3 Expressions issues du diagramme espace-temps secondaire

$$\bar{\Phi}_{r2} = \bar{\Phi}_{2s} + \bar{\Phi}_{2r} \quad \bar{\Phi}_{2r} = \left(N_2 + \frac{M^2}{\ell_{t1}}\right) \bar{I}_2 = L_{t2} \bar{I}_2$$

$$\begin{aligned} \vec{C} &= pm_1 M(\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1) = pm_1 M(\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_{10}) = pm_1 (\bar{I}_2 \wedge M\bar{I}_{10}) \quad (\text{figure 19.7}) \\ &= pm_1 (\bar{I}_2 \wedge \bar{\Phi}_{2s}) = pm_1 (\bar{I}_2 \wedge \bar{\Phi}_{i2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{C} &= pm_1 \frac{M}{L_{t2}} (L_{t2} \bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1) = pm_1 \frac{M}{L_{t2}} (\bar{\Phi}_{2r} \wedge \bar{I}_1) = pm_1 \frac{M}{L_{t2}} (\bar{\Phi}_{i2} \wedge \bar{I}_1) \\ &= pm_1 \frac{1}{L_{t2}} (\bar{\Phi}_{2r} \wedge M\bar{I}_1) = pm_1 \frac{1}{L_{t2}} (\bar{\Phi}_{2r} \wedge \bar{\Phi}_{2s}) = pm_1 \frac{1}{L_{t2}} (\bar{\Phi}_{2r} \wedge M\bar{I}_{10}) \end{aligned}$$

$$\vec{C} = pm_1 \frac{1}{L_{t2}} (\bar{\Phi}_{2r} \wedge \bar{\Phi}_{i2}) = pm_1 \frac{M}{\ell_{t1} L_{t2}} (\bar{\Phi}_{2r} \wedge \bar{\Phi}_{1s})$$

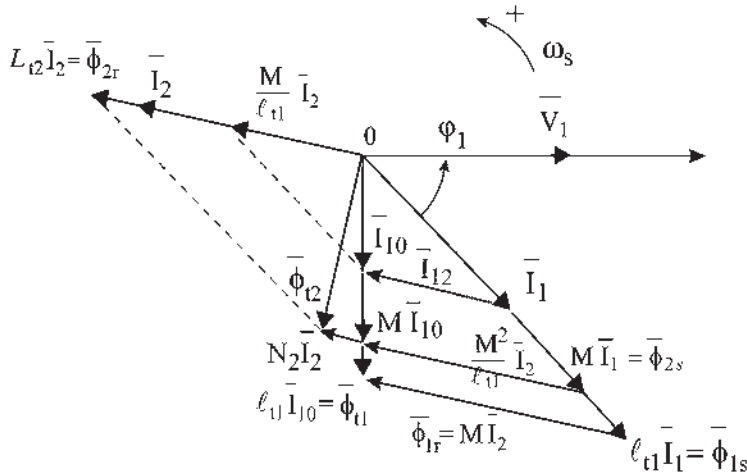


Figure 19.7

$\sigma$  étant le coefficient de dispersion,

$$\sigma = \frac{N_2}{L_{r2}} = \frac{N_1}{l_{t1}} = 1 - \frac{M^2}{l_{t1} L_{r2}} = \frac{N_2 \bar{I}_2}{L_{r2} \bar{I}_2} = \frac{N_2 \bar{I}_2}{\bar{\phi}_{2r}}$$

$$N_2 = L_{r2} - \frac{M^2}{l_{t1}} ; N_1 = l_{t1} - \frac{M^2}{L_{r2}}$$

Le couple s'écrit :  $\vec{C} = pm_1 \frac{1 - \sigma}{M} (\bar{\phi}_{2r} \wedge \bar{\phi}_{1s})$ .

#### 19.5.4 Expressions en fonction du courant $I_2$ et du flux $\phi_{t2}$

$$\vec{C} = pm_1 (\bar{I}_2 \wedge \bar{\phi}_{t2}) ; \text{ or } \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j\omega_s \bar{\phi}_{t2} = 0 ; \vec{C} = pm_1 \frac{R_2}{\omega_r} (\bar{I}_2 \wedge j\bar{I}_2)$$

ou :

$$\vec{C} = pm_1 \frac{\omega_r}{R_2} (j\bar{\phi}_{t2} \wedge \bar{\phi}_{t2}) ; C = pm_1 \frac{\omega_r}{R_2} \phi_{t2}^2 = pm_1 \frac{R_2}{\omega_r} I_2^2$$

$$\phi_{t2}^2 + (N_2 I_2)^2 = \left( \frac{M}{l_{t1}} \right)^2 \phi_{t1}^2 = \phi_{t1}^2 \frac{R_2^2 + N_2^2 \omega_r^2}{R_2^2}$$

Dans la littérature, les expressions du moment du couple sont souvent présentées avec  $m_1 = 3$  et en fonction des amplitudes maximales.

Toutes les expressions précédentes sont utilisables en remplaçant  $m_1$  par  $\frac{3}{2}$  et les grandeurs efficaces par les grandeurs maximales.

$$\begin{aligned}\vec{C} &= \frac{3}{2} p M I_2 I_1 \cos \varphi_2 \\ \vec{C} &= \frac{3}{2} p M (\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1) = \frac{3}{2} p (\bar{\Phi}_{1r} \wedge \bar{I}_1) = \frac{3}{2} p (\bar{I}_2 \wedge \bar{\Phi}_{2s}) \\ \vec{C} &= \frac{3}{2} p M \mathfrak{J}(\bar{I}_1 \bar{I}_2^*) = \frac{3}{2} p \mathfrak{J}(\bar{I}_1 \bar{\Phi}_{1r}^*) = \frac{3}{2} p \mathfrak{J}(\bar{\Phi}_{2s} \bar{I}_2^*)\end{aligned}$$

### 19.5.5 Calcul rapide du moment du couple en négligeant $r_1$

$$P_{1 \text{ totale}} = m_1 (P_1 \text{ par phase}) = C \Omega_s = C \frac{\omega_s}{p}; \quad C = m_1 \frac{p}{\omega_s} (P_1 \text{ par phase}).$$

Connaissant  $P_1$  par phase :

$$C = m_1 \frac{p}{\omega_s} \left( \frac{M}{\ell_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{R_2/g}{\left( \frac{R_2}{g} \right)^2 + (N_2 \omega_s)^2} \quad \text{expression intéressante si l'on impose la tension.}$$

ressante si l'on impose la tension.

$$\text{Par phase } P_1 = P_2, \quad P_{JR} = g P_2 = R_2 I_2^2; \quad C = m_1 \frac{p}{\omega_s} \frac{R_2}{g} I_2^2.$$

► Pour une alimentation en courant, en faisant apparaître  $I_1$  :

$$0 = \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j L_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + j M \omega_s \bar{I}_1; \quad \bar{I}_2 = \frac{-j M \omega_s \bar{I}_1}{\frac{R_2}{g} + j L_{t2} \omega_s}$$

$$|\bar{I}_2| = \frac{M \omega_s I_1}{\sqrt{\left( \frac{R_2}{g} \right)^2 + (L_{t2} \omega_s)^2}}, \quad \text{rapport des modules, } I_2^2 = \frac{M^2 \omega_s^2 I_1^2}{\left( \frac{R_2}{g} \right)^2 + (L_{t2} \omega_s)^2}$$

$$C = m_1 \frac{p}{\omega_s} \frac{R_2}{g} \frac{M^2 \omega_s^2 I_1^2}{\left( \frac{R_2}{g} \right)^2 + (L_{t2} \omega_s)^2}, \quad \text{en divisant haut et bas par}$$

$\omega_s^2$  et en posant  $\omega_r = g \omega_s$  :

$$C = m_1 p (M I_1)^2 \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{\omega_r} + L_{t2}^2 \omega_r}$$

► Pour une alimentation en tension :

$$C = m_1 \frac{p}{\omega_s} \frac{R_2}{g} I_2^2 \quad \text{en explicitant } I_2$$

## Le saviez-vous ?

### Shinkansen

Au Japon, nom donné au groupement d'industriels construisant les motrices. Chaque ligne porte le nom des constructeurs associé au nom de la région traversée ou de la destination finale.

Tokaidō – Shinkansen  
Nagano – Shinkansen

$$I_2 = \frac{V_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2\omega_s)^2}}$$

$$I_2^2 = \frac{V_2^2}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2\omega_s)^2}$$

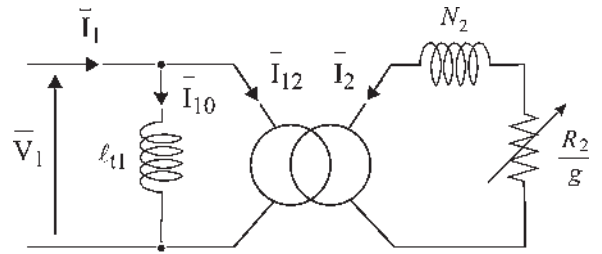


Figure 19.8

Le schéma équivalent donne (figure 19.8) :  $V_1 I_{12} = V_2 I_2$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_{12}}{I_2} = -\frac{M}{\ell_{11}}$$

On retrouve l'expression :  $C = m_1 \frac{p}{\omega_s} \left(\frac{M}{\ell_{11}} V_1\right)^2 \frac{R_2/g}{(R_2/g)^2 + (N_2\omega_s)^2}$

En divisant haut et bas par  $\omega_s^2$  et en posant  $\omega_r = g\omega_s$ ,

$$C = m_1 p \left(\frac{M}{\ell_{11}}\right)^2 \left(\frac{V_1}{\omega_s}\right)^2 \frac{R_2/\omega_r}{\left(\frac{R_2}{\omega_r}\right)^2 + N_2^2}$$

expression intéressante pour une alimentation en

tension si l'on impose de plus  $\frac{V_1}{f} = \text{cste}$ .

En multipliant haut et bas par  $\left(\frac{\ell_{11}}{M}\right)^4$  et en faisant apparaître les résistances et les induc-

tances ramenées au primaire :  $R = R_2 \left(\frac{\ell_{11}}{M}\right)^2$  et  $N = N_2 \left(\frac{\ell_{11}}{M}\right)^2$

$$C = m_1 \frac{p}{\omega_s} V_1^2 \frac{R/g}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (N\omega_s)^2}$$

$$C = m_1 p \left(\frac{V_1}{\omega_s}\right)^2 \frac{R/\omega_r}{\left(\frac{R}{\omega_r}\right)^2 + N^2}$$

## 19.6 ÉTUDE DU MOMENT DU COUPLE $C(g, R_2)$ AVEC $V_1 = \text{CSTE}$ ET $\omega = \text{CSTE}$

$$C = m_1 \frac{p}{\omega_s} \left(\frac{M}{\ell_{11}} V_1\right)^2 \frac{R_2/g}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + (N_2\omega_s)^2}$$

### 19.6.1 Tracé de $C(g)$ avec $R_2 = \text{cste}$

En changeant  $g$  en  $-g$ ,  $C$  se change en  $-C$ , montrant une symétrie par rapport à 0.



## Le saviez-vous ?

### Les ascenseurs électriques

Les ascenseurs hydrauliques nécessitaient la construction de puits profonds pour loger le tube dans lequel se déplaçait le piston supportant la cabine. Ils ont été remplacés par les ascenseurs électriques. Celui de l'Arc de triomphe de la place Charles de Gaulle à Paris a une course de 38 m, peut élever une charge de 20 personnes, soit  $P = 1600$  kg en 17 secondes.

La valeur choisie pour le contrepoids est :  $P' = \text{poids de la cabine} + P/2$  pour que le travail à accomplir par le moteur soit le même, plein à la montée ou vide à la descente. En comptant un rendement de 50 % des engrenages, il suffit d'une puissance de :

$$W = (P/2) \cdot (H/t) \cdot (1/\eta) = 3576 \text{ W.}$$



Pour  $g$  petit :

$$(N_2\omega_s)^2 \ll \left(\frac{R_2}{g}\right)^2 ; C_0 \approx m_1 \left(\frac{M}{\ell_{r1}} V_1\right)^2 \frac{p}{\omega_s} \frac{g}{R_2}$$

$C$  est proportionnel au glissement. La courbe est linéaire à l'origine.

Pour  $g$  grand :

$$\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 \ll (N_2\omega_s)^2 ; C_\infty = m_1 \left(\frac{M}{\ell_{r1}} V_1\right)^2 \frac{p}{\omega_s} \frac{R_2}{g(N_2\omega_s)^2} \rightarrow 0$$

Pour  $g = 1$ , rotor à l'arrêt, couple de démarrage :

$$C_d = m_1 \left(\frac{M}{\ell_{r1}} V_1\right)^2 \frac{p}{\omega_s} \frac{R_2}{R_2^2 + (N_2\omega_s)^2}$$

Le moment du couple peut s'écrire :

$$C(g) = m_1 \frac{p}{\omega_s} \left(\frac{M}{\ell_{r1}} V_1\right)^2 \frac{1}{\frac{R_2}{g} + \frac{(N_2\omega_s)^2}{R_2}}$$

Au dénominateur, on trouve la somme de deux termes dont le produit est constant. Cette somme minimale quand les deux termes sont égaux, donne le couple maximal. Alors, la réactance du rotor  $N_2g\omega_s$  est égale à la résistance du rotor  $R_2$ .

$C_{\max} = m_1 \left(\frac{M}{\ell_{r1}} V_1\right)^2 \frac{p}{2N_2\omega_s^2}$  indépendant de la résistance rotor  $R_2$  (figure 19.9).

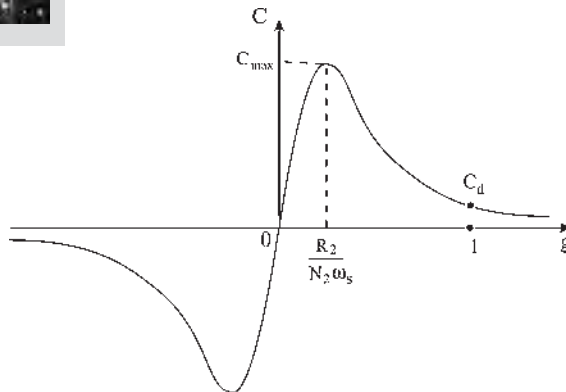


Figure 19.9

### 19.6.2 Traçé de $C(g)$ paramétré en $R_2$

Une courbe est obtenue pour chaque valeur de  $R_2$  (figure 19.10).

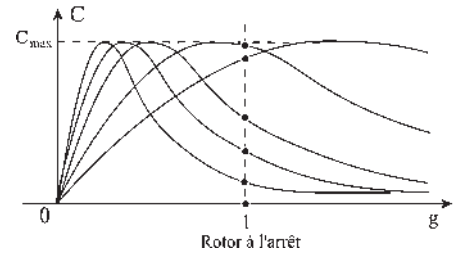


Figure 19.10

### 19.6.3 Tracé de $C(N)$ pour différentes valeurs de $R_2$

Possibilité d'obtenir le couple maximal au démarrage pour un courant  $I_{11}$  absorbé plus faible (figure 19.11).

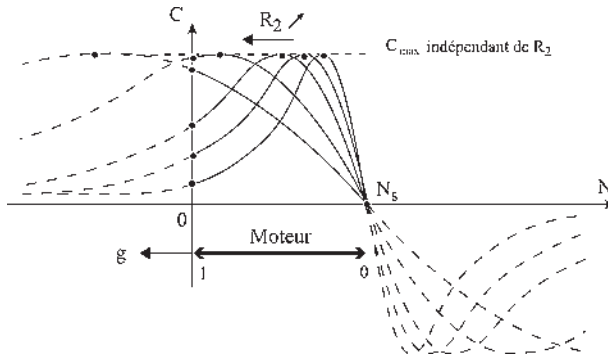


Figure 19.11

## 19.7 MESURES À EFFECTUER – DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DE LA MACHINE

### 19.7.1 Machines à cage, machines à rotor court-circuité non accessible

Uniquement deux essais sont possibles.

#### a) Marche à vide

$g = 0, N = N_s, I_2 = 0$ . Le schéma se réduit à  $\bar{I}_{10} = I_{10}e^{-j\varphi_{10}} = \bar{I}_{1a} + \bar{I}_{1r}$  (figure 19.12).

$$\bar{I}_{1a} = \frac{\bar{V}_1}{R_f}; \bar{I}_{1r} = \frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1}\omega_s} = -\frac{j\bar{V}_1}{\ell_{t1}\omega_s}$$

$\bar{I}_{10}^* = \bar{I}_{1a} - \bar{I}_{1r}$  (figure 19.13).

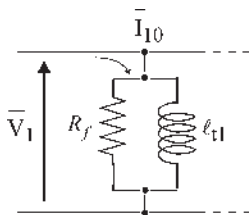


Figure 19.12

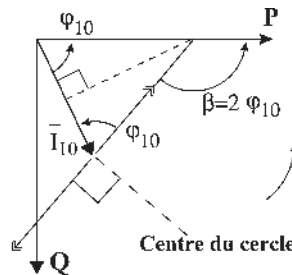


Figure 19.13

$$\bar{S}_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_{10}^* = \bar{V}_1 \left( \frac{\bar{V}_1}{R_f} + j \frac{\bar{V}_1}{\ell_{t1} \omega_s} \right)$$

$$\bar{S}_1 = \frac{V_1^2}{R_f} + j \frac{V_1^2}{\ell_{t1} \omega_s} = P_{10} + j Q_{10}$$

$$\boxed{R_f = \frac{V_1^2}{P_{10}} \quad , \quad \ell_{t1} \omega_s = \frac{V_1^2}{Q_{10}}}$$

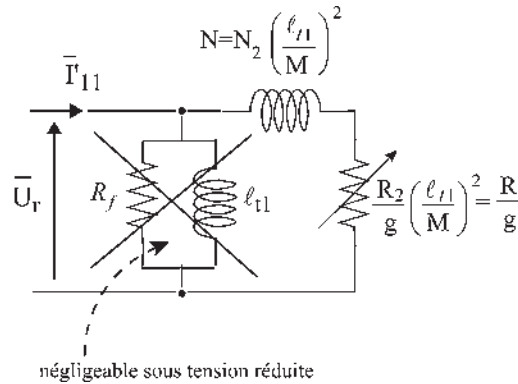
**b) Alimentation sous tension réduite, rotor bloqué**

La tension réduite  $u_r$  est réglée pour que le module du courant absorbé  $|\bar{I}'_{11}|$  soit égal au courant nominal.  $I'_{11} = I_N \quad g = 1$ , rotor court-circuité bloqué à l'arrêt. La tension étant suffisamment faible, on peut négliger le courant  $I_{10}$  (figure 19.14).

$$\bar{U}_r = \left[ R_2 \left( \frac{\ell_{t1}}{M} \right)^2 + j N_2 \left( \frac{\ell_{t1}}{M} \right)^2 \omega_s \right] \bar{I}'_{11}$$

$$\bar{S}_1 = \bar{U}_r \bar{I}'_{11}^* = P'_{11} + j Q'_{11} = \left[ R_2 \left( \frac{\ell_{t1}}{M} \right)^2 + j N_2 \left( \frac{\ell_{t1}}{M} \right)^2 \omega_s \right] I_{11}'^2$$

$$\boxed{R = R_2 \left( \frac{\ell_{t1}}{M} \right)^2 = \frac{P'_{11}}{I_{11}'^2}} \quad \boxed{N \omega_s = N_2 \left( \frac{\ell_{t1}}{M} \right)^2 \omega_s = \frac{Q'_{11}}{I_{11}'^2}} \quad \text{valeurs ramenées au primaire.}$$



**Figure 19.14**

Mesures et possibilités pour les machines « à cage » à rotor non accessible. Après les deux essais permettant d'obtenir  $R_f$ ,  $\ell_{t1}$ ,  $R$ ,  $N$ , il est possible :

- a) de posséder toutes les valeurs numériques du seul schéma équivalent ramené au primaire (figure 19.15). La résistance  $r_1$  est toujours mesurable. Pas de schéma avec le secondaire ;

b) de construire le diagramme industriel normalisé avec lecture possible de  $I_{12}$  mais pas de  $I_2$  ;

c) de disposer de  $C(g)$  numérique avec les valeurs ramenées au primaire

$$C(g) = m_1 \frac{P}{\omega_s} V_1 \frac{R/g}{(R/g)^2 + (N\omega_s)^2} ;$$

d) de disposer de l'impédance complexe du moteur sous forme numérique :  $\bar{V}_1 = \bar{Z}(g)\bar{I}_1$ , avec les seules valeurs ramenées au primaire.

$$\bar{Z}(g) = r_1 + \frac{j\ell_{t1}\omega_s \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \left(\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s\right)}{\left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \left(\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s\right) + j\ell_{t1}\omega_s} = r_1 + \frac{j\ell_{t1}\omega_s \left(\frac{R}{g} + jN\omega_s\right)}{\left(\frac{R}{g} + jN_2\omega_s\right) + j\ell_{t1}\omega_s}$$

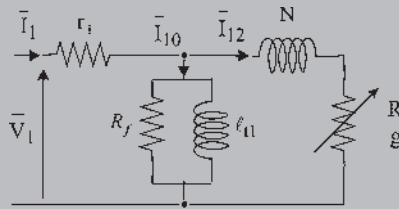


Figure 19.15

### 19.7.2 Machines « à rotor bobiné », machines à rotor accessible

On peut procéder aux mêmes essais a) et b) que pour les machines à cage : marche à vide et alimentation sous tension réduite, rotor bloqué court-circuité permettant de déterminer

$$R_f, \ell_{t1}\omega_s, R = R_2 \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \text{ et } N\omega_s = N_2 \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \omega_s.$$

Deux essais supplémentaires sont possibles.

#### a) Alimentation normale, rotor ouvert

f.é.m.  $e_2$  au secondaire.  $i_2 = 0$

$g = 1$ , arrêt (figure 19.16).

$$\bar{V}_1 = j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1 + jM\omega_s\bar{I}_2 \quad ; \quad \bar{V}_1 = j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1$$

$$0 = \frac{R_2}{g}\bar{I}_2 + jL_{t2}\omega_s\bar{I}_2 + jM\omega_s\bar{I}_1 \quad ; \quad \bar{E}_2 = -jM\omega_s\bar{I}_1, \text{ f.é.m. agissante au secondaire}$$

$$\left[ \frac{\bar{E}_2}{\bar{V}_1} \right] = \frac{M}{\ell_{t1}} : \text{ rapport de transformation à vide de la machine fonctionnant comme un transformateur.}$$

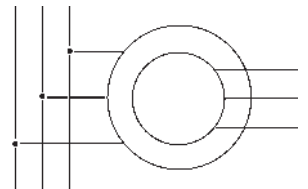


Figure 19.16

**b) Alimentation sous tension réduite par le secondaire**

Rotor bloqué. Primaire en court-circuit.  $g = 1$

$$0 = j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1 + jM\omega_s\bar{I}_2 \longrightarrow \bar{I}_1 = -\frac{M}{\ell_{t1}}\bar{I}_2$$

$$\bar{V}_r = (R_2 + jL_{t2}\omega_s)\bar{I}_2 + jM\omega_s\bar{I}_1 \longrightarrow \bar{V}_r = (R_2 + jN_2\omega_s)\bar{I}_2 \quad N_2 = L_{t2} - \frac{M^2}{\ell_{t1}}$$

Cette mesure de l'impédance est bonne car l'essai étant fait sous tension réduite, la saturation n'intervient pas. La mesure de  $r_2$  donne  $R_2 = r_2 \frac{m_2}{m_1}$ .

$$\left| \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} \right| = \sqrt{R_2^2 + (N_2\omega_s)^2} \quad \text{d'où } N_2\omega_s$$

Mesures et possibilités pour les machines « à rotor bobiné ». Après les quatre essais on peut obtenir  $R_f$ ,  $\ell_{t1}$ ,  $R$ ,  $N$ ,  $\frac{M}{\ell_{t1}}$ ,  $R_2$ ,  $N_2$  permettant de déduire  $M$  et de vérifier  $R = R_2 \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2$ ,  $N = N_2 \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2$ . Il est alors possible :

a) de posséder toutes les valeurs numériques des deux schémas équivalents (figures 19.17 et 19.18),

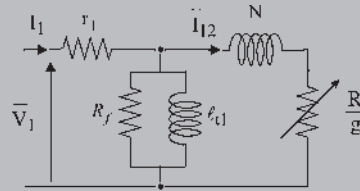


Figure 19.17

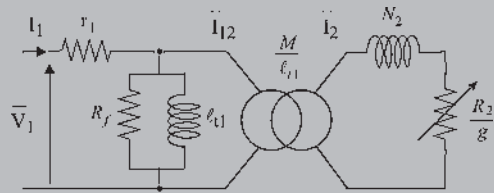


Figure 19.18

b) de construire le diagramme industriel normalisé avec lecture de  $I_2$  ;

c) de disposer de  $C(g)$  numérique :

$$C(g) = m_1 \frac{P}{\omega_s} V_1^2 \frac{R/g}{(R/g)^2 + (N\omega_s)^2} = m_1 \frac{P}{\omega_s} \left(\frac{M}{\ell_{t1}} V_1\right)^2 \frac{R_2/g}{(R_2/g)^2 + (N_2\omega_s)^2} ;$$

d) de disposer des équations et de l'impédance complexe du moteur sous forme numérique :

$$\bar{V}_1 = r_1\bar{I}_1 + j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1 + jM\omega_s\bar{I}_2 \quad ; \quad 0 = \frac{R_2}{g}\bar{I}_2 + jL_{t2}\omega_s\bar{I}_2 + jM\omega_s\bar{I}_1$$

$$\bar{Z}(g) = r_1 + \frac{j\ell_{t1}\omega_s \left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \left(\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s\right)}{\left(\frac{\ell_{t1}}{M}\right)^2 \left(\frac{R_2}{g} + jN_2\omega_s\right) + j\ell_{t1}\omega_s}$$

# Pour en savoir plus...

## DIAGONALISATION DES MATRICES INDUCTANCES DES MACHINES ÉLECTRIQUES SYMÉTRIQUES

Les transformations de Park permettant de remplacer les bobinages triphasés, statoriques et rotoriques des machines à courants alternatifs, par des bobinages diphasés placés sur deux axes en quadrature s'appliquent directement aux machines à condition qu'elles soient :

- non saturées, appelées machines linéaires ;
- symétriques, n'ayant pas de pôles saillants ;
- à répartition spatiale sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer ;
- à alimentation équilibrée, n'ayant pas de composante homopolaire.

Ces transformations seront à adapter si une de ces conditions n'est pas respectée.

Prenons le cas d'une machine asynchrone, triphasée au stator et au rotor et respectant les conditions précédentes. À partir d'une interprétation physique, il a été possible de remplacer le stator et le rotor, chacun par un enroulement diphasé équivalent accompagné d'une composante homopolaire. Cette composante n'intervient pas dans les interactions électromagnétiques entre le stator et le rotor.

Une autre manière d'arriver au même résultat est de travailler sur la simplification des équations. Si, par exemple, on exprime le flux dans les enroulements en fonction des courants, on fait intervenir les matrices inductances propre stator  $|L_{SS}|$ , propre rotor  $|L_{RR}|$  et mutuelle stator/rotor  $|L_{SR}| = |L_{RS}|^T$ .

$$\begin{vmatrix} |\phi_S| \\ |\phi_R| \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} |L_{SS}| & |L_{SR}| \\ |L_{RS}| & |L_{RR}| \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} |i_s| \\ |i_r| \end{vmatrix} \quad \text{avec} \quad |i_s| = \begin{vmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{vmatrix}$$

La matrice  $|L_{SS}|$  est une matrice cyclique circulante

$$\text{symétrique de la forme } |L_{SS}| = \begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix}$$

L'idée de la simplification est de faire un changement de variables sur les grandeurs triphasées de façon à diagonaliser les matrices  $|L_{SS}|$  et  $|L_{RR}|$  puisque pour une armature diphasée la matrice des inductances sera obligatoirement diagonale.

$$\begin{vmatrix} \phi_{sd} \\ \phi_{sq} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{vmatrix}$$

Il n'y a aucune interaction de flux entre deux bobinages perpendiculaires.

Posons  $|x_S| = |A| \cdot |x_{SN}|$   $x$  étant  $i$  ou  $\phi$ , l'indice  $N$

indiquant les nouvelles variables et supposons que la matrice inverse  $|A|^{-1}$  existe.

Si l'on examine uniquement l'expression  $|\phi_S| = |L_{SS}| \cdot |i_S|$  on obtient :

$$|\phi_{SN}| = |A|^{-1} |L_{SS}| |A| \cdot |i_{SN}| \quad \text{On a un processus de diagonalisation.}$$

$|L_{SSN}|$  est formée des valeurs propres de  $|L_{SS}|$  et  $|A|$  est la matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres associés aux valeurs propres.

### Calcul des valeurs propres et des vecteurs propres

Les valeurs propres  $\lambda$  sont données par :

$$\text{Déterminant de } \left\{ |L_{SS}| - \lambda \begin{vmatrix} \text{matrice} \\ \text{unité} \end{vmatrix} \right\} = 0$$

On trouve une valeur propre simple  $\lambda_1 = a + 2b$

et une valeur propre double  $\lambda_2 = a - b$

Soit  $x, y, z$ , les coordonnées des valeurs propres.

Pour  $\lambda_1$  il s'en déduit  $x = y = z$ .

Pour  $\lambda_2$  on trouve  $x + y + z = 0$ .

Toute matrice  $|A|$  satisfaisant à ces conditions convient... en particulier,

$$|A| = k \begin{vmatrix} & \lambda_2 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & +\sqrt{3}/2 & 1 \end{vmatrix}$$

celle utilisée dans la transformation triphasée/diphasée de Concordia, mais ce n'est pas la seule. On trouve aussi une matrice à coefficient complexe avec  $a = e^{j2\pi/3}$

$$|A| = k' \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ a^2 & a & 1 \end{vmatrix}$$

Les transformations de Park correspondent à une projection des grandeurs triphasées sur un repère diphase synchrones, donc orthogonal, permettant d'éliminer la position dans les matrices de mutuelles inductances.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Modèle simplifié pour l'ingénieur

Par suppression de la résistance  $r_1$ , le modèle et le diagramme de l'ingénieur permettent une vision rapide des grandeurs fondamentales et de leur évolution d'un régime permanent à un autre.

### Diagrammes primaire et secondaire

Ces diagrammes (figures 19.3 et 19.5) permettent une vision des relations vectorielles primaire et secondaire.

### Moment du couple agissant sur le rotor

Le calcul indispensable du moment du couple peut être obtenu par plusieurs approches physiques. Il est à l'initiative de chacun de choisir la méthode qui lui permettra de l'établir le plus rapidement.

### Paramètres du modèle

Par des essais différents, on détermine les paramètres du modèle de la machine asynchrone suivant la nature du rotor accessible ou non.

## FICHE MÉMO

### Diagramme circulaire simplifié

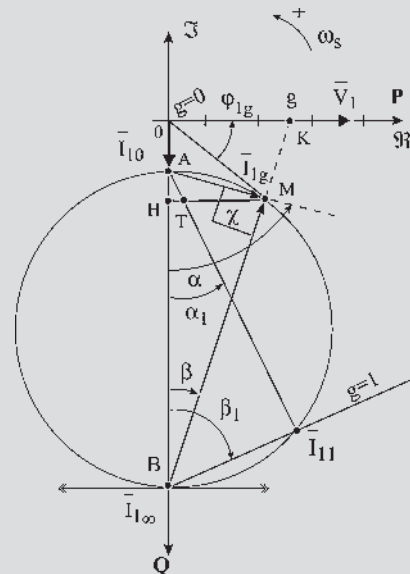


Figure 19.20

Équations vectorielles primaire et secondaire

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1 + jM\omega_s\bar{I}_2 \\ 0 &= \frac{R_2}{g}\bar{I}_2 + jL_{t2}\omega_s\bar{I}_2 + jM\omega_s\bar{I}_1 \end{aligned}$$

Bilan énergétique

En négligeant  $r_1$ , (paragraphe 19.4)

$$P_1 = P_2 = C\Omega_s = C \frac{\omega_s}{p} = 2\pi N_s C = m_1 \frac{R_2}{g} I_2^2$$

$$P_{JR} = m_2 r_2 I_2^2 = m_1 R_2 I_2^2 = g P_2 = C\Omega_r = Cg\Omega_s$$

$$\begin{aligned} P_u &= C\Omega = 2\pi N C = C\Omega_s(1-g) = C \frac{\omega_s}{p}(1-g) \\ &= (1-g)P_2 = m_1 \frac{R_2}{g}(1-g)I_2^2 \end{aligned}$$

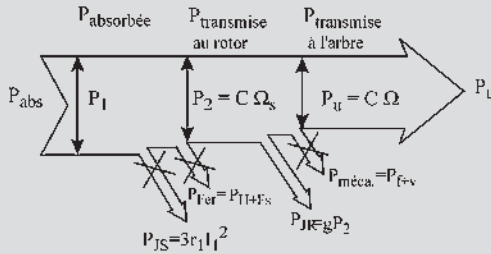


Figure 19.21

Caractéristique  $C(g, R_2)$  avec  $V_1 = cste$  et  $\omega_s = cste$

$$C = m_1 \frac{P}{\omega_s} \left( \frac{M}{\ell_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{R_2/g}{\left( \frac{R_2}{g} \right)^2 + (N_2\omega_s)^2}$$

$$C_d = m_1 \left( \frac{M}{\ell_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{P}{\omega_s} \frac{R_2}{R_2^2 + (N_2\omega_s)^2}$$

$$C_{max} = m_1 \left( \frac{M}{\ell_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{p}{2N_2\omega_s^2}$$

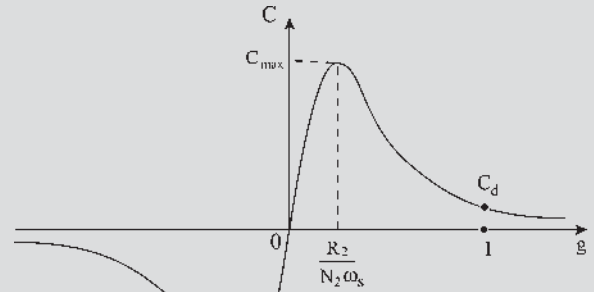


Figure 19.22

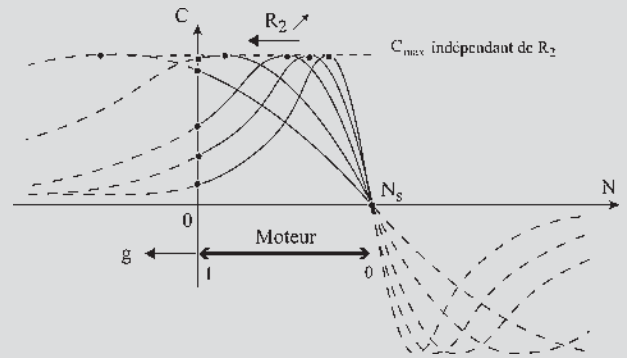


Figure 19.23

QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

19.1 À partir des équations complexes  $\bar{V}_1 = j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1 + jM\omega_s\bar{I}_2$  et  $0 = \frac{R_2}{g}\bar{I}_2 + jL_{t2}\omega_s\bar{I}_2 + jM\omega_s\bar{I}_1$ , calculer  $\frac{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{1\infty}}{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10}}$ . Que représente  $\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10}$ ? Calculez-le.

19.2 Pouvez-vous justifier qu'en négligeant  $r_1$ ,  $\bar{I}_{1g}$  se promène sur un cercle centré sur l'axe imaginaire ?



19.3 Tracer dans le diagramme simplifié l'axe de glissement en notant les points  $g = 0$  et  $g = 1$ , en prenant pour point de vue le point A :  $\bar{I}_{10}$

$$= \vec{OA} = \frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1}\omega_s} \quad (\text{voir figure 18.9}).$$

19.4 Donner le bilan énergétique en négligeant  $r_1$ ,  $P_{JS}$ ,  $P_{H+FS}$  et  $P_{f+v}$  et toutes les expressions possibles de  $P_2$ ,  $P_{JR}$  et  $P_u$ .

19.5 Sur le diagramme espace-temps du secondaire, montrer que  $M\bar{I}_{10} = \bar{\Phi}_{t2} - N_2\bar{I}_2$ .

19.6 Pouvez-vous démontrer la conservation du couple au détriment de la vitesse dans la transmission asynchrone ?

19.7 Que faut-il assurer si l'on désire que le moment du couple soit le même pour le rotor réel à  $m_2$  phases ou pour le rotor virtuel à  $m_1$  phases ?

19.8 Démontrer la proposition : « Dans le produit vectoriel  $\vec{C} = pm_1M(\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1)$  tout vecteur ayant pour projection  $I_1 \cos \varphi_2$  sur  $\bar{\Phi}_{t2}$  peut remplacer le vecteur  $\bar{I}_1$  ».

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

19.1 À partir des courbes  $C(N)$  obtenues pour différentes valeurs de  $R_2$ , peut-on conclure sur la possibilité d'obtenir :

- un couple de démarrage plus fort avec un courant absorbé plus faible en augmentant ou en diminuant  $R_2$  ?
- Une variation de vitesse si l'on entraîne un ventilateur ayant une caractéristique  $C(N)$  de type parabolique ?

19.2 On considère un moteur asynchrone triphasé, hexapolaire, à rotor bobiné, de tension d'alimentation nominale 380 V à 50 Hz. Le stator du moteur est couplé en triangle. Ce moteur absorbe à son point de fonctionnement nominal un courant de 55 A. À vide, le courant absorbé est de 15 A. On a effectué sur ce moteur l'essai suivant : en maintenant son rotor bloqué, on alimente le moteur sous « tension réduite ». Un courant de 47 A est atteint pour une tension (composée) de

95 V. On mesure alors une puissance absorbée de 1 940 W.

On adopte le modèle simplifié.

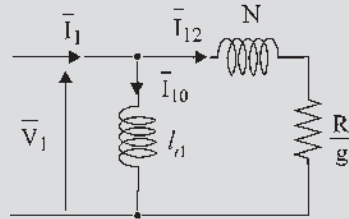


Figure 19.24

1) Montrer que dans le plan complexe, pour une tension d'alimentation constante et une valeur quelconque de  $g$ , le diagramme polaire du courant statorique  $I_s$  est un cercle centré sur l'axe imaginaire. À partir des résultats d'essais donnés ci-dessus, tracer le diagramme circulaire simplifié du moteur considéré.

2) Placer sur le diagramme le point de fonctionnement nominal. En déduire le facteur de puissance du moteur, la puissance nominale, la vitesse nominale (à partir du glissement) et le couple nominal.

3) À partir du diagramme, déterminer le courant absorbé au démarrage, le couple développé au démarrage, le couple maximum du moteur.

19.3 On considère le même moteur asynchrone triphasé qu'à l'exercice précédent, hexapolaire, à rotor bobiné, de tension d'alimentation nominale 380 V à 50 Hz. Le stator du moteur est couplé en triangle. Le diagramme du cercle de ce moteur a été établi dans l'exercice 19.2.

1) Montrer sur le diagramme que l'augmentation de la résistance rotorique  $R_2$  permet de diminuer le courant de démarrage et d'augmenter le couple de démarrage. En particulier, quelle valeur faudrait-il donner à la résistance pour que le couple au démarrage soit maximal ?

2) Que devient le diagramme circulaire si le stator du moteur est couplé en étoile et alimenté par le même réseau triphasé ? En déduire les nouvelles valeurs du couple de démarrage et du courant de démarrage. Quels sont les avantages et inconvénients du démarrage « étoile-triangle » ?

# Fonctionnement industriel sur réseau à fréquence imposée

## Objectifs

- Se familiariser avec les pratiques industrielles.
- Comprendre, à l'aide d'exemples, la nécessité des normes.
- Réaliser les précautions à respecter lors d'un démarrage.
- Être capable de choisir le bon procédé de démarrage.

## Vocabulaire

Diagramme industriel normalisé	Fonctionnement à contre-courant	Rendement vrai, rendement approché,
Double cage, encoches profondes	Moteur à rotor bobiné à cage	méthodes directe et indirecte

Ce chapitre aborde la mise en œuvre pratique de la machine asynchrone d'induction dans son fonctionnement le plus habituel sur réseau à fréquence imposée. Après l'énumération des divers types de fonctionnement possibles, le bilan énergétique permet d'envisager la notion de rendement, fondamentale pour les machines de grosses puissances. Le diagramme industriel rappelle les normes à respecter. Les procédés de démarrage permettent de passer en revue tous les types possibles de moteurs asynchrones d'induction, de les classer, de les comparer entre eux et de préciser leurs domaines d'utilisations préférentiels.

## 20.1 FONCTIONNEMENTS EN MOTEUR, EN GÉNÉRATEUR, À CONTRE-COURANT

En fonctionnement moteur on peut tracer  $C(g)$ ,  $g$  variant entre 0 et 1.

On pourrait indifféremment tracer  $C(g)$ ,  $C(N)$ ,  $C(\Omega)$ ,  $C(\omega)$  ou  $C(f)$ .

Chaque caractéristique de type  $C(N)$ , succession de points d'équilibre obtenus en régimes permanents, n'est pas la courbe suivie par  $C$  lorsque  $N$  varie dans le temps (figure 20.1). Soit  $M$  le point de fonctionnement obtenu en régime permanent.

$$C + C_m = J \frac{d\omega}{dt}. \text{ Exemple d'un moteur entraînant un ventilateur.}$$

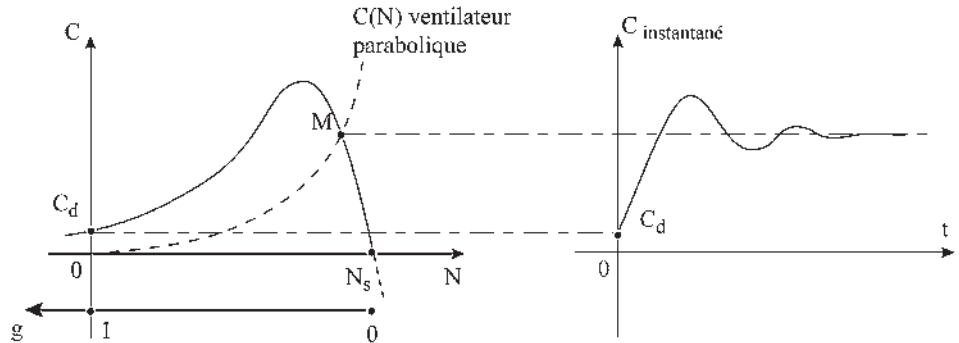


Figure 20.1

En moteur,  $0 < N < N_s$ . Pour  $N > N_s$  la machine peut fonctionner en générateur et pour  $N < 0$  on obtient un fonctionnement « à contre-courant » utilisé au freinage, uniquement avec les machines à rotor bobiné.  $R_2$  doit alors être important.

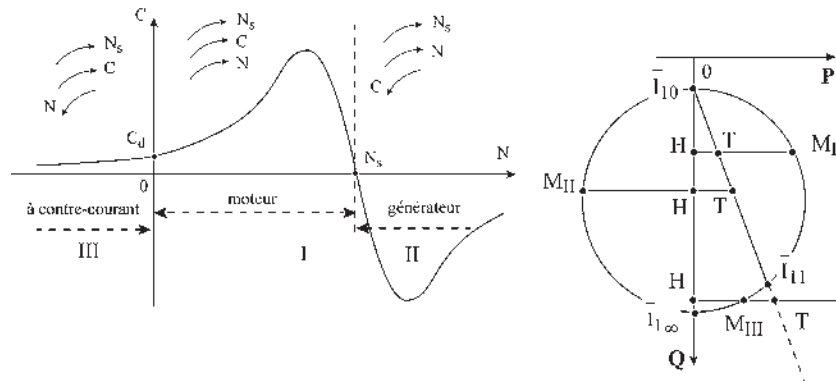


Figure 20.2

En moteur :

$$P_{\text{élec abs}} = P_{JR} + P_{\text{méca utile}}$$

En générateur :

$$P_{\text{méc abs}} = P_{JR} + P_{\text{élec fournie}}$$

À contre-courant :

$$P_{JR} = P_{\text{élec absorbée}} + P_{\text{méc abs}}$$

$$H\bar{M}_I = H\bar{T} + \bar{T}M_I$$

$$\bar{T}M_{II} = \bar{T}H + H\bar{M}_{II}$$

$$H\bar{T} = H\bar{M}_{III} + M_{III}\bar{T}$$

Physiquement, la courbe précédente n'est utilisable qu'en tenant compte d'une vitesse limite de rotation et de la stabilité de fonctionnement en régime permanent. En  $M$ , le point de fonctionnement est stable (figure 20.3).

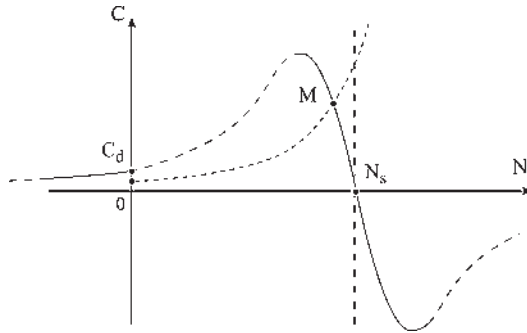


Figure 20.3

## 20.2 BILAN ÉNERGÉTIQUE RÉEL – RENDEMENTS VRAI ET APPROCHÉ

$$\eta_{\text{vrai}} = \frac{P_u}{P_a}$$

L'évaluation du  $\eta_v$  par une méthode directe de mesures de  $P_a$  et de  $P_u$  est peu précise. Par exemple, pour un moteur triphasé  $P_a = \sqrt{3}UI \cos \varphi$  est électrique,  $P_u = \Omega.C = 2\pi.N.C$  est mécanique. L'imprécision est considérable pour les mesures « mécaniques » de  $N$  et surtout de  $C$ . Les mesures « électriques » sont précises.

$$\eta_{\text{vrai}} = \frac{P_a - \sum_v P}{P_a}$$

L'évaluation du  $\eta_v$  par une méthode indirecte de mesures est beaucoup plus précise car les erreurs ne portent principalement que sur les pertes. La somme vraie des pertes  $\sum_v P$  comporte toutes les pertes de la machine.

Cette méthode est utilisée pour les gros alternateurs de centrales en mesurant indirectement  $\sum_v P$  par l'échauffement du fluide de refroidissement de la machine.

$$\eta_v = \frac{P_u}{P_u + \sum_v P} \quad P_u \text{ étant électrique en fonctionnement générateur.}$$

Le rendement approché conduit à la méthode des « pertes séparées »,

$$\eta_{\text{approché}} = \frac{P_a - \sum_{\text{app}} P}{P_a} \quad \sum_{\text{app}} P = (P_{JS}) + (P_{H+FS}) + (P_{JR}) + (P_{f+v}),$$

$P_a$  étant électrique en fonctionnement moteur.

Pour les machines de puissance moyenne, l'évaluation du  $\eta_{app}$  se fait par une méthode indirecte (plus précise) en ne prenant en compte que les pertes principales.  $\sum_{app} P$  est la somme approchée des pertes.

Le rendement approché est optimiste.

$\sum_v P = \sum_{app} P + P_s$ ,  $P_s$  représente les pertes supplémentaires négligées. Cette méthode dite « des pertes séparées » est très simple dans son application contrairement à la précédente dite « échauffement du fluide refroidissant », compliquée dans sa mise en œuvre. Pour un moteur, on mesurera séparément les  $P_{JS}$  et  $P_{JR}$  au point de fonctionnement, les pertes magnétiques et mécaniques étant souvent mesurées dans une marche à vide. Toutes les mesures sont électriques (précises).

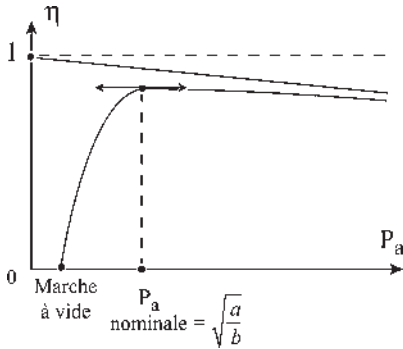


Figure 20.4

L'allure des courbes de rendement est représentée figure 20.4.

En première approximation, les pertes peuvent être classées en pertes constantes  $a$  et en pertes Joule proportionnelles au carré de la puissance absorbée  $bP_a^2$ . En fonctionnement moteur :

$$\sum_{app} P \approx a + bP_a^2$$

$$\eta_{app} = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \sum_{app} P}{P_a} = 1 - bP_a - \frac{a}{P_a}$$

$$\eta_{maximal} = 1 - 2\sqrt{ab}$$

## 20.3 RENDEMENT APPROCHÉ DU MOTEUR ASYNCHRONE D'INDUCTION

$$P_a \Rightarrow \frac{P_{JS} = m_1 r_1 I_1^2}{P_{H+FS}} \Rightarrow P_2 \Rightarrow \frac{P_{JR}}{P_{f+v}} \Rightarrow P_u = C.\Omega$$

$$\text{avec : } P_{JR} = m_2 r_2 I_2^2 = m_1 R_2 I_2^2 = gP_2$$

$$\eta_{app} = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \sum_{app} P}{P_a} = \frac{P_a - (P_{JS}) - (P_{H+FS}) - (P_{JR}) - (P_{f+v})}{P_a}$$

$$P_2 = P_a - (P_{JS}) - (P_{H+FS}) \quad \text{et} \quad P_{JR} = gP_2$$

$$\eta_{app} = \frac{(1-g)P_2 - (P_{f+v})}{P_a} = \frac{(1-g)[P_a - (P_{JS}) - (P_{H+FS})] - (P_{f+v})}{P_a}$$

On retrouve  $\eta = (1-g)$  en négligeant  $P_{JS}$ ,  $P_{H+FS}$  et  $P_{f+v}$

En alimentation industrielle normale, la fréquence  $f_s$  et la tension  $V_1$  d'alimentation sont maintenues constantes.

$\bar{V}_1 = -j\omega_s \bar{\Phi}_{11}$ . L'induction est constante. La vitesse de la machine étant quasi synchrone,  $(P_{H+FS})$  et  $(P_{f+v})$  sont pratiquement constantes sur la plage de fonctionnement entre la marche à vide et la marche en charge.

Il est donc possible de les déterminer avec une marche à vide. La formulation du  $\eta_{app}$  demande la séparation des pertes  $(P_{H+FS})$  et  $(P_{f+v})$ . Cette séparation est compliquée et entraîne une imprécision importante. On préfère, et la norme l'officialise, ajouter arbitrairement un terme supplémentaire  $g \frac{P_{f+v}}{P_a}$  (ordre de grandeur  $0,04 \frac{P_a/100}{P_a} \approx 0,0004$ ), alors

$$\eta_{app} = \frac{(1-g) [P_a - (P_{JS}) - \{(P_{H+FS}) + (P_{f+v})\}]}{P_a}$$
 et ne garder qu'un seul essai pour déterminer  $(P_{H+FS}) + (P_{f+v})$ , car la précision des mesures n'atteint pas  $4.10^{-4}$  (exemple  $\eta = 0,891 \pm 0,016$ ).

Un moteur bien construit a son point nominal de fonctionnement en régime permanent au  $\eta_{app}$  maximal, au  $\cos \varphi$  maximal,  $\bar{I}_{1N}$  tangent au cercle.

Utiliser toujours un moteur de puissance adaptée à la charge.

## 20.4 DIAGRAMME INDUSTRIEL NORMALISÉ

On peut démontrer que la tangente au cercle au point  $\bar{I}_{10}$  coupe l'axe réel sous un angle  $\beta = 2\varphi_{10}$ ,  $\varphi_{10}$  étant le déphasage arrière de  $\bar{I}_{10}$  par rapport à  $\bar{V}_1$ . Une marche à vide permet de mesurer  $\bar{I}_{10} = I_{10}e^{-j\varphi_{10}}$  et de construire la tangente au cercle au point  $\bar{I}_{10}$ . Le triangle est isocèle (figure 20.5). Pour tracer le cercle, il suffit d'un autre point.

$\bar{I}_{1\infty}$  n'est pas envisageable physiquement.  $\bar{I}_{11}$ , courant absorbé au primaire pour  $g = 1$ , rotor à l'arrêt, est le courant de démarrage.  $\bar{I}_{11}$  n'est pas envisageable non plus pour une mesure, car le module est trop important et l'essai dure trop longtemps.

On préfère un essai rotor bloqué et court-circuité, le stator étant alimenté sous tension réduite pour que le courant absorbé soit égal au courant nominal admissible. On utilise un régulateur d'induction donnant une tension triphasée à la pulsation du réseau et une amplitude réglable.

Soit  $\bar{I}'_{11}$  ce courant absorbé.  $\bar{I}'_{11} = I_N e^{-j\varphi'_{11}}$ . Le courant  $\bar{I}_{11} = I_{11} e^{-j\varphi_{11}}$  du diagramme sera obtenu en gardant le même déphasage  $\varphi_{11} = \varphi'_{11}$  et en extrapolant la valeur du module à la tension normale.  $I_{11} = I_N \frac{u_N}{u_r}$ ,  $u_r$  étant la tension réduite. Le centre du cercle est sur la perpendiculaire à la tangente en  $\bar{I}_{10}$ , et sur la médiatrice du segment  $\bar{I}_{10} - \bar{I}_{11}$ .

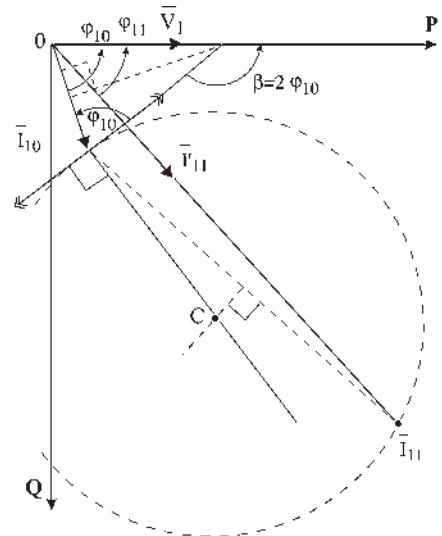


Figure 20.5

## 20.5 DÉMARRAGE DU MOTEUR ASYNCHRONE D'INDUCTION SUR RÉSEAU À FRÉQUENCE IMPOSÉE

La machine asynchrone d'induction à cage d'écureuil, inventée par Tesla en 1884, est la machine industrielle :

- la plus simple et la moins chère, (transformateur  $m_1$  phasé à secondaire court-circuité) ;
- la plus robuste, peu d'entretien, seulement le graissage des paliers ;
- la plus vendue, 75 % du marché des moteurs.

Son démarrage, s'effectue directement pour les machines de petites puissances et avec quelques artifices de limitation de courant, rhéostats, couplage étoile-triangle, gradateurs, coupleurs pour les machines de moyennes et grandes puissances.

Ses seuls défauts résident dans un mauvais  $\cos \varphi$  principalement à vide et dans une vitesse de rotation imposée par la charge sans aucune possibilité de réglage de la vitesse.

La machine asynchrone d'induction à rotor bobiné, inventée par Dobrowolsky en 1889 permet, par l'insertion d'une résistance supplémentaire variable au rotor, d'obtenir un couple de démarrage réglable pouvant atteindre le couple maximal de la machine et une commande de la vitesse. Cette machine, moins simple, plus chère, moins robuste, moins vendue que la précédente, permet de régler les problèmes de démarrage et de petites variations de vitesse pour des machines de petites puissances. En moyennes et grandes puissances, les pertes Joule rotoriques sont rapidement inadmissibles.

## 20.6 PROBLÈMES POSÉS PAR LE DÉMARRAGE

La machine asynchrone d'induction est de loin la machine la plus utilisée dans l'industrie dans son fonctionnement moteur alimenté à fréquence et tension imposées. Contrairement à la machine synchrone, qui demande un accrochage préalable sur le réseau avant toute utilisation, la machine asynchrone d'induction démarre dès sa mise sous tension. Au démarrage, le moteur est un transformateur statique avec secondaire en court-circuit d'où un appel de courant excessif dès que la machine dépasse une puissance de 1,5 kW. En conséquence, pour tout moteur de puissance supérieure à 1,5 kW il faudra limiter le courant au démarrage. De

fait, EDF impose le rapport  $\frac{I_d}{I_N}$  ou  $\frac{kV A_{\text{absorbée}}}{kW_{\text{plaque}}}$ .

Par ailleurs, le démarrage s'effectuera si l'on dispose d'un couple accélérateur supérieur au couple résistant pendant toute la durée du démarrage. Les couples instantanés électromagnétique et résistant sont comptés positivement dans le même sens  $C_{em} + C_r = J \frac{d\Omega}{dt}$  (figure 20.6).

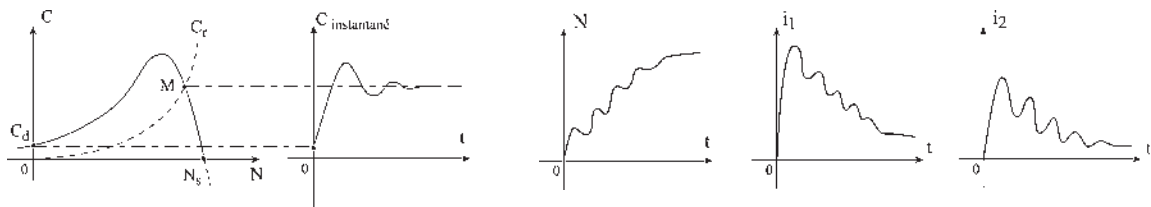


Figure 20.6

La courbe  $C_{em}(N)$  donnée précédemment n'indique que le lieu des points d'équilibre obtenus en régimes permanents. Pour avoir l'évolution des grandeurs  $C_{em}(t)$ ,  $N(t)$ ,  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ , il faut enregistrer ou avoir les expressions en valeurs instantanées.

## 20.7 PROCÉDÉS DE DÉMARRAGE

Le procédé sera d'autant meilleur que le rapport  $\frac{C_d/C_N}{I_d/I_N}$  sera grand.

Pour un transformateur, la mise sous tension avec secondaire en court-circuit serait inadmissible et très dangereuse. Le transformateur n'ayant pas d'entrefer, le courant serait excessif et les forces de répulsion très importantes.

Pour un moteur asynchrone d'induction monophasé, le danger peut être évité, par exemple sur les machines à coudre, par l'emploi d'un entrefer important et par une grande résistance stator  $r_1$ . Le courant absorbé est alors rendu admissible. Le théorème de Leblanc indique que le champ alternatif monophasé de direction fixe se décompose en deux champs tournant en sens inverse, d'où deux couples de démarrage égaux et opposés. La machine ne démarre pas. Suite au lancement par l'utilisateur dans un sens quelconque, le rotor s'accroche sur le champ tournant correspondant.

Dans les machines monophasées industrielles de puissances plus importantes, le démarrage est instantané grâce à un bobinage supplémentaire permettant de transformer momentanément le stator monophasé en stator diphasé créant un champ tournant stator. Le principe s'applique aussi aux moteurs domestiques (réfrigérateurs, pompes...).

### 20.7.1 Moteur à rotor non bobiné

Le démarrage s'effectue par action sur le primaire (stator), seul accessible. Mis à part le démarrage direct pour les moteurs de petite puissance, le procédé consiste en une réduction de la tension d'alimentation. Le courant  $I_{11}$  appelé au démarrage diminue dans le rapport des tensions (figure 20.7),

$$\bar{I}_{11} = \frac{\bar{V}_1 (R_2 + jL_{t2}\omega_s)}{M^2\omega_s^2 + (r_1 + j\ell_{t1}\omega_s)(R_2 + jL_{t2}\omega_s)}$$

tandis que le moment du couple diminue dans le rapport du carré des tensions.

$$C_d = m_1 \left( \frac{M}{\ell_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{P}{\omega_s} \frac{R_2}{R_2^2 + (N_2\omega_s)^2}$$

#### a) Moteur à cage d'écurieul et moteur à rotor massif

Tous les procédés de démarrage par action sur le circuit primaire résolvent le problème d'appel de courant, mais entraînent une réduction du moment du couple. Aucun ne permet le démarrage en charge sauf si le couple résistant de décollage est négligeable. On peut distinguer :

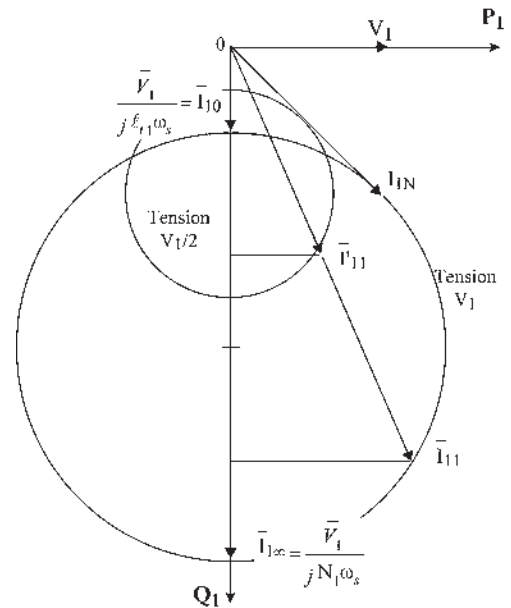


Figure 20.7



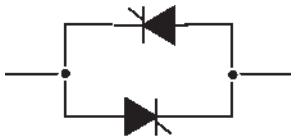


Figure 20.8

1. Le démarrage direct  $I_{11} = 2$  à  $4 I_N$ . Ce démarrage brutal est accepté pour les broyeurs à vide, les centrifugeuses...
2. Le couplage étoile-triangle. Démarrage à vide des machines-outils consistant à coupler en étoile, puis en triangle, les trois bobinages de phases pour diminuer l'appel de courant au démarrage par mise au préalable sous tension réduite. Les deux bornes de chaque phase sont sorties. Le dispositif est intercalé entre la machine et le réseau. Si le réseau est de tension composée  $U = 380$  V, chaque bobine supporte 220 V en étoile et 380 V en triangle. Les phases sont bobinées pour supporter 380 V.
3. Le rhéostat mis en série avec le stator permet le réglage du couple où de l'appel de courant, pour les machines démarrant sous faible couple (entraînement des ventilateurs).

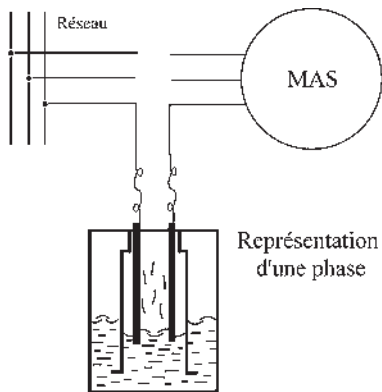


Figure 20.9

4. La réactance mise en série avec le stator permet un procédé analogue au précédent, mais la perte d'énergie au démarrage est réactive.
5. Le montage gradateur sur chaque phase permet de régler par  $t_f/t_{f+T_0}$  l'appel de courant sans perte d'énergie dans une résistance (figure 20.8).
6. La résistance thermovariable mise en série avec le stator permet d'obtenir un résultat équivalent à un rhéostat classique à résistance qui serait muni d'une infinité de crans bien répartis et en passage automatique. Le rhéostat liquide-vapeur est formé, par phase, d'électrodes plongeant dans un électrolyte liquide à l'intérieur d'une chambre thermique à échappement contrôlé. Sans l'action de la chaleur le liquide se vaporise localement en  $1/50^e$  de seconde (figure 20.9).

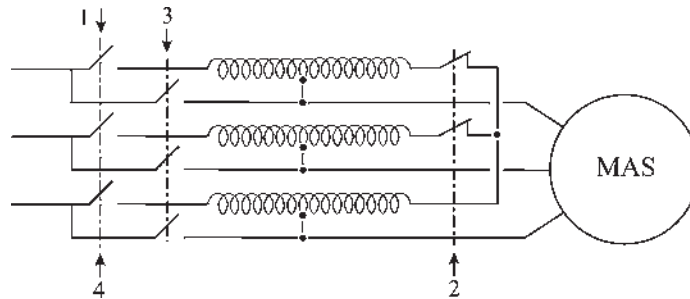


Figure 20.10

Un  $\text{cm}^3$  de liquide donne  $1\,200\text{ cm}^3$  de vapeur. La résistance du liquide est très faible par rapport à celle de la vapeur.

7. L'autotransformateur à coupure de point neutre permet : le démarrage sous tension réduite (1), l'ouverture du point neutre (2) donnant une alimentation à travers des réactances en série (figure 20.10), la mise sous pleine tension (3) puis (4).

De prix élevé, les autotransformateurs sont utilisés pour des machines puissantes (supérieures à 50 kW). Ils permettent souvent d'utiliser des moteurs à cage là où sans eux il faudrait des moteurs à rotors bobinés.

### b) Moteur à double cage et moteur à encoches profondes

Le rotor à cage d'écurieil possède une double cage. Au décollage seule la première cage intervient  $n_2\omega_s = R_2, g = 1$ .

Elle sert d'écran électrodynamique au démarrage. La seconde cage, peu résistive, intervient par la suite, au cours du démarrage, lorsque la vitesse relative diminue (figure 20.11).

On peut admettre qu'à chaque instant, le couple résistant est la somme des couples que donneraient séparément les deux cages.

Encoches profondes. Accroissement de résistance apparente d'un conducteur rectangulaire noyé dans le fer et parcouru par un courant alternatif lorsque la fréquence est importante.  $f_s = 50$  Hz. Effet de peau.

### c) Moteur associé à un embrayage auxiliaire

Pour effectuer des démarrages « en charge » on peut intercaler, entre le moteur et la machine entraînée, un coupleur de type embrayage – mécanique, hydraulique ou électromagnétique – permettant une mise en vitesse progressive après un démarrage à vide du moteur. Intéressant pour les démarrages de longue durée et pour les démarrages assez fréquents.

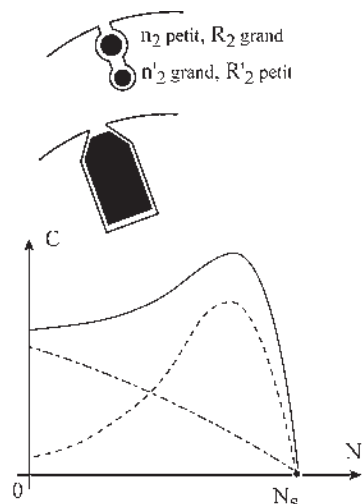


Figure 20.11

## 20.7.2 Moteur à rotor bobiné

Lorsque les caractéristiques des moteurs à cage ne permettent pas d'obtenir les performances de démarrage satisfaisantes, quels que soient les types de démarrage utilisés, il faut les remplacer par des moteurs à rotors bobinés dont le principe de démarrage est différent.

Bien que les procédés précédents de démarrage soient applicables à tous les moteurs asynchrones d'induction, il n'y aurait aucun avantage à les appliquer alors à des moteurs à rotors bobinés, car les résultats seraient les mêmes.

### a) Moteur à coupleur centrifuge

Installé sur une machine à rotor bobiné, le coupleur centrifuge diminue  $R_2$  au démarrage à mesure que la vitesse de rotation augmente. La valeur initiale de  $R_2$  au démarrage donne le couple maximal (figure 20.12).

Le démarrage habituel est le démarrage direct. Appel de courant réduit. Couple élevé. Simplicité de l'appareillage. Démarrage brutal.

### b) Moteur à rotor bobiné et à bagues

Le démarrage par action sur le secondaire (rotor) accessible est applicable aux seules machines à bagues grâce à un rhéostat de démarrage

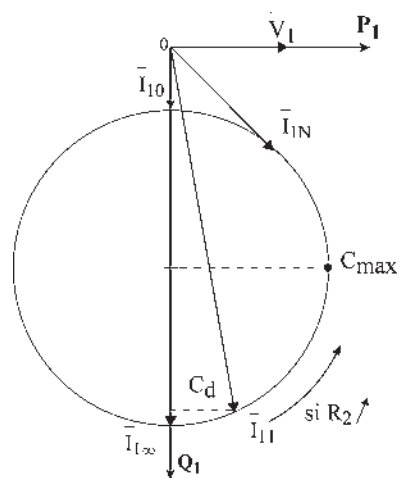


Figure 20.12

extérieur. Il s'effectue en réalisant une variation de résistance dans le circuit rotorique. À mesure que l'on monte en vitesse, ou en contrôlant le courant  $I_1$  absorbé au primaire, la résistance est progressivement diminuée jusqu'au court-circuit des bagues.

Ce procédé est utilisable dans tous les cas de démarrages difficiles en raison de couples résistants élevés, d'inerties importantes, de démarrages longs ou fréquents. L'utilisation des résistances thermovariabiles est possible.

### 20.7.3 Ordre de grandeur des prix

Dans la gamme des 3 kW en prenant pour unité le prix du moteur à cage :

	Avec dispositif de démarrage
Moteur à cage d'écoreuil 1	1,2 à 1,6
Moteur à rotor massif 1,4	1,6 à 2
Moteur double cage ou à encoches profondes 1,8	1,8
Moteur à cage d'écoreuil 1 (avec embrayage auxiliaire)	1,4 à 1,6
Moteur à coupleur centrifuge 1,7	1,7
Moteur à bagues 1,7	2,4 à 2,7

## Le saviez-vous ?

### Épaisseur de l'entrefer d'une machine asynchrone d'induction

Pour la machine synchrone, l'épaisseur de l'entrefer est le résultat d'un compromis, pas trop grand pour limiter le courant magnétisant, pas trop petit pour limiter la valeur de la réactance synchrone  $L\omega_s$ .

Pour la machine asynchrone il n'y a pas de compromis. Seule la valeur de l'inductance  $L \simeq n^2/\mathfrak{R}$ , qui augmente avec la diminution de la réluctance  $\mathfrak{R}$ , est prise en compte.

L'épaisseur de l'entrefer d'une machine asynchrone d'induction doit être le plus petit possible, en respectant les impératifs mécaniques et thermiques de rotation et de dilatation, afin de minimiser les ampères tours magnétisants et de conserver au moteur un facteur de puissance assez élevé.

On ne descend pas au-dessous de 0,2 mm et on ne dépasse pas 2 mm.

Alésage du stator en mm	80	180	260	360	500	1000
Entrefer en mm	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,5

## 20.8 AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES MOTEURS ASYNCHRONES D'INDUCTION

### a) Moteur à cage d'écoreuil et moteur à rotor massif

Avantages : prix le plus bas de tous les moteurs, simple, robuste, peu d'entretien, peu de surveillance, faible encombrement. Démarrage en direct possible en faible puissance (1,5 kW) et à vide en puissance un peu plus importante si l'appel de courant reste limité.

Inconvénients : en moyennes et fortes puissances, l'appel de courant est important au démarrage et nécessite l'emploi de dispositifs permettant d'abaisser  $I_{11}$  à  $2 I_{1n}$  avec pour conséquence une diminution du couple de démarrage.

En pratique, peu de démarrages en charge. Ne supporte pas les démarrages de longue durée. Variation de vitesse possible avec la fréquence variable. Rotor massif plus coûteux. Recherché dans les broyeurs pour profiter du moment d'inertie.

Domaine d'emploi : 75 % du marché des moteurs sans réglage de vitesse.

### **b) Moteurs à double cage et moteur à encoches profondes**

Domaine d'emploi : couple important au démarrage et appel de courant réduit. Démarrage direct. Convient aux démarrages de longue durée et aux surcharges sans échauffement exagéré.

### **c) Moteur à cage d'écureuil associé à un coupleur à embrayage**

Solution hybride mécanique et électrique, très intéressante techniquement et financièrement, même si l'embrayage est installé définitivement. Souvent oubliée dans les possibilités de démarrage en charge, de démarrages fréquents et de démarrage de longue durée.

Avantages : solution peu onéreuse permettant d'éviter l'achat d'un moteur à rotor bobiné.

### **d) Moteur à coupleur centrifuge**

Avantages : couple de démarrage élevé et appel de courant réduit pendant le démarrage. Démarrage direct utilisé pour les machines ayant une faible inertie et un faible couple aux basses vitesses : pompes, compresseurs... Prix intermédiaire entre les asynchrones à cage et à bagues.

Inconvénients : ne convient pas aux démarrages de longue durée ni aux surcharges en régime permanent. Peu de réglage de vitesse en dehors de la fréquence variable. Nécessité d'atteindre l'arrêt complet avant chaque démarrage.

### **e) Moteur à rotor bobiné et à bagues**

Avantages : couple de démarrage élevé avec possibilité de réglage. Adaptation à la machine entraînée. Appel de courant réduit pendant le démarrage. Possibilité de démarrages de longue durée et de démarrages fréquents. Réglage de vitesse possible avec un rhéostat de glissement, mais aussi en récupérant l'énergie rotorique pour la rendre au réseau après traitement.

Inconvénients : rotor bobiné moins robuste que le rotor à cage d'écureuil. Nécessité d'entretien et de surveillance. Prix plus élevé que les moteurs à rotors bobinés munis de coupleurs centrifuges. Nécessité d'un rhéostat de démarrage non utilisable en rhéostat de glissement.

Domaine d'emploi : couples de démarrage élevés, démarrages de longue durée (grande inertie des parties tournantes), démarrages fréquents en charge.

# Pour en savoir plus...

## COURANTS DE FOUCAULT

En électrostatique  $\text{rot } \vec{E} = 0$ , le champ  $E$  dérive d'un potentiel. Par contre, en électrodynamique, avec les phénomènes électriques et magnétiques variables dans le temps, et en restant dans l'approximation des états quasi stationnaires :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Cette relation de Maxwell-Faraday montre que par suite des phénomènes d'induction, le champ électrique ne dérive plus d'un potentiel. En conséquence, si un corps conducteur homogène se déplace dans un champ magnétique, des courants induits se développent dans sa masse : ce sont les courants de Foucault qui tendent par leurs effets à s'opposer à la cause qui leur a donné naissance. Ces courants sont proportionnels à la vitesse relative de variation du flux agresseur et forment dans la masse des courants circulaires créateurs du flux « de défense ».

Si le corps est en déplacement, les forces électromagnétiques constituent des forces d'amortissement ou de freinage entraînant avec les courants un échauffement de la masse par effet Joule.

Utilisé dans un certain nombre d'appareils (compteurs d'énergie, indicateurs de vitesse...), ce phénomène réduit par contre le rendement des transformateurs et des machines électriques et est combattu par le feuilletage

des matériaux magnétiques. Avec des tôles infiniment minces, parallèles au champ magnétique, on supprimerait totalement les courants de Foucault.

Peu utilisé pour le freinage des camions avec inducteur et disque conducteur car la dissipation d'énergie s'effectue à bord du véhicule.

Représente un espoir intéressant pour le freinage réparti des TGV en disposant sur chaque boggie un inducteur à 7 mm du rail avec dissipation d'énergie dans le rail à l'extérieur des wagons.

### *Chauffage par induction*

On utilise directement l'aspect positif des courants de Foucault lorsque l'on désire chauffer une masse métallique immobile en la soumettant à un champ variable. Très utilisé dans les fonderies sans nécessité d'un contact matériel.

Depuis une dizaine d'années, les constructeurs d'appareils domestiques électroménagers proposent des cuisinières comportant de plaques de chauffage à induction. Contrairement aux micro-ondes, il n'y a aucun danger de brûlure pour les mains. Une des difficultés pour le constructeur consiste à éviter l'expérience d'Elihu Thomson montrant l'apparition des forces électrodynamiques produites par l'action du courant inducteur sur le courant induit. Avec une bobine verticale à noyau de fer doux et un anneau de cuivre enfilé sur le noyau, il obtenait une projection de l'anneau, l'induit mettant à profit toutes ses ressources pour éviter l'agression du champ inducteur.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Démarrage des machines asynchrones sur réseau à fréquence imposée

Au démarrage, le moteur est un transformateur statique avec secondaire en court-circuit d'où un appel de courant excessif dès que la machine dépasse une certaine puissance, entraînant une baisse de tension locale sur le réseau. En conséquence, pour tout moteur de puissance supérieure à 1,5 kW, il faudra limiter le courant au démarrage.

### Procédés de démarrage des machines asynchrones

Le procédé sera d'autant meilleur que le rapport  $\frac{C_d/C_N}{I_d/I_N}$  sera grand.

Les procédés les plus utilisés sont le couplage étoile-triangle et les gradateurs pour les moteurs de petites et moyennes puissances. Pour les moteurs avec des cycles élevés de démarrage, le rotor est constitué d'une double cage ou d'encoches profondes.

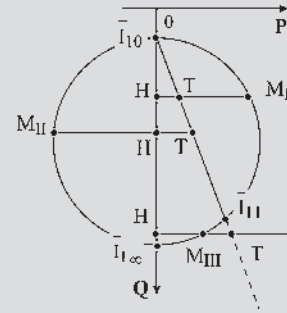
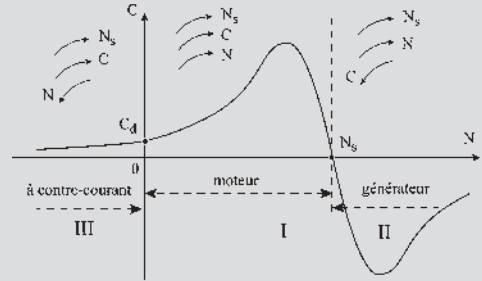


Figure 20.13

## FICHE MÉMO

### Fonctionnement générateur, moteur, contre-courant

En moteur :  $P_{\text{élec abs}} = P_{JR} + P_{\text{méc utile}}$ ,

$$H\bar{M}_I = H\bar{T} + \bar{T}M_I$$

En générateur :  $P_{\text{méc abs}} = P_{JR} + P_{\text{élec fournie}}$

$$\bar{T}M_{II} = \bar{T}H + H\bar{M}_{II}$$

À contre-courant :  $P_{\text{élec absorbée}} + P_{\text{méc absorbée}} = P_{JR}$ ,

$$H\bar{M}_{III} + M_{III}\bar{T} = H\bar{T}$$

### Rendements vrai et approché – méthodes directe et indirecte

	Méthode directe	Méthode indirecte
$\eta_{\text{vrai}}$	$\frac{P_u}{P_a}$	$\frac{P_a - \sum_v P}{P_a}$
$\eta_{\text{app}}$		$\frac{P_a - \sum_{\text{app}} P}{P_a}$

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 20.1** Dans une machine à rotor bobiné, quelle valeur doit-on donner à  $R_2$  si l'on veut avoir le couple maximal au démarrage ?
- 20.2** Dans l'utilisation d'une machine asynchrone d'induction à rotor bobiné, dans un fonctionnement à contre-courant, pourquoi faut-il que  $R_2$  soit très grande ?
- 20.3** Pouvez-vous donner la formulation du rendement vrai, par méthode directe et indirecte et du rendement approché pour un moteur et pour une génératrice ?
- 20.4** En prenant  $\sum_{app} = a + bP_{abs}^2$  montrer que le rendement approché est maximal lorsque  $a = bP_{abs}^2$ .
- 20.5** Un moteur asynchrone diphasé est alimenté par le secteur monophasé  $\bar{V}_1 = V_1 e^{j\omega_s t}$ . Peut-on, en plaçant un condensateur de capacité  $C$  en série avec une des bobines, démarrer le moteur dès sa mise sous tension ?
- 20.6** Un moteur asynchrone d'induction triphasé, dont les deux bornes de chaque phase stator sont sorties, porte sur sa plaque l'indication de l'utilisation possible en 220 V/380 V.  
Quelle tension efficace maximale peut supporter chaque bobine de phase ?  
Donner les couplages à effectuer pour un réseau d'alimentation en 220 V puis en 380 V. Une des deux alimentations est-elle préférable pour l'obtention du point nominal de fonctionnement ?  
Peut-on avec cette machine effectuer un démarrage étoile-triangle si l'on dispose seulement de 220 V triphasé ou seulement du 380 V triphasé ?
- 20.7** Montrer sur le diagramme circulaire simplifié que dans une machine à rotor bobiné, au démarrage, l'augmentation de  $R_2$  permet de diminuer le courant d'appel.
- 20.8** Quel est l'intérêt aujourd'hui du diagramme circulaire ? Du diagramme circulaire normalisé ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 20.1** Un moteur asynchrone triphasé à bagues a pour caractéristiques nominales :  
 $P_u = 9,1 \text{ kW}$  ;  $U_n = 220 \text{ V}$  ;  $N = 1450 \text{ tr/min}$  ;  
 $f = 50 \text{ Hz}$ . On néglige la résistance du stator, ainsi que les pertes mécaniques et magnétiques.
- 1) En admettant que, jusqu'au couple nominal, l'inductance de fuites totale est négligeable dans l'expression du couple, calculer la résistance rotorique par phase ramenée au stator  $R_2$ .
  - 2) Le couple de ce moteur est maximum pour un glissement  $g_{max} = 0,125$ . En déduire la valeur de la réactance de fuite totale ramenée au stator. Calculer le couple maximum du moteur et son couple de démarrage.
  - 3) Calculer la valeur de la résistance à insérer au rotor pour que le couple de démarrage soit égal au couple maximum (résistance du rotor mesurée entre bagues :  $1,03 \Omega$ ).
- 20.2** Un moteur asynchrone triphasé a un stator à 6 pôles couplé en étoile (neutre non sorti) et un rotor bobiné triphasé monté en étoile entre 3 bagues. La tension d'alimentation nominale est  $U_N = 380 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$ . On donne les valeurs des résistances des enroulements statoriques  $r_1 = 20 \text{ m}\Omega$  et rotorique  $R_2 = 30 \text{ m}\Omega$ .  
Un essai à vide a permis de mesurer les pertes fer sous tension nominale  $p_f = 4,5 \text{ kW}$  (on admettra que ces pertes fer sont localisées au stator), les pertes mécaniques à la vitesse de synchronisme  $p_m = 1,3 \text{ kW}$  considérées comme constantes et le courant en ligne à vide sous la tension nominale  $I_0 = 74 \text{ A}$ .  
Le moteur, fonctionnant à son régime nominal, bagues en court-circuit, développe une puissance mécanique utile  $P_{uN} = 116 \text{ kW}$  avec un glissement  $g_N = 2,6\%$ , en demandant au réseau une puissance apparente  $S = 145 \text{ kVA}$ .
- 1) Calculer sa fréquence de rotation  $n_N$  en tr/min.

- 2) Faire le bilan des puissances actives mises en jeu dans le moteur en calculant, en particulier :  $P_2$ ,  $P_{JR}$ ,  $P_{JS}$ ,  $P_a$ . En déduire le rendement nominal et le facteur de puissance à ce régime.
  - 3) Calculer le moment du couple électromagnétique développé et le moment du couple utile disponible.
- 20.3** On se propose dans cet exercice de tracer le diagramme circulaire de courant de la machine asynchrone présentée à l'exercice 20.2, alimentée sous sa tension nominale, en adoptant comme échelle des courants 1 cm pour 50 A.
- On effectue pour cela un essai sous tension réduite :  $U_c = 72$  V, bagues en court-circuit, rotor bloqué. On mesure alors un courant en ligne  $I_c = 220$  A et une puissance absorbée  $P_c = 7,4$  kW.
- 1) Déterminer la puissance active absorbée à vide par le moteur et placer le point  $A$  du diagramme circulaire correspondant à ce fonctionnement.
  - 2) Placer le point  $B$  du diagramme correspondant au moteur à l'arrêt, rotor en court-circuit, sous la tension nominale.
  - 3) En déduire le centre  $C$  du cercle en admettant que celui-ci se trouve sur la parallèle à l'axe des puissances réactives passant par  $A$ .
  - 4) Exprimer la puissance perdue par effet Joule au stator alimenté sous la tension nominale lorsque le rotor est bloqué en court-circuit. Déterminer l'échelle des puissances actives. En déduire le point  $D$  du diagramme correspondant au glissement infini.
  - 5) En utilisant la valeur du courant statorique nominal, placer sur le diagramme le point  $N$  correspondant au fonctionnement nominal. Montrer comment on peut retrouver à l'aide du diagramme circulaire, la valeur du glissement nominal  $g_N$ .





# Variation de vitesse des moteurs asynchrones

## Objectifs

- Percevoir les progrès successifs de la variation de vitesse.
- Comprendre les principes pour chaque étape du progrès.

## Vocabulaire

Cascade hyposynchrone :  
électromécanique,  
électronique

Commande vectorielle  
Contrôle scalaire

Démarrage progressif  
et variation de  $R_2$

Ce chapitre, certainement le plus important, décrit l'aventure technologique parcourue en 120 ans par le moteur asynchrone d'induction à cage, pour passer d'une des plus mauvaises places au classement des variateurs de vitesse à la première. Les progrès successifs concernent :

- l'arrivée du moteur à rotor bobiné permettant un accès au secondaire pour autoriser un démarrage progressif et une petite variation de vitesse ;
- la cascade hyposynchrone électromécanique avec soutirage énergétique au secondaire ouvrant la voie à un bon variateur de vitesse, aux machines alternatives à collecteur et aux montages en cascade ;
- la cascade hyposynchrone électronique, qui après ses balbutiements, s'est développée avec le thyristor, les transistors de puissance et les convertisseurs statiques ;
- le contrôle scalaire tenant compte des progrès de l'automatique avec les régulations ;
- l'avènement des machines autopilotées à commutation électronique, apportant la stabilité de fonctionnement ;
- le contrôle vectoriel avec commande et contrôle séparés du flux et du couple, comme dans une machine à courant continu, grâce aux progrès des composants GTO, IGBT, MOS, et de l'informatique industrielle temps réel.

## 21.1 MOTEUR À ROTOR NON BOBINÉ ALIMENTÉ À FRÉQUENCE CONSTANTE

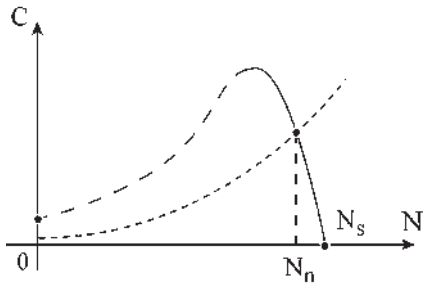


Figure 21.1

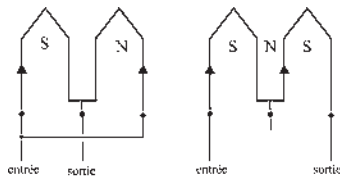


Figure 21.2

### 21.1.1 Caractéristiques naturelles

Les moteurs asynchrones d'induction, à rotor en court-circuit, bobinés ou non, alimentés par le réseau à fréquence constante et tension sinusoïdale imposée, possèdent en régime permanent des caractéristiques  $C(N)$  de type shunt<sup>1</sup> favorables à l'entraînement des machines-outils qui présentent, elles, des couples croissants avec la vitesse (figure 21.1). Ils fonctionnent de manière stable à vitesse rigoureusement constante.

$N = \text{cste}$ , si la charge pour une vitesse donnée reste constante dans le temps, et si l'on ne procède à aucun réglage sur l'une ou l'autre des machines.

### 21.1.2 Moteur à plusieurs gammes de vitesses

Pour tous les moteurs à rotors non bobinés, moteurs à cage, à rotor massif, à double cage ou à encoches profondes, le nombre de pôles du rotor n'est pas déterminé *a priori*. Par la réaction d'induit, le rotor court-circuité crée exactement le même nombre de pôles qu'au stator.

Parmi les dispositifs existants, le système Dahlander (figure 21.2) permet, par changement de couplage stator, de doubler le nombre de pôles et d'obtenir une seconde vitesse de régime, moitié de la première.

### 21.1.3 Variation de vitesse par action sur le primaire

La seule action possible sur le primaire est dans ce cas la variation de la tension d'alimentation. Cette action est applicable à toutes les machines asynchrones d'induction, mais n'est appliquée de fait qu'aux seules machines à rotors non accessibles que sont les machines à rotors non bobinés.

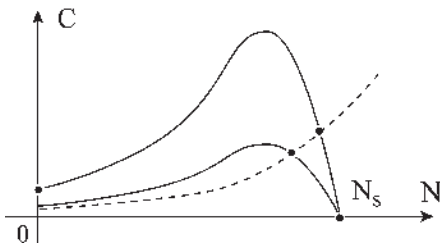


Figure 21.3

Avec une alimentation à fréquence constante, le procédé le plus économique est de faire varier la tension avec un gradateur sur chaque phase.

Malgré tout, le procédé est assez médiocre et ne convient qu'aux charges possédant un couple résistant négligeable aux basses vitesses : ventilateurs, compresseurs et certaines pompes. En abaissant la tension, par exemple de moitié, le couple, proportionnel à  $V^2$ , est divisé par quatre (figure 21.3).

<sup>1</sup> Une caractéristique  $C(N)$  de type shunt, telle que  $dC/dN < 0$  provient historiquement des machines à courant continu à excitation en dérivation (ou en shunt) sur le circuit induit.

### 21.1.4 Moteur associé à un embrayage auxiliaire

Pour les machines disposant déjà d'un embrayage auxiliaire pour le démarrage « en charge », on peut aussi obtenir une variation de vitesse, par exemple, en réglant le courant d'excitation de l'inducteur de l'embrayage électromagnétique.

## 21.2 MOTEUR À ROTOR BOBINÉ ALIMENTÉ À FRÉQUENCE STATORIQUE CONSTANTE

### 21.2.1 Variation de vitesse par action sur le secondaire

Cette action n'est applicable qu'aux seules machines à rotors bobinés munies de bagues où, grâce à un rhéostat extérieur, il est possible de faire varier  $R_2$  en agissant de fait sur  $r_2$ .

$$C_{\max} = m_1 \left( \frac{M V_1}{\ell_{t1}} \right)^2 \frac{p}{2N_2 \omega_s^2} \text{ indépendant de } R_2$$

$$R_2 \text{ avec } R_2 = r_2 \frac{m_2}{m_1} C_{\max} \text{ pour } N_2 g \omega_s = R_2.$$

Avec une augmentation de  $R_2$  on peut obtenir le couple maximal au démarrage (figure 21.4).

Inconvénient : l'augmentation du glissement se fait au détriment du rendement.

Avantages : le  $C_{\max}$  reste constant et l'accroissement des pertes est dissipé à l'extérieur du moteur. Réglage de vitesse avec un rhéostat de glissement ou par tout procédé permettant une variation de  $R_2$ . La possibilité de régler  $N$  entre  $N_s$  et  $0,8 N_s$  est suffisante dans bon nombre d'applications.

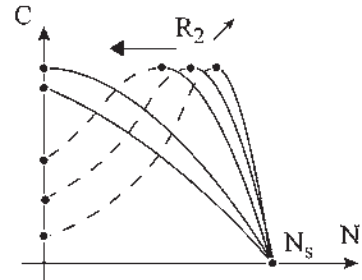


Figure 21.4

### 21.2.2 Récupération de puissance au secondaire

Applicable aux seules machines à rotors bobinés et à bagues. Ce procédé est intéressant car il permet une variation de vitesse assez importante en ne traitant énergétiquement que les pertes rotoriques  $P_{JR} = g P_2$  que « croit » avoir la machine. Il a donné lieu à de nombreuses réalisations en moyennes et fortes puissances. Ne traitant au maximum que 5 % de la puissance de la machine, le procédé reste économiquement compétitif.

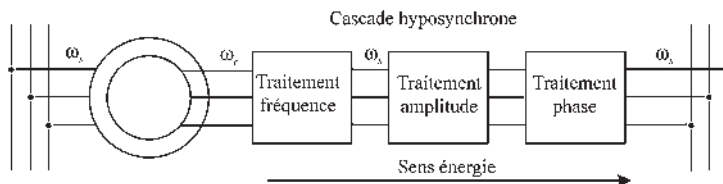


Figure 21.5

Réalisé en « cascade hyposynchrone » (figure 21.5), qui consiste à tirer l'énergie électrique polyphasée de pulsation  $g\omega_s$  par les bagues pour la traiter :

- électromécaniquement par des cascades de machines, montages Scherbius, à récupération électrique triphasée ou montages Kramer, à récupération électrique continue ou même des montages à récupération mécanique ;
- électroniquement aujourd'hui avec les redresseurs et onduleurs, pour la restituer au réseau (énergie électrique polyphasée de pulsation  $\omega_s$ ).

Plus le soutirage est important, plus la machine glisse. Le rendement global du procédé reste bon, l'énergie rotorique traitée étant restituée au réseau.

### 21.2.3 Cascade hyposynchrone électromécanique

La cascade hyposynchrone a pour objectif de régler les problèmes de variation de vitesse d'une certaine amplitude et d'amélioration du  $\cos \varphi$  principalement pour les machines de grandes puissances. Pour les machines de moyennes puissances, l'intégration de la cascade à l'intérieur de la machine donnera naissance aux machines alternatives à collecteur.

#### a) Conventions

Pour faciliter l'exposé, nous noterons avec un indice  $S$  supplémentaire les valeurs des grandeurs obtenues dans le diagramme circulaire simplifié.

$$\bar{I}_{10s} = \frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1}\omega_s} \quad \bar{I}_{2s} \quad \text{courant secondaire} \quad P_{1s} \dots$$

Pour ne pas répéter en permanence le nom des machines nous appellerons :

- « Machine à cage », une machine asynchrone d'induction à rotor à cage incluant toutes les machines à rotor non bobiné ;
- « Machine à bagues », une machine asynchrone d'induction à rotor bobiné et à bagues ;
- « Machine à double alimentation », une machine asynchrone à double alimentation.

#### b) Diagramme simplifié de la machine asynchrone d'induction

En négligeant  $r_1$  (figure 21.6)

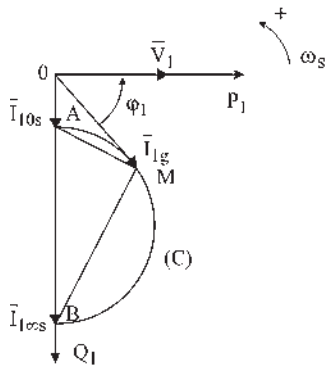


Figure 21.6

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1 + jM\omega_s\bar{I}_2 \\ 0 = R_2\bar{I}_2 + jL_{t2}g\omega_s\bar{I}_2 + jMg\omega_s\bar{I}_1 \end{cases}$$

Équations vectorielles dans l'espace-temps :

$$\bar{I}_{10s} = \frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1}\omega_s} \quad \bar{I}_{1\infty s} = \frac{\bar{V}_1}{jN_1\omega_s}$$

$$N_1 = \ell_{t1} - \frac{M^2}{L_{t2}} \quad \frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1}\omega_s} = \bar{I}_{1g} + \frac{M}{\ell_{t1}}\bar{I}_2 = \bar{I}_{10s}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{1g} &= \bar{I}_{10s} - \frac{M}{\ell_{t1}} \bar{I}_2 \\ \bar{I}_{1g} &= \bar{I}_{10s} \bar{I}_{12} \end{aligned} \quad \boxed{\begin{aligned} \bar{V}_1 &= j\ell_{t1}\omega_s \bar{I}_1 + jM\omega_s \bar{I}_2 \\ 0 &= R_2 \bar{I}_2 + jN_2 g \omega_s \bar{I}_2 + \frac{M}{\ell_{t1}} g \bar{V}_1 \end{aligned}}$$

### 21.2.4 Machine à bagues – machine à double alimentation

Ce sont les mêmes machines à rotors bobinés. Elles sont alimentées au stator par le réseau, le rotor est court-circuité dans la première, tandis qu'il est alimenté par des courants  $m_2$ phasés de pulsation quelconque dans la seconde. Dans la première, les champs stator et rotor sont toujours au synchronisme d'où un démarrage direct possible. Dans la seconde, la mise au synchronisme préalable des champs est nécessaire avant toute utilisation et pendant tout le fonctionnement.

#### a) Imposition de f.é.m. polyphasées de pulsation $g\omega_s$ au secondaire d'une machine à double alimentation

Supposons que le rotor tourne et que les champs soient toujours au synchronisme. Les équations vectorielles s'écrivent :

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= j\ell_{t1}\omega_s \bar{I}_1 + jM\omega_s \bar{I}_2 \\ \bar{E} &= R_2 \bar{I}_2 + jL_{t2}g\omega_s \bar{I}_2 + jMg\omega_s \bar{I}_1 \end{aligned}$$

La f.é.m. imposée est, par phase,  $e = E\sqrt{2} \cos(g\omega_s t - \Psi)$  de pulsation  $g\omega_s$

$$\bar{E} = E.e^{-j\Psi}$$

Choisissons  $E = \text{cste}$  et  $\Psi = \text{cste}$

Pour  $g \rightarrow \infty$   $\bar{I}_{1\infty} = \frac{\bar{V}_1}{jN_1\omega_s} = \bar{I}_{1\infty s}$ , le courant obtenu pour  $g \rightarrow \infty$  est donc le même que celui obtenu dans le diagramme simplifié.

Pour  $g = 0$ , il n'y a plus  $I_2 = 0$  mais  $\bar{E} = R_2 \bar{I}_2$

$$\bar{V}_1 = j\ell_{t1}\omega_s \bar{I}_{10} + jM\omega_s \frac{\bar{E}}{R_2}$$

en divisant par  $j\ell_{t1}\omega_s$  on obtient :

$$\frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1}\omega_s} = \bar{I}_{10s} = \bar{I}_{10} + \frac{M}{\ell_{t1}} \frac{\bar{E}}{R_2}$$

De même, pour un point  $M'$  quelconque

$$\bar{V}_1 = j\ell_{t1}\omega_s \bar{I}_1 + jM\omega_s \bar{I}_2 \quad \frac{\bar{V}_1}{j\ell_{t1}\omega_s} = \bar{I}_{10s} = \bar{I}_{1g} + \frac{M}{\ell_{t1}} \bar{I}_2$$

Les équations vectorielles de fonctionnement en régime permanent peuvent s'écrire :

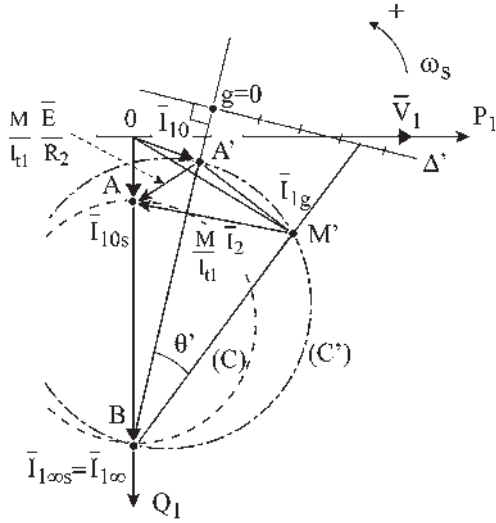


Figure 21.7

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= j\ell_{t1}\omega_s\bar{I}_1 + jM\omega_s\bar{I}_2 \\ \bar{E} &= R_2\bar{I}_2 + jN_2g\omega_s\bar{I}_2 + \frac{M}{\ell_{t1}}g\bar{V}_1 \end{aligned}$$

Montrons que le lieu de  $\bar{I}_{1g}$  dans le plan complexe est un cercle ( $C'$ ) de diamètre  $BA'$  (figure 21.7).

$$\overrightarrow{A'A} = \frac{M}{\ell_{t1}} \frac{\bar{E}}{R_2} \quad \overrightarrow{M'A} = \frac{M}{\ell_{t1}} \bar{I}_2$$

$$\overrightarrow{A'M'} = \frac{M}{\ell_{t1}} \left( \frac{\bar{E}}{R_2} - \bar{I}_2 \right) = \bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10}$$

On calculera  $\overrightarrow{BM'} = \bar{I}_{1g} - \bar{I}_{1\infty}$  en partant de  $\bar{E} - R_2\bar{I}_2$  pour faire apparaître le groupement  $\frac{R_2}{g} \left( \frac{\bar{E}}{R_2} - \bar{I}_2 \right)$ .

$$\text{On obtient : } \overrightarrow{BM'} = \frac{R_2}{g} \left( \frac{\bar{E}}{R_2} - \bar{I}_2 \right) \frac{M}{\ell_{t1}} \frac{j}{N_2\omega_s} \quad \frac{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{1\infty}}{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10}} = j \frac{R_2}{g} \frac{1}{N_2\omega_s} = \frac{\overrightarrow{BM'}}{\overrightarrow{A'M'}}$$

$\overrightarrow{BM'}$  est en avant de  $\pi/2$  sur  $\overrightarrow{A'M'}$ , angle  $BM'A' = \pi/2$ .

Le lieu de  $M'$  est donc un cercle ( $C'$ ) de diamètre  $BA'$ .

Soit  $\theta' = \text{angle } A'BM'$   $\text{tg } \theta' = \frac{A'M'}{M'B} = g \frac{N_2\omega_s}{R_2}$  est proportionnel à  $g$ .

Toute droite  $\Delta'$  parallèle à la tangente au cercle ( $C'$ ) en  $B$  forme un triangle semblable au triangle  $BM'A'$  et peut être graduée linéairement en glissement.

Comme pour les machines asynchrones d'induction, une droite quelconque  $\Delta'$  peut être prise comme axe de glissement en prenant le point de vue  $P$  à l'intersection du cercle  $C'$  et de la sécante menée par  $\bar{I}_{1\infty}$  parallèlement à  $\Delta'$ .

Pour chaque f.é.m. imposée particulière  $\bar{E} = E \cdot e^{-j\Psi}$ ,  $\bar{I}_{1g}$  peut se mettre sous la forme :

$$\bar{I}_{1g} = \frac{(R_2\bar{V}_1 - jM\omega_s E) + g(j\bar{V}_1 L_{t2}\omega_s)}{j\ell_{t1}\omega_s R_2 + g(M^2\omega_s^2 - \ell_{t1}L_{t2}\omega_s^2)} = \frac{\bar{A} + g\bar{B}}{\bar{C} + g\bar{D}}$$

$\bar{I}_{1g}$  étant une fonction homographique de  $g$ , le lieu de  $\bar{I}_{1g}$ , dans le plan complexe, est donc toujours un cercle, de diamètre  $|\bar{I}_{10} - \bar{I}_{1\infty}|$  si l'on néglige  $r_1$ .

**Remarque :** Dans le cas particulier de l'exemple précédent caractérisé par  $E = \text{cste}$  et  $\Psi = \text{cste}$  tous les cercles obtenus pour des valeurs quelconques de  $\bar{E}$  passent par  $\bar{I}_{1\infty} = \bar{I}_{10s}$ . Cette hypothèse correspondra parfaitement à la cascade Scherbius où  $E$  est réglable par le transformateur et  $\Psi$  par le décalage des balais.

Si d'autres hypothèses étaient formulées, par exemple si  $E = Kg$ , les cercles ne pivoteraient plus autour de  $\bar{I}_{10s}$  mais autour de  $\bar{I}_{10s}$ .

**b) Vitesse et variation de vitesse pour une machine asynchrone d'induction**

*Machine à cage*

Sont imposés  $\omega_s$  et  $V_1$ . Prenons un fonctionnement à couple constant.

$$c_m + c_{em} = J \frac{d\Omega}{dt}$$

En régime permanent :

- $C_m$  imposé et  $C_{em}$  imposé.
- Droite (D) imposée.
- Point de fonctionnement M imposé (figure 21.8).

Sont fixés  $P_1, Q_1, I_1, \varphi_1, P_2, I_2, P_{JR} = m_1 R_2 I_2^2 = g P_2$  donc  $g$  fixé et  $\Omega = \Omega_s(1 - g)$  imposé. Dans ce fonctionnement, tout est imposé.

*Machine à bagues*

Mêmes impositions que précédemment. Possibilité de faire varier  $R_2$  par des résistances additionnelles placées entre les bagues rotoriques et le court-circuit.

Même raisonnement que pour la machine à rotor à cage. Sont imposés :

(C), (D), M,  $P_1, Q_1, I_1, \varphi_1, P_2 = P_1, I_2$  mais, la variation de  $R_2$  entraîne celles de  $P_{JR}$ , de  $g$  et de  $\Omega$  (figure 21.9).

$$m_1 \cdot R_2 \cdot I_2^2 = P_{JR} = g \cdot P_2 ; \quad \frac{\omega_s}{P} (1 - g) = \Omega$$

Variateur de vitesse en agissant sur  $R_2$ .

*Comparaison des fonctionnements des machines à cage et à double alimentation*

Prenons pour les deux machines un fonctionnement à couple constant. (figure 21.10).

$C_m = cste, V_1 = cste$  et  $\omega_s = cste$ . Pour la machine à rotor à cage, le point de fonctionnement M est parfaitement déterminé sur (C), et sur (D). Tout est fixé.  $P_1, Q_1, g$ , par  $\tan \theta$  et donc  $\Omega$ .

Pour la machine à double alimentation, nous avons les mêmes impositions  $C_m = cste, V_1 = cste, \omega_s = cste$ , avec en plus  $\bar{E} = E \cdot e^{-j\psi}$  imposé au secondaire d'où  $\bar{I}_{10}$  tel que

$$I_{10} + \frac{M \bar{E}}{\ell_{t1} R_2} = \bar{I}_{10s}$$

Le point de fonctionnement M' est parfaitement déterminé sur (C') et sur (D) mais il est possible de changer (C') en changeant l'amplitude ou la phase de  $\bar{E}$ . Par contre (D) ne change pas. On peut

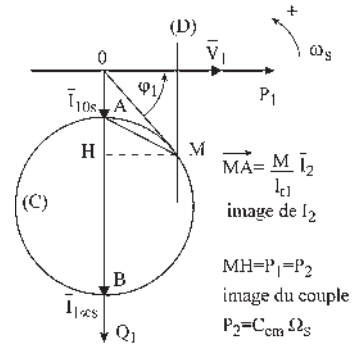


Figure 21.8

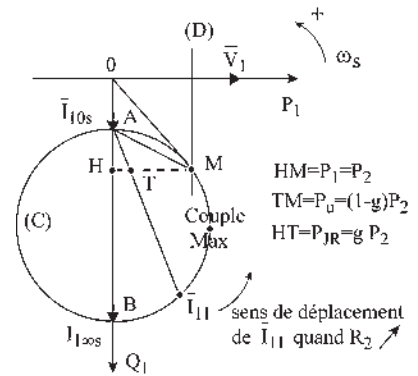


Figure 21.9

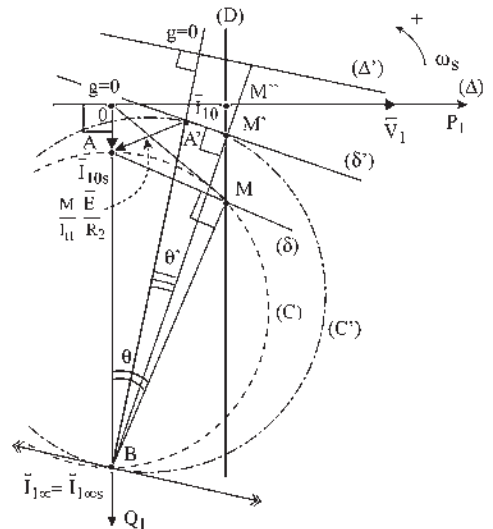


Figure 21.10



donc par action sur  $\overline{E}$  faire bouger  $M'$  sur  $(D)$  et le placer en  $M$ , en  $M'$  ou en  $M''$ . En  $M$  la machine absorbe  $P_1, Q_1$ . En  $M'$  elle absorbe  $P_1, Q_1/5$  et en  $M''$   $P_1$  et  $Q_1 = 0$ . Au-delà, elle pourrait fournir du réactif au réseau.

Réciproquement, on pourra *a priori* décider de la valeur de  $Q_1 > 0$  ou  $< 0$  en fixant le point  $M'$ . Mais fixer  $M'$  ne revient pas à fixer le cercle  $(C')$  mais seulement deux points du cercle  $M'$  et  $B$ . Une infinité de cercles  $(C')$  sont possibles. Chacun de ces cercles est caractérisé par son point  $A'$  avec  $\overrightarrow{OA'} = \overline{I}_{10}$  et  $\overrightarrow{A'A} = \frac{M}{\ell_{t1}} \overline{E}$ .

$A'B$  diamètre du cercle et angle  $A'M'B = \pi/2$ .

Une fois choisi le point  $M'$ , tous les points  $A'$  de cette infinité de cercles  $(C')$  sont sur la droite  $(\delta')$  passant par  $M'$  et perpendiculaire à  $BM'$ .

Pour un point  $M'$  choisi, fixant le  $Q_1$  absorbé par la machine, on constate que chaque point  $A'$  sur la droite  $(\delta')$  fixe  $\theta'$  donc le glissement et la vitesse de rotation  $\Omega$  du rotor.  $\overline{E}$  est de pulsation  $g\omega_s$ .

En imposant  $\overline{E}$  en amplitude et en phase, on impose de fait  $\overline{I}_{10}$  et  $M'$  c'est-à-dire l'absorption de réactif  $Q_1$  et la vitesse  $\Omega$ .

### c) Variation de vitesse et de puissance réactive absorbée au primaire par action sur le secondaire

On peut donc pour cette machine à double alimentation, alimentée à  $\omega_s$  et  $V_1$  constants, entraînant une charge à couple  $C_m$  constant et à qui l'on impose au secondaire une f.é.m. de pulsation  $g\omega_s$ , choisir *a priori* la puissance réactive  $Q_1$  absorbée au primaire et la vitesse de rotation en agissant sur l'amplitude  $E$  et sur la phase  $\Psi$  de cette f.é.m. imposée au secondaire.

Si l'on désire  $M'$  en  $M$ , c'est-à-dire  $P_1 = P_{1s}$  et  $Q_1 = Q_{1s}$ , alors  $\overline{I}_2 = \overline{I}_{2s}$  et  $\overline{E}$  en phase avec  $\overline{I}_2$  puisque  $(\delta')$  est confondue avec  $(\delta)$ . En réglant l'amplitude  $E$ , le point  $A'$  se déplace sur  $(\delta)$ . À chaque position de  $A'$  correspond une vitesse particulière de rotation.

Si  $A'$  est en  $A$  (figure 21.11),  $E = 0$ . Le fonctionnement de la machine est semblable à celui de la machine à cage.

Si  $A'$  est en  $M$ ,  $\overline{E} = R_2 \overline{I}_2 = R_2 \overline{I}_{2s}$ ,  $\theta' = 0$  et  $g = 0$  la machine tourne au synchronisme.

Fonctionnements possibles en hypo ou en hypersynchrone en déplaçant  $A'$  sur  $(\delta)$ , en absorbant toujours  $P_{1s}$  et  $Q_{1s}$ .

$$\overline{E} = R_2 \overline{I}_{2s} + j N_2 g \omega_s \overline{I}_{2s} + \frac{M}{\ell_{t1}} g \overline{V}_1.$$

L'équation vectorielle du secondaire montre (figure 21.12) que l'on règle  $g$  et  $\Omega = \frac{\omega_s}{p} (1 - g)$  par l'amplitude de  $\overline{E}$ .

Si  $M'$  n'est pas en  $M$ , on placera le point  $M'$  sur la droite  $(D)$  principalement entre  $M$  et  $M''$  pour réaliser une compensation partielle ou totale de la machine.

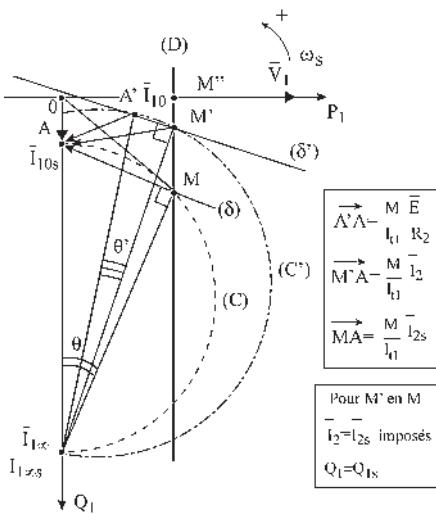


Figure 21.11

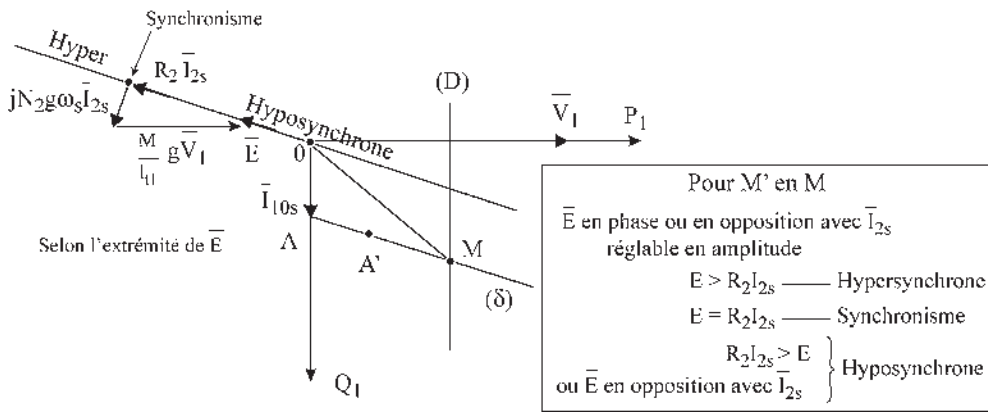


Figure 21.12

Prenons par exemple :  $M'$  en  $M''$  (figure 21.13).

Alors  $P_1 = P_{1s}$        $Q_1 = 0$

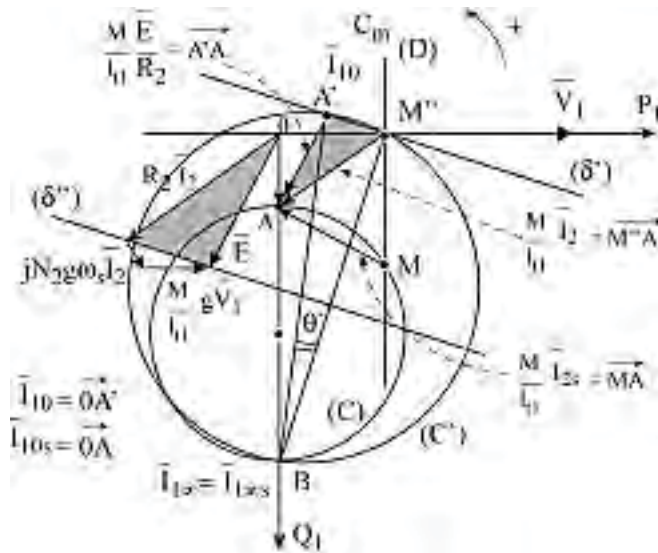


Figure 21.13

$M''$  étant choisi, une infinité de cercles  $(C')$  passent par  $B$  et  $M''$ . Tous les points  $A'$  de ces cercles sont sur la droite  $(\delta')$  perpendiculaire à  $BM''$ .

Les vecteurs  $\vec{A'A}$ ,  $\vec{M''A}$  et  $\vec{MA}$  sont distincts.

Seul le vecteur  $\vec{A'A} = \frac{M}{\ell_{t1}} \frac{\vec{E}}{R_2}$  est réglable.  $\vec{I}_2$  et  $\vec{I}_{2s}$  sont imposés.

Selon le déphasage de  $I_2$  par rapport à  $\vec{I}_{2s}$  il y a injection ou soutirage de réactif au secondaire. L'équation vectorielle du secondaire, pour laquelle  $R_2 \vec{I}_2$  est imposé,  $\vec{E} = R_2 \vec{I}_2 + jN_2 g \omega_s I_2 + \frac{M}{\ell_{t1}} g \vec{V}_1$  montre que l'on règle  $g$  et la vitesse par action sur  $\vec{E} = E e^{-j\psi}$ .

Lorsque le point  $A'$  se déplace sur  $(\delta')$  l'extrémité du vecteur  $\vec{E}$  se déplace sur  $(\delta'')$  parallèle à  $(\delta')$  (figure 21.14).

Si  $A'$  est  $M''$   $\vec{E} = R_2 \vec{I}_2$   $g = 0$  la machine tourne au synchronisme.

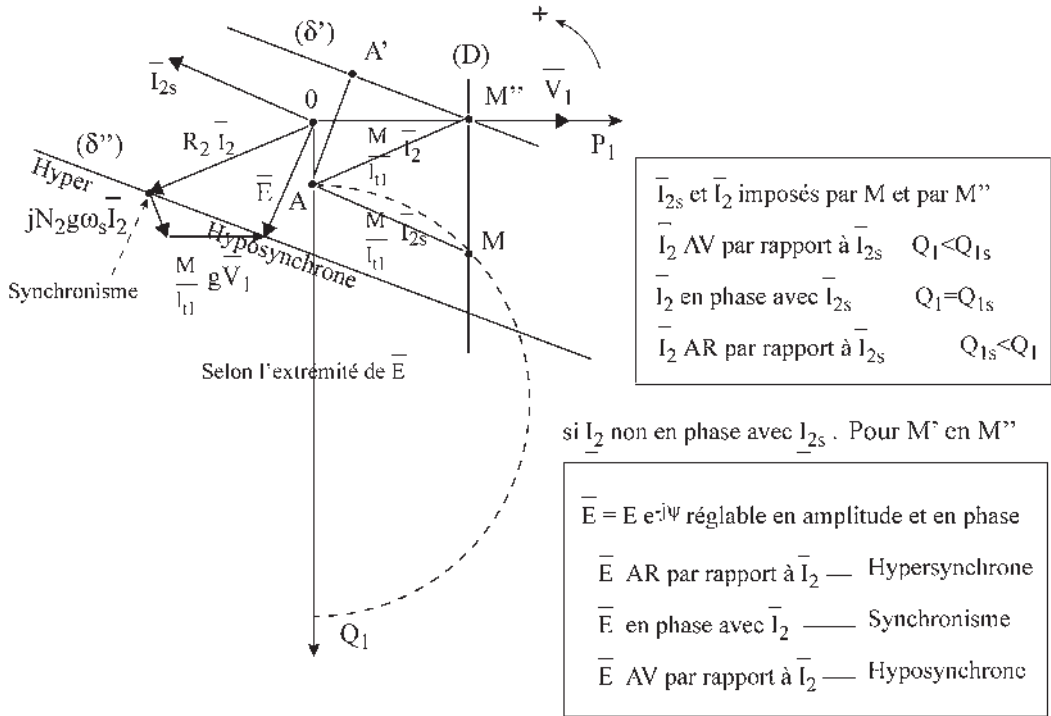


Figure 21.14

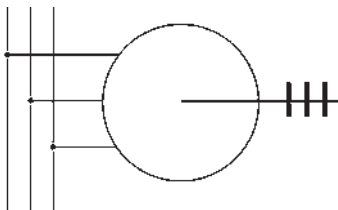


Figure 21.15

**Bilan réactif** Il dépend de la position de  $M$  par rapport à  $M'$ .

Le réseau fournit la puissance réactive  $Q_1$  demandée.

Si l'on fournit par le secondaire la puissance réactive  $Q_m$  nécessaire à la machine, elle n'en prend pas sur le réseau (figure 21.15).

**Intérêt de la compensation** La machine consomme  $Q_m$  pour sa magnétisation. Possibilité de fourniture ou d'absorption de puissance réactive au réseau.

En pratique, on fournira du réactif par le secondaire pour réaliser une compensation partielle, voire totale de la machine. Si l'on fournit  $Q_m$  par le secondaire,  $Q_1 = 0$ .

Le bilan réactif dépend du déphasage de  $\vec{I}_2$  par rapport à  $\vec{I}_{2s}$ .

**Bilan actif** Il dépend de la position de  $M'$  par rapport à  $A'$ . Fonctionnement à couple constant sur réseau,  $V_1 = \text{cste}$ ,  $\omega_s = \text{cste}$ , en négligeant les pertes autres que les pertes Joule rotor.

### Machines à bagues

Le réseau fournit la puissance active constante (figure 21.16).

$$P_{1s} = P_1 = P_2 = C\Omega_s$$

Puissance de glissement  $gP_2 = P_{JR} = m_1 R_2 I_2^2$

$$P_u = (1 - g)P_2$$

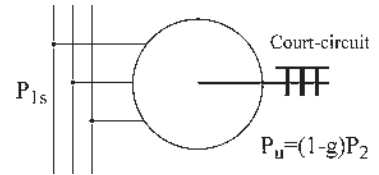


Figure 21.16

### Machines à double alimentation

(figure 21.17).

$$gP_2 = P_{JR} \pm P$$

$$P_{JR} = m_1 R_2 I_2^2 \quad P_u = (1 - g)P_2$$

Pour la machine à bagues, la puissance de glissement  $gP_2$  est nécessaire pour assurer un courant secondaire  $I_{2s}$  créateur du couple par interaction avec l'induction stator.

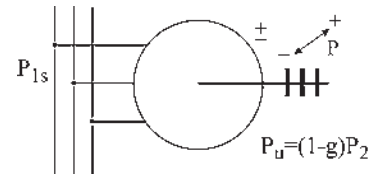


Figure 21.17

$$C = pm_1 M I_{2s} I_1 \cos \varphi_2 \quad \cos \varphi_2 = \sin \left( \varphi_2 + \frac{\pi}{2} \right) = \sin (\vec{I}_2, \vec{I}_1),$$

$$\vec{C} = pm_1 M (\vec{I}_{2s} \wedge \vec{I}_1) = pm_1 (\vec{I}_{2s} \wedge \vec{\Phi}_{2s}) = pm_1 (\vec{\Phi}_{1r} \wedge \vec{I}_1)$$

Cette puissance  $gP_2$  est entièrement consommée en effet Joule.

Pour la machine à double alimentation, la puissance de glissement  $gP_2$  est toujours égale aux pertes Joule rotor mais augmentée de la puissance active soutirée aux bagues ou diminuée de la puissance active injectée au rotor.  $gP_2 = P_{JR} + P_{\text{soutirée}} - P_{\text{injectée}}$ . Dans la cascade hyposynchrone, on soutirera la puissance active au rotor  $gP_2 = P_{JR} + P$ .

Le fonctionnement au synchronisme serait obtenu en injectant une puissance active  $P$  égale aux pertes Joule rotor.

$$P_{JR} = m_1 R_2 I_2^2 \quad gP_2 = P_{JR} - P = 0 \quad A' \text{ en } M' \quad \vec{E} = R_2 \vec{I}_2$$

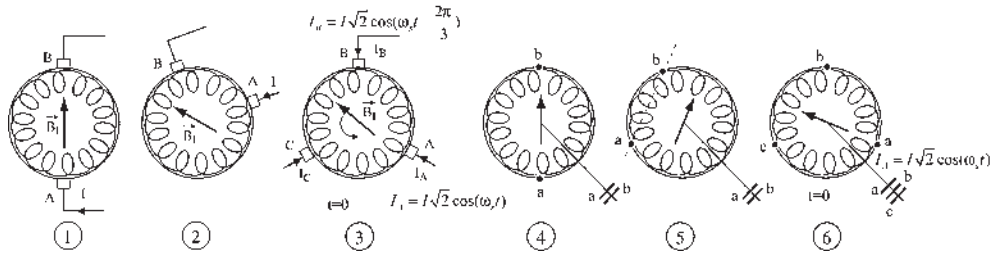
Le bilan actif se fait par comparaison de  $\vec{E}_2$  avec  $\vec{I}_2$ . Synchronisme si  $\vec{E}_2 = R_2 \vec{I}_2$ .

**d) Élaboration de f.é.m. polyphasées de pulsation  $g\omega_s$**

*Propriétés du rotor à collecteur des machines à courant continu<sup>2</sup>*

Placé dans un stator ferromagnétique pour favoriser le champ, (figure 21.18), un tel rotor parcouru par un courant continu  $I$  donne un champ  $\vec{B}_I$  de direction fixe (1) quelle que soit la rotation du rotor  $> 0$ ,  $< 0$  ou  $= 0$ .

Le champ  $\vec{B}_I$  est parallèle à la ligne des balais  $AB$  (2) même si les balais ne sont pas diamétraux. Si le courant  $I$  est alternatif, ces champs sont pulsants, alternatifs de directions fixes.



**Figure 21.18**

En conséquence, un rotor à collecteur muni de trois balais tripositionnés, décalés de  $2\pi/3$  dans l'espace, et par lesquels arrivent trois courants triphasés équilibrés, donne un champ tournant dans l'espace à la vitesse angulaire  $\omega_s$ . Le champ passe par un balai lorsque le courant est maximal dans ce balai.  $I_A$  maximal,  $J_{BC} = 0$ . La rotation du champ dans l'espace est indépendante de la rotation du rotor. On peut mettre à volonté 2, 3,  $q$  balais équidistants (3).

On peut aussi équiper ce rotor de bagues reliées électriquement à des points fixes  $a, b, c$ , de l'enroulement et qui tournent avec lui. Alimenté par un courant continu  $I$  rentrant par la bague  $a$ , ce rotor donne un champ  $\vec{B}_I$  de direction fixe par rapport au rotor, mais tournant dans l'espace à la vitesse angulaire de rotation du rotor (4) (5). Si le courant est alternatif, on obtient un champ alternatif de direction fixe par rapport au rotor, ce champ pulsant tourne dans l'espace à la vitesse angulaire  $\omega$  du rotor.

En conséquence, un rotor à bagues, à bobines tripositionnées alimentées en triphasé équilibré de pulsation  $\omega_s$ , donne un champ tournant par rapport au rotor à la vitesse  $\omega_s$  de pulsation des courants. Ce champ tourne dans l'espace à la vitesse  $\omega_s + \omega$  si le rotor tourne à  $\omega$  dans le même sens (6).

Vu de l'extérieur depuis les bagues  $a, b, c$ , le rotor (6) se comporte comme trois inductances montées en triangle quels que soient la vitesse ou les sens de rotation du rotor.

Vu de l'extérieur depuis les balais  $A, B, C$ , le rotor (3) est inductif si  $\omega < \omega_s$ , résistif si  $\omega = \omega_s$  et capacitif si  $\omega > \omega_s$  avec toujours  $\omega$  et  $\omega_s$  de même sens.

En effet, le champ tourne dans l'espace par rapport aux balais  $A, B, C$  à  $\omega_s$  compté  $> 0$ . Si le rotor est entraîné dans le même sens à  $\omega < \omega_s$  le champ tourne par rapport au rotor à  $g\omega_s > 0$  (figure 21.19).

<sup>2</sup> Il est conseillé d'aborder cette partie en ayant connaissance de la machine à courant continu.

À  $t = 0$ ,  $i_A$  et  $e_{BC}$  sont maximaux tandis que  $\bar{E}_A$  est en AV de  $\pi/2$  sur  $\bar{E}_{BC}$  et  $\bar{E}_A$  en AV de  $\pi/2$  sur  $\bar{I}_A$ . Le rotor qui est la charge est donc inductif.

Si  $\omega > \omega_s$ , le champ tourne par rapport au rotor à  $g\omega_s < 0$ . Au synchronisme,  $g$  change de signe. À  $t = 0$ ,  $i_A$  et  $e_{CB}$  sont maximaux et  $\bar{E}_A$  est en AR de  $\pi/2$  sur  $\bar{I}_A$ . Le rotor est capacitif.

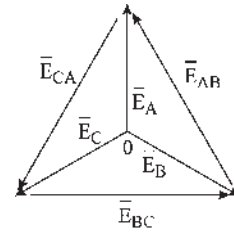


Figure 21.19

Changeur de fréquence à collecteur et à bagues

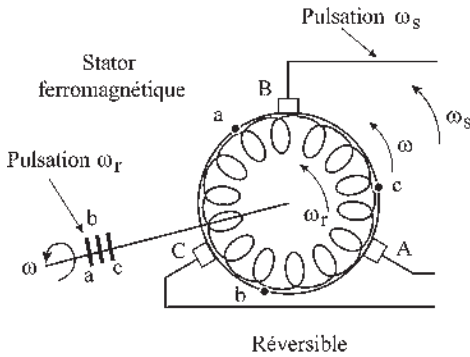


Figure 21.20

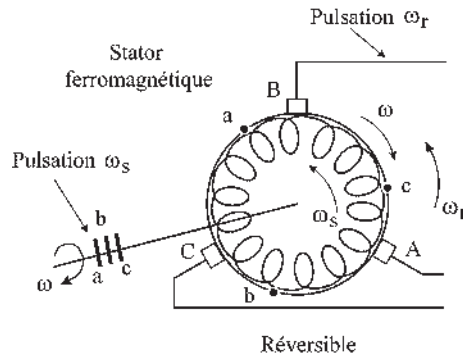


Figure 21.21

Raisonnons sur un rotor bipolaire à collecteur et à bagues (figure 21.20). Les balais  $A B C$  étant alimentés par des courants polyphasés équilibrés de pulsation  $\omega_s$ , on obtient un champ tournant à la vitesse angulaire  $\omega_s$  dans l'espace. Si le rotor tourne à  $\omega$  dans le même sens on recueille aux bagues des f.é.m. triphasés de pulsation  $\omega_r = \omega_s - \omega$ .

Ce dispositif réversible peut être alimenté en  $\omega_s$  par les balais ou en  $\omega_r$  par les bagues. Il fonctionne à l'arrêt,  $\omega = 0$ , comme un transformateur triphasé de rapport  $n_2/n_1 = 1$ , à réglage de phase par positionnement du rotor. Il fonctionne en rotation comme un transformateur/changeur de fréquence. On peut aussi (figure 21.21) l'alimenter de manière réversible en  $\omega_s$  par les bagues, ou en  $\omega_r$  par les balais à condition de l'entraîner en sens contraire.

On peut obtenir, avec un rapport  $\frac{n_2}{n_1} = 1$  une tension aux bagues d'amplitude inférieure à la tension du réseau en plaçant un transformateur triphasé réglable entre les balais  $A B C$  et le réseau.

On peut obtenir un rapport  $n_2/n_1 \neq 1$  en munissant le rotor de deux enroulements distincts fermés sur eux-mêmes (figure 21.22). On peut régler la phase des f.é.m.  $e_{ba}$  par le déplacement des balais.

Pour  $I_{A \max}$  le champ stator passe par le balai  $A$ .

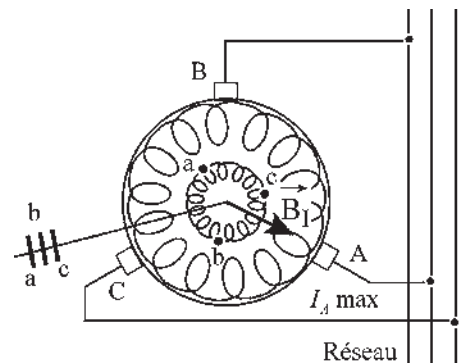


Figure 21.22

## e) Cascade hyposynchrone électromécanique de type Scherbius

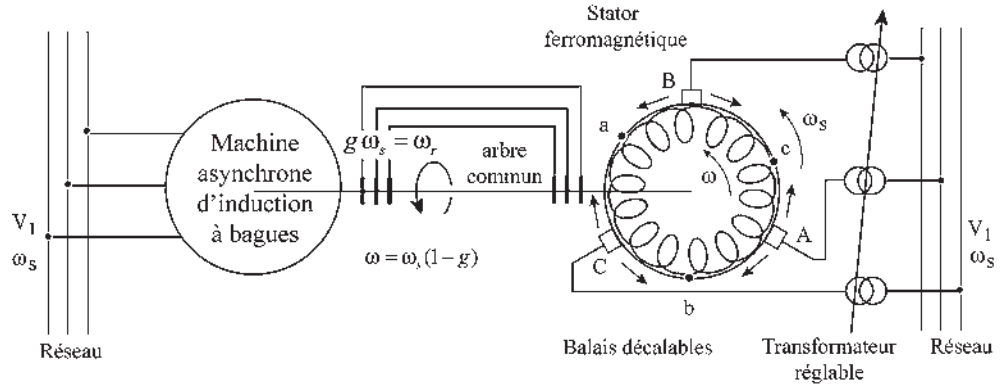


Figure 21.23

La machine asynchrone d'induction à bagues et le changeur de fréquence, étant couplés mécaniquement par l'arbre commun et électriquement par les bagues, forment un ensemble cohérent. Cet ensemble peut démarrer directement par mise sous tension simultanée de la machine et du changeur de fréquence (figure 21.23). Au démarrage,  $g = 1$ , pulsation  $\omega_s$  au rotor. Avec la rotation :

- le changeur de fréquence impose au secondaire de la machine des f.é.m. polyphasées de pulsation  $\omega_r = \omega_s - \omega = \omega_s - \omega_s(1 - g) = g\omega_s$  ;
- dans la machine, les champs stator et rotor sont toujours au synchronisme. Il n'y a pas de décrochage. On dirait aujourd'hui que l'arbre commun assure l'autopiloteage de la fréquence rotorique.
- Les f.é.m. polyphasées imposées au secondaire sont de type  $\bar{E} = Ee^{-j\Psi}$  avec  $E = \text{cste}$ , réglables par le transformateur et  $\Psi = \text{cste}$ , réglable par le déplacement simultané des trois balais A B C dans le même sens.

Pour cette cascade alimentée par le réseau  $\omega_s = \text{cste}$ ,  $V_1 = \text{cste}$ . On peut donc régler la puissance réactive  $Q_1$  absorbée au primaire et la vitesse de rotation de la machine asynchrone.

Bien que le changeur de fréquence soit réversible, la pratique industrielle a imposé la cascade hyposynchrone avec sens de transfert de l'énergie du secondaire de la machine vers le changeur de fréquence avec restitution de l'énergie au réseau. L'énergie de glissement  $gP_2$  étant en grande partie récupérée, le rendement de la cascade est acceptable même pour  $g \approx 0,5 > 0$ .

**Rendement de la cascade**

Prenons le point de fonctionnement de la machine à cage au point  $M$ , défini au paragraphe 21.2.4.b, avec un glissement  $g = 0,05$ . Le rendement est  $\eta = 1 - g = 0,95$ .

Prenons pour la cascade le point  $M'$  en  $M$  comme au paragraphe 21.2.4.c. Alors  $P_1 = P_2 = P_{1s} = P_{2s}$  et  $Q_1 = Q_{1s}$ . On absorbe les mêmes puissances active et réactive sur le réseau.  $I_2 = I_{2s}$  et  $\bar{E}$  est en phase avec  $\bar{I}_2$ .

À chaque position de  $A'$  sur  $(\delta)$  correspond une vitesse particulière.

Prenons  $A'$  en  $M$ ,  $\bar{E} = R_2 \bar{I}_2 = R_2 \bar{I}_{2s}$  et  $\theta' = 0$ .  $g = 0$ , la machine tourne au synchronisme (figure 21.24). La puissance apparente complexe fournie au niveau des bagues est :

$$\bar{S} = m_1 \bar{E}_2 \bar{I}_2^* = m_1 R_2 I_2^2$$

$$g P_2 = P_{JR} - \underbrace{m_1 R_2 I_2^2}_{\text{(injectée)}} = 0 \text{ au synchronisme}$$

$$\eta_{\text{cascade}} = \frac{P_U}{P_{\text{abs}}} = \frac{P_2}{P_2 + P_{JR}} = \frac{P_2}{P_2 + 0,05 P_2} = \frac{1}{1,05} = 0,95$$

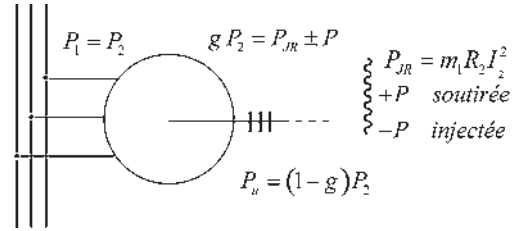


Figure 21.24

Prenons  $A'$  sur  $(\delta)$  au-delà de  $A$  tel que  $g = 0,5$

$$\eta_{\text{cascade}} = \frac{P_U}{P_{\text{abs}}} = \frac{0,5 P_2}{P_2 - g P_2 + P_{JR}} = \frac{0,5 P_2}{0,55 P_2} = 0,9$$

Rendement très acceptable pour un glissement important. Avec ce même glissement de 0,5 la machine à cage aurait un rendement de  $\eta \simeq 1 - g = 0,5$ .

### Intégration de la cascade

En détaillant chaque cascade de type Scherbius, on peut remarquer que les bagues sont complètement inutiles sur un arbre commun, une liaison par fil des points de bagues des rotors serait suffisante. L'intégration dans la « nouvelle machine » peut aller jusqu'à la suppression de la partie grisée (figure 21.25), le rotor à collecteur et sans bagues sorties étant le rotor de cette nouvelle machine appelée « machine alternative à collecteur ».

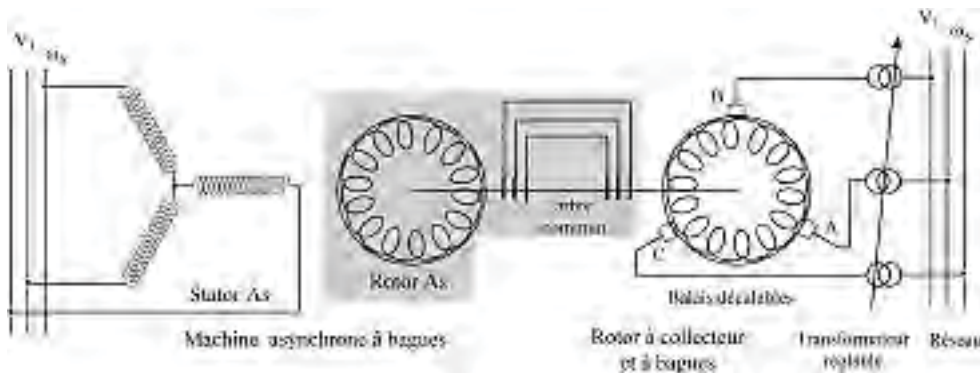


Figure 21.25

## 21.2.5 Machines alternatives à collecteur

Elles s'obtiennent par intégration en une seule machine de la cascade hyposynchrone. Démarrage direct et variation de vitesse sont possibles sans artifice extérieur.



**a) Machine asynchrone triphasée shunt à collecteur**

L'intégration précédente donne lieu à deux réalisations industrielles :

– à **double alimentation** (figure 21.26) où les balais sont fixes et le transformateur réglable.

$$\vec{C} = \vec{M}_r \wedge \vec{B}_s ;$$

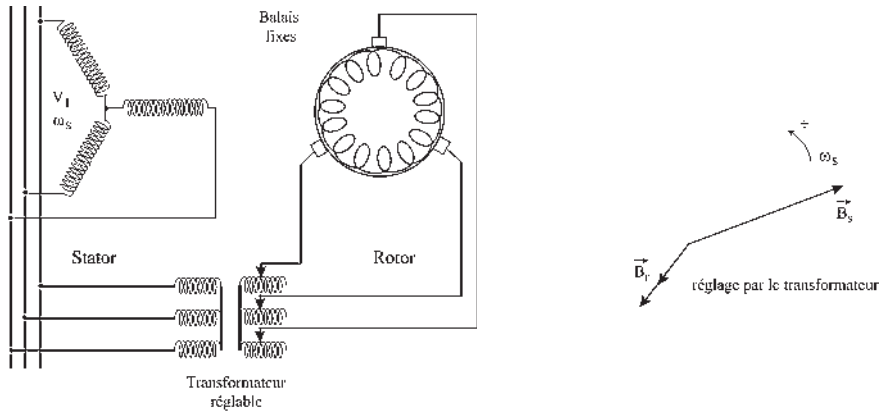


Figure 21.26

– à **alimentation statorique** (figure 21.27) où les balais sont mobiles simultanément et solidairement tandis que le transformateur réalisé en autotransformateur est à points fixes.

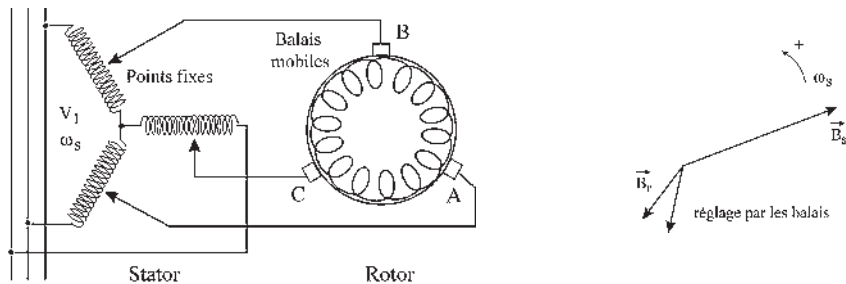


Figure 21.27

**b) Machine asynchrone triphasée shunt à alimentation rotorique – machine Schrage**

Une machine asynchrone calculée et dimensionnée en conséquence peut être alimentée au rotor (primaire) par le réseau tandis que le stator (secondaire) est fermé en court-circuit.

**Attention :** Cela ne signifie pas qu'une machine asynchrone soit réversible en alimentant au choix le stator ou le rotor par le réseau. Il faut que l'enroulement correspondant soit adapté à la tension.

On trouve par exemple,  $V_1 = 220 \text{ V}$ ,  $E_{20} = 30 \text{ V}$ , 50 Hz.

Conception – compréhension

En court-circuitant tous les points *D*, la machine asynchrone démarre en machine à bagues en entraînant par l'arbre commun le rotor à collecteur et à bagues alimenté par le réseau.

On retrouve aux bornes des balais *AA'*, *BB'*, *CC'* (figure 21.28) des f.é.m. triphasées de pulsation  $\omega_r = g\omega_s$ , réglables en amplitude si l'on déplace les trois balais *A B C* dans un sens et les balais *A' B' C'* en sens inverse en gardant les mêmes bissectrices *1R*, *2R*, *3R*. On changerait la phase si on les déplaçait simultanément et solidairement

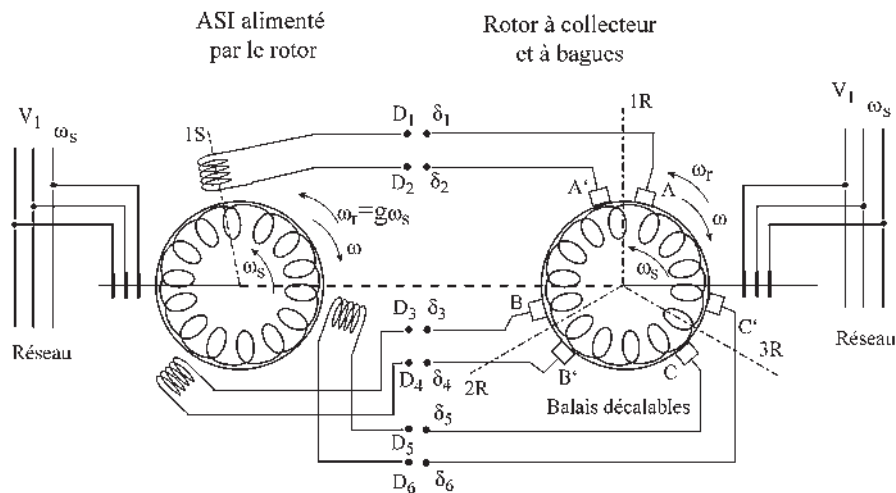


Figure 21.28

Réalisation

Les points *D* étant réunis aux points  $\delta$  correspondants, la machine Schrage est obtenue en intégrant la cascade (figure 21.29). Elle fonctionne comme une machine à bagues alimentée par le rotor si les balais sont court-circuités, *A* en *A'*, *B* en *B'* et *C* en *C'*.

Construite pour des puissances de 2 à 300 kW, on obtient des variateurs de type 600/1 200 tr/min à 700/1 900 tr/min. On l'utilise exclusivement en moteur Schrage.

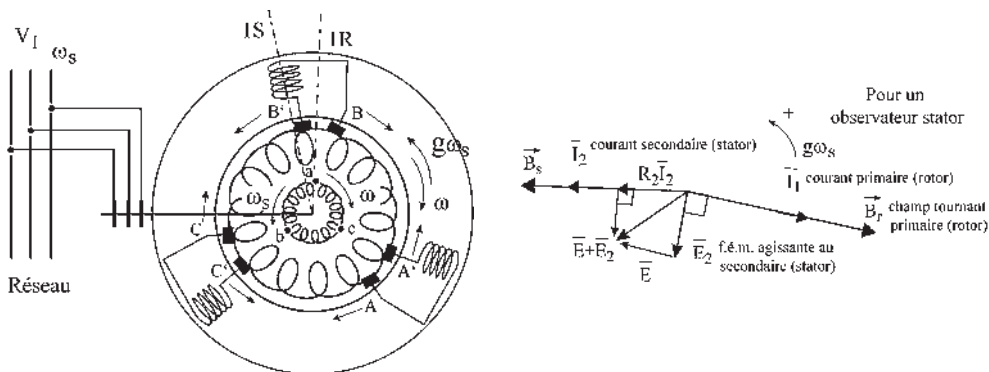


Figure 21.29

Par l'écartement des balais  $AA'$ , on injecte la f.é.m.  $\overline{E}$  d'amplitude réglable. La phase imposée par le constructeur dépend de l'angle électrique entre  $1S$  et  $1R$ .

### c) Machine asynchrone triphasé série à collecteur

On recherche une caractéristique de type « série » en liant les courants stator et rotor.

#### Conception – compréhension

Même raisonnement de compréhension que précédemment, en court-circuitant les points  $D$  (figure 21.30). Les f.é.m. obtenues aux points  $\delta$  sont triphasées, de pulsation  $\omega_s$ , d'amplitudes réglables par le transformateur  $T$  et de phases réglables par la position simultanée et solidaire des trois balais  $A, B, C$ .

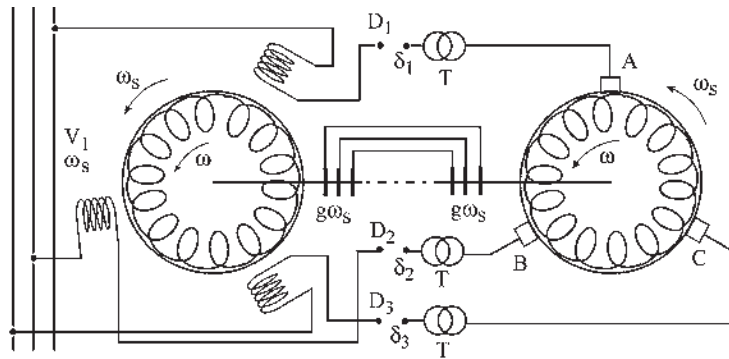


Figure 21.30

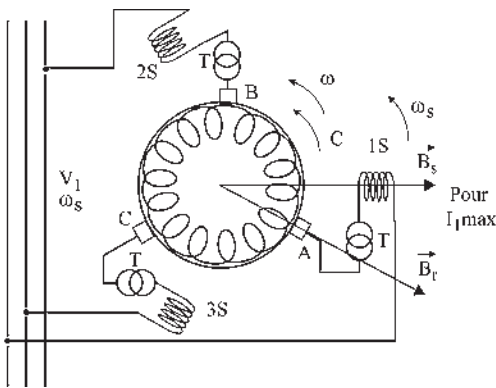


Figure 21.31

#### Réalisation

Après intégration et réunion des points  $D$  et  $\delta$ , il ne reste que deux champs tournants au synchronisme à  $\omega_s$ , positionnés comme l'indique la figure 21.31 pour  $i_1$  maximal.

Le déplacement simultané et solidaire des trois balais permet le démarrage et la variation de vitesse en moteur ou le fonctionnement en générateur dans le même sens de rotation.

L'inversion du sens de marche s'obtient par inversion de deux phases stator avec simultanément l'inversion du calage des balais.

## 21.2.6 Montages en cascades

Par la mise en cascade d'une machine à collecteur de petite puissance, on peut améliorer les performances d'une machine asynchrone à rotor bobiné de grande puissance.

On peut ainsi obtenir une amélioration du  $\cos \varphi$ , autoriser une petite plage de variation de vitesse, atteindre l'hypersynchronisme ou une augmentation du couple maximal.

### a) Compensation

➔ **Compensateur Leblanc** (figure 21.32). Machine asynchrone à rotor bobiné en cascade électrique et mécanique avec un rotor à collecteur tournant dans son propre champ. Stator ferromagnétique. Rotor capacitif si  $\omega_{\text{rotor}} > \omega_s$ , pulsation aux balais *ABC*.

Exemple : compensation d'un concasseur de 10 MW.

➔ **Moteur auto-compensé** (figure 21.33). Machine intégrant en une seule machine, une machine asynchrone à rotor bobiné de grande puissance en cascade avec un moteur shunt à collecteur à double alimentation. Les champs statoriques tournent à  $\omega_s$ . Le couplage mécanique impose la même pulsation rotorique. Autopilotage.

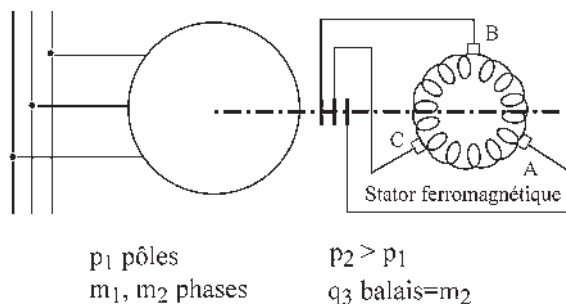


Figure 21.32

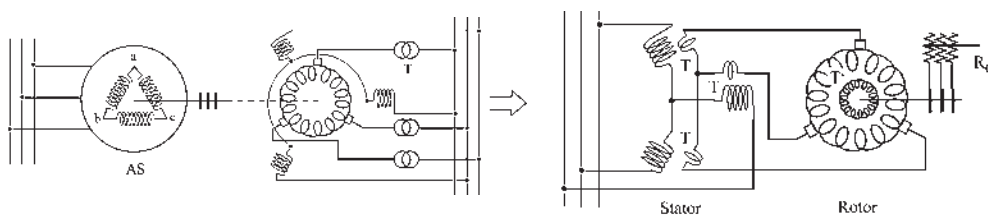


Figure 21.33

Après intégration, deux bobinages statoriques couplés. De même au rotor où l'un des bobinages aboutit au collecteur tandis que l'autre aboutit à des bagues pour insérer un rhéostat de démarrage.

### b) Récupération de l'énergie rotorique – cascade hyposynchrone

*Récupération en alternatif triphasé de pulsation  $\omega_s$  sur le réseau*

C'est le cas de la cascade Scherbius et des machines alternatives triphasées à collecteur (cascade intégrée), caractérisées par :

- la réversibilité énergétique rotorique ;
- l'autopilotage par l'arbre entraînant le synchronisme des champs ;
- le démarrage direct et les réglages de  $E$  et  $\Psi$  ;
- le réglage possible de  $Q_1$  et de la vitesse.

*Récupération en continu – cascade Kramer*

Intéressante à l'époque où l'on disposait des deux réseaux, triphasé et continu, à l'intérieur du site industriel. Aujourd'hui, seulement alimenté en alternatif, on produit l'alimentation en continu dans la machine outil où il est utilisé.

Cascade uniquement électrique entre un asynchrone et une commutatrice <sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Pour comprendre la commutatrice, voir le chapitre 31.

Une commutatrice est l'intégration en une seule machine d'une machine synchrone inversée et d'une machine à courant continu montées sur le même arbre (figure 21.34).

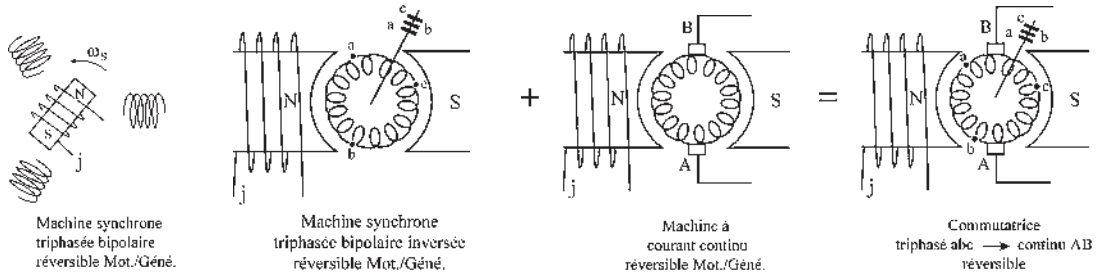


Figure 21.34

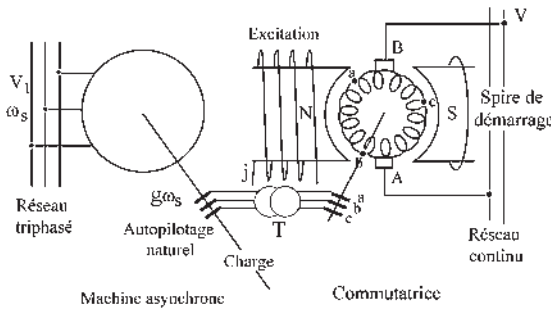


Figure 21.35

Après le démarrage du moteur asynchrone (figure 21.35) dont le rotor est fermé sur le bobinage de la commutatrice, il impose la pulsation  $g\omega_s$  au rotor de la commutatrice qui démarre en asynchrone à vide sur la spire de démarrage, amortisseur surdimensionné.

**Récupération mécanique**

Une fois accrochée au réseau continu, le réseau impose la tension aux bagues abc, le rapport des tensions alternatives et continues étant constant dans une commutatrice. La tension aux bagues est de pulsation  $g\omega_s$ . Il existe une possibilité de réglage de  $E$  imposé au secondaire de l'asynchrone par un transformateur réglable  $T$  placé entre les bagues rotoriques. Le réglage de  $\Psi$  se fait par l'excitation, comme la surexcitation ou la sous-excitation d'une machine synchrone.

Mise en cascade électrique et mécanique d'une machine asynchrone à rotor bobiné avec une machine asynchrone triphasée série à collecteur (figure 21.36). L'énergie de glissement est transformée en énergie mécanique par la seconde machine qui fournit un couple supplémentaire s'ajoutant à celui du moteur à induction. Réglage par déplacement des balais.

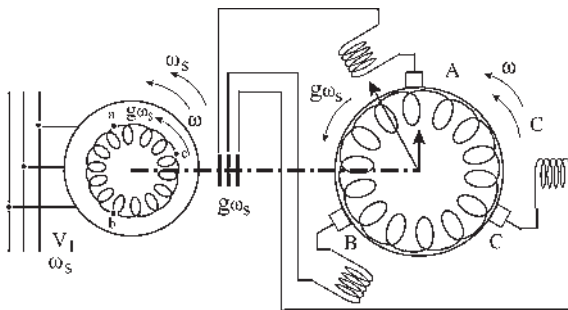


Figure 21.36

Mise en cascade électrique et mécanique d'une machine asynchrone à rotor bobiné avec une machine asynchrone triphasée série à collecteur (figure 21.36). L'énergie de glissement est transformée en énergie mécanique par la seconde machine qui fournit un couple supplémentaire s'ajoutant à celui du moteur à induction. Réglage par déplacement des balais.

La caractéristique obtenue est de type « série » mais en étant simplement tombante en partant de la vitesse de synchronisme à vide et non pas infinie comme pour le moteur série à courant continu.

Cette machine ne risque plus de s'emballer à vide. Bien que ces procédés de récupération ne soient plus utilisés, ils sont historiquement intéressants car ils ont ouvert la voie aux procédés (électroniques) de traitement de l'énergie électrique de récupération.

### 21.2.7 Cascades hyposynchrones électroniques

Malgré l'apparition des premiers dispositifs électroniques (redresseur à vapeur de mercure, 1906, thyatron, 1932) permettant les premières expérimentations, ce n'est qu'à l'apparition des dispositifs électroniques à semi-conducteurs de traitement de l'énergie (redresseurs au silicium, 1954, diodes, 1956, thyristors, 1964, transistors de puissance, 1966) que la cascade hyposynchrone a été adaptée à ces nouvelles technologies et développée (figure 21.37) au laboratoire d'électrotechnique et d'électronique industrielle de l'ENSEEIH par le professeur M. Teissié-Solier.

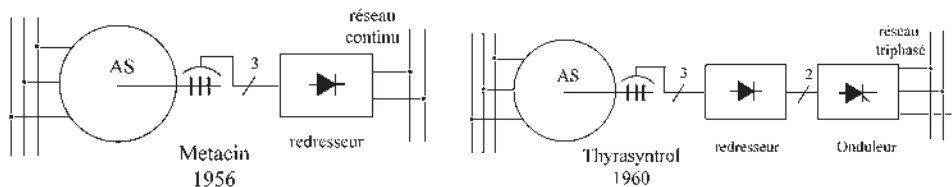


Figure 21.37

Les cascades électroniques les plus utilisées aujourd'hui sont (figure 21.38) à convertisseur indirect de fréquence (a) ou à convertisseur direct (b).

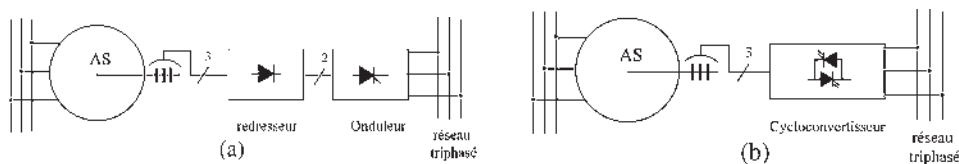


Figure 21.38

#### a) Convertisseur indirect de fréquence (figure 21.39)

Cascade constituée d'un redresseur (convertisseur de fréquence) et d'un commutateur de courant fonctionnant en onduleur.

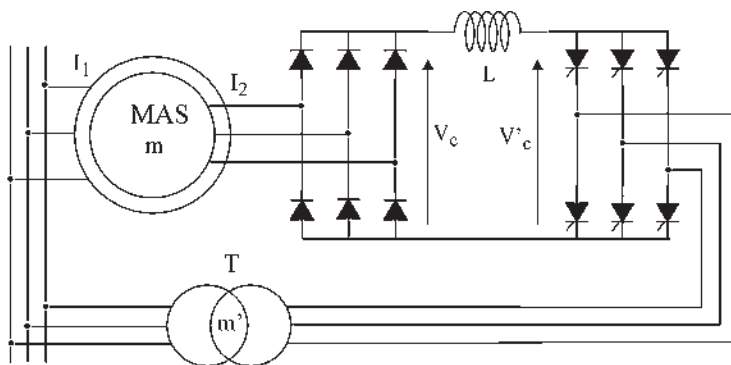


Figure 21.39

**Mise en route**

Moteur sous tension. Ne démarre pas rotor ouvert puisque les thyristors sont ouverts et bien qu'il y ait une tension rotorique  $V_{20}$ . Mise en route de l'onduleur permettant la circulation d'un courant  $I_2$  au secondaire, d'où un couple  $\vec{C} = pm_1 M(\vec{I}_2 \wedge \vec{I}_1)$  de démarrage de l'asynchrone.

**Remarque :** on ne peut pas commencer par la mise en marche de l'onduleur car les diodes présenteraient immédiatement un court-circuit.

Quelles sont les impositions ? (figure 21.40)

- L'onduleur fonctionne à la fréquence  $f_s = \frac{\omega_s}{2\pi}$  pour chaque thyristor.
- L'onduleur impose une tension moyenne  $Vc'$  continue commutée réglable par l'angle d'ouverture  $\theta$ .
- La valeur moyenne de la tension aux bornes du pont de diodes est égale à la valeur moyenne de la tension aux bornes de l'onduleur  $Vc = Vc'$ .
- Dans le redresseur, la commutation des diodes se fait à la fréquence  $f_r = \frac{g\omega_s}{2\pi}$ . La tension d'entrée égale la tension de sortie  $Vc = E$ . La f.é.m. polyphasée imposée au secondaire de l'asynchrone est de pulsation  $g\omega_s$  et d'amplitude réglable  $E$ .
- Dans le redresseur, tension et courant sont en phases.  $\vec{E}$  et  $\vec{I}_2$  toujours en phases. On en conclut que  $M'$  est en  $M$ . Voir paragraphe 21.2.4.c.

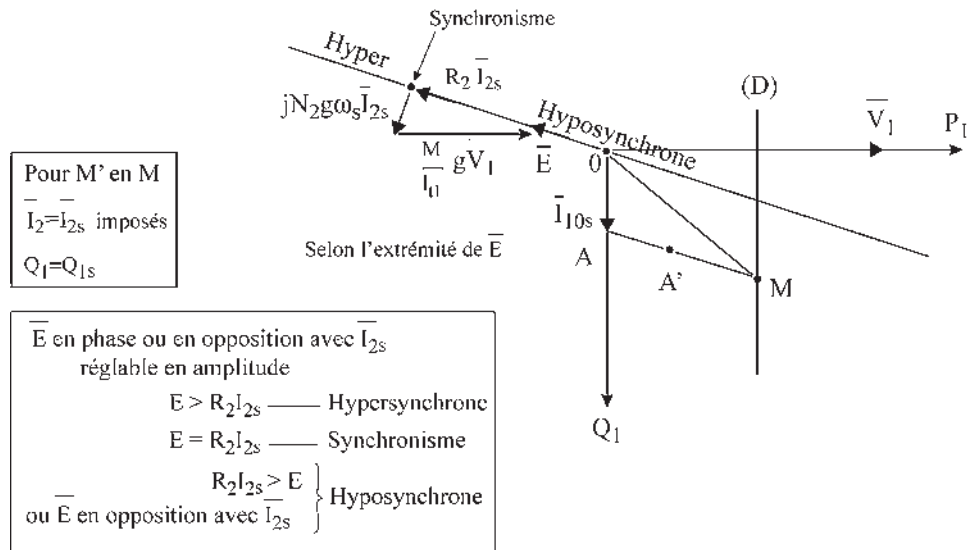


Figure 21.40

Il n'y a pas d'injection de réactif au secondaire.

On retrouve le cas déjà cité  $P_1 = P_{1s}$ ,  $Q_1 = Q_{1s}$ , avec le courant  $\vec{I}_2$  imposé =  $\vec{I}_{2s}$ .

Dans la cascade avec redresseur et onduleur, il y a synchronisme des champs, réversibilité énergétique, l'onduleur à thyristors étant réversible en tension.

Le redresseur irréversible en courant est réversible en tension. Bien que réversible, on utilisera cette cascade en hyposynchrone. Commande unique par l'angle  $\theta$ . Réglage de  $E$  en amplitude. Pas de réglage de réactif  $Q_1 = Q_{1s}$ . Variation de vitesse par  $\frac{M}{\ell_{t1}} g \bar{V}_1$ .

**b) Convertisseur direct de fréquence**

En partant du réseau triphasé,  $V_1 = cste$  et  $\omega_s = cste$ , on peut avec un cycloconvertisseur « fabriquer » un signal (figure 21.41) dont les caractéristiques sont :

- le nombre de phases ;
- l'ordre de succession des phases, direct ou inverse ;
- la fréquence ou la pulsation ;
- l'amplitude ;
- la phase ;

en vue d'imposer au secondaire de la machine asynchrone un signal que l'on désire, par exemple triphasé et direct, où l'on pourra régler la pulsation, l'amplitude et la phase.

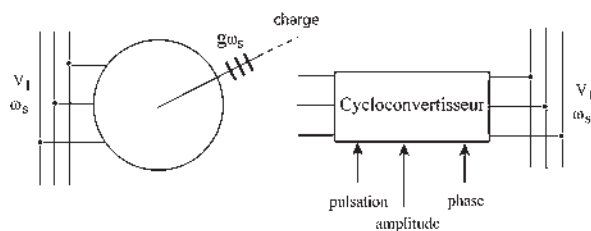


Figure 21.41

Pour la machine asynchrone, la pulsation rotorique  $g\omega_s$  change avec la charge. Si l'on veut le synchronisme des champs, il faut que la pulsation à la sortie du cycloconvertisseur soit en permanence égale à la pulsation  $g\omega_s$ . Cela nécessite la mise en place d'un autopilotage.

**Autopilotage**

Prendre une information en amont pour piloter la commande de fréquence. Ce n'est pas un asservissement, on ne cherche pas à annuler une erreur. C'est une sommation (figure 21.42).

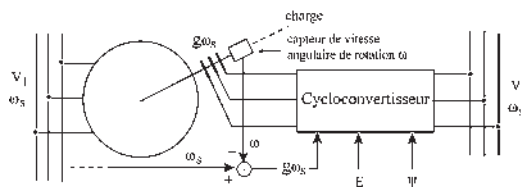


Figure 21.42

Le cycloconvertisseur autopiloté permettra un fonctionnement réversible mais sera utilisé en cascade hyposynchrone

- avec champs synchronisés par l'autopilotage ;
- avec réglages de l'amplitude  $E$  et de la phase  $\Psi$  ;
- avec réglages possibles de  $Q_1$  et de  $N$ .

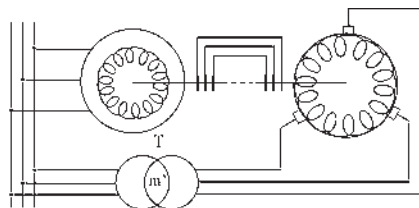


Figure 21.43

Hier comme aujourd'hui, toutes les cascades hyposynchrones électromécaniques, (figure 21.43), puis électroniques (figure 21.44) se sont imposées pour une variation de vitesse d'une certaine amplitude dans la gamme des puissances relativement importantes (3 MW à 3 000 tr/min, 50 MW à 750 tr/min) que la machine à courant continu ne peut atteindre.



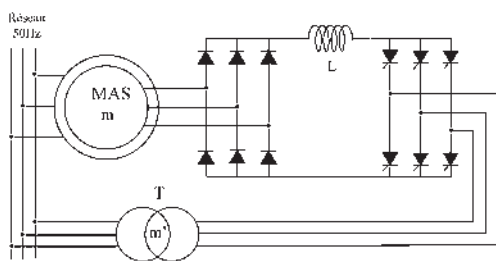


Figure 21.44

La machine à courant continu a été incontestablement la reine de la vitesse variable dans la gamme des faibles puissances (machines-outils) et des grandes puissances pour des variations de vitesse de grande amplitude (Ward Leonard) mais sa puissance maximale est limitée.

La compétition reste encore ouverte dans les grandes puissances pour des variations de grande amplitude entre la machine à courant continu et la machine asynchrone alimentée à fréquence variable.

## 21.3 VARIATION DE LA FRÉQUENCE D'ALIMENTATION

Il a fallu attendre l'avènement des convertisseurs statiques, dans les années 1970, pour réaliser des alimentations à fréquence variable opérationnelles. Au préalable, des essais avaient permis de constater l'intérêt de l'alimentation à fréquence variable pour les machines synchrones et asynchrones d'induction à cage, mais les dispositifs pour obtenir cette alimentation, formés de groupement de machines en cascade, étaient trop complexes pour être opérationnels.

Avec l'aide des convertisseurs statiques permettant de traiter l'énergie électrique en la changeant de forme, on peut alimenter une machine à cage (paragraphe 12.1) « en tension » à fréquence variable et tension sinusoïdale réglable en amplitude et en phase, ou « en courant » à fréquence variable et courant sinusoïdal réglable en amplitude et en phase. Notons que le réglage de la phase n'a aucun intérêt dans le cas de la machine asynchrone. L'objectif n'est pas ici de traiter la variation de vitesse par variation de fréquence, mais de la situer dans ce chapitre en indiquant :

- qu'il y a de nombreuses solutions pour les machines asynchrones d'induction ;
- qu'il faudra faire appel aux outils de l'automatique ;
- que seule la technologie a permis de les réaliser ;
- et enfin, qu'elles n'ont pas la facilité de compréhension des solutions proposées dans les machines à courant continu, mais qu'elles présentent quelques avantages.

Il existe autant de commandes possibles que d'associations « réseau – convertisseur – moteur – charge » différentes. Dans chaque cas, de nombreux montages permettent des performances très différentes.

Pour maîtriser le couple des moteurs à courants alternatifs et pour éviter que l'ensemble « réseau – convertisseur – moteur – charge » n'oscille spontanément plusieurs contrôles en boucle fermée s'imposent.

Les machines électriques alternatives étant multivariables, non linéaires, à paramètres non constants et souvent non mesurables, les contrôles en boucle fermée et l'ensemble de la commande se feront en électronique numérique en faisant appel aux outils de l'automatique.

Pour obtenir des performances élevées, on fera usage d'un modèle pour la machine, d'estimations de certains paramètres évolutifs et du calcul des variables non mesurables.

Les dispositifs de microélectronique industrielle embarquables fonctionnant en temps réel seront en général préférés par l'industriel aux dispositifs supplémentaires à placer sur l'arbre de la machine (tachymètre, etc...).

Cette démarche est d'ailleurs la même pour toutes les machines alternatives, synchrones, asynchrones d'induction, à réluctance, mais elle s'avère plus délicate pour la machine asynchrone à cage compte tenu de l'inaccessibilité d'informations directes en provenance du rotor. Devant la nécessité de reconstituer les grandeurs rotoriques, flux et courants, à partir des grandeurs mesurables, courant stator, tension stator et vitesse de rotation, la fiabilité du modèle et des paramètres utilisés prend une importance particulière.

### 21.3.1 Alimentation « en tension » – contrôle scalaire $\frac{V}{f}$

Facile à construire et de constitution robuste, la machine asynchrone à cage est largement répandue dans l'industrie où on l'utilise principalement dans les entraînements à vitesse non réglable et la plupart du temps constante. Quand il est nécessaire de faire varier la vitesse du moteur, on l'alimente par un onduleur de tension fonctionnant à fréquence variable en maintenant le rapport  $\frac{V}{f}$  constant.

$$C_{em} = m_1 \frac{p}{\omega_s} \left( \frac{M}{\ell_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{\frac{R_2}{g}}{\left( \frac{R_2}{g} \right)^2 + (N_2 \omega_s)^2} = m_1 p \left( \frac{M}{\ell_{t1}} \right)^2 \left( \frac{V_1}{\omega_s} \right)^2 \frac{\frac{R_2}{\omega_r}}{\left( \frac{R_2}{\omega_r} \right)^2 + N_2^2}$$

$$C_{em \max} \text{ pour } R_2 = N_2 g \omega_s = N_2 \omega_r \quad C_{em \max} = m_1 \left( \frac{M}{\ell_{t1}} \right)^2 \frac{p}{2N_2} \left( \frac{V_1}{\omega_s} \right)^2$$

À mesure que la fréquence diminue, le  $C_{em \max}$  augmente. En réalisant un asservissement  $\frac{V_1}{f} = \text{cste}$ , le couple  $C_{em}$  maximal est constant quand la fréquence varie (figure 21.45).

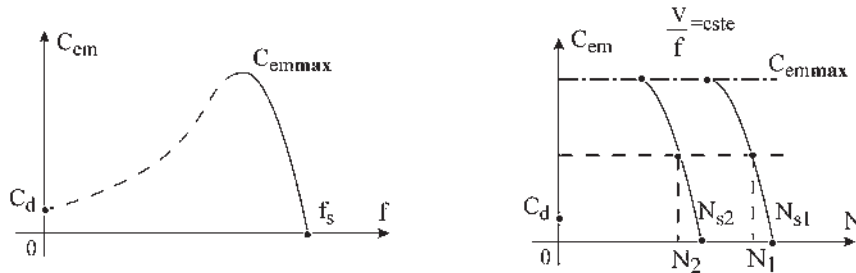


Figure 21.45

En négligeant la chute ohmique,  $v_1 = \frac{d\phi_{t1}}{dt}$ ,  $\bar{V}_1 = j\omega_s \bar{\phi}_{t1}$ ,  $\frac{V_1}{f_s} = \text{cste}$  revient à maintenir l'induction constante dans les fonctionnements à fréquence variable.

Dans un fonctionnement à couple constant, pour  $f_{s2} \neq f_{s1}$  on obtient  $\omega_{r2} = \omega_{r1}$  ce qui se traduit avec les variables  $f, N, \omega, \Omega$ , par  $\omega_{s2} - \omega_{s1} = \omega_2 - \omega_1$  ou  $N_{s2} - N_{s1} = N_2 - N_1$ , cela étant vrai pour toutes valeurs de  $C$ , les deux caractéristiques se déduisent par translation.

Ce type de variateur, intéressant par sa simplicité, n'est utilisé que pour de petites variations de vitesse, sans couple important aux basses vitesses et sans performances élevées pendant les régimes transitoires.

Pour les moteurs asynchrones de puissance inférieure à 500 kW (figure 21.46) une structure de convertisseur statique est très utilisée : onduleur de tension associé à un redresseur non contrôlé et à un filtre capacitif

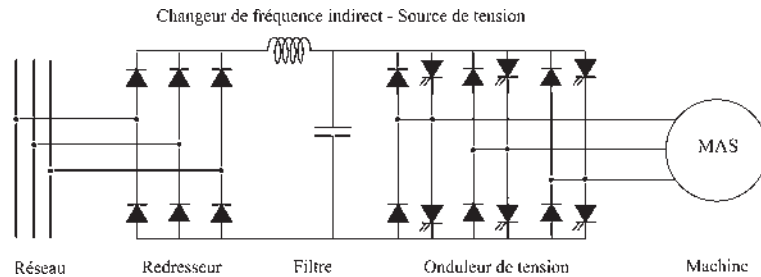


Figure 21.46

La loi tension/fréquence a besoin d'un ajustage aux basses fréquences, la chute ohmique  $r_1 I_1$  ne pouvant plus être négligée.

Aux très basses fréquences statoriques, le problème le plus délicat est de maintenir le flux nominal pour que le couple ne chute pas.

Le flux est contrôlé, de manière indirecte, en boucle ouverte, à son maximum, en déterminant la tension à appliquer à partir des estimations de la charge et de la chute ohmique, par la mesure du courant dans l'étage continu.

Bien que la machine soit autopilotée naturellement, on met en place l'autopilotage de la fréquence pour améliorer le fonctionnement.

Avec l'autopilotage fréquentiel  $\omega_s = p\Omega + \omega_r$ , la commande se fait par la pulsation des courants rotoriques. Le fonctionnement de ce variateur en boucles fermées, avec régulation du courant, régulation de la vitesse et autopilotage donnait d'assez bons résultats. Toutefois, ses capacités de réponse à des commandes de type échelon de vitesse laissaient à désirer. Ce variateur a disparu dès l'apparition de la commande vectorielle.

### 21.3.2 Alimentation « en courant » – commande vectorielle

Tous les systèmes de contrôle « en tension », même optimisés, ne permettent pas le contrôle correct du flux et du couple aux fréquences très basses (2 à 3 Hz).

Pour la plupart des applications, où sont exigées des réponses rapides et précises en vitesse, le moteur à courant continu, dont le modèle électrique simple facilite la commande, est très adapté. Toutefois, la présence du collecteur, son entretien, et les limites de fonctionnement qu'il impose ont amené les chercheurs à mettre en place des solutions concurrentielles en utilisant des machines alternatives alimentées à fréquence variable. La machine

synchrone à aimants permanents, autopilotée en fréquence, alimentée en courant avec  $\psi = -\pi$  est très compétitive au niveau des performances dynamiques pour des puissances inférieures à 20 kW (figure 21.47).

Connues sous le nom de Brushless (paragraphe 12.4) elle est implantée dans les domaines des actionneurs, des servomoteurs et en robotique où une commande directe en couple est appréciée.  $C = k.\phi_j.I$ .

Avec la machine asynchrone d'induction à cage, pour obtenir satisfaction à très basse vitesse, voire à l'arrêt, il est nécessaire d'abandonner l'alimentation « en tension » au profit de l'alimentation « en courant ». La technique conduisant à cette alimentation, encore appelée contrôle à flux orienté ou contrôle vectoriel de flux, consiste à contrôler séparément le flux et le couple. On l'appelle la commande vectorielle.

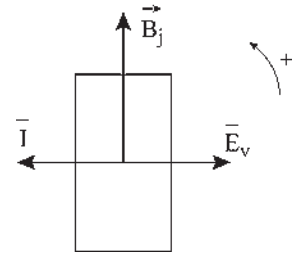


Figure 21.47

**a) Aperçu de la commande vectorielle**

Le moment d'un couple est toujours un produit vectoriel.  $\vec{C} = \vec{M}_r \wedge \vec{B}_s$ .

Dans la machine à courant continu (figure 21.48), le champ inducteur constant  $\vec{B}_s$  est dans l'axe des pôles. Le collecteur, commutateur mécanique, maintient le moment magnétique rotorique  $\vec{M}_r$  dans l'axe des balais. Dans les machines industrielles, le champ inducteur d'axe  $d$  est toujours perpendiculaire au moment magnétique rotorique d'axe  $q$ , les balais étant calés sur l'axe neutre.

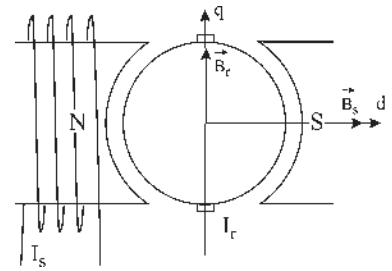


Figure 21.48

Le produit vectoriel, toujours maximal, se réduit à un produit scalaire,  $C = k.\phi_s.I_r$ .

Le courant inducteur contrôlant le flux  $\phi_s$ , le courant induit contrôle le moment du couple.

Avec la machine asynchrone d'induction à cage, pour réaliser le contrôle vectoriel de flux, il a fallu modéliser la machine et transformer ses équations pour pouvoir découpler les variables flux et couple, à l'image de la machine à courant continu.

**b) Machine virtuelle diphasée équivalente**

Historiquement il a déjà été montré, dans l'ordre, que :

– pour l'élaboration de la théorie de fonctionnement de la machine asynchrone d'induction (paragraphe 18.4) en vue d'aboutir aux équations de type quadripôle :

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= r_1 \bar{I}_1 + j \ell_{t1} \omega_s \bar{I}_1 + j M \omega_s \bar{I}_2 \\ 0 &= \frac{R_2}{g} \bar{I}_2 + j L_{t2} \omega_s \bar{I}_2 + j M \omega_s \bar{I}_1 \end{aligned}$$

multiplier l'équation du secondaire par  $\frac{m_2}{m_1}$  revenait à remplacer le rotor réel à  $m_2$  phases

par un autre rotor ayant le même nombre de phases  $m_1$  que le stator. Ce rotor virtuel, parcouru par le même courant  $I_2$ , conservait les mêmes pertes rotoriques, le même flux

$\bar{\phi}_{1r} = M \bar{I}_2$ , la même induction rotorique  $\vec{B}_r = \frac{\bar{\phi}_{1r}}{S_{as}}$ , le même moment magnétique du rotor

$\vec{M}_r$  et en conséquence le même moment du couple pour la machine, si l'on réalisait

$m_1 n_1 = m_2 n_2$ ,  $n_1$  et  $n_2$  étant le nombre de spires par phase pour chacun des bobinages, les spires ayant même surface  $S$ .

- De manière plus générale, lors de l'établissement des transformations de Park pour la machine synchrone (paragraphe 15.2) pour conserver le même moment magnétique et la même f.m.m. statorique, il fallait réaliser  $n_1 m_1 \bar{I} = n_2 m_2 \bar{I}_d$  et  $S_1 = S_2$  alors le remplacement d'un stator  $m_1$  phasé par un stator  $m_2$  phasé était possible,  $m_2 = 2$  n'étant qu'un cas particulier intéressant pour la simplification des équations concernant le stator.

Park propose deux transformations, l'une conserve l'amplitude du courant, l'autre la puissance apparente.

### c) Transformations de Park

Elles permettent d'obtenir les courants diphasés  $i_d$  et  $i_q$  à partir des courants triphasés  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  en remplaçant un bobinage triphasé stator (chapitre 15) par un bobinage diphasé stator.

#### Transformation initiale de Park

$$S_1 = S_2 \quad \bar{I} = \bar{I}_d \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = |P_i| \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix}$$

et la transformation inverse :

$$\begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} = |P_i|^{-1} \begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix}$$

#### Transformation modifiée de Park

$$S_1 = S_2 \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3} = \frac{n_1 \bar{I}}{n_2 \bar{I}_d} \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{\bar{I}}{\bar{I}_d} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\bar{V}}{\bar{V}_d}$$

$$\begin{vmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{vmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = |P_m| \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix}$$

et la transformation inverse  $|P_m|^{-1} = |P_m|^T$

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = |P_m|^{-1} \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix}$$

**d) Application des transformations de Park à la machine asynchrone**

Il est donc possible avec une machine symétrique, c'est-à-dire à pôles lisses, de remplacer un bobinage  $m_1$ phasé,  $m_1 \geq 3$ , statorique ou rotorique, au moyen des transformations initiales ou modifiées de Park, par un bobinage diphasé équivalent donnant les mêmes caractéristiques externes : f.m.m., induction, moment magnétique.

Pour la machine asynchrone d'induction :

- Le stator  $m_1$ phasé sera remplacé par un stator diphasé accompagné de  $(m_1 - 2)$  relations de type homopolaire, les courants homopolaires ne créant pas de champ dans l'entrefer ;
- Le rotor  $m_2$ phasé sera remplacé par un rotor diphasé accompagné de  $(m_2 - 2)$  relations homopolaires.
- le repère unique sera choisi avec le nouveau stator diphasé équivalent et le nouveau rotor diphasé équivalent, tous deux physiquement alimentés par des courants créant les mêmes champs dans l'entrefer. Contrairement à la machine synchrone, où le repère unique était évidemment l'axe  $d$  de l'inducteur, pour la machine asynchrone il n'y a pas *a priori* une direction préférentielle.

**e) Choix du référentiel tournant**

Les axes  $d$  et  $q$  tournant dans le sens direct à vitesse angulaire  $\omega_s$ , il est encore possible de choisir leurs positions à  $t = 0$ . Trois référentiels particuliers permettent d'obtenir une expression intéressante du moment du couple (figure 21.49). Le choix définitif se fera en fonction de l'application.

On notera  $I_1 = I_s$   $I_2 = I_r$  et on prendra  $m = 3$

$$\vec{C} = 3pM(\vec{I}_r \wedge \vec{I}_s)$$

- Référentiel lié au flux stator (figure 21.49) : l'axe  $d$  sur l'axe  $\vec{I}_s, \vec{\xi}_s, \vec{B}_s, \vec{\Phi}_{1s} = \ell_{11}\vec{I}_s, \vec{\Phi}_{2s} = M\vec{I}_s$  l'axe  $q$  étant sur l'axe  $\vec{E}_2$ .
- Référentiel lié au flux rotor : l'axe  $d$  sur l'axe  $\vec{I}_r, \vec{B}_r$  parallèle aux vecteurs temporels  $\phi_{2r} = L_{12}\vec{I}_r$ , et  $\phi_{1r} = M\vec{I}_r$ . L'axe  $q$  est opposé à l'axe  $\phi_{12}$ .
- Référentiel lié au flux magnétisant (en se référant au diagramme simple) l'axe  $d$  sur l'axe  $\vec{I}_{10}, \vec{\Phi}_{11}$  et l'axe  $q$  opposé à l'axe  $\vec{V}_1$ .

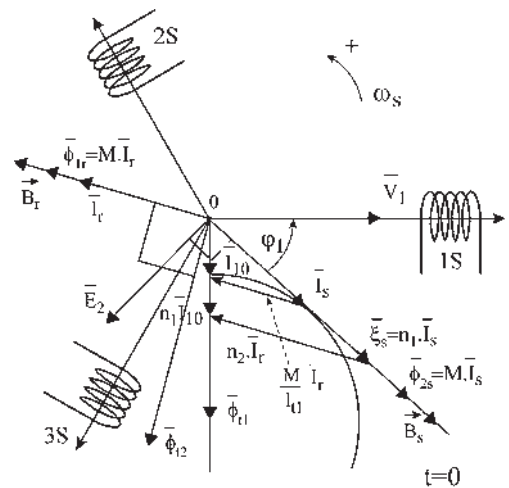


Figure 21.49

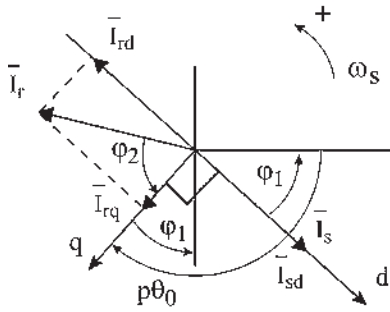


Figure 21.50

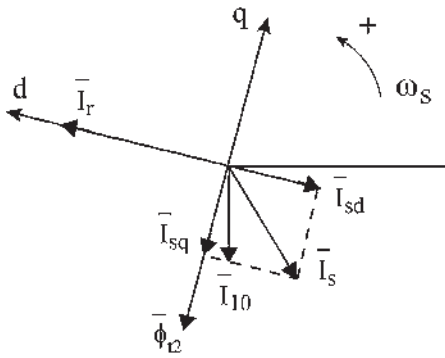


Figure 21.51

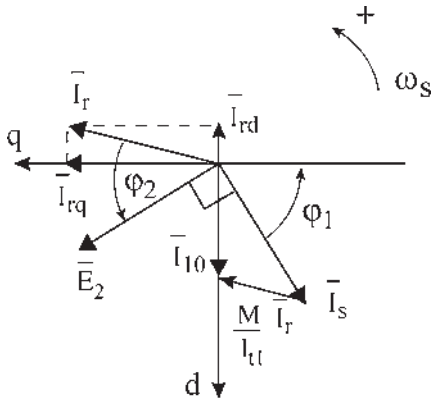


Figure 21.52

### f) Expressions du moment du couple

Référentiel lié au flux stator (figure 21.50) :

$$\begin{aligned} \bar{I}_s &= \bar{I}_{sd} \quad \bar{I}_{sq} = 0 \quad \bar{I}_r = \bar{I}_{rd} + \bar{I}_{rq} \\ \vec{C} &= 3pM(\bar{I}_r \wedge \bar{I}_s) = 3pM(\bar{I}_{rq} \wedge \bar{I}_{sd}) \\ \vec{C} &= 3p(\bar{I}_{rq} \wedge M\bar{I}_{sd}) = 3pM\left(\frac{\bar{\Phi}_{rq}}{L_{t2}} \wedge \bar{I}_{sd}\right) \\ \vec{C} &= 3p(\bar{I}_{rq} \wedge \bar{\Phi}_{sd}) = 3p\frac{M}{L_{t2}}(\bar{\Phi}_{rq} \wedge \bar{I}_{sd}) \\ C &= 3pI_{rq}\phi_{sd} = 3p\frac{M}{L_{t2}}\phi_{rq}I_{sd} \end{aligned}$$

Référentiel lié au flux rotor (figure 21.51) :

$$\begin{aligned} \bar{I}_r &= \bar{I}_{rd} \quad \bar{I}_{rq} = 0 \quad \bar{I}_s = \bar{I}_{sd} + \bar{I}_{sq} \\ \vec{C} &= 3pM(\bar{I}_r \wedge \bar{I}_s) = 3pM(\bar{I}_{rd} \wedge \bar{I}_{sq}) \\ \vec{C} &= 3pM\left(\frac{\bar{\Phi}_{rd}}{L_{t2}} \wedge \bar{I}_{sq}\right) = 3p(\bar{I}_{rd} \wedge M\bar{I}_{sq}) \\ \vec{C} &= 3p\frac{M}{L_{t2}}(\bar{\Phi}_{rd} \wedge \bar{I}_{sq}) = 3p(\bar{I}_{rd} \wedge \bar{\Phi}_{sq}) \\ C &= 3p\frac{M}{L_{t2}}\phi_{rd}I_{sq} = 3pI_{rd}\phi_{sq} \end{aligned}$$

Référentiel lié au flux magnétisant (figure 21.52) :

$$\begin{aligned} \bar{I}_s &= \bar{I}_{10} - \frac{M}{\ell_{t1}}\bar{I}_r, \quad \bar{I}_{10} \text{ sur l'axe } d, \quad \bar{I}_r = \bar{I}_{rd} + \bar{I}_{rq} \\ \vec{C} &= 3pM(\bar{I}_r \wedge \bar{I}_s) = 3pM(\bar{I}_r \wedge \bar{I}_{10}) \\ \vec{C} &= 3pM(\bar{I}_{rq} \wedge \bar{I}_{10}) = 3p\frac{M}{L_{t2}}(\bar{\Phi}_{rq} \wedge \bar{I}_{10}) \\ \vec{C} &= 3p(\bar{I}_{rq} \wedge M\bar{I}_{10}) = 3p\frac{M}{\ell_{t1}}(\bar{I}_{rq} \wedge \bar{\Phi}_{t1}) \\ C &= 3p\frac{M}{L_{t2}}\phi_{rq}I_{10} = 3p\frac{M}{\ell_{t1}}I_{rq}\phi_{t1} \end{aligned}$$

Dans tous les cas, le couple est proportionnel au produit d'un courant par un flux en quadrature. La modélisation de la machine après transformation, la rendant diphasée au stator comme au rotor, et le choix d'un référentiel synchrone permettent de montrer que le couple électromagnétique est, comme dans la machine à courant continu, le produit de deux grandeurs orthogonales.  $C = k \cdot \bar{\phi} \cdot \bar{I} = k \cdot \phi \cdot I$ .

### g) Découplage des commandes du flux et du couple

Prenons pour illustrer la méthode le cas du référentiel lié au flux rotor. Le moment du couple s'écrit :

$$\vec{C} = 3p \frac{M}{L_{t2}} (\bar{\phi}_{rd} \wedge \bar{I}_{sq}) = 3p \frac{M}{L_{t2}} (\phi_{rd} \cdot I_{sq})$$

Les équations du secondaire font apparaître le découplage formel des commandes du flux  $\phi_{rd}$  et du couple de la machine.

$$0 = \left( \frac{R_2}{g} + jL_{t2}\omega_s \right) \bar{I}_2 + jM\omega_s \bar{I}_1 \text{ s'écrit}$$

$$0 = \left( \frac{R_2}{g} + jL_{t2}\omega_s \right) \bar{I}_{rd} + jM\omega_s (\bar{I}_{sd} + \bar{I}_{sq})$$

donnant par projection sur les axes  $d$  et  $q$  (figure 21.53) :

$$jL_{t2}\omega_s \bar{I}_{rd} + jM\omega_s \bar{I}_{sd} = 0$$

$$\frac{R_2}{g} \bar{I}_{rd} + jM\omega_s \bar{I}_{sq} = 0$$

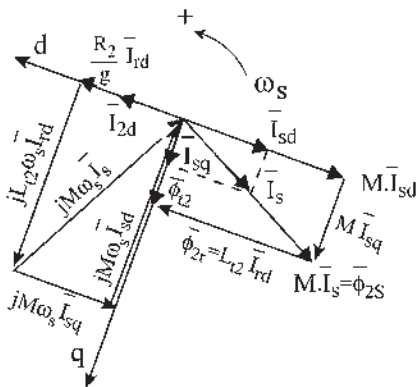


Figure 21.53

## Le saviez-vous ?

### Records de vitesse

Sur rails :

TGV Atlantique 513,3 km/h, 18 mai 1990.

Sustenté :

Maglev MLX01 552 km/h, 14 avril 1999.

Missile sur rail :

États-Unis 9 851 km/h (Mach 8), 1982.

## Le saviez-vous ?

### Espace-temps

La lecture simultanée des scalaires sinusoïdaux  $v, i, \phi...$  sur les « axes de lecture simultanée », pour les machines polyphasées à nombre de phases  $m > 2$ , liée à la notion de machine bipolaire a permis des raisonnements et des réalisations de figures liant l'espace et le temps, en considérant la rotation régulière des régimes permanents.

Il est impossible d'évoquer l'espace-temps sans rendre hommage aux deux grands mathématiciens et physiciens Isaac Newton et Albert Einstein.

Le premier en 1687, fasciné par la gravité et la pesanteur, établit les lois de la mécanique de l'Univers en inventant le calcul différentiel.

Le second en 1916, énonçait les principes de la relativité restreinte en montrant que le temps et l'espace sont intimement liés dans l'Univers, et que la gravité résultant de l'interaction des masses impose la déformation du temps et de l'espace à proximité des corps célestes.



## Vous avez dit électrotechnique ?

### **Les recherches sur la variation de vitesse des moteurs asynchrones d'induction**

Ce chapitre sur la variation de vitesse des moteurs asynchrones est une illustration parfaite des retombées de la recherche tant privée que publique, tant industrielle qu'universitaire et des bienfaits d'une coopération indispensable.

En 120 ans, quatre grandes périodes de 30 ans de recherches se remarquent :

1884	Rotor court-circuité	1) Recherche industrielle privée
1894	Rotor bobiné	
1904	Dispositifs de démarrage	
1914	Première guerre mondiale	2) Recherche industrielle privée
1914	Première guerre mondiale	
1924	Cascade hypo E.M.	
1934	Montage cascade	
1944	Seconde guerre mondiale	

Les deux premières périodes, principalement assumées par la recherche industrielle privée avec des réalisations coûteuses ont demandé des investissements financiers importants au départ, mais avec des retombées commerciales rapides. De grandes sociétés s'y sont illustrées en laissant des noms d'ingénieurs éminents, Tesla, Dobrowsky, Scherbius, Kramer, Leblanc, Schrage, Darieus...

1944	Seconde guerre mondiale	3) Recherche universitaire publique
1954	Cascade électronique	
1964	Convertisseurs statiques	4) Recherche universitaire publique
1974	Contrôle scalaire	
1974	Machines autopilotées	
1984	Commande vectorielle	
1994	TGV asynchrone	
2004	Commande temps réel	

Les deux dernières périodes concernent principalement la recherche universitaire publique où l'investissement se compte en heures de réflexion, où l'équipement nécessaire est conséquent et où l'absence de guerre est indispensable au bon fonctionnement des laboratoires. Les résultats obtenus sont extraordinaires, mais le temps passé et à venir pour y arriver ne pouvait être donné que par la recherche publique. De grands laboratoires universitaires y laisseront leurs noms.

Les réalisations telles que le VAL ou les TGV autopilotés illustrent l'intérêt de la coopération entre le Public et le Privé.

La réflexion est nécessaire mais la réalisation est indispensable.

De la première équation on déduit :  $L_{t2}\bar{I}_{rd} = \bar{\Phi}_{rd} = -M\bar{I}_{sd}$ .

Le flux sera gouverné par le courant  $I_{sd}$ . Dans une large gamme de vitesse, le flux sera maintenu constant.

Le couple sera alors commandé par  $I_{sq}$ .

$$C = 3p \frac{M}{L_{t2}} \Phi_{rd} \cdot I_{sq}$$

On peut aussi vérifier que les deux équations précédentes concernent :

– l'une le flux  $\bar{\Phi}_{rd} = -M\bar{I}_{sd}$  ;

– et l'autre le moment du couple puisque  $M\bar{I}_{sq} = \bar{\Phi}_{sq} = \bar{\Phi}_{t2} = j \frac{R_2}{g\omega_s} \bar{I}_{rd}$ .

Le moment du couple peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \vec{C} &= 3p(\bar{I}_{rd} \wedge \bar{\Phi}_{t2}) = 3p \frac{R_2}{g\omega_s} (\bar{I}_{rd} \wedge j\bar{I}_{rd}) \\ &= 3pM^2 \frac{g\omega_s}{R_2} (-j\bar{I}_{sq} \wedge \bar{I}_{sq}) \end{aligned}$$

Les deux grandeurs de contrôle sont les composantes vectorielles  $\bar{I}_{sd}$  et  $\bar{I}_{sq}$  du courant statorique.

$$\bar{\Phi}_{rd} = -M\bar{I}_{sd} \quad \vec{C} = 3p \frac{M}{L_{t2}} (\bar{\Phi}_{rd} \cdot \bar{I}_{sq})$$

### **h) Mise en œuvre de la commande**

La mise en œuvre de cette méthode de commande numérique nécessite l'utilisation d'un micro-ordinateur, organe central de l'asservissement, accompagné d'intermédiaires de communication avec la machine pour acquérir la vitesse et les courants statoriques. La tendance est à la suppression du capteur de vitesse (génératrice à courant continu, alternateur ou codeur incrémental) placé sur l'arbre pour réaliser une commande vectorielle sans capteur. La vitesse est alors calculée.

L'alimentation est assurée par un convertisseur statique composé d'un onduleur de tension associé à un redresseur et à un filtre capacitif. C'est une alimentation en tension régulée en courants. Deux boucles de courants,  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ , sont utilisées en fonction du flux et du couple désiré tandis que d'autres boucles de régulation seront nécessaires pour obtenir les performances dynamiques d'une machine à courant continu bien réglée. Un contrôle en boucle ouverte utilisant des modèles en régime permanent ne permet pas d'obtenir en régime transitoire les performances dynamiques désirées.

### i) Complexité et intérêt du contrôle vectoriel

Dans le contrôle vectoriel de flux, avec un choix convenable du référentiel d'observation, on peut, avec la machine asynchrone d'induction comme avec la machine à courant continu, obtenir deux courants orthogonaux, l'un permettant de maintenir le flux et l'autre de régler le moment du couple.

La simplicité apparente de la machine asynchrone d'induction à cage cache en réalité une grande complexité interne due à des paramètres évolutifs difficilement mesurables d'ailleurs, aux non linéarités et à l'absence d'un inducteur accessible.

Le découplage des deux courants est obtenu après de nombreuses transformations mathématiques (passage au diphasé, référentiel tournant) nécessitant dans la machine des moyens de calcul rapides et puissants. L'estimation des paramètres évolutifs et non mesurables requiert l'utilisation des techniques de l'automatique tandis que l'alimentation et sa commande exigent une électronique maîtrisée.

Le contrôle vectoriel applicable à toutes les machines alternatives ne pouvait se développer qu'après la maîtrise des disciplines voisines : électronique de puissance et de commande, automatique et informatique industrielle, en profitant des avancées technologiques sur les composants de puissance.

La machine asynchrone d'induction à cage d'écureuil est la machine qui profitera le plus de ces commandes vectorielles, complexes dans leur principe, mais de coûts maîtrisables et de fiabilités croissantes, car elles permettent, pour une machine de conception très robuste, de construction standard à faible coût et d'entretien quasi inexistant, une grande plage de vitesse par variation de fréquence statorique.

## 21.4 MARCHÉ DE LA VARIATION DE VITESSE

Le domaine de la variation de vitesse est très étendu. Il concerne, dans la gamme du kW, les applications domestiques avec l'électroménager, la domotique et les outils portatifs ; dans la gamme de 1 à 300 kW les entraînements industriels pour la manutention, les pompes et ventilateurs pour le transfert des fluides, les machines-outils et la robotique pour l'usinage ; et dans la gamme des puissances de plusieurs MW, les grands équipements et la traction ferroviaire.

Le marché intermédiaire de la vitesse variable, dans la gamme des 300 kW, concerne principalement l'agro-alimentaire, le bâtiment et le traitement des eaux pour assainissement, les transports et l'automobile, la chimie et les filières bois, papier et textiles, les manufactures et les travaux publics.

Le marché global de la vitesse variable représente le quart des ventes de machines et est en expansion, à l'exemple des pompes pour lesquelles on s'oriente, par souci d'économie d'énergie, vers la vitesse variable en abandonnant le débit à puissance constante avec obturation plus ou moins importante des vannes. De même, en dehors des variateurs hydrauliques des engins de travaux, indétrônables, et des variateurs mécaniques, encore solidement implantés, le tout électrique gagne du terrain (chars d'assaut, avions de lignes commerciales...). Les solutions électriques représentent 80 % du marché des variateurs et l'évolution montre que les machines alternatives, principalement les asynchrones à cage à commande vectorielle, occupent déjà la moitié de ce marché. L'émergence des nouveaux marchés, par exemple pour la protection de l'environnement, avec le traitement de l'air et de l'eau, ne peut que confirmer cette tendance.

# Pour en savoir plus...

## MACHINES ASYNCHRONES EN RÉGIMES TRANSITOIRES

L'étude des régimes transitoires des machines à courants alternatifs demande l'élaboration de modèles, mais aussi la simplification préalable du système à traiter formé de trop nombreuses équations différentielles. Pour une machine asynchrone à stator et rotor triphasés, le système comporte neuf équations.

Les transformations de Park, exposées au chapitre 15, à propos de la machine synchrone, permettent de manière générale, pour des machines à pôles lisses, dites symétriques, de remplacer un bobinage polyphasé, parcouru par les courants  $i_1, i_2, i_3$ , statorique ou rotorique, par un bobinage diphasé équivalent parcouru par les courants  $i_d, i_q, i_0$ . Ces transformations sont applicables à toutes les machines à courants alternatifs.

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

Pour la machine asynchrone d'induction, le stator  $m_1$  phasé et le rotor  $m_2$  phasé seront remplacés par un stator et un rotor diphasés accompagnés de  $(m_1 - 2) + (m_2 - 2)$  relations de type homopolaire (paragraphe 21.3.2.d).

Les relations de type homopolaire  $u_0 = Ri_0 + \frac{d\Psi_0}{dt}$  et  $\Psi_0 = (L_0 + 2M_0)i_0$  correspondent aux équations d'un circuit  $R, L_0, M_0$ . Le système homopolaire ne participe pas à la création du couple électromagnétique, sa composante résistive n'engendre que des pertes. Pour les annuler, rappelons que connecté en étoile avec neutre isolé, une machine a une composante homopolaire nulle. Contrairement à la machine synchrone où le repère unique s'impose par le choix des axes  $d, q$  de l'induction rotorique, la machine asynchrone présente plusieurs choix possibles pour le référentiel :

- lié au flux stator ;
- lié au flux rotor ;
- lié au flux magnétisant.

Le choix définitif se fait en fonction de l'application, mais dans tous les cas ces machines virtuelles présentent des modèles dynamiques vectoriels où les champs stator et rotor sont bien entendu synchrones.

- Les modèles dynamiques sont utilisés pour analyser le comportement de la machine réelle en régimes transitoires.
- Les modèles vectoriels sont utilisés pour mettre en place les commandes vectorielles, le moment du couple étant toujours le produit vectoriel de deux vecteurs  $C = pm_1 M(\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1) = 3p(M\bar{I}_2 \wedge \bar{I}_1) = 3p(\bar{I}_2 \wedge M\bar{I}_1)$  et finalement le produit du module d'un des vecteurs pris pour axe  $d$  par le module de la composante de l'autre projeté sur l'axe  $q$ .

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Machine asynchrone et variation de vitesse

Historiquement pour réaliser de la variation de vitesse avec un moteur à cage, on ne pouvait que faire varier la tension primaire à l'aide d'un rhéostat.

Puis l'arrivée du rotor bobiné a permis de régler le couple de démarrage et de faire de la variation de vitesse par variation de  $R_2$ . Toujours avec le rotor bobiné, on est passé à l'injection ou au soutirage de puissance au secondaire qui nécessitait l'utilisation d'un changeur de fréquence. Ces procédés sont essentiellement utilisés en cascade hyposynchrone d'abord électromécanique puis électronique.

Enfin avec le développement des convertisseurs statiques, la variation de la fréquence d'alimentation a permis de nouveau l'utilisation du moteur à cage, d'abord en contrôle scalaire puis en commande vectorielle.

## FICHE MÉMO

### Rotor bobiné et variation de $R_2$

$$C_{\max} = m_1 \left( \frac{MV_1}{\ell_{t1}} \right)^2 \frac{p}{2N_2\omega_s^2}$$

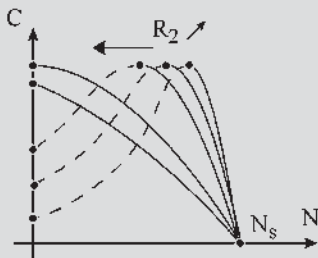


Figure 21.54

Aujourd'hui essentiellement intéressant pour le démarrage progressif.

**Alimentation « en tension » : contrôle scalaire**  $\frac{V}{f} = \text{cste}$

En réalisant un asservissement  $\frac{V_1}{f_s} = \text{cste}$  le couple  $C_{em}$  maximal est constant quand la fréquence varie (voir figure 21.45).

**Alimentation « en courant » : commande vectorielle**

Expression du moment du couple :  $\vec{C} = 3pM(\vec{I}_r \wedge \vec{I}_s)$

– Référentiel lié au flux stator (voir figure 21.50) :

$$C = 3pI_{rq}\phi_{sd} = 3p\frac{M}{L_{t2}}\phi_{rq}I_{sd}$$

– Référentiel lié au flux rotor (voir figure 21.51) :

$$C = 3p\frac{M}{L_{t2}}\phi_{rd}I_{sq} = 3pI_{rd}\phi_{sq}$$

– Référentiel lié au flux (voir figure 21.52) :

$$C = 3p\frac{M}{L_{t2}}\phi_{rq}I_{10} = 3p\frac{M}{\ell_{t1}}I_{rq}\phi_{t1}$$

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 21.1 Montrer que pour une machine asynchrone à cage d'écureuil alimentée à  $V_1$  et  $\omega_s$  constants, dans un fonctionnement à couple constant, toutes les variables sont imposées. Donner des exemples.
- 21.2 Donner pour une machine asynchrone à rotor bobiné et à bagues, alimentée à  $V_1$  et  $\omega_s$  constants, dans un fonctionnement à couple constant, les variables sur lesquelles l'opérateur peut agir. Dire comment.
- 21.3 Quel intérêt y aurait-il à injecter de la puissance réactive au secondaire d'une machine asynchrone à rotor bobiné et à bagues ?

- 21.4 Peut-on régler l'absorption de réactif au primaire et la vitesse de rotation en injectant une puissance au secondaire ?
- 21.5 Pouvez-vous expliquer le fonctionnement du changeur de fréquence de la figure 21.22 ?
- 21.6 Qu'est-ce qu'une machine alternative à collecteur ? Quels sont ses avantages ?
- 21.7 Comment fonctionne un moteur Schrage lorsque ses balais  $AA'$ ,  $BB'$  et  $CC'$  sont mis en court-circuit ?
- 21.8 Avec un montage « cascade » peut-on faire de la récupération d'énergie ? En triphasé, en continu ou en mécanique ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 21.1 On dispose d'un moteur asynchrone triphasé dont la plaque signalétique porte les indications suivantes  $U = 380\text{ V}$ ,  $f = 50\text{ Hz}$ , stator et rotor en étoile, puissance nominale de 120 kW, 4 pôles.

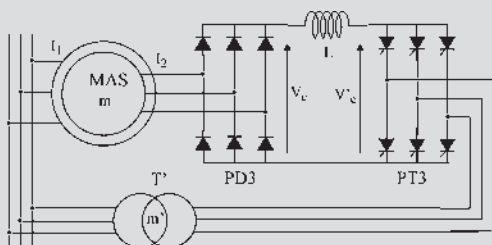


Figure 21.55

On admet que sont négligeables les pertes ferromagnétiques, les chutes de tension au stator (résistances et inductances de fuites) et les pertes mécaniques. Le rapport de transformation  $m$  du moteur à l'arrêt est de 0,826.

Le pont PT3 est connecté au réseau alternatif ( $U = 380\text{ V}$ ) par l'intermédiaire d'un transformateur  $T'$  (primaire et secondaire en étoile) supposé parfait et de rapport de transformation  $m'$ .

Une inductance  $L$  de résistance nulle assure la circulation d'un courant constant  $I$  entre les deux ponts. Le moteur asynchrone est alimenté sous sa tension nominale  $U = 380\text{ V}$ . On négligera la résistance rotorique  $R_2$ .

- 1) Exprimer la valeur efficace de la force électromotrice d'une phase rotorique en fonction de  $m$  et du glissement  $g$ .
- 2) Calculer la valeur moyenne  $V_{C\text{ moy}}$  de  $v_C$  en fonction de  $g$  et  $m$ .
- 3) Calculer la valeur moyenne  $V'_{C\text{ moy}}$  de  $v'_C$  en fonction de  $m'$  et de l'angle de retard à l'amorçage  $\alpha$  du pont PT3.
- 4) Que peut-on dire de la valeur moyenne de la tension aux bornes de l'inductance de lissage  $L$  ? En déduire la relation entre  $g$ ,  $m$ ,  $m'$  et  $\alpha$ .
- 5) On veut limiter le glissement du moteur à  $g = 0,5$ . D'autre part, pour cette valeur de  $g$ , l'angle de retard à l'amorçage ne doit pas dépasser  $\alpha = 150^\circ$ . Calculer le rapport de transformation  $m'$  du transformateur  $T'$ . Quel est le rôle du transformateur  $T'$  ?
- 6) Déterminer la puissance transmise par le pont PD3 en fonction de  $g$  et  $I$ . Que devient cette puissance ? Application numérique :  $g = 0,5$  ;  $I = 340\text{ A}$ .
- 7) Montrer que le couple électromagnétique est de la forme  $C_{em} = KI$ . Calculer  $K$ . En déduire la valeur du couple pour  $I = 340\text{ A}$ .
- 8) Tracer les caractéristiques  $C_{em} = f(N)$  pour les valeurs suivantes de  $\alpha$  :  $150^\circ$  ;  $135^\circ$  ;  $125^\circ$  ;  $110^\circ$  ;  $100^\circ$  ( $N$  : vitesse du moteur asynchrone).

- 21.2 Un moteur asynchrone triphasé 220 V/380 V-50 Hz, a un stator à 4 pôles couplé en étoile et un rotor à cage. Sous alimentation nominale, on a obtenu :

- à vide, un courant de ligne d'intensité 6 A.
- à charge nominale, un courant de ligne d'intensité 19,4 A, une puissance absorbée de 11 kW et une fréquence de rotation de 1 440 tr/min.

Le schéma équivalent par phase est le suivant :

$$\ell_{l1} = 117\text{ mH} ; N = 9,4\text{ mH} ; R = 0,5\ \Omega.$$

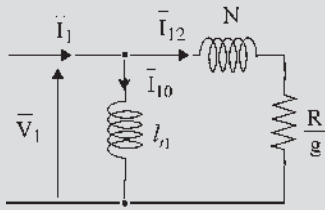


Figure 21.56

La tension simple  $V$  et sa fréquence  $f$  restent dans un rapport constant  $\frac{V}{f} = k = 4,4 \text{ V/Hz}$  jusqu'à l'alimentation nominale de la machine.

On suppose la machine non saturée : la valeur de  $l_{t1}$  est indépendante de la fréquence.

1) Montrer que l'expression du moment du couple  $C$  peut alors s'écrire :  $C = A \frac{1}{\frac{R}{gN\omega} + \frac{R}{gN\omega}}$ .

Donner la valeur numérique de  $A$ .

2) La valeur maximale du moment du couple dépend-elle de la fréquence d'alimentation ?

3) En régime permanent stable, pour un moment  $C$  du couple fixé, on montre que la quantité  $g\omega$  reste constante quand la fréquence  $f$  varie. Si  $N_S$  est la fréquence de synchronisme,  $N$  la fréquence de rotation, exprimer  $\Delta N = N_S - N$ . Quelle est la propriété de  $\Delta N$  quand  $f$  varie à couple fixé ? Préciser les valeurs de  $\Delta N$  pour les couples  $C_n$  et  $C_{max}$ .

4) Dans un tableau, donner les valeurs numériques de la fréquence de rotation  $N$  en tr/min pour les trois valeurs 10 Hz, 30 Hz et 50 Hz de la fréquence et correspondant à des fonctionnements à vide, à couple nominal  $C_n$  et à couple maximal  $C_{max}$ .

5) Tracer, pour les trois fréquences précédentes, l'allure du réseau de caractéristiques  $C(N)$  en le limitant au cas de fonctionnement stable en moteur.

**21.3** D'après les transformations de Park, une machine asynchrone dont les enroulements sont couplés en étoile peut être représentée par deux armatures

diphassées fictives. Ces armatures sont placées dans un repère dq unique comme le montre la figure ci-dessous :

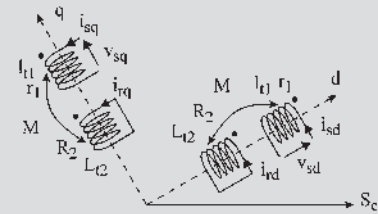


Figure 21.57

La modélisation en régime dynamique de la machine asynchrone triphasée permet d'établir :

Pour le stator : 
$$\begin{cases} v_{sd} = r_1 i_{sd} + \frac{d\phi_{sd}}{dt} - \omega_s \phi_{sq} \\ v_{sq} = r_1 i_{sq} + \frac{d\phi_{sq}}{dt} - \omega_s \phi_{sd} \end{cases}$$

et 
$$\begin{cases} \phi_{sd} = l_{t1} i_{sd} + M i_{rd} \\ \phi_{sq} = l_{t1} i_{sq} + M i_{rq} \end{cases}$$

Pour le rotor : 
$$\begin{cases} 0 = R_2 i_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} - \omega_r \phi_{rq} \\ 0 = R_2 i_{rq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} - \omega_r \phi_{rd} \end{cases}$$

et 
$$\begin{cases} \phi_{rd} = L_{t2} i_{rd} + M i_{sd} \\ \phi_{rq} = L_{t2} i_{rq} + M i_{sq} \end{cases}$$

1) Établir les expressions des différentes puissances mises en jeu au niveau de la machine asynchrone.

On pourra s'inspirer de l'expression de la puissance instantanée au niveau de la machine :  $p = \frac{3}{2}$

$$(v_{sd} i_{sd} + v_{rd} i_{rd} + v_{sq} i_{sq} + v_{rq} i_{rq}) = P_{\text{joules}} + P_{\text{mag}} + P_{\text{méca}}$$

2) Montrer que

$$\phi_{sd} i_{sq} - \phi_{sq} i_{sd} = -(\phi_{rd} i_{rq} - \phi_{rq} i_{rd})$$

3) Établir l'expression de  $P_{\text{méca}}$  en fonction de  $\phi_{sd}$ ,  $\phi_{sq}$ ,  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$  et  $\omega$ , puis en fonction de  $\phi_{rd}$ ,  $\phi_{rq}$ ,  $i_{rd}$ , et  $\omega$ .

4) Montrer que le couple électromagnétique peut s'écrire :  $C_{em} = \frac{3 p M}{2 L_{t2}} (\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rd} i_{sd})$ .



# Utilisations particulières des machines asynchrones

## Objectifs

- Comprendre rapidement l'intérêt premier de dispositifs à induction.
- S'ouvrir à des solutions électriques pour résoudre des problèmes mécaniques.
- Évoquer les problèmes de sécurité et de contrôle.

## Vocabulaire

Arbre électrique  
 Moteur asynchrone  
 synchronisé  
 Régulateur d'induction

Réseau de téléaffichage  
 télécommande  
 Synchronisation  
 de deux machines

Synchro transmetteur,  
 synchro récepteur  
 Transformateur  
 à champ tournant

Ce dernier chapitre de la troisième partie montre la diversité des applications possibles des phénomènes d'induction en général et des machines asynchrones en particulier. Mention spéciale est faite à la machine asynchrone monophasée très utile en électrodomestique, à la synchronisation de machines menant à l'arbre électrique et aux appareils synchros de téléaffichage et de télécommande, tous trois indispensables dans des applications particulières.



## 22.1 TRANSFORMATEUR À CHAMP TOURNANT

C'est une machine asynchrone polyphasée au stator comme au rotor, à rotor bobiné et à bagues, conçue spécialement pour ce fonctionnement. Le rotor ouvert est bloqué à l'arrêt, mais il est réglable en position par une vis sans fin. Ouvert, le secondaire donne à ses bornes une tension par phase :

$$\bar{E}_{20} = -jM\omega_s \bar{I}_1 e^{-jp\theta_0}$$

repérée par rapport à l'axe de lecture  $1R$ . L'équation du secondaire lorsqu'il débite un courant  $\bar{I}_r = I_2 e^{-j\varphi_2}$  s'écrit :

$$\bar{V}_r = R_2 \bar{I}_r + jL_{l2} \omega_s \bar{I}_r + jM\omega_s \bar{I}_1 e^{-jp\theta_0} \text{ soit par rapport à l'axe de lecture } 1S :$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_r e^{jp\theta_0} = R_2 \bar{I}_2 + jL_{l2} \omega_s \bar{I}_2 + jM\omega_s \bar{I}_1.$$

En faisant varier  $\theta_0$  on peut modifier le déphasage du secondaire par rapport au primaire. C'est un « décaleur de phase ». Comme  $m_1$  et  $m_2$  peuvent être différents, le transformateur à champ tournant peut aussi être un « changeur du nombre de phases ».

Notons que dans un transformateur ordinaire, on ne peut pas changer la phase au secondaire par rapport au primaire, en conséquence les transformateurs sont conçus pour donner spontanément un déphasage particulier. Les plus connus sont les couplages étoile/étoile, étoile/triangle et étoile/zigzag.

## 22.2 RÉGULATEUR D'INDUCTION

Le régulateur d'induction permet d'obtenir une tension secondaire légèrement réglable en amplitude, toujours en phase avec la tension primaire et de même pulsation.

C'est la même machine que précédemment pour laquelle  $V_1 \gg E_{20}$ , ayant le même nombre de phases au stator et au rotor,  $m_1 = m_2$ , mais disposant de deux rotors bloqués, identiques et réglables simultanément en sens inverse (figure 22.1).

La tension d'une phase du réseau est mise en série avec une phase correspondante de chaque rotor. La tension résultante est réglable de  $V_1 - V_{21} - V_{22}$  à  $V_1 + V_{21} + V_{22}$ .

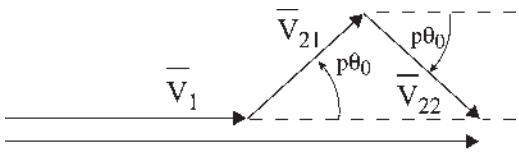


Figure 22.1

## 22.3 MOTEUR ASYNCHRONE SYNCHRONISÉ

Il permet d'obtenir les avantages respectifs des moteurs asynchrone et synchrone.

Le stator est polyphasé. Le rotor est bobiné et à bagues. Il démarre comme un moteur asynchrone d'induction, le rotor étant court-circuité. Une fois la vitesse de synchronisme atteinte, il est transformé en moteur synchrone par injection de courant continu dans le secondaire avec réglage possible de l'excitation.

Pour un bobinage triphasé rotorique, deux des enroulements montés en série et alimentés par une excitatrice continue servent d'inducteur tandis que le troisième, fermé en court-circuit, joue le rôle d'amortisseur. En charge, la machine fonctionne en moteur synchrone permettant une marche à vitesse constante et un réglage du réactif par action sur l'excitation. L'entrefer est intermédiaire entre ceux d'un moteur asynchrone (petit entrefer pour limiter les fuites et le courant magnétisant) et d'un moteur synchrone (entrefer pas trop grand pour limiter le courant magnétisant et pas trop petit pour limiter l'inductance cyclique  $L$ ).

## 22.4 MOTEUR ASYNCHRONE MONOPHASÉ

C'est un moteur très répandu pour les puissances inférieures au kW. Il est indispensable pour le domaine électrodomestique et pour les outils portatifs. Son stator est monophasé et son rotor le plus souvent à cage d'écureuil<sup>1</sup>.

D'après le théorème de Leblanc, le champ alternatif monophasé de direction fixe se décompose en deux champs tournants, direct et inverse, de vitesse angulaire électrique  $+\omega_s$  et  $-\omega_s$ . Le rotor étant à l'arrêt et court-circuité, les courants induits, direct et inverse, sont égaux et de même pulsation d'où deux couples  $C_d$  et  $C_i$  égaux et opposés. Il n'y a pas de couple de démarrage.

Le stator étant alimenté, supposons que le rotor ait été lancé à la vitesse angulaire électrique  $\omega = \omega_s(1 - g)$ , dans le sens direct.

La pulsation  $\omega_r$  des courants rotoriques étant égale à la vitesse angulaire électrique de rotation du champ inducteur par rapport au rotor, on peut écrire :

– pour le champ direct,  $\omega_{rd} = \omega_s - \omega = g\omega_s$

– pour le champ inverse,  $\omega_{ri} = -\omega_s - \omega = -\omega_s(2 - g)$  d'où le moment du couple :

$$C(g) = C_d(g) + C_i(2 - g)$$

$$= q_1 \left( \frac{M}{\ell_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{p}{\omega_s} \left[ \frac{\frac{R_2}{g}}{\left( \frac{R_2}{g} \right)^2 + (N_2\omega_s)^2} - \frac{\frac{R_2}{(2-g)}}{\left( \frac{R_2}{2-g} \right)^2 + (N_2\omega_s)^2} \right]$$

donnant une idée du couple. Cette expression n'est valable qu'autour de  $g = 1$ .

Le couple est nul au démarrage,  $g = 1$ . Si on lance le rotor dans un sens quelconque, direct ou inverse, comme on le faisait sur certaines machines à coudre, la machine démarre dans le sens sollicité. La courbe du couple résultant  $C(g)$  est tracée pour  $1 < g < 0$  (figure 22.2). La partie linéaire de part et d'autre de  $g = 0$  correspond au fonctionnement stable.

### Vous avez dit électrotechnique ?

#### Domaine d'application de l'électricité

L'électricité a ouvert la voie à trois grands domaines d'applications, l'électrotechnique, l'électronique et l'informatique, complètement interconnectés dans leurs technologies, et qui de plus ont fait naître la discipline de l'automatique.

– L'électrotechnique intéresse la production, le traitement, le transport et l'utilisation de l'énergie électrique.

– L'électronique intéresse la réception, le traitement, la transmission et l'exploitation du signal.

– L'informatique intéresse le traitement automatique et rationnel de la gestion, du maniement et de la communication, de l'information.

Aucun de ces domaines ne peut être remis en cause. Tous pénètrent l'ensemble des secteurs industriels et domestiques.

<sup>1</sup> Voir « Procédés de démarrage » paragraphe 20.7.

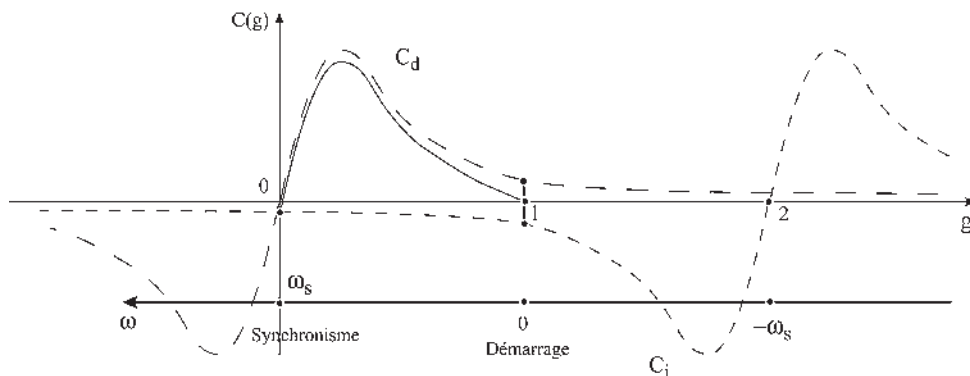


Figure 22.2

Par rapport à une machine triphasée, cette machine qui possède deux couples égaux et opposés au démarrage a besoin d'un artifice pour démarrer. Elle a un rendement moins bon à cause des pertes dues au champ tournant inverse et présente une puissance massique trois fois plus faible, le bobinage monophasé n'occupant que le tiers des encoches.

Pour les moteurs de faible puissance et si le couple résistant est faible, on peut procéder par un démarrage manuel dans un sens quelconque. La prédominance d'un des deux couples suffit alors pour le démarrage.

Dans le cas général, le démarrage s'obtient dans un seul sens en transformant momentanément la machine en machine diphasée stator. À côté de l'enroulement principal monophasé, le constructeur a installé un second bobinage auxiliaire décalé de  $\frac{\pi}{2}$  électrique par rapport au premier.

Avec ce bobinage auxiliaire, on dispose en série une capacité pour obtenir, à partir de la même source monophasée d'alimentation, un courant pratiquement diphasé dans la bobine auxiliaire. La mise en marche étant obtenue, la bobine auxiliaire est mise hors circuit par un contact centrifuge, car le condensateur vieillit rapidement sous tension.

Pour les micromoteurs, la bobine auxiliaire de démarrage est remplacée par une spire de déphasage. C'est une spire en court-circuit, décalée par rapport à l'enroulement principal monophasé (figure 22.3). Placée dans un champ alternatif de direction fixe, cette spire est le siège d'une f.é.m.  $e = -\frac{d\phi}{dt}$  à  $\frac{\pi}{2}$  AR dans le temps par rapport au courant et au champ inducteur.

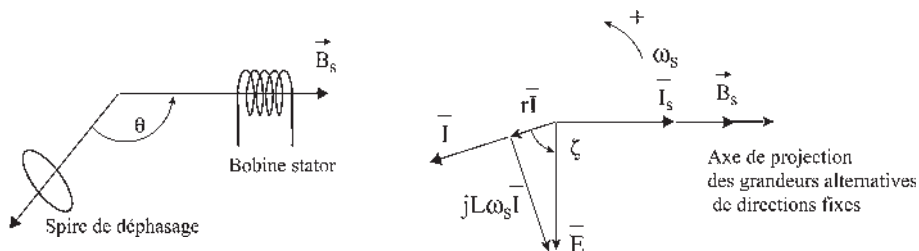


Figure 22.3

Le courant induit est déphasé en AR dans le temps de  $\zeta$  par rapport à la f.é.m. et donne un flux sensiblement en opposition avec le champ inducteur initial.

On peut jouer légèrement sur  $r$  par rapport à  $L$  afin d'obtenir un champ elliptique suffisant pour provoquer le démarrage qui s'effectue dans un sens de rotation déterminé. Le dispositif, placé par le constructeur, n'est utilisé que pour de très petits moteurs (tourne-disques, radiateurs soufflants...).

Dans le cas des machines monophasées à rotors bobinés, on peut, comme pour une machine triphasée, procéder à la variation de  $r_2$ . Le bobinage rotor est en général triphasé. Pour la machine triphasée, le couple maximal est indépendant de  $r_2$  tandis que le glissement auquel il correspond lui est proportionnel. Pour la machine monophasée, le couple maximal diminue quand  $r_2$  augmente (figure 22.4).

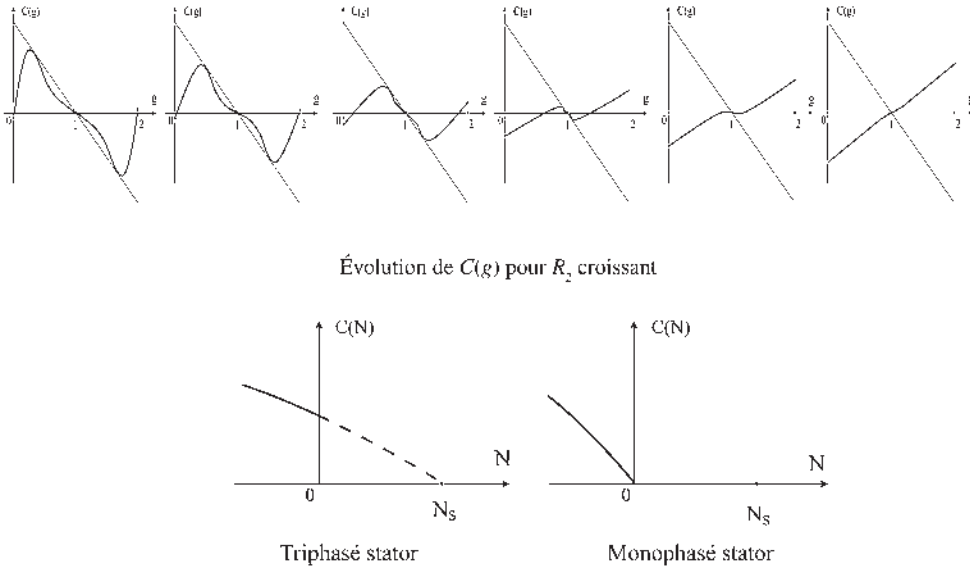


Figure 22.4

La dernière figure indique que pour un  $r_2$  important, le freinage à contre-courant (limitation de vitesse dans le sens inverse du champ tournant et de la rotation du moteur) est plus énergique en monophasé.

## 22.5 SYNCHRONISATION DE DEUX MACHINES

On cherche à obtenir le fonctionnement synchronisé de deux machines mécaniquement indépendantes, de puissances importantes, comme si elles se trouvaient sur le même arbre pour l'entraînement de deux trains mobiles d'un appareil rigide :

- sans arbre mécanique : grues à portique, portiques de déplacement des fusées ;
- sans bielles : groupes de moteurs de trains de roues parallèles.

### 22.5.1 Machines asynchrones d'induction à rotors bobinés

Les deux machines  $M_1$  et  $M_2$ , identiques, sont alimentées par le réseau. Les charges pouvant être différentes,  $\omega_1 = \omega_s(1 - g_1)$ ,  $\omega_2 = \omega_s(1 - g_2)$  (figure 22.5a).

Même si l'on ferme les rotors par un court-circuit commun, aucun courant secondaire d'une des machines ne traverse le secondaire de l'autre (figure 22.5b).

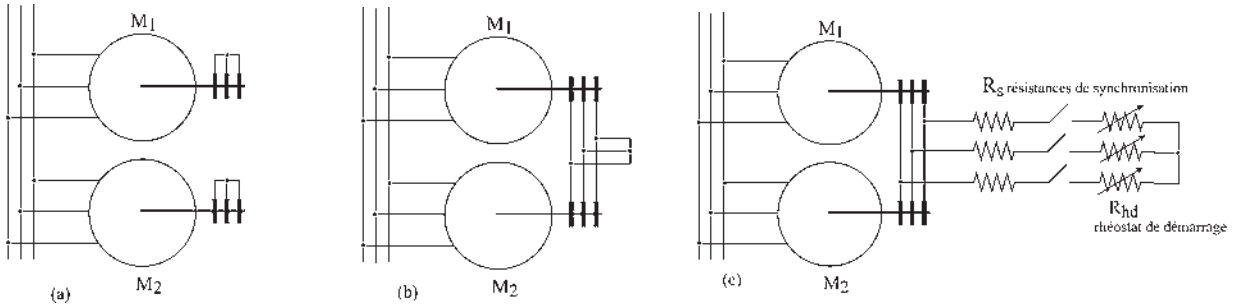


Figure 22.5

Par contre, si des résistances  $R_s$ , toujours insérées dans le circuit, provoquent un glissement suffisant, on obtient une synchronisation, chaque courant rotor de l'une des machines traversant le rotor de l'autre.

Il faut un glissement d'au moins 20 à 30 % pour obtenir une bonne synchronisation, au détriment du rendement (figure 22.5c).

Dans ces conditions, dans leur fonctionnement en moteur, chaque rotor possède deux champs rotoriges. Pour la machine  $M_1$ , l'un tourne à  $\omega_1 + \omega_{r1} = \omega_s(1 - g_1) + g_1\omega_s = \omega_s$  au synchronisme et donne le couple de la machine par interaction avec le champ stator, et l'autre, sensiblement opposé au précédent, les f.é.m. apparentes au secondaire étant mises en opposition, tourne à  $\omega_1 + \omega_{r2} = \omega_s(1 - g_1) + g_2\omega_s = \omega_s + (g_2 - g_1)\omega_s$  à une vitesse différente du synchronisme en créant le couple de synchronisation par interaction avec le champ stator. Les couples asynchrone et de synchronisation s'ajoutent dans la machine la plus lente et se retranchent dans la plus rapide.

Ce dispositif de synchronisation ne fonctionne bien que si  $g_1$  est voisin de  $g_2$ ,  $g_1 \approx g_2$ . Par contre, si  $g_1$  est différent de  $g_2$ , le couple moyen de synchronisation est nul, dans chaque machine les deux couples instantanés s'ajoutent puis se retranchent. Lorsque  $g_1 = g_2$ , les deux f.é.m. apparentes au secondaire sont au synchronisme. Un courant de circulation synchronisant existe aussi, tant qu'elles ne sont pas en phases. Les rotors étant initialement dans une position quelconque, on préfère procéder de suite à la mise en phase initiale dès la mise sous tension du stator et avant le couplage du rhéostat de démarrage.

Ce dispositif n'est utilisé que quand la synchronisation est presque naturelle.

### 22.5.2 Machines quelconques – arbre électrique – synchros de puissance

L'objectif est de synchroniser deux machines quelconques, électriques ou thermiques, identiques et de puissances importantes, mais en laissant au groupe la possibilité de vitesse variable.

La synchronisation est obtenue à l'aide de deux machines identiques  $AS_1$  et  $AS_2$ , qui sont des machines asynchrones d'induction à rotors bobinés et à bagues fonctionnant en « synchros de puissance » (figure 22.6).

C'est une autre utilisation de ces machines asynchrones, différentes des fonctionnements moteurs du paragraphe 22.5.1.

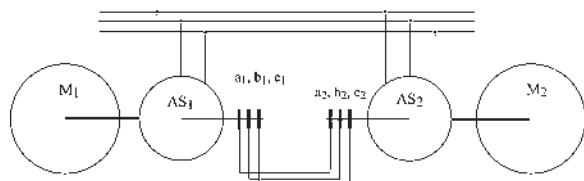


Figure 22.6

Dans la plupart des applications, la puissance des synchros est sensiblement le quart de la puissance des machines à synchroniser.

### Fonctionnement

Les machines  $M_1$  et  $M_2$  étant à l'arrêt, on alimente les stators des deux machines  $AS_1$  et  $AS_2$ , d'où deux champs tournants à la vitesse angulaire électrique  $\omega_s$ . Les champs sont identiques et admettons-les directs. Les f.é.m. apparentes aux secondaires des deux machines sont directes, identiques, de pulsations  $\omega_s$ , de mêmes amplitudes maximales, mais de phases quelconques, les rotors étant initialement dans une position arbitraire. Comme précédemment, le couple de synchronisation place les deux rotors en phases géométriques avec des  $p\theta_0$  identiques. Les f.é.m. secondaires étant en opposition, aucun courant ne circule alors au secondaire. Les deux machines, bien qu'alimentées, restent à l'arrêt. Toute rotation provoquée de  $M_1$  (ou de  $M_2$ ) dans un sens ou dans l'autre entraîne instantanément la rotation de  $M_2$  (ou de  $M_1$ ), les deux rotors de  $S_1$  et  $S_2$  étant synchronisés.

Il en est de même lorsque les machines  $M_1$  et  $M_2$  sont en rotation,  $AS_1$  et  $AS_2$  assurent le synchronisme. C'est ce dispositif que l'on appelle « l'arbre électrique » les deux rotors de  $AS_1$  et  $AS_2$  étant couplés solidaires électriquement. Même si les charges des machines  $M_1$  et  $M_2$  sont momentanément différentes, la synchronisation reste efficace.

## Le saviez-vous ?

### Les supraconducteurs

Au début du XIX<sup>e</sup> siècle, Louis Joseph Gay-Lussac calcula que les gaz qui se contractent sous l'effet du froid disparaîtraient vers  $-270^\circ\text{C}$ .

William Thomson démontra en 1850 que la température d'un corps traduit la vitesse de déplacement de ses molécules et calcula que toute molécule gazeuse s'immobiliserait au zéro absolu, à  $-273,15^\circ\text{C}$ . Il fut anobli et devint lord Kelvin. Le zéro absolu devint le zéro Kelvin.

En 1911, Kamerlingh Onnes découvrit que la résistance du mercure disparaissait à  $4,12^\circ\text{K}$ . La découverte de la supraconductivité lui valu le prix Nobel de physique en 1913.

K.A. Müller et J.G. Bednorz recevaient le prix Nobel en 1987 pour la réalisation d'un matériau céramique supraconducteur à  $35^\circ\text{K}$ .

En 1989, des supraconducteurs « chauds » étaient obtenus à  $128^\circ\text{K}$ .

Un supraconducteur n'a plus de résistance électrique et ne peut pas être traversé par un champ magnétique. Trouvez pourquoi, vous serez nobélisable !

## 22.6 APPAREILS SYNCHROS

Ce sont de petites machines d'une puissance unitaire de 100 W installées en réseaux :

- de téléaffichage pour transmettre et recevoir à distance des informations visuelles ;
- de télécommande pour transmettre et traiter à distance des informations électriques pour réaliser des asservissements.

### Vous avez dit électrotechnique ?

#### Trains à sustentation ou à répulsion magnétique

À partir de 1956, en France, Jean Bertin a créé toute une série de véhicules sur coussins d'air, Terraplane, Naviplane, Aérotrain. L'aérotrain propulsé par un moteur linéaire a atteint 428 km/h en mars 1974.

En 1967, aux États-Unis, Garret a développé un engin à moteur linéaire et à sustentation magnétique qui a atteint 402,5 km/h en 1973.

En 1971, au Japon, deux compagnies s'intéressent à la sustentation magnétique suite à des recherches commencées en 1962 :

- La JAL, *Japan Air Lines*, avec le HSST. Le train expérimental LSM200 à moteur linéaire utilisant des bobines supraconductrices pour la création des champs magnétiques a atteint 307 km/h en 1978.

- La JNR, *Japanese National Railways*, avec le ML100 utilisant un moteur linéaire à induction atteint 301 km/h en 1978.

En 1978, compte tenu de ces deux expériences de sustentation magnétique, un premier centre de recherches sur les trains à lévitation magnétique est créé à Miyazaki. Avec le prototype ML500, 407 km/h et 517 km/h seront atteints en 1979 et 1980. Le train MLX01 atteint lui 405 km/h en 1987. En 1990, la construction du centre de recherches Yamanachi a pour objectif l'élaboration d'un Maglev avant l'an 2000 par la mise au point de la lévitation latérale.

### 22.6.1 Réseaux de téléaffichage

Ces réseaux composés de synchro transmetteurs et de synchro récepteurs, simples ou différentiels, sont utilisés dans les entreprises, à bord des avions ou des bateaux pour transmettre des ordres à exécuter ou pour vérifier depuis le poste de commande que des tâches ont bien été accomplies.

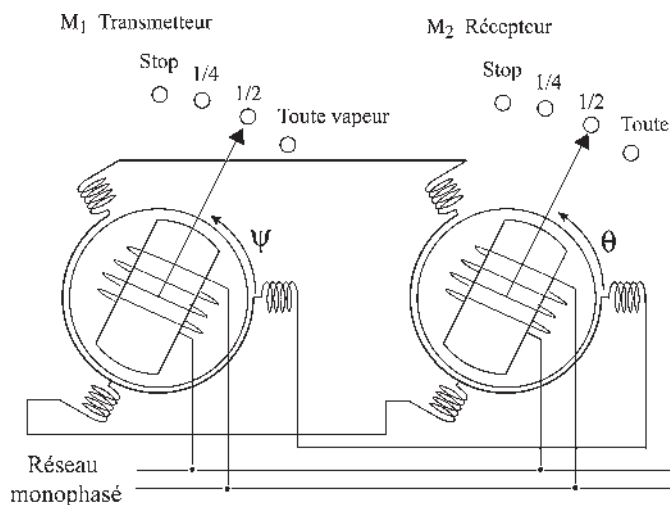


Figure 22.7

#### Principe

Un synchro transmetteur est composé d'un rotor monophasé, alimenté par le secteur et d'un stator comportant trois bobines tripositionnées (figure 22.7).

Le rotor sera enclenché devant l'information à transmettre. Le synchro récepteur est identique mais son rotor est libre en rotation. Les bobines stator du transmetteur et du récepteur sont simplement couplées entre elles.

#### Fonctionnement

Un raisonnement global, en appliquant la loi de Lenz, montre que le stator de  $M_1$  crée pour se défendre avec ses trois bobines tripositionnées, un champ alternatif de même direction fixe que celui de l'inducteur, mais opposé dans le temps et dans l'espace.

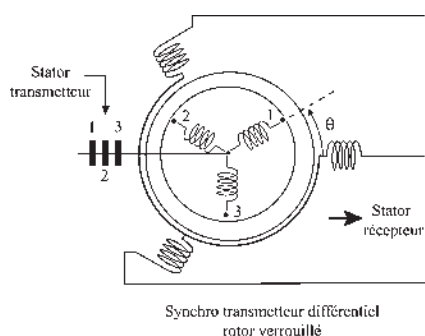


Figure 22.8

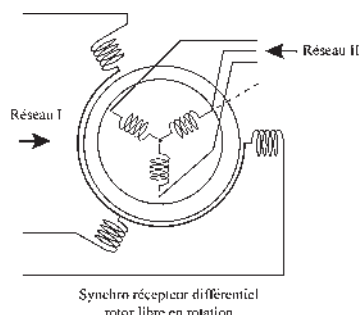


Figure 22.9

Les deux stators étant couplés,  $M_2$  crée par ses trois bobines stator un champ identique en direction, mais opposé au champ stator de  $M_1$ . En définitive se trouve dans  $M_2$  l'image du champ donné par l'inducteur en  $M_1$ .

Le couple étant en  $\sin(\psi - \theta)$ , le rotor de  $M_2$ , libre en rotation, se placera tête-bêche exactement sur cette direction,  $\theta = \psi$ , en restituant l'information dans la soute du navire. Pour distribuer l'information dans la soute, plusieurs synchros récepteurs montés en parallèle pourront être couplés au synchro transmetteur donneur d'ordres. Le réseau est formé d'un émetteur et de plusieurs récepteurs.

### Synchro transmetteur différentiel à rotor verrouillé

Il sera utilisé dans le cas inverse où plusieurs informations d'origines distinctes doivent être transmises simultanément au poste de commande (figure 22.8).

Le réseau est formé d'un récepteur au poste de commande et de plusieurs émetteurs, installés en divers points de la soute, montés en série (un transmetteur et des transmetteurs différentiels).

Selon le branchement des bobines, le synchro transmetteur différentiel pourra effectuer une somme ou une différence d'angles de rotation ou de vitesses angulaires.

Comme pour le transmetteur (calage  $\psi$  du rotor par rapport au repère stator) le rotor du transmetteur différentiel est verrouillé (calage  $\theta$  du rotor par rapport au repère stator). Le rotor du récepteur se positionne à  $\psi + \theta$  pour deux émetteurs.

### Synchro récepteur différentiel à rotor libre

Il sera utilisé dans le cas où plusieurs informations de même nature et d'origines distinctes parviennent au poste de commande par deux réseaux complémentaires (figure 22.9).

## Vous avez dit électrotechnique ?

### Trains à sustentation ou à répulsion magnétique

Le Maglev utilise le principe de la répulsion électromagnétique pour se sustenter et emploie des réacteurs pour se déplacer. Il comporte une série de bobines supraconductrices générant des champs magnétiques. La voie comporte des bobines court-circuitées. Après avoir atteint 100 km/h sur roues, la répulsion électrodynamique est suffisante pour soulever le train de 10 cm. Il atteint 550 km/h en 1997 et 552 km/h le 14 avril 1999, record du monde des trains sustentés.



En 1972, en Allemagne, le train expérimental Transrapid, électroglisseur à sustentation magnétique est développé par huit grosses sociétés allemandes. Le train, d'une longueur de 54 m est équipé d'ailes recourbées sous la voie et équipées de 100 électroaimants de sustentation et de guidage latéral. Les ailes attirées par le rail soulèvent le train qui est propulsé par un réacteur. Il a été chronométré à 412,6 km/h le 21 janvier 1988.



Par exemple, depuis l'accident d'Ermenonville où un gros porteur de la Varig s'est écrasé au décollage, porte de soute à bagages ouverte, ce réseau a été utilisé pour s'assurer, au poste de pilotage, que toutes les portes de l'appareil ont bien été fermées.

## 22.6.2 Réseaux de télécommande

Appelés réseaux de synchro détection (figure 22.10), ils sont formés de synchro transmetteurs et de synchro transmetteurs différentiels, identiques à ceux employés en téléaffichage. Les émetteurs d'ordre sont couplés en série avec un synchro détecteur.

Le synchro détecteur est identique à un synchro récepteur à la différence que son rotor entraîné par la charge n'est pas alimenté électriquement.

Le synchro détecteur fournit aux bornes de son enroulement rotorique une tension proportionnelle au sinus de l'angle représentant la différence entre le calage  $\gamma$  du rotor imposé par le moteur et la somme des calages des transmetteurs et des transmetteurs différentiels donneurs d'ordres. La tension rotorique est utilisée comme tension d'erreur dans des asservissements de position ou de vitesse, par exemple pour la commande en position du gouvernail d'un navire ou pour la commande de vitesse de rotation de l'hélice.

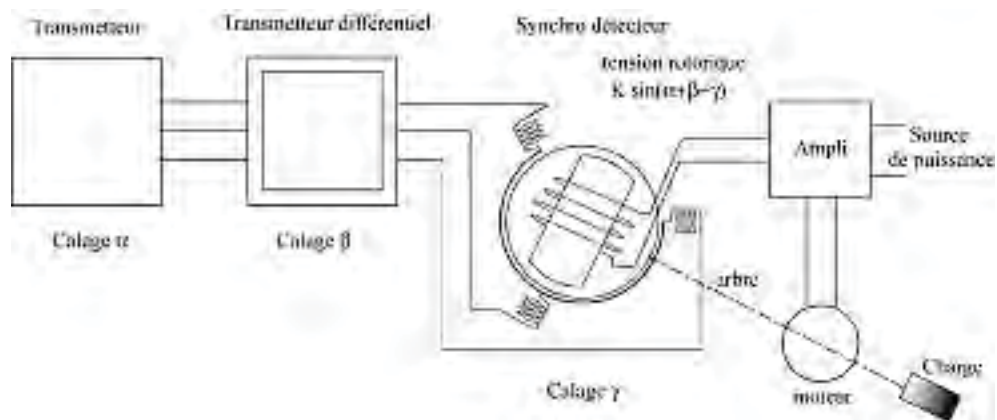


Figure 22.10

# Pour en savoir plus...

## LE TOUT ÉLECTRIQUE

Depuis la fin des années 1980, et avec constance, le tout électrique est présenté comme une solution intéressante pour tous les engins mobiles autonomes, civils ou militaires, navires de tous types, avions de nouvelles générations, véhicules terrestres... Le rêve était ancien mais il a fallu restreindre les prétentions. La traction autonome permanente à partir de batteries n'est pas encore pour demain.

Mais alors que signifie tout électrique et pourquoi cet engouement ?

Ce sont les progrès réalisés en électronique de puissance sur les dispositifs de traitement de l'énergie concernant les courants forts qui ont permis d'envisager de nouvelles dispositions attrayantes.

Pour les navires, le dispositif « diesel semi-rapide 600 à 900 tr/min, réducteur, arbre de transmission, hélice à pales orientables » donnant satisfaction mais tout de même bruyant, vibrant, polluant et peu manœuvrable aux faibles régimes pourrait être remplacé par le dispositif « diesel semi-rapide, générateur électrique synchrone à prise directe, changeur de fréquence statique, moteur électrique à vitesse variable, réducteur, arbre de transmission, hélice à pales fixes ».

Bien que l'investissement initial soit augmenté, ce dispositif permet :

- de dissocier complètement le diesel de l'hélice permettant un gain de place grâce à des emplacements plus judicieux ;
- de diminuer la pollution et les vibrations en faisant fonctionner le diesel à charge nominale et à vitesse constante ;

- d'alimenter le réseau continu et les batteries par un redresseur statique ;
- de disposer de la puissance totale du diesel soit pour naviguer soit pour utiliser les appareils de déchargement à quai ;
- de disposer du couple maximal du moteur électrique sur la totalité de la plage de variation de vitesse rendant les manœuvres plus aisées.

Les armateurs ont des préférences : pas de bruit ni de vibrations pour la croisière, manœuvrabilité pour les bacs, puissance maximale même à l'arrêt pour les brise-glaces, chargement autonome pour les pétroliers...

Pour les navires militaires, deux bâtiments « tout électrique » de la Marine Nationale, le *Mistral* et le *Tonnerre* seront mis en service en 2005 et 2006.

Pour les avions, déjà « tout électrique » dans l'assistance au pilotage, l'ambition est d'associer une commande de vol de type électrique avec des actionneurs locaux de type hydraulique. L'usage des convertisseurs statiques de fréquence permettra de placer un générateur synchrone en prise directe avec le réacteur. Un redresseur statique peut assurer la liaison avec le réseau continu et les batteries.

Pour les engins mobiles terrestres, cette même politique peut autoriser un pilotage des seuls moteurs électriques de traction, le moteur thermique restant à vitesse constante pour diminuer la pollution en ville. De même avec des batteries moins volumineuses et à durée de vie plus longue, la cogénération pourrait être envisagée. Pour les véhicules militaires blindés, EBRC, engins blindés à roues de contact, un simulateur de démonstration évalue actuellement les avantages et inconvénients du tout électrique.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Transformateur à champ tournant

Il s'agit d'une machine asynchrone à rotor bloqué dont la position est réglable. Cette machine permet d'obtenir des tensions triphasées à phase réglable en modifiant la position du rotor.

### Régulateur d'induction

Il permet d'obtenir des tensions triphasées d'amplitude réglable.

### Moteur asynchrone monophasé

C'est un moteur très répandu pour les puissances inférieures au kW. Il est indispensable pour le domaine électrodomestique et pour les outils portatifs. Son stator est monophasé et son rotor le plus souvent à cage d'écuriel. Pour permettre son démarrage, on utilise un condensateur et un bobinage auxiliaire pour transformer son alimentation monophasée en diphasée.

### Synchronisation de deux machines

L'arbre électrique permet de synchroniser la rotation de deux moteurs sans nécessité d'arbre mécanique commun. Ce dispositif est utilisable pour les grues de part et d'autre d'un canal, les portiques, le transport des fusées...

### Appareils synchro

Ils permettent de transmettre à distance une information positionnée.

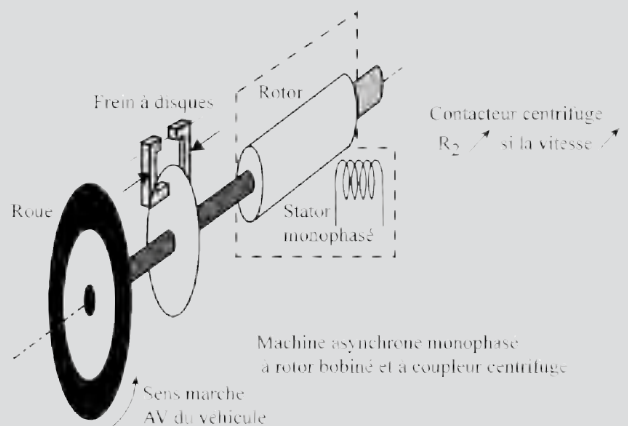
## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**22.1** Vous avez besoin d'utiliser des tensions hexaphasées de pulsation 314 rad/s, d'amplitude constante et de phase réglable. Comment les fabriquez-vous ?

**22.2** Un régulateur d'induction stator triphasé est alimenté en 220 V-50 Hz par phase. La tension aux bornes d'une des phases des deux rotors triphasés est de 20 V. Que peut-on obtenir en faisant varier  $\theta_0$  angle mécanique de repère entre une phase stator et une phase rotor correspondante ?

**22.3** Considérons le dispositif de freinage d'un camion présenté à la figure ci-dessous. Le frein à disque classique est associé à une machine asynchrone monophasée à rotor bobiné à coupleur centrifuge. La résistance  $R_2$  augmente si la vitesse augmente. En appuyant sur le frein, le conducteur actionne le frein à disque et alimente le stator du moteur.



Figures 22.11

Ce dispositif est-il convenable pour freiner un camion ? Est-il efficace ? Y aurait-il dans l'action de freinage la possibilité de décaler les deux freins ? Pourquoi ?

**22.4** Sur un navire, un réseau de téléaffichage à commande manuelle et réception visuelle est installé. Faites le schéma d'un dispositif permettant au mécanicien installé en soute de dire si les machines sont opérationnelles ou non, et, au responsable d'embarquement de préciser si tout le chargement est stabilisé ou non. Choisissez les transmetteurs et le récepteur appropriés pour informer le commandant de bord.

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**22.1** Une machine asynchrone monophasée n'a pas de couple de démarrage. Afin de démarrer ce type de machine on fait parfois appel à un bobinage stator auxiliaire, décalé dans l'espace de  $90^\circ$  électrique avec le bobinage principal. Une fois la machine lancée, il est alors possible de déconnecter l'enroulement auxiliaire.

Soient respectivement  $i_p = \sqrt{2}I_p \cos(\omega t)$  et  $i_a = \sqrt{2}I_a \cos(\omega t + \theta_a)$  les courants parcourant les enroulements principal et auxiliaire. On désigne par  $N_p$  et  $N_a$  le nombre de spires de chaque enroulement.

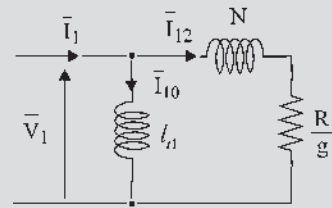
- 1) Quelle est l'expression de la force magnétomotrice d'entrefer ?
- 2) Déterminer les caractéristiques du courant  $i_a$  pour que le système diphasé obtenu soit équilibré.

**22.2** Une turbine hydraulique entraîne le rotor d'une machine asynchrone triphasée. Son stator est relié à un réseau de distribution triphasé de tension 400 V, de fréquence 50 Hz.

La machine asynchrone, à cage d'écureuil, 12 pôles, admet, pour des valeurs faibles du glissement et une fréquence de 50 Hz, un modèle simplifié par phase, ramené à l'échelle statorique, dont les valeurs des éléments sont les suivantes :

- réactance magnétisante  $X_m = \ell_{t1}\omega = 1,6 \Omega$  ;
- réactance de fuites totales  $X_2 = N\omega = 0,16 \Omega$ ,
- résistance rotorique  $R = 0,023 \Omega$ .

La résistance du stator, les pertes fer et mécaniques sont négligées. La puissance mécanique fournie sur l'arbre par la turbine est de 200kW.



Figures 22.12

1) Calculer la valeur et le signe de la puissance active et de la puissance réactive échangées avec le réseau, le courant  $I$  par fil de ligne ainsi que la vitesse du groupe.

2) Pour réduire le courant  $I$  à sa valeur minimale, une batterie de condensateurs en montage étoile est connectée aux bornes du stator. Calculer la capacité d'une branche de l'étoile.

**22.3** On souhaite déterminer les courants par phase d'un moteur asynchrone triphasé alimenté en monophasé.

Le moteur est branché par erreur entre les phases  $B$  et  $C$  du réseau et le neutre au lieu des phases  $A$ ,  $B$  et  $C$ . On donne  $U = 231$  V.

1) Exprimer les composantes symétriques  $\bar{V}_d$  et  $\bar{V}_i$  en fonction de  $\bar{V}_A$ .

2) Le moteur tourne à 1 410 tr/min, la vitesse de synchronisme étant de 1 500 tr/min, préciser les valeurs de  $g_d$  et  $g_i$ .

3) Des essais successifs sur cette machine ont permis de déterminer les impédances directe et inverse du moteur :  $\bar{Z}_d = [13,3 \Omega ; 31^\circ]$  et  $\bar{Z}_i = [2,8 \Omega ; 83^\circ]$ . Calculer  $\bar{I}_d$  et  $\bar{I}_i$ .

4) Calculer les courants en ligne  $\bar{I}_A$ ,  $\bar{I}_B$  et  $\bar{I}_C$ .



# Machines à courant continu

La machine à courant continu est une « vieille et noble dame ».

Faisant figure d'ancêtre auprès des étudiants... et de nombreux collègues... elle n'en reste pas moins un objet mythique de l'électrotechnique.

Elle fut, pendant de très nombreuses années, la cible emblématique de tous les développements sur les machines synchrones à commutation électronique.

Quand on analyse, encore aujourd'hui, ce que coûte la réalisation statique de toutes les fonctions remplies pas son collecteur mécanique, on ne peut qu'être admiratif des solutions techniques que les concepteurs (et les technologies) de l'époque avaient pu apporter.

Actuellement, la machine à courant continu voit son domaine d'applications se restreindre en raison des avancées très significatives des machines à courant alternatif associées à leurs électroniques de commande.

Elle est toutefois fréquemment prise comme exemple pédagogique de la conversion électromécanique et sert de support de réflexion pour l'explication des rôles de l'autopilotage et de la commutation dans les machines synchrones à commutation électronique.

En qualité d'enseignant d'électronique de puissance, j'utilise très souvent la machine à courant continu comme exemple de fonctions et de propriétés originales que l'on rencontre aussi dans la conversion statique.

Quand, au sens du transfert énergétique, on assimile un convertisseur statique direct à un « transformateur » de forme et de caractéristiques de l'énergie électrique qu'il transmet, on peut aussi faire référence, pour certains convertisseurs indirects, à la notion de « gyrateur » qui assure le même genre de fonction mais en croisant la nature (effort  $\leftrightarrow$  flux) des grandeurs qu'il transmet. La machine à courant continu amène la notion supplémentaire de changement de domaine physique puisqu'elle convertit un « flux » électrique (courant) en « effort » mécanique (couple), et réciproquement.

Ainsi, quand on cherche à sensibiliser les étudiants aux notions de grandeurs imposées et de grandeurs imposables (causalité) pour mieux percevoir les contraintes réciproques de la conversion électro-mécanique, la machine à courant continu se positionne comme un auxiliaire précieux.

Pour aller encore plus loin dans cette exploitation de la causalité, on peut encore utiliser l'image de la machine à courant continu pour illustrer le fait qu'une causalité peut être différente selon la fenêtre fréquentielle que l'on considère ; ainsi, pour démarrer une machine à courant continu, on ne peut compter ni sur sa résistance d'induit ni sur son inductance d'induit et encore moins sur sa f.é.m. nulle pour limiter l'appel de courant et la source d'alimentation optimale est alors un convertisseur régulé en courant (*source de courant* dans la bande passante de sa régulation). Pour les fréquences de découpage de ce convertisseur, c'est au contraire l'inductance d'induit qui, par son impédance, limite les variations du courant et donc du couple. Le convertisseur, hors de la bande passante de sa régulation de courant, se comporte alors comme une *source de tension* découpée.

Par les différentes facettes de ses réversibilités (2 et 4 quadrants), la machine à courant continu offre enfin un excellent terrain pour illustrer les différentes formes que revêt la réversibilité des convertisseurs statiques.

La réversibilité « intrinsèque » de la source de courant qui représente la machine à courant continu à excitation fixe (ou à aimant permanent) lors d'un passage traction/freinage récupératif à sens de vitesse imposé entraîne la réversibilité en courant des semiconducteurs qui doivent l'alimenter (hacheur réversible en courant, par exemple), tandis que la réversibilité traction/freinage récupératif à sens de vitesse imposé provoquée par un croisement des inducteurs entraîne une réversibilité « structurelle » du hacheur qui prend la forme d'un (demi-)pont.

La marche quatre quadrants met tout le monde d'accord avec un *pont* constitué de semiconducteurs *réversibles en courant* !

Professeur Henri Foch  
LEEI - ENSEEIHT / INPT

# Principes de fonctionnement

## Objectifs

- Assimiler la technologie et la création des f.é.m. par spire.
- Comprendre la génération des f.é.m. par fil actif dans l'espace de Fresnel.
- Distinguer les f.é.m. résultantes entre deux points du bobinage ou entre deux balais.
- Relier les fonctionnements moteur et générateur aux variables et à leurs signes relatifs.
- Maîtriser le rôle du collecteur et de la bobine pseudo stationnaire.
- Revoir la machine synchrone autopilotée à commutation électronique (paragraphe 12.3).

## Vocabulaire

Balais, collecteur  
 Bobinage en anneau  
 Bobinage en tambour

Bobine pseudo-stationnaire	Machines hétéropolaires,
F.é.m. continue et f.é.m. continue commutée	homopolaires, acycliques, électrostatiques

Technologiquement très complexe par rapport aux machines synchrones et asynchrones d'induction, la machine à courant continu avec son collecteur, ses balais, sa bobine pseudo-stationnaire, ses f.é.m. alternatives alors qu'elle donne ou qu'elle absorbe un courant continu... a trois avantages pour les étudiants. Le courant continu est plus rapidement compréhensible que le courant alternatif, surtout au niveau de ses effets. Le fonctionnement de la machine en régime permanent, comme en régime transitoire, est géré par un système d'équations relativement simple. Enfin, la commande est claire, chaque manette agissant sur une variable découplée des autres. L'effort initial de compréhension est donc payant.



## 23.1 PRINCIPE DES MACHINES HÉTÉROPOLAIRES

Après avoir, par l'emploi de matériaux ferromagnétiques, amplifié le champ d'excitation magnétique et concentré le flux au droit des fils actifs, Gramme mit au point en 1870 un dispositif balais collecteur permettant la mise en série des f.é.m. générées dans les fils actifs entre deux balais.

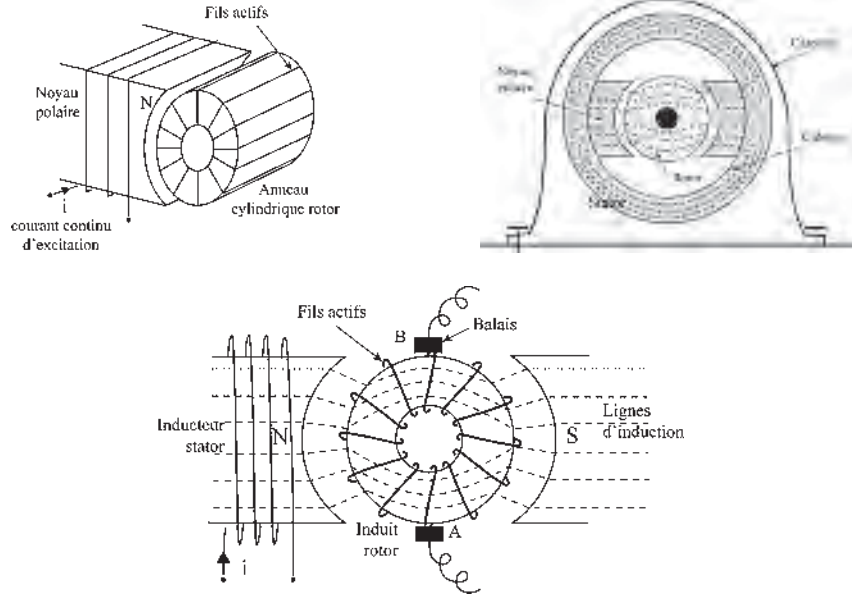


Figure 23.1

Le bobinage rotor « en anneau » entièrement fermé sur lui-même (figure 23.1) est enroulé sur un cylindre creux. Prenons une machine bipolaire.

La machine étant excitée, entraînons le rotor à vitesse angulaire constante  $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{cste}$ . D'après la loi de Faraday :  $e = \vec{B}(d\vec{l} \wedge \vec{v})$ , des f.é.m. sont générées uni-

quement dans les fils actifs, directrices extérieures de l'anneau cylindrique. Il n'y a aucune f.é.m. dans les directrices intérieures, les fils ne coupant aucune lignes d'induction, ni aucune f.é.m. dans les fils situés sur les bases du cylindre, la règle des trois doigts n'étant pas respectée.

Avec la notion de spires, on peut comprendre rapidement le fonctionnement de cette génératrice (figure 23.2).

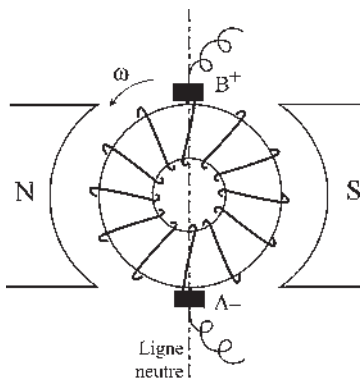


Figure 23.2

Par variation de flux, chaque spire est siège d'une f.é.m.  $e = -\frac{d\phi}{dt}$ . Toutes les spires situées à gauche de la ligne neutre ont des f.é.m. de même sens qui s'ajoutent entre les balais fixes A et B.

Avec un bobinage « à droite », bobiné en tournant à droite en avançant, et avec le sens de rotation choisi pour  $\omega$  le pôle (+) est en B et le (-) en A.

De même, toutes les f.é.m. de même sens des spires situées à droite de la ligne neutre s'ajoutent et donnent aussi le pôle (+) en B. Les f.é.m. obtenues de part et d'autre de la ligne neutre sont égales.

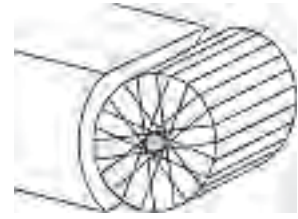


Figure 23.3

➔ **Bobinages en tambour** Très rapidement le bobinage en anneau, avec fils intérieurs inactifs mais pertes Joule dans ces fils dès que la machine débite, a été définitivement abandonné au profit du bobinage en tambour (1872) (figure 23.3).

Le rotor cylindrique en anneau a été remplacé par un rotor cylindrique plein n'ayant sur son pourtour que des fils actifs.

## 23.2 FONCTIONNEMENT EN GÉNÉRATEUR

Raisonnons sur les seuls fils actifs même non réunis entre eux :

- Tous les fils actifs situés d'un même côté de la ligne neutre (perpendiculaire à l'axe des pôles) ont des f.é.m. de même sens (figure 23.4).
- Pour un fils actif quelconque au cours de la rotation, la f.é.m. est périodique. La machine étant bipolaire, la fréquence du phénomène électrique,  $f$  en Hz, est égale à la fréquence de rotation du rotor,  $N$  en tours/sec, comme dans une machine synchrone.

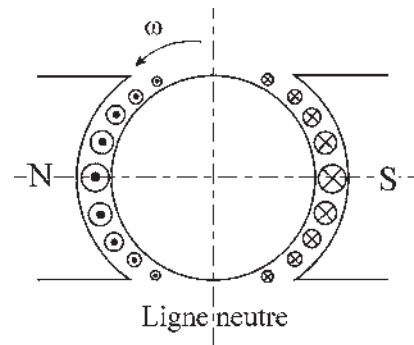


Figure 23.4

$$\text{La pulsation des f.é.m. } \omega = 2\pi f = 2\pi N = \frac{2\pi}{T} = \omega \text{ rad/sec}$$

est la vitesse angulaire de rotation du rotor.

$d\vec{l}$  et  $\vec{v}$  étant constants pour un fil au cours de la rotation, la f.é.m. instantanée  $e = \vec{B}(d\vec{l} \wedge \vec{v})$  reproduit dans le temps l'amplitude locale de  $B$  dans l'espace.  $B$  étant fixe par rapport au stator, radial et à répartition spatiale sinusoïdale :

- $e$ , scalaire temporel périodique de pulsation  $\omega$ , est sinusoïdal ;
- sa valeur instantanée, pour un fil quelconque, est déterminée par la position spatiale du fil.

La f.é.m. est maximale pour tout fil au passage sur l'axe des pôles. La f.é.m. est nulle au passage du fil sur la ligne neutre.

Le bobinage en tambour, comme le bobinage en anneau, est un bobinage fermé sur lui-même. Il n'utilise que des fils actifs extérieurs réunis entre eux par les têtes de bobines. Il est formé de spires sensiblement diamétrales et mises en série.

➔ Le schéma réel du rotor avec bobinage en tambour ne permet pas un renforcement du raisonnement par la « vision » (figure 23.5).

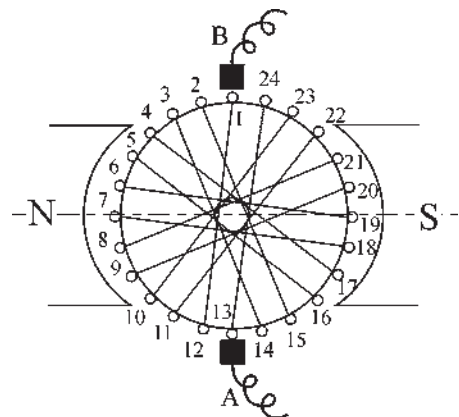


Figure 23.5

Nous utiliserons un modèle graphique symbolique de la machine de Gramme rendant compte des principales propriétés du rotor (figure 23.6) :

- le bobinage est fermé sur lui-même ;
- les balais *A* et *B* frottent sur les lames du collecteur ;
- les spires entre deux balais sont mises en série, en admettant symboliquement :
  - que le bobinage est à droite ;
  - que chaque spire, comprise entre deux lames du collecteur, est sensiblement diamétrale.

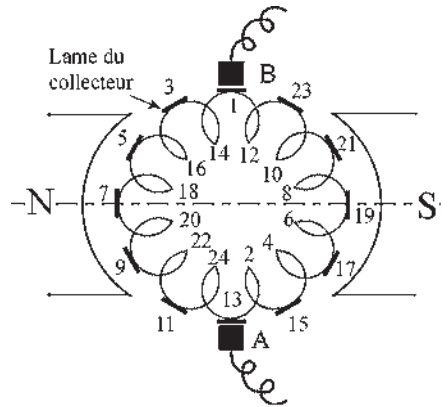


Figure 23.6

En conséquence, sur le pourtour du rotor alternent :

- des fils actifs des spires situées à droite et à gauche des balais ;
- des fils « aller » (impairs) et des fils « retour » (pairs), en bobinant.

Sur la figure 23.6, le rotor comporte 24 fils actifs (directrices extérieures du cylindre) et le collecteur comporte 12 lames numérotées toutes impaires comme les fils aller.

Si l'on dispose sur le pourtour du rotor de  $n$  fils actifs ( $\approx 600$  fils pour certaines machines industrielles) et si l'on suppose qu'entre deux lames successives du collecteur la spire, sensiblement diamétrale, ne comporte que deux fils actifs, la f.é.m. entre ces deux lames est la somme des deux f.é.m. sinusoïdales, de même sens, de même pulsation  $\omega$  et déphasées entre elles de  $\frac{2\pi}{n}$ .

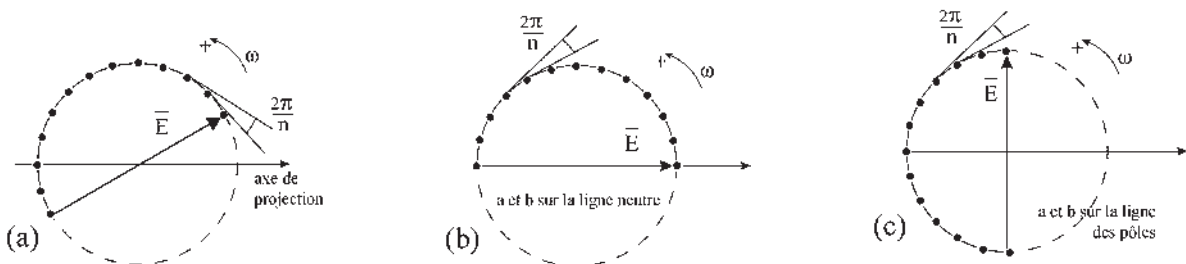


Figure 23.7

Cette f.é.m. résultante entre deux lames successives du collecteur est la projection instantanée, dans l'espace de Fresnel, de la somme de deux vecteurs, tournant à  $\omega$ , de même amplitude et déphasés entre eux de  $\frac{2\pi}{n}$ .

➔ La f.é.m. instantanée  $e_{ba}$  entre deux lames diamétrales du collecteur est la projection instantanée, dans l'espace de Fresnel, de la somme de  $\frac{n}{2}$  vecteurs tournant à  $\omega$ , de même amplitude et déphasés entre eux régulièrement de  $\frac{2\pi}{n}$  (figure 23.7.a). La f.é.m. aux bornes de points diamétraux  $a$  et  $b$  de l'enroulement est sinusoïdale, de pulsation  $\omega$  et d'amplitude  $E$ . Elle est maximale lorsque  $a$  et  $b$  sont sur la ligne neutre (figure 23.7.b). Elle est nulle lorsque  $a$  et  $b$  sont sur l'axe des pôles (figure 23.7.c).

Pour deux points diamétraux quelconques, la f.é.m. est maximale lorsque ces points sont sur la ligne neutre.

➔ La f.é.m. aux bornes de deux balais  $A$  et  $B$  est à tout instant celle des deux points diamétraux de l'enroulement situés, à cet instant-là, sur la ligne neutre. Or, deux points diamétraux de l'enroulement situés sur la ligne neutre ont toujours la f.é.m. maximale (figure 23.8).

La f.é.m. aux bornes des balais  $A$  et  $B$  est une f.é.m. continue commutée.

➔ Le fonctionnement du dispositif électromécanique balai/collecteur est comparable à un phénomène de stroboscopie :

- jamais les mêmes fils actifs, mais toujours sur la ligne neutre avec la f.é.m. maximale entre eux ;
- jamais la même goutte d'eau, mais toujours au même endroit avec le même diamètre.

➔ À vide, lorsque la machine ne débite pas, les f.é.m. des deux voies d'enroulement, pour aller de  $A$  à  $B$ , sont égales et en opposition. Avec un bobinage « à droite » le pôle + est en  $B$ . Il serait en  $A$  avec un bobinage « à gauche ».

Pour le circuit extérieur, la f.é.m. continue commutée agit comme une véritable f.é.m. continue... d'autant plus lisse qu'il y a de nombreuses lames au collecteur.

➔ En charge, dès que la machine débite, un courant continu  $I$  circule sous l'action de la f.é.m. continue aux bornes des balais  $A$  et  $B$  (figure 23.9).

Le courant continu  $\frac{I}{2}$  circule dans chacune des deux voies d'enroulement. Les deux voies débitent en parallèle.

La loi de Laplace  $d\vec{F} = i(d\vec{l} \wedge \vec{B})$  montre qu'une force  $\vec{F}$  agit sur chaque courant  $\frac{I}{2}$  exerçant un couple  $\vec{C}$  opposé au sens de rotation avec pour bras de levier le rayon.

Pour un générateur,  $E$  et  $\frac{I}{2}$  sont de même sens,  $C$  et  $\omega$  sont opposés.

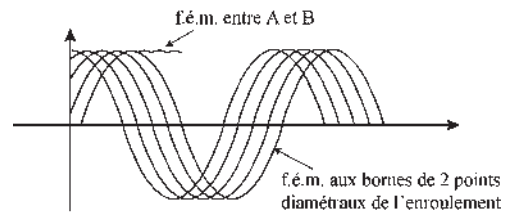


Figure 23.8

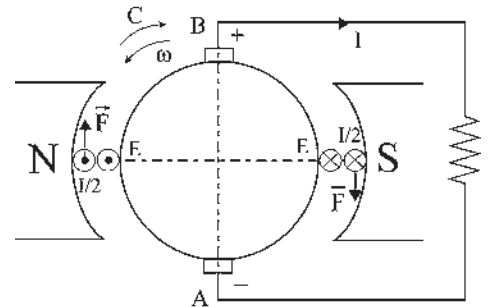


Figure 23.9

### 23.3 FONCTIONNEMENT EN MOTEUR

Historiquement, la réversibilité moteur/générateur n'a pas été évidente (figure 23.10).

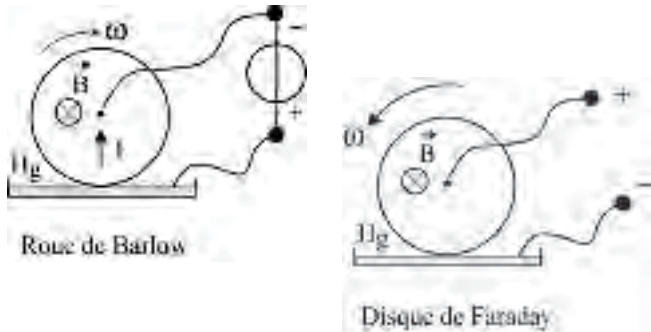


Figure 23.10

Il en est de même pour la machine à courant continu, inventée par Gramme en 1870, dans le seul fonctionnement générateur. Le fonctionnement moteur sera découvert par Deprez en 1873, après l'exposition de Genève, où un fonctionnement moteur avait été obtenu par hasard.

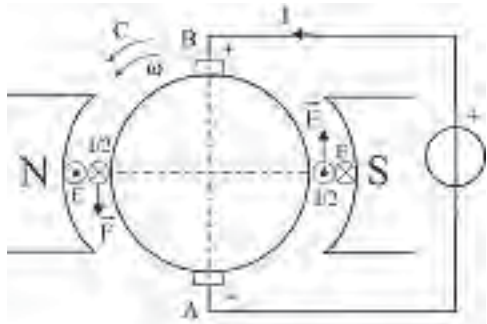


Figure 23.11

➔ Fonctionnement moteur :

– 1819, Loi de Laplace

$$d\vec{f} = i(d\vec{l} \wedge \vec{B}) ;$$

– 1828, roue de Barlow.

➔ Fonctionnement générateur :

– 1831, Loi de Faraday

$$e = \vec{B}(d\vec{l} \wedge \vec{v}) ;$$

– 1831, disque de Faraday.

En moteur la loi de Laplace donne le sens de la force agissant sur  $\frac{I}{2} d\vec{l}$  d'où le couple  $\vec{C}$  entraînant le moteur en rotation dans le même sens que  $\omega$  (figure 23.11).

La loi de Faraday donne le sens de la f.c.é.m.  $E$ .

Pour un moteur,  $C$  et  $\omega$  sont de même sens et  $E$  et  $\frac{I}{2}$  sont opposés.

### 23.4 DISPOSITIF BALAIS/COLLECTEUR

Dans chaque voie d'enroulement, le sens du courant continu  $\frac{I}{2}$  diffère selon que l'on se trouve à gauche ou à droite de la ligne des balais (cela en moteur, comme en générateur).

Dans un fil actif, le courant s'inverse donc au passage du fil sous un balai.

Le dispositif balais/collecteur en fonctionnement moteur ou générateur sert :

- de sommateur, pour l'obtention des f.é.m. ;
- de commutateur, pour l'inversion du courant dans les fils ;
- de sommateur, de moment du couple sur les fils actifs ;
- de commutateur, pour l'élaboration de la f.é.m. continue commutée.

Les sommations sont maximales si les balais A et B sont sur la ligne neutre.  
On décale parfois les balais A B de la ligne neutre (figure 23.12).

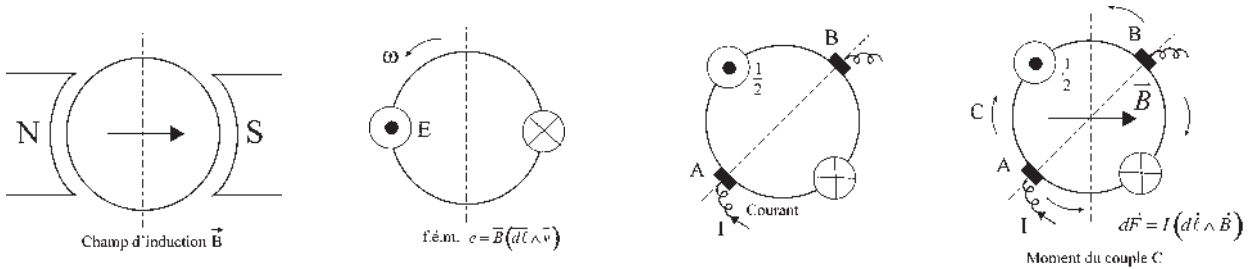


Figure 23.12

Pour un fil actif au cours de la rotation :

- le champ d'induction  $\vec{B}$  change de sens (rentre dans le rotor ou sort du rotor) au passage de la ligne neutre ;
- la f.é.m.  $e$  change de signe avec  $B$  donc au passage du fil sous la ligne neutre ;
- le courant  $\frac{I}{2}$  change de signe au passage sous les balais ;
- le moment du couple change de signe avec  $B$  au passage de la ligne neutre et avec  $I$  au passage de la ligne des balais.

La f.é.m. et le moment du couple seront maximaux lorsque les balais A et B seront sur la ligne neutre.

### 23.5 BOBINE PSEUDO-STATIONNAIRE

En moteur comme en générateur, le rotor parcouru par le courant induit  $I$  donne un champ d'induction  $\vec{B}_I$  (champ de réaction d'induit) d'amplitude proportionnelle à  $I$ .

Malgré la rotation, comme s'il était créé par une bobine fixe, le champ vectoriel  $\vec{B}_I$  est de direction fixe, porté par la ligne des balais d'où le nom de bobine pseudo-stationnaire.

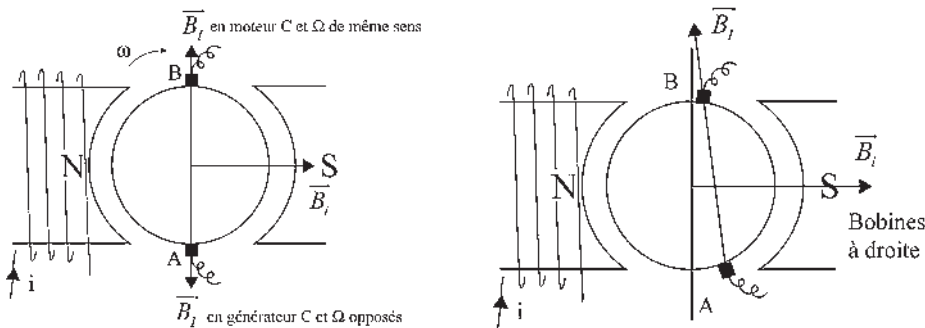


Figure 23.13

### Vous avez dit électrotechnique ?

#### Trottinettes électriques pour déplacements urbains

Ce véhicule autonome à siège intégré dispose d'une autonomie de 26 km, d'un portance de 80 kg et d'une vitesse de 20 km/h. Equipée d'un moteur à courant continu transversal, de caractéristiques 12 V, 10 A, 120 W, d'une roue motrice AR à entraînement par chaîne et de deux batteries. Temps de recharge : 2 à 5 heures.



Le moment du couple  $\vec{C} = \vec{M} \wedge \vec{B}_i$  avec  $\vec{M} = I \cdot \vec{s}$  traduit l'interaction entre les deux champs magnétiques stator et rotor. Les deux champs stator  $\vec{B}_i$  et rotor  $\vec{B}_j$  étant de direction fixe, le couple sera maximal lorsque les deux champs seront perpendiculaires, c'est-à-dire lorsque les balais seront diamétraux et placés sur la ligne neutre (figure 23.13).

## 23.6 F.É.M. CONTINUE ET CONTINUE COMMUTÉE

Mis à part les générateurs électrochimiques,

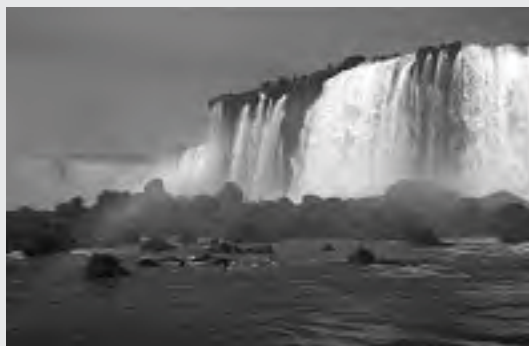
- pile électrique découverte par Volta en 1800 ;
- accumulateur au plomb mis au point par Planté en 1860 ;

la création de f.é.m. continues par la mise en rotation de dispositifs nécessite la présence de contacts glissants.

### Le saviez-vous ?

#### *La bataille du continu et de l'alternatif*

En 1884, Thomas Edison, l'inventeur de la lampe à incandescence, de l'émission électronique et du phonographe, croyait à l'avenir du courant continu tandis que Nikola Tesla, à qui l'on doit la machine asynchrone d'induction et l'utilisation des courants polyphasés, défendait, lui, le courant alternatif. La bataille se menait par génératrices Edison et Westinghouse interposées. En 1893, l'alternatif l'emporta, à la construction de la première centrale hydroélectrique sur les chutes du Niagara, grâce à l'acheminement possible de l'énergie en haute tension jusqu'à New-York.



Les machines électrostatiques découlent des phénomènes mis en évidence vers 1650 avec l'attraction de petits papiers par un bâton d'ébonite. Se sont succédées les machines de Whimshurst (1855), de Van de Graff (1933), de Pauthenier (1939) et de Felici (1950), avec les caractéristiques suivantes : 3 000 tr/min, 200 kV, 2,5 mA, 500 W,  $\eta = 0,9$ , permettant la peinture électrostatique.

Les machines électrostatiques donnent des f.é.m. continues.

Les machines homopolaires ou acycliques découlent de la roue de Barlow (1828), suivie de la dynamo Poirson (1922), 600 kW, 50 000 A, 12 V, pour l'électrolyse. Elle est visible au Palais de la découverte à Paris. La dernière réalisation date de 1971, en Grande-Bretagne, concernant un moteur 2 400 kW, 200 tr/min, avec inducteur supraconducteur. Le prix est inacceptable à cause de la réfrigération.

Les machines homopolaires donnent des f.é.m. continues.

Les machines hétéropolaires sont dérivées de la machine de Gramme. Un fil actif passe, pendant la rotation, successivement devant des pôles de noms contraires. La f.é.m. est alternative. Le dispositif balais/collecteur permet d'obtenir une f.é.m. continue par commutation. Il existe deux technologies, les machines classiques à rotor cylindrique bobiné et les machines spéciales à bobinages imprimés.

Les machines hétéropolaires donnent des f.é.m. continues commutées.

# Pour en savoir plus...

## ACTIONNEUR ÉLECTRODYNAMIQUE

Un actionneur électrodynamique est composé d'un stator ferromagnétique doux en forme de cylindre creux au centre duquel un aimant a été fixé pour créer un champ magnétique radial dans l'entrefer cylindrique.

La partie mobile de l'actionneur est une bobine parcourue par un courant  $i$  continu ou par un courant variable.

La loi de Laplace  $d\vec{F} = (i d\vec{l} \wedge \vec{B})$  montre qu'au passage du courant la bobine se déplace en translation dans le cylindre, la force étant directement proportionnelle au courant instantané.



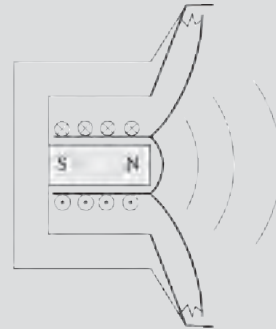
Figures 23.14

## Haut-parleur électrodynamique

Dans un haut-parleur électrodynamique, le mouvement instantané de la bobine est transmis à une membrane conique fixée solidairement à la bobine d'un côté et de façon élastique au support du haut-parleur de l'autre côté.

Le mouvement de la membrane occasionne des variations de pression de l'air ambiant, d'où l'onde sonore.

Le haut-parleur électrodynamique avec sa membrane est un transducteur électro-acoustique.



Figures 23.15

## Transducteur

De manière générale, on appelle transducteur un dispositif qui transforme une grandeur physique d'excitation en une autre grandeur physique, la plupart du temps, de nature différente. Transducteur électro-acoustique, thermo-électrique, piézo-électrique, magnéto-électrique...

## Actionneur

On appelle préférentiellement actionneur un transducteur qui transforme une grandeur physique d'excitation en une grandeur mécanique apte à provoquer un mouvement de translation ou de rotation non permanent.

## Capteur

On appelle préférentiellement capteur un transducteur qui transforme une grandeur physique d'excitation en une grandeur mesurable, la plupart du temps de nature électrique, autorisant le traitement de l'information ou sa transmission à distance. Exemples : une génératrice tachymétrique est un capteur de vitesse, un haut-parleur électrodynamique utilisé en sens inverse est un capteur de sons.



# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Champ inducteur dans l'entrefer

Le stator (aimant permanent ou électro-aimant) donne dans l'entrefer un champ inducteur radial à répartition spatiale sinusoïdale, indispensable pour le fonctionnement.

### F.é.m. au rotor

Au rotor, en rotation constante à la vitesse angulaire  $\omega$ , chaque fil actif est soumis à la loi de Faraday et présente à ses bornes une f.é.m. alternative sinusoïdale dans le temps à la pulsation  $\omega$ .

### F.é.m. pour une position spatiale donnée

Tout fil actif situé au même endroit sur le rotor au cours de la rotation a la même f.é.m. instantanée. La f.é.m. prise entre deux balais fixes dans l'espace, A et B, est toujours la même.

### Bobine pseudo-stationnaire

L'enroulement induit crée un champ  $\vec{B}_I$  de direction fixe porté par la ligne des balais.

### F.é.m. continue commutée

Par commutation, les balais sur le collecteur recueillent toujours la même f.é.m. instantanée.

## FICHE MÉMO

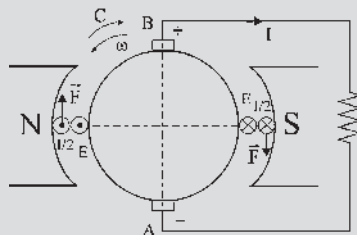
### Fonctionnement réversible

Générateur :

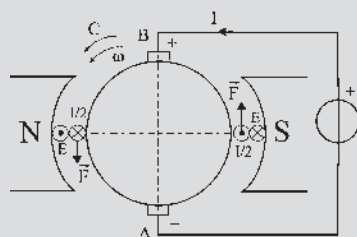
$E$  et  $\frac{I}{2}$  sont de même sens,  $C$  et  $\omega$  sont opposés.

Moteur :

$C$  et  $\omega$  sont de même sens,  $E$  et  $\frac{I}{2}$  sont opposés.



Figures 23.16 Générateur



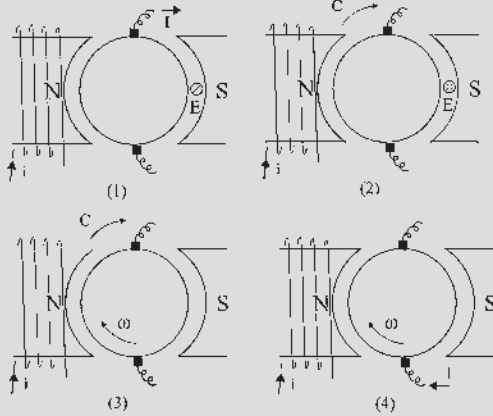
Figures 23.17 Moteur

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 23.1 Pourquoi chaque fil actif est-il le siège d'une f.é.m. alternative au cours de la rotation ?
- 23.2 Donner le schéma d'un enroulement en anneau bobiné à gauche et indiquer le signe des f.é.m. aux balais A et B.
- 23.3 En regardant la figure 23.6 donner, par leur numéro, la succession des fils actifs situés sur le pourtour du rotor en partant du balais B pour arriver au balais A dans le sens trigonométrique.
- 23.4 Pourquoi dit-on que la f.é.m. instantanée entre deux lames successives du collecteur est la projection instantanée dans l'espace de Fresnel de deux vecteurs tournant à  $\omega$ , de même amplitude et déphasés de  $\frac{2\pi}{n}$  ?
- 23.5 La somme de  $n$  f.é.m. instantanées sinusoïdales de même pulsation mais d'amplitudes et de phases différentes est-elle sinusoïdale ?

- 23.6 Pourquoi parle-t-on d'une bobine pseudo-stationnaire ?
- 23.7 Indiquer si ces machines dont les bobinages sont à droite fonctionnent en moteurs ou en générateurs ?



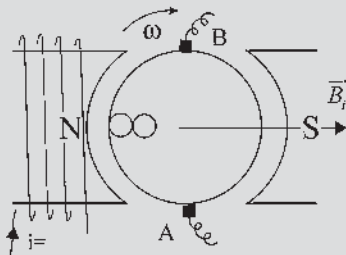
Figures 23.18

- 23.8 Une machine à courant continu fonctionne en moteur. On décale ses balais en AV par rapport à son sens de rotation de  $30^\circ$ . Indiquer le sens du couple agissant sur les fils actifs dans les quatre quadrants formés par la ligne des balais et la ligne neutre.

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 23.1 La machine à courant continu représentée figure 23.19 fonctionne en moteur. La vitesse angulaire  $\omega$  et l'induction  $\vec{B}_i$  étant imposées, reproduire et compléter la figure en admettant les bobines à droite. Indiquer :



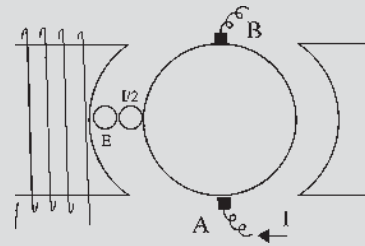
Figures 23.19

- le sens de la f.é.m. dans un fil situé sur l'axe des pôles ;
- la polarité des balais A et B placés sur la ligne de neutre ;
- le sens du courant  $\frac{I}{2}$  dans un fil situé sur l'axe des pôles ;
- le sens du courant I dans le fil extérieur.

- 23.2 La machine à courant continu représentée figure 23.20 fonctionne en génératrice. Indiquer sur le dessin en admettant des bobines à droite :

- les pôles électriques + et - de la génératrice,
- le sens de la f.é.m. E dans le fil indiqué sur le rotor.

Peut-on choisir arbitrairement le sens du courant continu i dans l'inducteur ? Déterminer alors les pôles N et S, le sens de rotation et le sens du couple.



Figures 23.20

- 23.3 Considérons le rotor d'une machine à courant continu alimentée au stator. La f.é.m. instantanée aux bornes de points diamétraux A et B de l'enroulement est sinusoïdale, de pulsation  $\omega$  et d'amplitude E .

On prendra  $e_{AB}(t) = E\sqrt{2} \cos(\omega t)$ .

- 1) Quel doit être le nombre minimal  $n_{\min}$  de conducteurs au niveau du rotor pour que l'ondulation de la f.é.m. commutée au niveau des balais diamétraux A et B ne dépasse pas 5 % de la valeur maximale ?
- 2) Quelle est la valeur moyenne de la f.é.m. commutée ?



# Constitution

## Objectifs

---

- Connaître la technologie des machines à courant continu.
- Déterminer la courbe de magnétisme.
- Comprendre l'intérêt et les lois des divers types d'enroulements.

## Vocabulaire

---

Courbes de magnétisme  
Enroulements imbriqués,  
ondulés

Nombre de voies  
d'un enroulement

Noyau polaire,  
épanouissement polaire

---

Ce chapitre représente le minimum de ce qui doit être compris pour être capable de mener un projet de machine ou le maximum de ce qui est tolérable pour comprendre ce qu'il y a dedans. Après la description de la machine, pour bien situer le vocabulaire des spécialistes, est abordé le problème du calcul de l'excitation puis celui des enroulements rotatifs. Il est utile, sans trop d'approfondissement, de comprendre les lois de conception des divers bobinages, mais surtout de pouvoir les choisir à bon escient.

## 24.1 TECHNOLOGIE

### Machines multipolaires

La f.é.m. aux bornes d'un fil actif étant générée comme dans une machine synchrone par la rotation (relative) d'un champ par rapport à un fil, on pourra concevoir des machines multipolaires et employer les notions de grandeurs électriques, d'angles, de longueurs, de surfaces, et de vitesse angulaire...

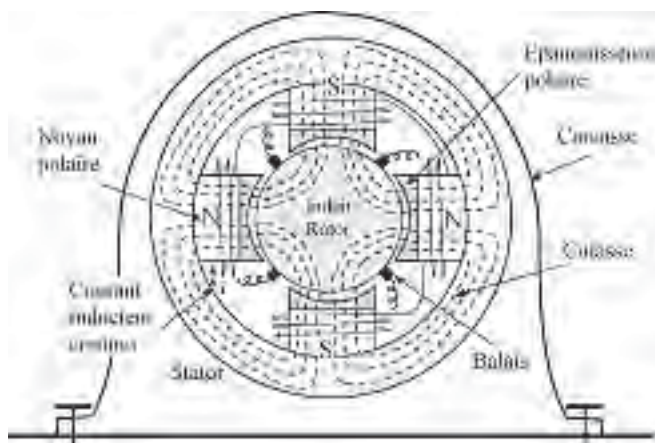


Figure 24.1

Une disposition mettant l'induit fixe comme dans une machine synchrone nécessiterait la rotation de l'inducteur, l'alimentation par bagues de l'inducteur et la rotation des balais décalés de  $\frac{\pi}{2}$  électrique par rapport à l'axe des pôles.

L'induit est formé de tôles magnétiques de faible épaisseur poinçonnées sur la périphérie pour présenter une denture régulièrement répartie. Les tôles, isolées électriquement entre elles, sont empilées et fixées de façon à constituer le rotor cylindrique, solidaire de l'arbre, présentant des encoches où seront logés les conducteurs (figure 24.2).

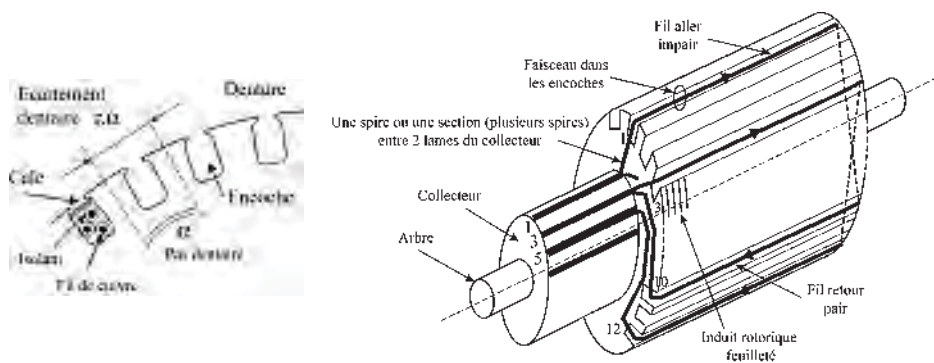


Figure 24.2

Le collecteur sur lequel frottent les balais en carbone est formé de lames conductrices en cuivre séparées par des lames isolantes. Les lames étant collées, le diamètre du collecteur est réduit à cause de la force centrifuge.

Le bobinage est formé d'autant de sections qu'il y a de lames conductrices au collecteur. Une section, entre deux lames du collecteur, peut être formée d'une ou de plusieurs spires massées dans les deux mêmes encoches.

Un faisceau est l'ensemble des fils situés dans une encoche.

Le bobinage étant toujours fermé sur lui-même, le nombre de voies  $2a$ , toujours pair, dépendra du type de bobinage (une voie étant une liaison électrique entre A et B).

L'entrefer, vorace d'ampères-tours, est le plus petit possible :  $5/10$  de mm est l'ordre de grandeur dans des puissances de 10 à 100 kW. Il justifie la position des fils dans les encoches. Les balais sont situés sur les lignes neutres décalées de  $\frac{\pi}{2}$  électrique par rapport aux axes des pôles (figure 24.3).

Pour construire une machine, il faudra :

- ➔ Respecter de nombreuses limites :
  - vitesse tangentielle du collecteur et de l'induit à cause de la force centrifuge et de son action sur les lames collées et sur les fils ;
  - densité du courant maximal admissible dans les fils à cause de l'échauffement du fil ( $6 \text{ A/mm}^2$ ).
- ➔ Rendre cohérent les calculs des différents systèmes en présence :
  - système mécanique en rotation ;
  - système magnétique avec circulation du flux ;
  - système électrique avec circulation du courant et tenue en tension ;
  - système thermique avec pertes et évacuation des calories,

en utilisant au mieux chaque système pour obtenir une bonne puissance massique tout en tenant compte des prix.

C'est la tenue des isolants, chauffés et déformés en permanence, qui fixera la puissance de la machine pour une durée de vie normalisée de 40 000 heures de fonctionnement.

La plaque signalétique précisera les grandeurs nominales de la machine pour un lieu d'utilisation donné.

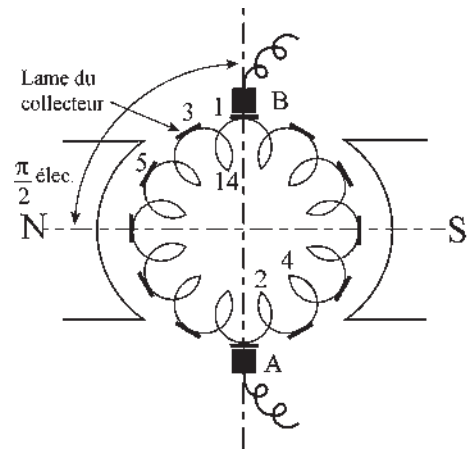


Figure 24.3

## 24.2 COURBE DE MAGNÉTISME

Compte tenu des formes géométriques de la machine et des matériaux magnétiques employés, on cherche à tracer la courbe  $\phi_i(\xi)$  donnant le flux dans l'induit en fonction de la force magnétomotrice de l'inducteur  $\xi = n.i$  permettant de calculer le courant d'excitation  $i$  si l'on désire un flux  $\phi_i$  déterminé.

$\text{div } \vec{B} = 0$ . Le flux étant conservatif, pour qu'un flux  $\phi$  circule dans un matériau de surface  $S$ , il faut, dans ce matériau, une induction  $B$  telle que  $\phi = B.S$ . Connaissant la carac-

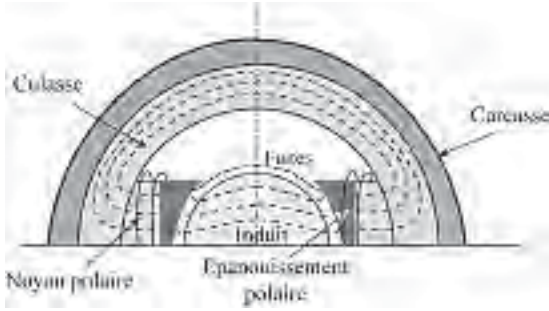


Figure 24.4

téristique  $B(H)$  et la longueur  $\ell$  de ce matériau, on en déduit la force magnétomotrice  $\xi = H \cdot \ell$  nécessaire (figure 24.4).

Les connaissances de  $S$  et de  $\ell$  pour un matériau de caractéristique  $B(H)$  permettent de tracer la courbe  $\phi(\xi)$  correspondante (voir paragraphe 3.2.2).

Le calcul se fera toujours en sens unique en partant du flux  $\phi$  pour obtenir  $\xi$ . (figure 24.5).

On désire un flux  $\phi_i$  dans l'induit et dans l'entrefer. Il faut des forces magnétomotrices  $\xi_i$  et  $\xi_e$  pour que  $\phi_i$  circule.

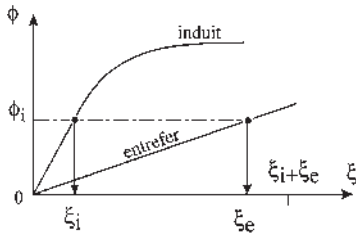


Figure 24.5

$$\xi = n \cdot i = \int H \cdot dl = \int \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \int \frac{\phi}{\mu_0 \mu_r} \frac{dl}{s} = \phi \int \frac{dl}{\mu_0 \mu_r s}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ , dans l'air  $\mu_r = 1$ , pour l'entrefer d'épaisseur  $e$  :  $\xi_e = \phi_i \frac{e}{4\pi \cdot 10^{-7} s}$ .

Pour que  $\phi_i$  circule dans l'induit, il faut un flux  $\phi_i + \phi_f$  dans le reste du circuit magnétique, épanouissement polaire, noyau polaire et culasse.

$$\phi_i + \phi_f = \phi_{ep} = \phi_{np} = \phi_c \quad (\text{figure 24.6}) \quad OO' = \phi_f.$$

Le coefficient d'Hopkinson permet de caractériser les fuites  $\phi_c = v \phi_i$

$$\phi_f = \phi_c - \phi_i = (v - 1) \phi_i$$

Pour chaque valeur arbitrairement choisie de  $\phi_i$ , la sommation des f.m.m. nécessaires pour la circulation du flux permet de tracer la courbe de magnétisme de la machine  $\phi_i(\xi)$ . C'est une construction point par point de la courbe  $\phi_i(\xi)$ .

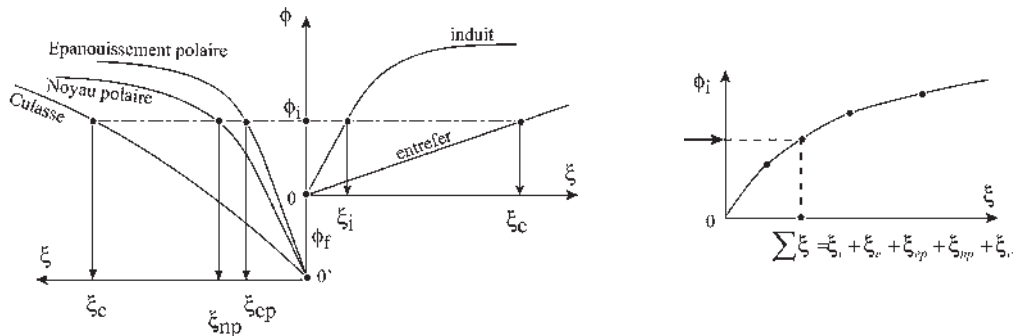


Figure 24.6

**Remarque :** pour un calcul plus précis, on procédait autrefois par la méthode de Lehman en traçant un double faisceau de lignes d'induction et de lignes équipotentielles magnétiques orthogonales aux précédentes. Aujourd'hui, on procède au calcul des champs par la résolution des équations aux dérivées partielles avec conditions aux limites imposées permettant le calcul de l'induction en tout point.

## 24.3 ENROULEMENTS EN TAMBOUR

On dispose de  $n$  fils actifs régulièrement répartis dans les  $n_e$  encoches sur le pourtour de l'induit  $n = n_e \times \text{nombre fils/faisceau}$ . L'élaboration du bobinage en tambour consiste à mettre en série parallèle tous les fils actifs de façon à obtenir aux bornes des balais A et B, placés sur la ligne neutre, la f.é.m. désirée avec le nombre de voies voulues par un ou des bobinages entièrement fermés sur eux-mêmes. Le nombre de voies  $2a$  est obligatoirement pair.

Avec une machine bipolaire ayant l'encocheage d'induit approprié, on pourra obtenir  $2a = 2$  voies avec un seul bobinage fermé sur lui-même ou  $2a = 2k$  voies, avec un seul bobinage si  $n_e$  et  $k$  sont premiers entre eux ou  $k$  bobinages distincts si  $n_e$  est multiple de  $k$ , facteur de multiplicité du bobinage.

Avec une machine multipolaire à  $2p$  pôles, ayant l'encocheage d'induit approprié, on pourra obtenir  $2a = 2p$  voies ou  $2a = 2kp$  voies avec un bobinage imbriqué,  $2a = 2$  voies ou  $2a = 2k$  voies avec un bobinage ondulé. On reconnaît le problème de la mise en série/parallèle de  $n$  accumulateurs pour favoriser la f.é.m. ou le débit du courant.

### 24.3.1 Principes et définitions

En effectuant le bobinage, certains conducteurs seront placés dans les encoches en allant de la face avant de l'induit vers la face arrière. On les désignera comme « conducteurs aller », d'autres sont placés dans l'autre sens, ce seront des « conducteurs retour ». Les bobinages étant toujours fermés sur eux-mêmes, il y a autant de conducteurs aller que de conducteurs retour.

$n$  est obligatoirement pair.

On formera une spire avec un conducteur aller et un conducteur retour. *A priori*, on fera de préférence des spires diamétrales pour que les f.é.m. des deux brins actifs s'ajoutent en permanence, chacune changeant de signe au passage sur la ligne neutre.

Vu du pôle l'induit, par ses spires, présente autant de faces sud que de faces nord. Le flux  $\phi$  reçu par l'induit par l'ensemble de ses faces nord ou sud est toujours nul. Il y a une alternance régulière des faces sud et des faces nord. Les spires diamétrales sont régulièrement espacées. En conséquence, les conducteurs aller et retour alternent sur la périphérie de l'induit. Si l'on numérote les fils actifs en partant d'un conducteur aller, ces derniers seront impairs tandis que les conducteurs retour seront pairs.

On appellera « pas  $y$  » du bobinage, le nombre d'intervalles dont on doit progresser à la périphérie de l'induit pour, partant d'une encoche, atteindre celle qui lui fait suite dans le bobinage. Les pas séparant un conducteur aller d'un conducteur retour, ou réciproquement, seront obligatoirement impairs. Un pas avant,  $yAV$ , permettra de progresser dans le sens de la numération des fils, un pas arrière,  $y'AR$ , sera en sens contraire.



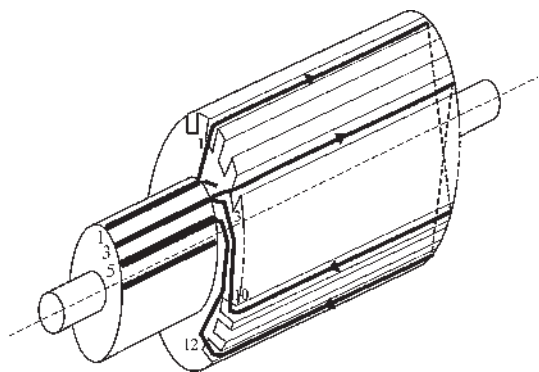


Figure 24.7

Dans les enroulements imbriqués comme dans les enroulements ondulés, le collecteur est formé d'autant de lames conductrices qu'il y a de sections. Une section est formée d'une ou plusieurs spires entre deux lames du collecteur. Tous les conducteurs d'un faisceau aller sont impairs. En conséquence, les lames du collecteur, comme les fils aller, sont numérotées impaires.

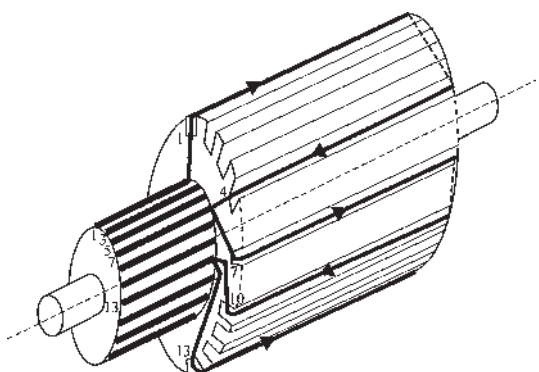


Figure 24.8

### 24.3.2 Enroulements imbriqués, enroulements ondulés

Un enroulement est imbriqué lorsque, après avoir bobiné une section, formée d'une ou plusieurs spires massées ou réparties, on revient en arrière chercher l'entrée de la section suivante dans le bobinage.

Son exécution nécessite l'emploi de deux pas, un pas avant  $y_{AV}$  et un pas arrière  $y'_{AR}$ . Les sections successives sont toutes identiques. Le bobinage se fait en tournant toujours dans le même sens. Il n'y a que des bobines à droite (figure 24.7).

Un enroulement est ondulé lorsque après avoir bobiné une section, formée d'une ou plusieurs spires, on continue dans le même sens et avec le même pas pour chercher l'entrée de la section suivante dans le bobinage.

Son exécution nécessite l'emploi d'un seul pas avant  $y_{AV}$ . Les sections successives sont toutes identiques, mais le bobinage se fait en tournant dans un sens puis dans l'autre. Il y a alternance de bobines « à droite » et de bobines « à gauche » (figure 24.8).

On admettra, pour simplifier l'exposé, que chaque section ne comporte qu'une spire et le faisceau un seul conducteur, alors,  $n = n_e$ .

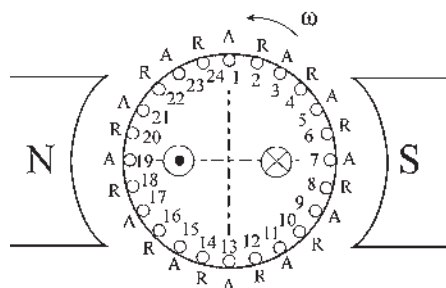


Figure 24.9

Pour chaque type de bobinage on pourra (figure 24.9) :

- indiquer le sens des f.é.m. dans les fils actifs ;
- numérotier les encoches dans un sens arbitraire ;
- mentionner les conducteurs aller et les conducteurs retour ;
- définir le type de bobinage, le ou les pas choisis ;
- donner le tableau du bobinage avec position des balais et f.é.m.

### 24.3.3 Enroulements imbriqués

On les appelle aussi enroulements bouclés ou parallèles.

#### a) Enroulement imbriqué bipolaire simple

S'adapte à une machine bipolaire ayant  $n_e$  pair quelconque. Il permet d'obtenir 2 voies avec un seul bobinage fermé sur lui-même. Pour l'exposé,  $n = n_e$ .

Par exemple, avec  $n_e = 24$  encoches, on pourrait, partant du fil 1 comme conducteur aller, choisir comme conducteur retour le 12 ou le 14 pour faire une spire sensiblement diamétrale. Prenons le 14 (figure 24.10).

$$A1 + yAV = R14, yAV = 13$$

Si l'on veut utiliser tous les fils avec un seul tour du rotor pour fermer le bobinage sur lui-même nous prendrons, comme nouveau fil aller, le fil impair le plus voisin du fil 1, soit le 3 ou le 23

$$y'AR = yAV \pm 2$$

Prenons le 3 :  $R14 - y'AR = A3$ ,  $y'AR = 11$ , les deux pas étant déterminés, le tableau du bobinage donne (figure 24.11) :

A	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	1
R	14	16	18	20	22	24	2	4	6	8	10	12	

Les balais frottent sur les lames 1 et 13

$$2a = 2 \text{ voies}$$

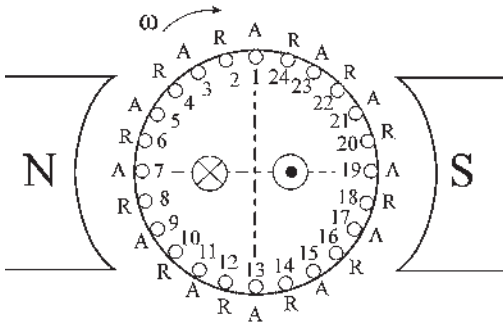


Figure 24.10

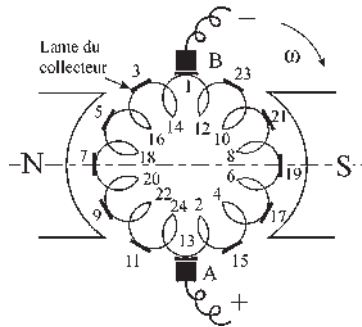


Figure 24.11

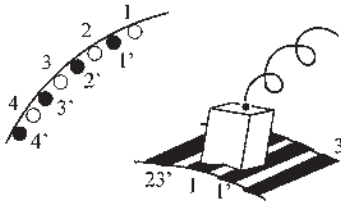
**Remarque :** Par rapport au bobinage diamétral de l'induit d'une machine synchrone 1-13, 2-14, 3-15, 4-16, 5-17, 6-18, 7-, dans le bobinage d'une machine à courant continu on doit laisser une spire sur deux pour constituer la seconde voie permettant de fermer le bobinage sur lui-même, ce qui n'était pas nécessaire dans la machine synchrone.

**b) Enroulement imbriqué bipolaire multiple**

S'adapte à une machine bipolaire avec  $n_e$  pair quelconque. Il permet d'obtenir  $2k$  voies, en prenant toujours  $n = n_e$  pour l'exposé.

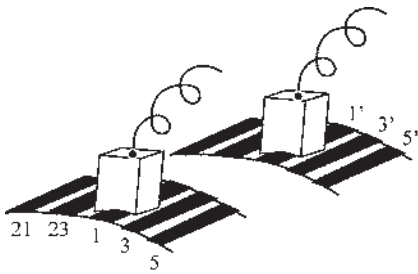
Si  $n_e$  est multiple de  $k$  : par exemple, avec 48 encoches, en prenant une encoche sur deux et en les numérotant de 1 à 24, on peut réaliser le bobinage précédent bipolaire simple et faire un bobinage indépendant, identique, avec les encoches restantes que l'on numérotera de 1' à 24'. On obtient  $k = 2$  bobinages indépendants.

$$2a = 2k \text{ voies}, \quad n_e = 48, \quad k = 2, \quad y_{AV} = 25, \quad y'_{AR} = y_{AV} \pm 2k$$



On peut avoir un collecteur unique avec un balai frottant simultanément sur les lames 1 et 1', ou deux collecteurs distincts (figure 24.12). Dans ce dernier cas les deux bobinages étant indépendants, la mise en série des f.é.m. est possible, mais ne présente aucun intérêt devant l'imbriqué bipolaire simple. L'intérêt est ici la mise en parallèle des f.é.m. pour augmenter le débit. On fera  $k$  tours d'induit pour effectuer le bobinage.

Si  $k$  et  $n_e$  sont premiers entre eux, par exemple  $n_e = 48, k = 5,$   $y_{AV} = 25, y'_{AR} = 15,$  on obtient un bobinage unique.



**c) Enroulement imbriqué multipolaire simple**

S'adapte à une machine à  $2p$  pôles ayant  $n_e$  multiple de  $2p$ . Il permet d'obtenir  $2p$  voies avec un seul bobinage fermé sur lui-même, en prenant toujours  $n = n_e$  pour l'exposé.

Par exemple, pour une machine à  $p = 2$  paires de pôles et 48 encoches, numérotées de 1 à 24 pour un angle électrique de  $2\pi$  correspondant à la première paire de pôles et de 1' à 24' pour la seconde paire de pôles.

On pourra réaliser l'enroulement imbriqué bipolaire simple précédent pour la première paire de pôles et continuer le bobinage avec la seconde (figure 24.13). Comme pour la machine bipolaire simple on a :

$$y'_{AR} = y_{AV} \pm 2.$$

Les balais - frottent sur les lames 1 et 1'.

Les balais + frottent sur les lames 13 et 13' du collecteur.

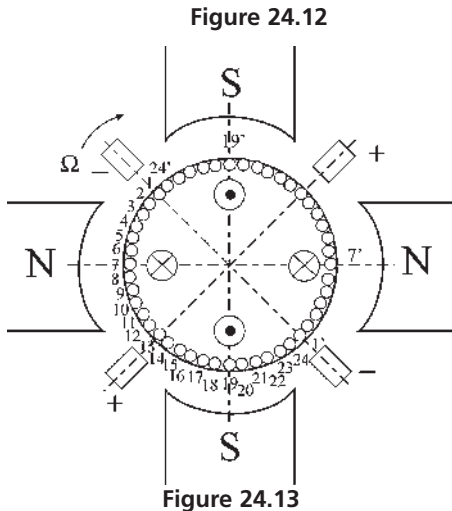


Figure 24.13

A	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	1'
R	14	16	18	20	22	24	2'	4'	6'	8'	10'	12'	14'

A	1'	3'	5'	7'	9'	11'	13'	15'	17'	19'	21'	23'	1
R	14'	16'	18'	20'	22'	24'	2	4	6	8	10	12	14

Un seul tour d'induit pour le bobinage. Alternance des pôles + et - sur le collecteur. Liaison extérieure des balais au même potentiel. Ayant un seul bobinage, impossibilité de

mise en série des f.é.m. obtenues  $2a = 2p$  voies.

**d) Enroulement imbriqué multipolaire multiple**

S'adapte à une machine à  $2p$  pôles avec  $n_e$  multiple de  $2p$ . Il permet d'obtenir  $2kp$  voies en prenant toujours  $n = n_e$  pour l'exposé.

Si  $n_e$  est multiple de  $k$ ,  $k$  étant le facteur de multiplicité, le bobinage est la superposition de  $k$  bobinages imbriqués multipolaires simples. Dans la figure 24.14 on a pris  $k = 3$  bobinages distincts décalés, repérés par les primes, secondes et tierces.

Si l'on désire réaliser chacun de ces bobinages distincts avec un seul tour du rotor, il faut réaliser comme pour le bobinage imbriqué bipolaire multiple :

$$y'AR = yAV \mp 2k$$

$k$  tours d'induit pour effectuer le bobinage. Chaque balai frotte sur  $k$  lames du collecteur. Une lame par bobinage distinct. Alternance des pôles + et - sur le collecteur. Liaison extérieure des balais au même potentiel,  $2a = 2kp$  voies.

Bobinage intéressant pour favoriser le débit d'une multipolaire.

**Remarque :** On fera toujours  $k$  tours d'induit pour effectuer le bobinage complet. Si  $n$  est multiple de  $k$ , on aura  $k$  bobinages distincts, chacun fermé sur lui-même. Si  $n$  et  $k$  sont premiers entre eux, exemple  $n = 48$  et  $k = 5$ , on fera  $k = 5$  tours d'induit pour fermer le bobinage qui ne possédera qu'une seule fermeture.

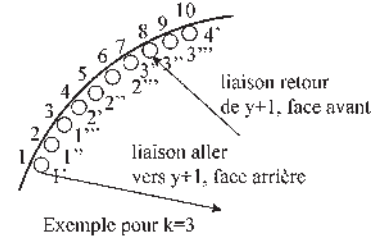


Figure 24.14

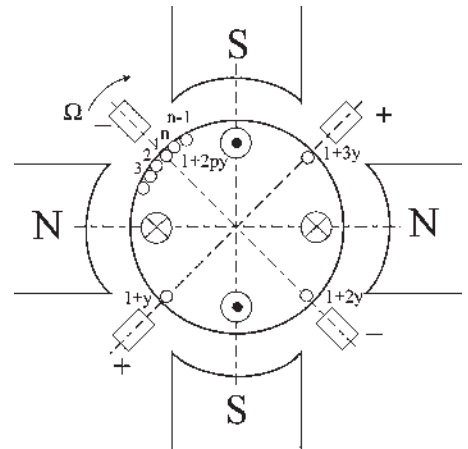


Figure 24.15

**24.3.4 Enroulements ondulés**

On les appelle aussi série ou zigzag. Les enroulements ondulés bipolaires, simples ou multiples, sont identiques aux enroulements imbriqués bipolaires, simples ou multiples. L'enroulement imbriqué bipolaire simple précédent,  $yAV = 13$ ,  $y'AR = 11$ , est aussi un enroulement ondulé bipolaire simple  $yAV = 13$ .

**a) Enroulement ondulé multipolaire simple**

Permet d'obtenir 2 voies avec une machine multipolaire à  $2p$  pôles.

On progresse toujours dans le même sens avec un pas  $yAV$ .

Partant du fil 1 comme conducteur aller, on prendra comme conducteur retour le fil pair  $1 + y$ , sensiblement diamétral électrique, puis les fils  $1 + 2y, 1 + 3y \dots 1 + 2py$  si la machine possède  $2p$  pôles, pour revenir près du fil 1 de départ (figure 24.15).

Si l'on désire utiliser tous les fils pour le bobinage, il faudra que le fil impair  $1 + 2py$  soit le fil  $n - 1$  ou le fil 3.

N'importe quel encochage ne conviendra pas pour réaliser un bobinage ondulé multipolaire simple.

Il faudra avoir  $2py = n_e \pm 2$ , le fil 3 étant aussi le fil  $n + 3$ , alors on réalisera un bobinage fermé sur lui-même en utilisant tous les fils.

**Vous avez dit électrotechnique ?**

**Apparition du confort au foyer**

- Machine à coudre : 1830 ; électrique : 1903 ; à programmes : 1980.
- Lave-vaisselle : 1850 ; électrique : 1912 ; automatique : 1940.
- Ascenseur mécanique : 1857 ; hydraulique : 1867 ; électrique : 1887.
- Lampe à incandescence : 1878 ; tubes au néon : 1909.
- Radiateur électrique : 1892 ; alliage de nickel-chrome supportant d'être porté au rouge sans fondre : 1906 ; argile réfractaire : 1912.
- Lave-linge : 1901 ; tambour horizontal : 1960.
- Fer à repasser à braise du 14<sup>e</sup> au 19<sup>e</sup> siècles ; électrique : 1913 ; thermostat : 1924 ; à vapeur : 1926.
- Frigidaire domestique : 1913 ; à deux compartiments pour congélateur : 1939.
- Micro-ondes : 1945 ; plaque à induction : 2000.

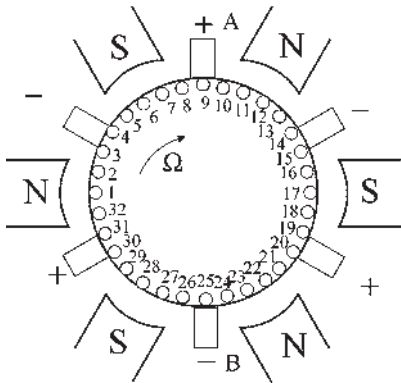


Figure 24.16.a

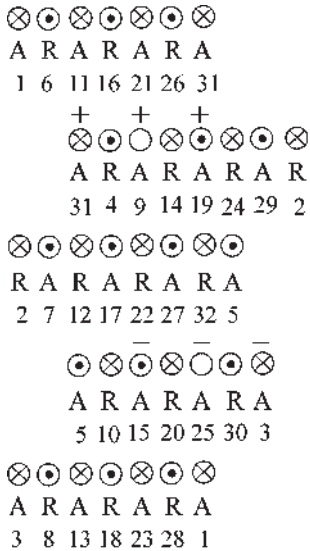


Figure 24.16.b

Par exemple, pour une tétrapolaire  $2p = 4$ , on pourra prendre un pas  $y = 7$  si l'on dispose d'un encochage donnant  $n_e = 30$  ou  $n_e = 26$ . Notons que le pas  $y$  représente le nombre de tours complets du rotor pour refermer le bobinage sur lui-même.

En réalisant le tableau d'un bobinage ondulé multipolaire simple, on constate :

- qu'il possède  $2a = 2$  voies quel que soit le nombre de pôles ;
- que les  $p$  balais de même polarité sont réunis entre eux par des connexions équipotentielles internes au bobinage.

Par exemple, pour une hexapolaire  $2p = 6$ , on peut adopter un pas avant  $y = 5$  si l'on dispose de  $n_e = 32$  encoches (figure 24.16).

Le bobinage se referme après 5 tours du rotor.

Les balais de même polarité sont réunis entre eux à l'intérieur du bobinage, chaque balai frotte sur une lame du collecteur, la machine ne possède que  $2a = 2$  voies.

Pour des débits peu importants, on peut ne conserver que les balais A et B. Pour des débits importants, la commutation est améliorée en utilisant tous les balais.

**Remarque :** contrairement aux machines synchrones triphasées où il est possible de monter en étoile ou en triangle les trois phases qui possèdent chacune un bobinage distinct, dans les machines à courant continu, le bobinage étant fermé sur lui-même, les potentiels sont fixés. Seule une liaison extérieure équipotentielle des balais de mêmes noms est possible.

### b) Enroulement ondulé multipolaire multiple

Permet d'obtenir  $2k$  voies avec une machine multipolaire à  $2p$  pôles, en progressant toujours dans le même sens avec un pas  $yAV$ .

On procédera comme pour le bobinage ondulé multipolaire simple en partant du fil 1 comme conducteur aller, on prendra comme conducteur retour le fil pair  $1 + y$  sensiblement diamétral électrique, puis les fils  $1 + 2y, 1 + 3y \dots 1 + 2py$  si la machine possède  $2p$  pôles pour revenir près du fil 1 de départ.

Si l'on désire utiliser tous les fils pour le bobinage et obtenir  $2k$  voies, il faudra que le fil impair  $1 + 2py$  soit non plus sur le conducteur dont l'ordre diffère de deux unités du conducteur origine (c'est-à-dire le 3 ou le  $n - 1$ ) mais sur celui dont l'ordre diffère de  $2k$  unités (c'est-à-dire le  $1 + 2k$ , qui peut s'écrire  $n + 1 + 2k$ , ou sur le conducteur  $n + 1 - 2k$ ).

N'importe quel encochage ne conviendra pas pour réaliser un bobinage ondulé multipolaire multiple. Il faudra  $2py = n_e \pm 2k$  pour réaliser un ou des bobinages fermés sur eux-mêmes, utilisant toutes les encoches, et donnant  $2a = 2k$  voies.

Si  $n_e$  est multiple de  $k$ , on obtient  $k$  bobinages distincts, fermés sur eux-mêmes.

Par exemple pour une hexapolaire  $2p = 6$  on pourra prendre un pas  $y_{AV} = 11$  si l'on dispose d'un encochage donnant  $n_e = 62$  ou  $n_e = 70$ . Dans les deux cas  $k = 2$  enroulements distincts.

Si  $n_e$  et  $k$  sont premiers entre eux, le bobinage ne possédera qu'une seule fermeture (figure 24.17).

Par exemple, pour une tétrapolaire  $2p = 4$ , si l'on dispose d'un encochage de  $n_e = 34$  encoches, on pourra prendre un pas  $y_{AV} = 7$  pour obtenir  $2a = 2k = 6$  voies,  $k = 3$ , chaque balai frottera sur trois lames du collecteur. Le bobinage se refermera sur lui-même après 7 tours du rotor.

En réalisant le tableau du bobinage :

$$\begin{array}{l}
 / \quad C^+ \quad A^+ \quad / \quad D^- \quad B^- \quad A^+ \quad / \quad 4 \\
 / \quad 1-8-15-22-29 \quad / \quad 2-9-16-23-30 \quad / \quad 3-10-17-24-31 \quad / \quad 4 \\
 / \quad C^+ \quad D^- \quad / \quad B^- \quad A^+ \quad C^+ \quad / \quad B^- \quad D^- \\
 / \quad 4-11-18-25-32 \quad / \quad 5-12-19-26-33 \quad / \quad 6-13-20-27-34 \quad / \quad 7-14-21-28-1
 \end{array}$$

On constate :

- Qu'il existe six liaisons équipotentielles internes entre les balais de même signe, par les fils 22, 30, 4, 32, 6 et 14.
- Qu'il existe  $2a = 2k = 6$  voies entre les pôles + et - (figure 24.18).

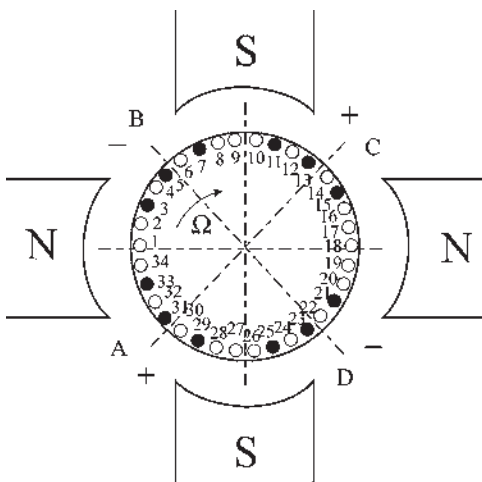


Figure 24.17

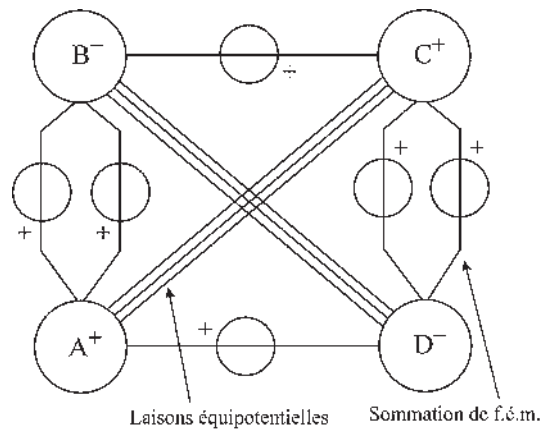


Figure 24.18

## Le saviez-vous ?

### Protection des machines électriques

On distingue les machines :

- « ouvertes et autoventilées », refroidies par l'air frais et sec ;
- « protégée », contre les intempéries, installées à l'extérieur des bâtiments ;
- « fermées », pour les milieux poussiéreux (industrie du bois, des textiles, travaux agricoles...) ;
- « étanches », protégés des vapeurs corrosives (aciéries, fonderies, industries chimiques...) ;
- « de sécurité », indispensables en atmosphère explosive.

## Le saviez-vous ?

### *IP : indice de protection.*

Pour symboliser les degrés de protection des matériels électriques il est fait usage des lettres « I », « P », suivis de 2 à 3 chiffres caractéristiques.

Le premier chiffre désigne le degré de protection contre les pénétrations de tout corps extérieur (poussières, outils, membres...) présentant des dangers électrique ou mécanique. Le deuxième chiffre désigne le degré de protection contre la pénétration nuisible de l'eau. Le troisième chiffre, éventuel, désigne le degré de protection contre les dommages mécaniques.

Chaque degré est coté de 0 (sans protection) à 7 (protection maximale).

Bien que le nombre de voies soit  $2a = 2k = 6$ , il suffit de deux balais pour relier au circuit extérieur, chaque balai couvrant  $k = 3$  lames. On préfère utiliser  $2p = 4$  balais pour améliorer la commutation.

**Remarque :**  $n = n_e$  correspondant à un fil par encoche, a été choisi pour présenter les divers enroulements.  $n_e$  permettra le choix du type d'enroulement tandis que  $n = n_e \times \text{nombre de fils/faisceau}$  sera utilisé pour déterminer le débit ou la puissance de la machine.

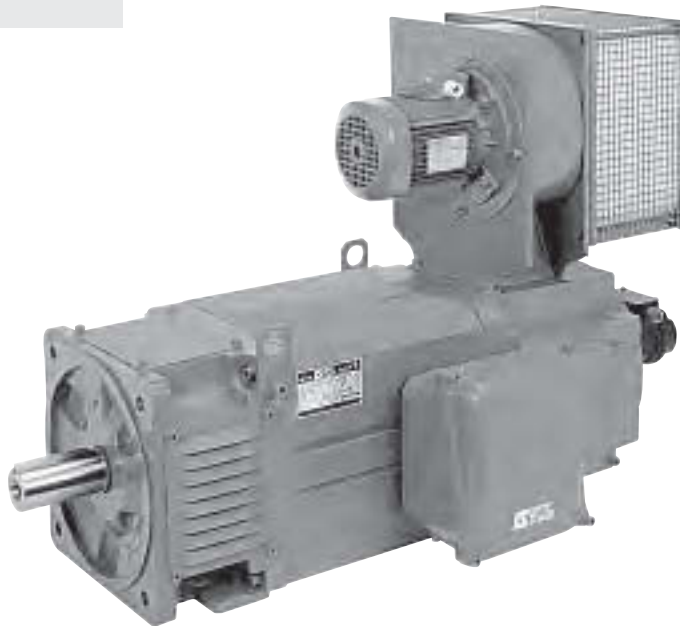


Figure 24.19

Machine à courant continu dite « ouverte et autoventilée ». La machine présentée de forte puissance est refroidie par la circulation de l'air mis en mouvement par un moteur asynchrone d'induction auxiliaire entraînant le ventilateur. La machine à courant continu reste compétitive par rapport aux moteurs alternatifs pour des puissances supérieures à 100 kW.

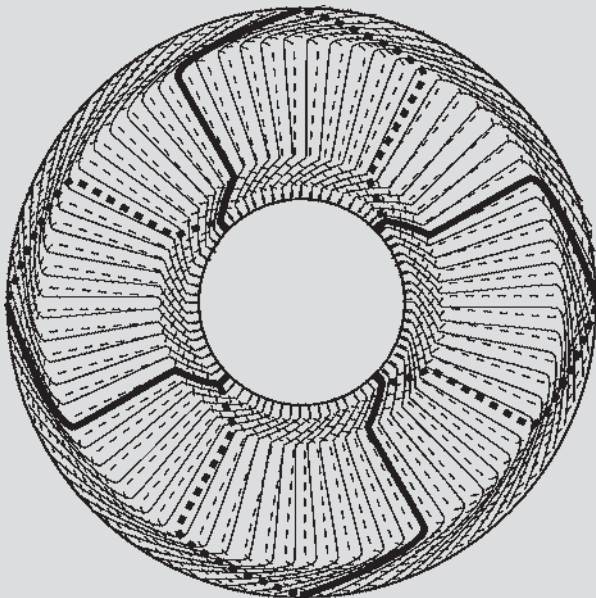
# Pour en savoir plus...

## MACHINES À COURANT CONTINU À ROTOR À DISQUE ET À BOBINAGE IMPRIMÉ

Utilisées dans les domaines des servomécanismes et des lecteurs de rubans perforés, l'induit est constitué d'un disque isolant de quelques mm d'épaisseur sur lequel les conducteurs aller sont imprimés sur une face et les conducteurs retour sur l'autre face. Les conducteurs en cuivre, très plats, ne sont pas du tout isolés sur une face. Les balais frottent directement sur les conducteurs dénudés. Les connexions entre conducteurs sont réalisées à travers le disque par des soudures.

L'inducteur est perpendiculaire au disque comme dans la roue de Barlow.

L'entrefer total est de l'ordre de 4 mm. L'induction est de l'ordre 0,8 teslas. Les machines sont généralement multipolaires avec bobinage ondulé pour obtenir la tension désirée.



Figures 24.20

La figure représente le bobinage d'une machine multipolaire. Chaque fil actif, d'un côté comme de l'autre du disque trouve 8 fois l'induction maximale par tour.  $2p = 8$ , bien que la machine comporte 16 pôles de part et d'autre du disque.

L'enroulement représenté est un ondulé multipolaire simple. La figure souligne un tour de bobinage du rotor. L'enroulement comporte un seul bobinage fermé sur lui-même après 35 tours.

$N = 282$  fils actifs,  $2p = 8$ , pas  $y = 35$ ,  $2a = 2$  voies, 8 balais.

### Avantages par rapport à une machine ordinaire à rotor cylindrique

Fil à nu. On peut admettre  $40 \text{ A/mm}^2$  contre  $5 \text{ A/mm}^2$ . En régime impulsionnel  $100 \text{ A/mm}^2$ . Très bonne commutation. Pas de fer.

Entrefer important 4 mm contre 0,5 mm, inductance propre négligeable.

Caractéristique quasi linéaire  $u = E + rI$ , constante de temps électrique très faible.

Constante de temps mécanique très faible permettant des accélérations et décélérations importantes en régime impulsionnel.

Amortissement pour le positionnement rapide d'arrêt en accolant un second disque en aluminium, isolé du premier, d'épaisseur de l'ordre du mm. Arrêt par courants de Foucault.



# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Enroulements en tambour

Les enroulements en tambour permettent la mise en série-parallèle des  $n$  paires de fils actifs pour favoriser la f.é.m. ou le débit du courant en définissant le nombre pair de voies  $2a$ .

### Enroulements imbriqués

Un enroulement est imbriqué lorsqu'après avoir bobiné une section, formée de une ou plusieurs spires, on revient en arrière chercher l'entrée de la section suivante dans le bobinage.

- Imbriqués bipolaires simples :  $2a = 2$  voies.
- Imbriqués bipolaires multiples :  $2a = 2k$  voies.  
 $k$  nombre de bobinages indépendants.
- Imbriqués multipolaires simples :  $2a = 2p$  voies.  
 $p$  nombre de paires de pôles.
- Imbriqués multipolaires multiples :  $2a = 2kp$  voies.

### Enroulements ondulés

Un enroulement est ondulé lorsqu'après avoir bobiné une section, formée de une ou plusieurs spires, on continue dans le même sens et avec le même pas pour chercher l'entrée de la section suivante.

- Ondulés multipolaires simples :  $2a = 2$  voies
- Ondulés multipolaires multiples :  $2a = 2k$  voies

Attention ! N'importe quel encochage ne conviendra pas pour réaliser un bobinage ondulé multipolaire simple ou multiple.

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

**24.1** Dans une machine à courant continu, pourquoi l'inducteur est-il au stator et non au rotor comme dans une machine synchrone ?

**24.2** Le rotor d'une machine à courant continu possède 288 encoches. Le collecteur de cette machine doit-il avoir 144 lames ?

**24.3** Une section constituée de plusieurs spires diamétrales peut-elle occuper plusieurs paires d'encoches diamétrales ?

**24.4** Peut-on trouver le flux de circulation  $\phi_i$  dans le rotor d'une machine à courant continu en se donnant le courant d'excitation stator et les courbes de magnétisme des différents matériaux le constituant si l'on connaît toutes les caractéristiques géométriques de la machine ?

**24.5** On peut réaliser sur le rotor d'une machine à courant continu divers types d'enroulements, qu'elle soit bipolaire ou multipolaire. On peut effectuer ces enroulements différents en plaçant dans les encoches les mêmes faisceaux mais en les reliant différemment. Un enroulement est-il préférable pour obtenir la puissance maximale avec cette machine ?

**24.6** Quels types d'enroulements peut-on réaliser sur le rotor d'une machine à courant continu bipolaire ? Pourquoi choisir plutôt l'un que l'autre ?

**24.7** Une machine à courant continu bipolaire possède un rotor de 48 encoches. On désire réaliser un enroulement imbriqué bipolaire multiple. Montrer qu'en prenant un pas avant diamétral,  $y = 25$ , quatre possibilités existent d'obtenir un seul bobinage fermé sur lui-même incluant tous les fils actifs. Les caractériser par leurs pas arrière. Peut-on obtenir 2, 3 ou 5 bobinages directs avec ce rotor et ce pas  $y$  ?

**24.8** Une machine à courant continu hexapolaire dont le rotor possède 122 encoches était bobinée en ondulé multipolaire multiple avec un pas  $y = 21$  et possédait  $2a = 4$  voies.

Peut-on rebobiner le rotor en ondulé multipolaire simple pour obtenir  $2a = 6$  voies. Quel pas doit-on utiliser ? Quelle solution ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

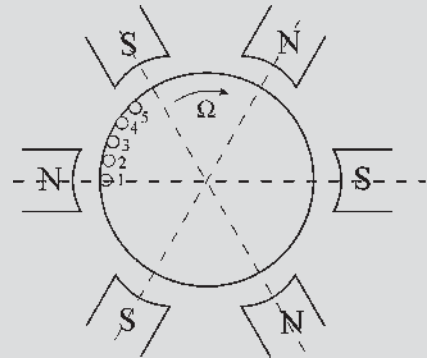
**24.1** Le rotor d'une machine à courant continu possède 80 encoches régulièrement réparties. On désire réaliser un bobinage « imbriqué, bipolaire simple à pas diamétral » en ne plaçant qu'un seul fil par encoche.

- 1) Donner une loi possible d'enroulement en précisant les pas avant  $y$  et arrière  $y'$  pour que toutes les encoches soient utilisées et que l'enroulement soit fermé sur lui-même.
- 2) Le rotor étant entraîné à la vitesse  $N = 1\,500$  tr/min, donner la valeur de la f.é.m.  $E_{AB}$  aux bornes des balais. On donne les dimensions du rotor : longueur  $L = 30$  cm, diamètre  $D = 20$  cm pour une induction maximale  $B_m = 1$  T.

**24.2** Le rotor d'une machine à courant continu possède 120 encoches régulièrement réparties. On désire réaliser un bobinage imbriqué parallèle multiple d'ordre  $k = 2$  en utilisant toutes les encoches et en ne plaçant que deux fils par encoches.

- 1) Quelle est la signification de  $k$  ?
- 2) Proposer une règle de bobinage pour qu'il soit diamétral en précisant les pas utilisés.

**24.3** Disposant d'un induit d'une machine à courant continu de 32 encoches régulièrement réparties, on



Figures 24.21

désire effectuer un bobinage ondulé série multipolaire simple en le plaçant dans un stator hexapolaire  $2p = 6$ . On ne placera qu'un seul fil actif par encoche  $n = 32$ .

- 1) Placer les 32 fils sur le dessin et déterminer le pas avant  $y$ .
- 2) Donner le tableau du bobinage indiquant pour chaque fil actif le sens de la f.é.m., le sens du fil bobiné ( $A$  aller,  $R$  retour) et le numéro du fil sachant que le fil n°1 est positionné et que le sens du bobinage est indiqué.
- 3) Placer les six balais  $A, B, C, D, E, F$  dans les axes neutres et indiquer les signes des f.é.m. aux balais.
- 4) Comment brancher les six balais sur les deux fils  $+$  et  $-$  qui sortent en définitive de la machine ?



# Expressions de la f.é.m. développée par l'induit

## Objectifs

- Appréhender le caractère sinusoïdal des f.é.m. rotoriques.
- Comprendre le rôle du couple balais/collecteur.
- Voir l'intérêt du flux  $\phi_d$  reçu par chaque demi-induit d'axe  $d$ .
- Établir les équations de fonctionnement en régime permanent.

## Vocabulaire

Angle d'ouverture, surface d'ouverture

Flux  $\phi_d$  reçu par chaque demi-induit dans l'axe  $d$

Après une première approche des machines à courant continu, suivie des précisions technologiques sur la constitution des enroulements, ce chapitre aborde le calcul de l'expression de la f.é.m. développée par l'induit. Commençant par une spire, en soulignant le caractère sinusoïdal de la f.é.m., le calcul se poursuit pour montrer qu'entre deux points quelconques du rotor, la f.é.m. est sinusoïdale, de pulsation  $\omega$  égale à la vitesse angulaire de rotation, comme dans une machine synchrone. Puis interviennent les balais A et B frottant sur le collecteur et donnant à leurs bornes une f.é.m. continue commutée. L'apparition des axes  $d$  et  $q$  de Blondel permettent de souligner le rôle de  $\phi_d$ , flux reçu par chaque demi-induit rotorique dans l'axe  $d$ . L'extension aux machines multipolaires permet de formuler les équations de fonctionnement de la machine en régime permanent.

## 25.1 F.É.M. AUX BORNES D'UNE SPIRE DIAMÉTRALE

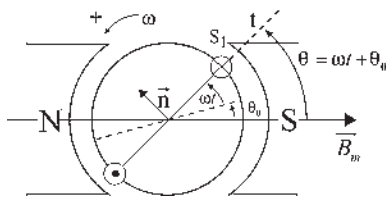


Figure 25.1

### ► Hypothèses

- Machine bipolaire. Sens positif trigonométrique.
- Répartition spatiale sinusoïdale de l'induction.
- Induit entraîné à la vitesse angulaire  $\omega$ .
- Un fil par encoche.  $n$  fils sur l'induit.
- Fonctionnement générateur.

Considérons la spire  $S_1$  faisant l'angle  $\theta_0$  avec l'axe des pôles à l'instant  $t = 0$ .

À l'instant  $t$ , (figure 25.1),  $\theta = \omega t + \theta_0$ , le flux à travers cette spire (orientée par la règle du tire-bouchon) est,  $B_m$  étant l'induction maximale :

$$\varphi = \vec{B}_m \cdot \vec{S} = B_m S \cdot \cos(\vec{B}_m, \vec{n}) = B_m S \cdot \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -B_m S \sin \theta$$

La f.é.m. aux bornes de cette spire est :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = B_m S \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \frac{d\theta}{dt} \quad \text{avec} \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega = 2\pi N$$

et, en posant  $\phi_m = B_m \cdot S$  flux maximal à travers une spire diamétrale située dans le plan neutre :  $e = \phi_m \omega \cos \theta = \phi_m \omega \cos(\omega t + \theta_0)$  f.é.m. sinusoïdale, de pulsation  $\omega$ , d'amplitude  $\phi_m \omega$  et de phase  $\theta_0$ , angle électrique de décalage de la spire à  $t = 0$  avec le plan des pôles.

Toute spire tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  et occupant une même position dans l'espace à un instant quelconque aura la même f.é.m. instantanée.

## 25.2 F.É.M. $E_{ba}$ ENTRE DEUX POINTS DU BOBINAGE

$\alpha$  est l'angle d'ouverture du bobinage.

Le bobinage est formé de nombreuses spires diamétrales, allant de  $a$  à  $b$ .

À un instant  $t$  quelconque, aux bornes de la spire  $S_1$ , bissectrice de l'angle  $\alpha$ , on a :

$$e = \phi_m \cdot \omega \cos \theta \quad (\text{figure 25.2}).$$

Dans l'angle  $d\theta$  il y a  $\frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} d\theta$  spires.  $n$  fils étant sur le pourtour de l'induit, il y a  $\frac{n}{2}$  spires pour un angle électrique de  $2\pi$ . La f.é.m. aux bornes de toutes ces spires mises en série,  $d\theta$  étant infiniment petit, est :

$$dE = e \cdot \frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} d\theta = \frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} \phi_m \omega \cos \theta d\theta = \frac{n}{2} N \phi_m \cos \theta d\theta$$

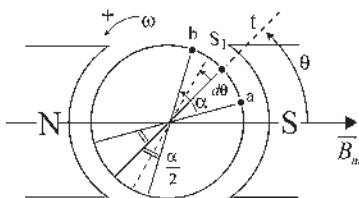


Figure 25.2

$$\begin{aligned}
 E_{ba} &= E_b - E_a = \frac{nN\phi_m}{2} \int_{\theta-\frac{\alpha}{2}}^{\theta+\frac{\alpha}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{nN\phi_m}{2} [\sin \theta]_{\theta-\frac{\alpha}{2}}^{\theta+\frac{\alpha}{2}} \\
 &= \frac{nN\phi_m}{2} \left[ \sin \left( \theta + \frac{\alpha}{2} \right) - \sin \left( \theta - \frac{\alpha}{2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Or,  $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$  d'où  $E_{ba} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta$

$$E_{ba} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega t + \theta_0) = \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega t + \theta_0)$$

Pour deux points quelconques  $a$  et  $b$ , la f.é.m. aux bornes est sinusoïdale de pulsation  $\omega$ , d'amplitude maximale lorsque  $\theta = \omega t + \theta_0 = 0$ , quand les deux points sont symétriques par rapport à l'axe des pôles.

Si deux points  $a$  et  $b$  sont diamétraux,  $\alpha = \pi$ , la f.é.m. sinusoïdale est maximale lorsque les deux points, symétriques par rapport à l'axe des pôles, sont situés sur la ligne neutre.

Tout bobinage distinct  $a'b'$ , de même ouverture  $\alpha$ , aura exactement la même f.é.m. instantanée quand il occupera la même position dans l'espace.

## 25.3 F.É.M. $E_{BA}$ ENTRE DEUX BALAIS QUELCONQUES FROTTANT SUR LE COLLECTEUR

À un instant  $t$  quelconque, on recueille aux bornes des balais fixes  $A$  et  $B$  la f.é.m. entre les points  $a$  et  $b$  qui se trouvent en  $A$  et  $B$  à cet instant  $t$ .

Or à tout instant les bobinages différents  $ab$  d'ouverture  $\alpha$  en contact avec les balais  $AB$  ont la même f.é.m. puisqu'ils occupent la même position dans l'espace (figure 25.3). La f.é.m. aux bornes des balais  $AB$  est donc toujours la même.

Cette f.é.m. constante est caractérisée par  $\theta'_0 = \text{cste} = \omega t_1 + \theta_{01} = \omega t_2 + \theta_{02} = \dots$

$\theta'_0$  angle constant entre  $\vec{B}_m$  et la bissectrice des balais.

$$E_{BA} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0 = \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0$$

Pour deux balais quelconques  $A$  et  $B$ , diamétraux ou pas (figure 25.4) la f.é.m. aux bornes est continue.

Pour un angle d'ouverture  $\alpha$  donné, cette f.é.m. constante sera maximale pour  $\theta'_0 = 0$  si les balais sont symétriques par rapport à l'axe des pôles. Pour  $\theta'_0 = 0$  cette f.é.m. constante sera maximale pour  $\alpha = \pi$  lorsque les balais seront sur la ligne neutre.

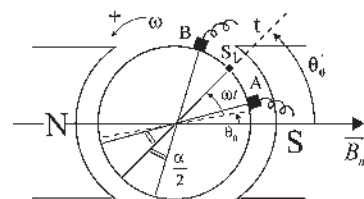


Figure 25.3

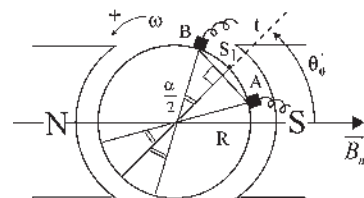


Figure 25.4

Pour deux balais quelconques  $A$  et  $B$ , diamétraux ou pas, on peut écrire :

$$E_{BA} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0 = nN.S.B_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0$$

$S$  surface de la spire diamétrale située dans le plan neutre =  $2R.L$

$$E_{BA} = nN \left( S \sin \frac{\alpha}{2} \right) (B_m \cos \theta'_0) = nN.L. \left( 2R \sin \frac{\alpha}{2} \right) (B_m \cos \theta'_0)$$

$$2R \sin \frac{\alpha}{2} = A\bar{B} \quad \boxed{B_m \cos \theta'_0 = B_n} \quad E_{BA} = nNL.A\bar{B}.B_n = nNS_{AB}.B_n = nN\phi$$

Le flux  $\phi = S_{AB}.B_n$  étant le produit de la surface d'ouverture  $S_{AB}$ ,  $\boxed{S_{AB} = A\bar{B}.L}$ ,

$L$  étant la longueur de la directrice du cylindre induit, par l'induction normale à cette sur-

face  $B_n = B_m \cos \theta'_0$ .

$$\boxed{E_{BA} = nN\phi = \frac{n\phi}{2\pi} \omega}$$

### 25.4 F.É.M. $E_{BA}$ AUX BORNES DES BALAIS DANS L'AXE $q$

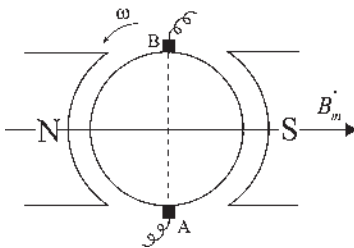


Figure 25.5

$$E_{BA} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0.$$

Dans la figure 25.5, pour  $\theta'_0 = 0$  et  $\alpha = \pi$ , les balais  $A$ ,  $B$ , sont sur l'axe  $q$ .

$$\boxed{E_{BA} = nN\phi_m = \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega}$$

### 25.5 FLUX REÇU PAR DEMI-INDUIT DANS L'AXE $d$

L'axe direct  $d$  est l'axe des pôles et l'axe  $q$ , en quadrature, à  $\frac{\pi}{2}$  électrique avant est sur la ligne neutre. Cette convention, apparemment différente, est la même que celle adoptée pour les machines synchrones. Pour s'en convaincre, se placer en observateur rotorique qui voit balais et stator tourner dans l'autre sens.

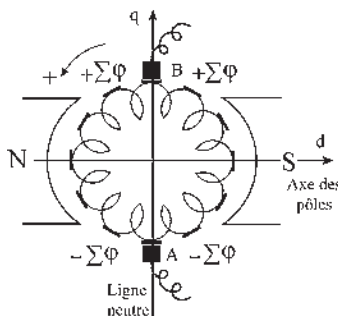


Figure 25.6

Les flux reçus par les différentes spires dépendent de leurs inclinaisons par rapport au plan  $d$  (figure 25.6). Les spires situées dans le plan  $q$  reçoivent le flux maximal.

On a noté  $\Sigma\phi$  la somme des flux reçus par toutes les spires situées dans un quart de la machine, en comptant positivement le flux rentrant par la face sud.

Le flux reçu par l'ensemble induit est nul. Le flux reçu par chaque demi-induit vertical (bobinage d'axe  $q$ ) est nul.  $\phi_d$ , le flux reçu par chaque demi-induit horizontal (bobine d'axe  $d$ ) est  $\pm 2\Sigma\phi = \pm\phi_d$ .

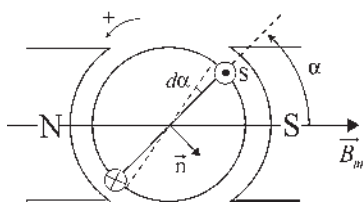


Figure 25.7

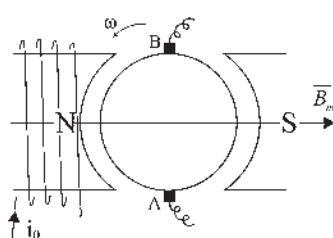


Figure 25.8

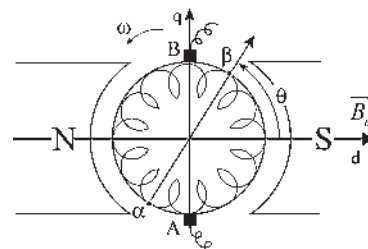


Figure 25.9

### Calcul de $\phi_d$

Le flux reçu par la spire  $S$  repérée par l'angle  $\alpha$  et orientée pour compter positivement le flux rentrant par la face sud est (figure 25.7) :

$$\begin{aligned}\varphi &= \vec{B}_m \cdot \vec{S} = B_m S \cos(\vec{B}_m, \vec{n}) \\ \varphi &= B_m \cdot S \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \phi_m \sin \alpha\end{aligned}$$

Dans l'angle  $d\alpha$  il y a  $\frac{n}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} d\alpha$  spires. Le flux reçu par toutes ces spires situées dans l'angle

$$d\alpha \text{ est } d\varphi = \phi_m \sin \alpha \frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} d\alpha$$

$$\phi_d = \phi_m \frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{n\phi_m}{2\pi} \frac{1}{2} [-\cos \alpha]_0^\pi = \frac{n\phi_m}{2\pi} = \phi_d$$

Dans la figure 25.8, pour  $\theta'_0 = 0$  et  $\alpha = \pi$

$$E_{BA} = nN\phi_m = \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega = \phi_d \omega = M_{sr} i \omega \quad M_{sr} \text{ est la}$$

mutuelle inductance entre le bobinage inducteur et le demi-induit d'axe  $d$ .

On peut généraliser ces expressions pour deux balais quelconques  $A B$  en faisant intervenir la surface d'ouverture  $S_{AB} = AB \cdot L$ , l'induction normale  $B_n$  à cette surface, et le flux reçu par le demi-induit dans la direction de la normale.

## 25.6 CALCUL DIRECT DE LA F.É.M. À PARTIR DE $\Phi_d$

Pour deux points diamétraux quelconques,  $\alpha, \beta$  du bobinage, l'enroulement se comporte comme deux bobines d'observation d'axe  $\alpha \beta$  tournant avec le rotor.

Les bobines (capteurs de flux) reçoivent un flux maximal  $\phi_d$  pour  $\theta = 0$ , l'une par la face sud, l'autre par la face nord (figure

### Vous avez dit électrotechnique ?

#### Évolution de l'habitat

Petit à petit, nos maisons se transforment à partir de deux idées maîtresses.

- Climatisation, meilleure isolation, maison solaire d'Odeillo, chauffage solaire de l'eau, production électrique locale par panneaux solaires avec un souci majeur d'économie.

- Maison intelligente, fermeture automatique, réception de message, mise en place de leurres sonores ou visuels en votre absence, surveillance. Programmation de travaux ménagers, lessive, vaisselle.

Préparation de l'habitat avant votre arrivée, chauffage, repas, bain...

Pendant votre séjour, climatisation des pièces, éclairage automatique dès votre présence le tout orchestré par un ordinateur avec un souci majeur de sécurité et d'organisation.

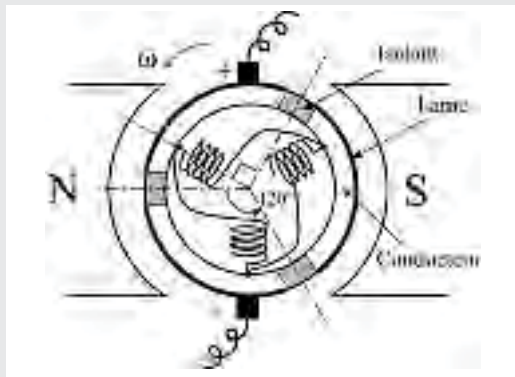


## Le saviez-vous ?

### Moteur à courant continu à 3 lames

Ces petits moteurs pour jouets sont alimentés en alternatif monophasé à travers un transformateur de tension et un redresseur.

Moteur à courant continu disposant de trois lames au collecteur, chacune couvrant  $120^\circ$ . Trois bobines tripositionnées sont décalées de  $\frac{\pi}{2}AV$  dans le sens de rotation par rapport à la fin de la lame. Elles sont connectées en triangle entre les trois lames. Le champ inducteur est assuré par un aimant permanent. Chaque bobine, alimentée en commutation, crée un champ magnétique, d'où la rotation.



25.9). Elles reçoivent chacune un flux nul pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$  et un flux  $\phi_d \cos \theta$  pour un angle  $\theta$  quelconque.

L'induction est à répartition spatiale sinusoïdale.

Au cours de la rotation,  $\theta = \omega t + \theta_0$ , le flux varie, d'où une f.é.m. sinusoïdale aux bornes de chaque bobine :

$$e_{\beta\alpha} = -\frac{d\phi}{dt} = -\phi_d \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \frac{d\theta}{dt} = \phi_d \omega \sin \theta.$$

Ces f.é.m. sont maximales pour toutes bobines  $\alpha\beta$  lorsque le flux s'annule en décroissant, les bobines étant alors dans l'axe  $q$  avec  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

Les balais  $AB$  recueillent la f.é.m. continue commutée  $E_{BA} = \phi_d \cdot \omega$ .

Les deux f.é.m.  $\phi_d \cdot \omega$  obtenues aux bornes de chaque demi-induit d'axe  $q$  sont en opposition si la machine ne débite pas et elles sont en parallèle si elle débite.

## 25.7 CAS DES MACHINES MULTIPOLAIRES OU À PLUSIEURS VOIES D'ENROULEMENT

Pour une machine bipolaire à deux voies d'enroulement, la f.é.m. maximale lorsque les balais sont dans l'axe  $q$  est :

$E_{BA} = nN\phi_m = \frac{n}{2}2N \cdot S \cdot B_m$ , produit du nombre de conducteurs par voie d'enroulement,  $\frac{n}{2}$ , par la fréquence de présentation des pôles devant un conducteur,  $2N$ , par le flux maximal reçu par une bobine diamétrale,  $S B_m$ .

Pour une machine ayant  $2a$  voies d'enroulement et  $2p$  pôles, la f.é.m. maximale s'écrit :

$$E_{BA} = \frac{n}{2a} 2p \cdot N \cdot S \cdot B_m = \frac{p}{a} n \cdot N \cdot \phi_m = \frac{p}{a} \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega = \frac{p}{a} \phi_d \cdot \omega = \frac{p}{a} M_{sr} i \omega$$

## 25.8 ÉQUATIONS DE FONCTIONNEMENT EN RÉGIME PERMANENT. BALAIS AB SUR L'AXE $q$

$$E_{BA} = \frac{p}{a} n N \phi_m = \frac{p}{a} \frac{n \cdot \phi_m}{2\pi} \omega = \frac{p}{a} \phi_d \omega = \frac{p}{a} M_{sr} i \omega. \text{ La loi d'Ohm s'écrit :}$$

En générateur : f.é.m.  $E_{BA} = V + r \cdot I$ . En moteur :  $V = f.c.é.m. E_{BA} + r \cdot I$

Puissance  $P = E_{BA} \cdot I \approx C \cdot \omega = 2\pi \cdot N \cdot C$  en négligeant les pertes.

## 25.9 PUISSANCE DE LA MACHINE ET LIMITATIONS TECHNOLOGIQUES

Puissance  $P = E_{BA} \cdot I_{\text{extérieur}} = E_{BA} \cdot 2a \cdot I_e$   $I_e$  par voie d'enroulement

$$P = \frac{p}{a} n N \phi_m \cdot 2a I_e \quad \boxed{P = 2p \cdot n \cdot N \cdot \phi_m \cdot I_e}$$

### ➔ Limitations

$p \cdot n$  :

Encombrement et poids.

Fragilité des dents (encoches).

Fil de diamètre normalisé et calibré,  $d = \frac{16}{10}$ , avec un isolant  $d = \frac{25}{10}$  mm.

$N$  :

Vitesse tangentielle. Tenue des fils.

Force centrifuge. Nombre et tenue des lames du collecteur.

$\phi_m$  :

Induction 1,5 T pour les machines usuelles.

Entrefer 0,5 mm.

$I_e$  :

Pour une durée de vie de 40 000 heures.

Densité de courant admissible dans les fils, 6 A/mm<sup>2</sup>.

Isolants de classe A, B...

Température maximale admissible.

Densité de courant de captage, 3 A/mm<sup>2</sup> aux balais.

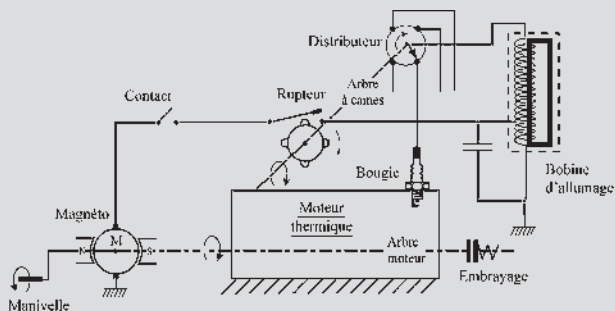
# Pour en savoir plus...

## ÉVOLUTION DES BESOINS ÉLECTRIQUES DANS LES AUTOMOBILES

Vers 1898, les premiers véhicules à essence n'avaient besoin de l'électricité que pour l'alimentation des bougies en haute tension. Le générateur était une magnéto où le champ inducteur était produit par un aimant permanent. Il n'y avait pas de batterie sur le véhicule. Comme pour les trains, l'éclairage était fourni par une lanterne à huile. Le démarrage s'effectuait à la manivelle. Avec la rotation, le moteur entraînait l'arbre à cames qui actionnait simultanément l'ouverture des soupapes d'admission et d'échappement, le rupteur ouvrant le circuit primaire du transformateur appelé « bobine » qui fonctionnait en impulsionnel et le distributeur permettant l'alimentation alternée de chaque bougie en HT.

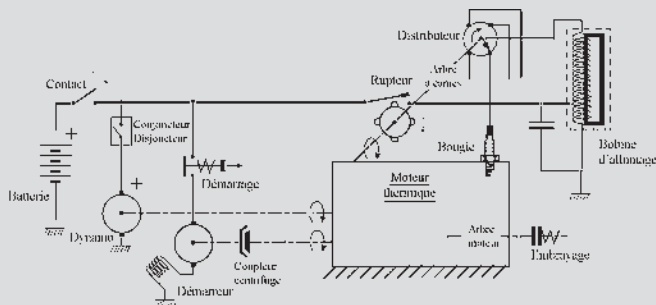


Figures 25.10



Figures 25.11

Par la suite, la batterie 6 volts fût introduite surtout pour autoriser le démarrage sans manivelle. Le démarreur était un moteur série. La magnéto fut alors remplacée par une dynamo, génératrice à courant continu à excitation shunt placée en série avec un conjoncteur disjoncteur dont le rôle était d'isoler la dynamo au ralenti du moteur quand la f.é.m. de la batterie devient supérieure à celle de la dynamo. Pour toute vitesse supérieure à la vitesse de « conjonction » la dynamo rechargeait la batterie.



Figures 25.12



Figures 25.13

L'existence de la batterie autorisa l'installation de dispositifs électriques embarqués : éclairage, stop, feux de position, essuie-glaces.

Entre les deux guerres, la dynamo à trois balais permet d'obtenir une certaine régulation de la f.é.m. sur toute la plage de fonctionnement. Après la seconde guerre mondiale, avec l'apparition des semi-conducteurs, la dynamo fut remplacée par un alternateur à griffes en série

avec un redresseur tandis que le bilame donna naissance aux clignotants.

À partir des années 1960, l'électronique s'implante dans l'automobile en s'emparant d'abord de l'allumage, puis de la carburation. Petit à petit, les équipements électriques se développent ce qui nécessite le passage à 12-14 volts pour certains véhicules avec l'arrivée de l'essuie-glace arrière, des lave-vitres électriques, de la climatisation...

Depuis 1980, les besoins en énergie électrique augmentent de 4 % par an. La puissance électrique nécessaire à bord d'un véhicule de milieu de gamme a augmenté de 50 % entre 1980 et 2000. Cette augmentation va se poursuivre pour répondre aux exigences du marché : accroissement du confort électrique, freinage électrique associé à l'ABS, commande électromagnétique des soupapes, système de navigation, multimédia et respect de l'environnement...

Le maintien de la tension à 14 V exigerait alors une augmentation importante du courant d'où des pertes en ligne et des coûts de câbles supplémentaires. La norme électrique actuelle ne peut pas répondre à la demande d'augmentation de puissance électrique des véhicules de demain. L'augmentation de tension est indispensable pour assurer la multiplication des composants élec-

triques dans la voiture. Le 42 V est envisagé mais une étape intermédiaire 14 V-42 V sera nécessaire.

Dans les véhicules haut de gamme, l'alternateur 14 V d'aujourd'hui est limité à 2,5 kW pour une puissance moyenne de 1,5 kW. Il consommera en 2005 autour de 5 kW.

Tous les constructeurs et équipementiers sont concernés. Les mises au point et les voies de recherche concernent le « stop and go » où le moteur s'arrête à l'arrêt du véhicule et redémarre dès qu'on appuie sur l'accélérateur, l'ADIVI (alternateur démarreur intégré au volant d'inertie), le remplacement des systèmes hydrauliques par des équipements électriques. Enfin, la pile à combustible, dont le principe a été énoncé par Sir Henry Davy en 1802, deviendra t-elle réalité ?



Figures 25.14

# Cahier d'évaluation

## POINTS CLÉS

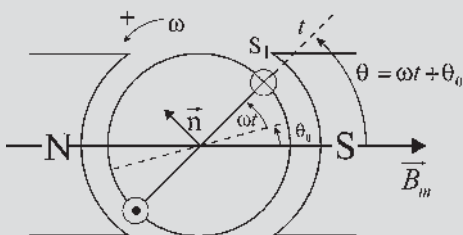
**Flux  $\phi_d$  reçu par chaque demi-induit dans l'axe  $d$**

Deux voies existent entre deux balais diamétraux. Chacune de ces voies correspond à un demi-induit. Pour des bobinages diamétraux, le flux reçu par chaque demi-induit dépend de l'inclinaison par rapport à l'axe  $d$ .

## FICHE MÉMO

### Hypothèses

- Machine bipolaire.
- Sens positif trigonométrique.
- Répartition spatiale sinusoïdale de l'induction.
- Induit entraîné à la vitesse angulaire  $\omega$ .
- Un fil par encoche.
- Fonctionnement générateur.
- $n$  fils sur l'induit.



Figures 25.15

**F.é.m. sinusoïdale aux bornes d'une spire diamétrale**

$$e = \phi_m \omega \cos \theta = \phi_m \omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

**F.é.m. sinusoïdale entre deux points  $a$  et  $b$  quelconque du bobinage fermé sur lui-même**

$$\begin{aligned} E_{ba} &= nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega t + \theta_0) \\ &= \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega t + \theta_0) \end{aligned}$$

**F.é.m. continue entre deux balais fixes  $A$  et  $B$  frottant sur le collecteur**

$$E_{BA} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0 = \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0$$

**F.é.m. maximale aux bornes des balais**

$$E_{BA} = nN\phi_m = \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega$$

**Équation de fonctionnement en régime permanent,  $A$  et  $B$  étant dans l'axe  $q$**

$$E_{BA} = \frac{p}{a} nN\phi_m = \frac{p}{a} \frac{n \cdot \phi_m}{2\pi} \omega = \frac{p}{a} \phi_d \omega = \frac{p}{a} M_{sr} i \omega$$

En générateur : f.é.m.  $E_{BA} = V + r \cdot I$ .

En moteur :  $V = f.c.é.m. E_{BA} + r \cdot I$

Puissance :  $P = E_{BA} \cdot I \approx C \cdot \omega = 2\pi \cdot N \cdot C$  en négligeant les pertes.

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 25.1 Montrer sans calcul que tout fil actif du rotor d'une machine à courant continu passant en face d'un repère fixe stator a la même f.é.m. instantanée, le rotor tournant à  $\omega$  et le stator étant excité.
- 25.2 Montrer que dans une machine à courant continu bipolaire, quelle que soit la position des deux balais  $A$  et  $B$ , la f.é.m. est la même pour chacune des deux voies.
- 25.3 Montrer que les conventions sur les axes  $d$  et  $q$  sont les mêmes pour la machine à courant continu et pour la machine synchrone.
- 25.4 Montrer que pour une machine à courant continu bipolaire, quelle que soit la position des balais  $A$  et  $B$ , on peut exprimer le flux reçu par chaque demi-induit dans la direction de la normale à la ligne des balais.

25.5 Pourquoi la notion de flux  $\phi_d$  reçu par chaque demi-induit dans l'axe  $d$  est-elle intéressante ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

25.1 La courbe de magnétisation d'un générateur à courant continu donne l'évolution de la tension à vide  $E$  aux bornes des balais en fonction de l'intensité du courant inducteur  $i_s$  à la vitesse  $N = 1\,000$  tr/min.

$i_s$ [A]	1,50	1,25	1,00	0,5
$E$ [V]	250	230	200	100

- 1) Quelle doit être la vitesse du générateur pour avoir une tension à vide de 250 V si le courant inducteur est 1,25 A ?
- 2) Quel doit être le courant inducteur pour avoir 200 V à vide à  $N = 800$  tr/min ?
- 3) On alimente désormais cette machine à l'aide d'une tension continue de 230 V et le courant inducteur est réglé à 1 A. Quelle sera alors la vitesse à vide du moteur ? On ne tiendra pas compte des pertes.

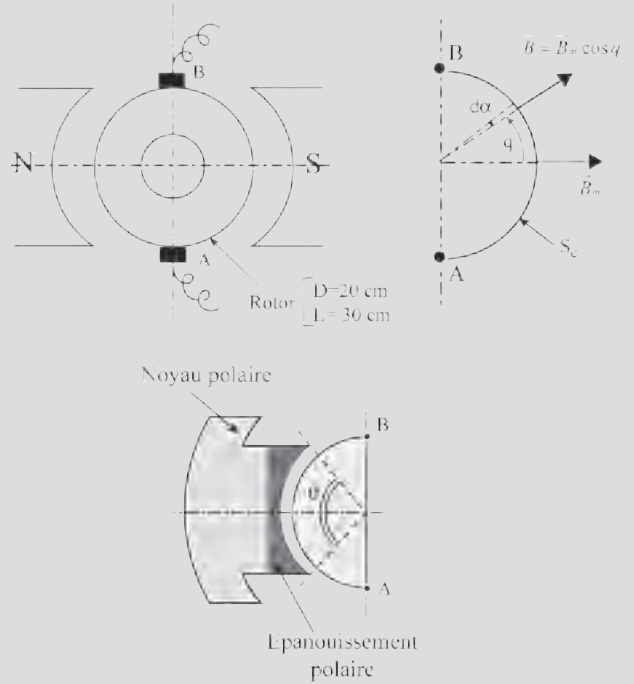
25.2 Une machine bipolaire à courant continu, à bobinage diamétral, a ses balais  $A$  et  $B$  dans l'axe neutre.

L'induction magnétique radiale est à répartition spatiale sinusoïdale dans l'entrefer et a pour valeur maximale dans l'axe des pôles  $B_m = 1$  T. On note  $L$  la longueur du rotor et  $D = 2R$  son diamètre.

- 1) Montrer que le flux utile  $\phi_u$  de la machine, flux de  $\vec{B}$  à travers la surface  $S_c$  du demi-cylindre rotorique vaut :  $\phi_u = \int_{S_c} B dS = S \cdot B_m = \phi_m$  ;  $S$  étant la surface de la spire diamétrale  $AB$  dans l'axe neutre.
- 2) Le module de l'induction dans l'entrefer étant  $B = f(\alpha) = B_m \cdot \cos \alpha$ , montrer que  $\phi_u = S_c \cdot B_{\text{moyen}} = \phi_m = S \cdot B_m$ .

En pratique pour limiter les fuites, l'ouverture des pôles est définie par le rapport

$$\beta = \frac{S_p}{S_c} \simeq 0,63, S_p \text{ étant la surface d'un pôle.}$$

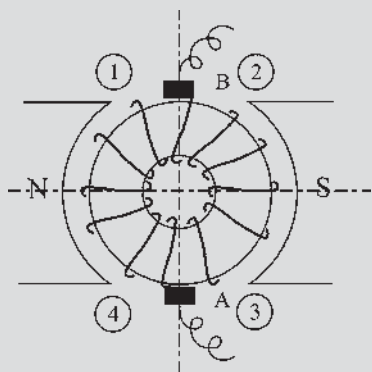


Figures 25.16

- 3) L'entrefer étant de largeur  $e = 0,5$  mm, peut-on donner une première approximation du nombre d'ampères-tours nécessaire à magnétiser cette machine  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m.

25.3 Considérons la machine à courant continu bipolaire étudiée dans l'exercice précédent. On s'intéresse désormais au flux reçu par le bobinage en vue de calculer la f.é.m. aux bornes des balais. On raisonne sur la représentation du bobinage en anneau rappelée ci-après. Le rotor possède 80 encoches avec un seul conducteur actif par encoche ( $a = 1, p = 1$ ).

- 1) Chaque spire recevant un flux différent en fonction de sa position, quel est le flux reçu par l'ensemble du bobinage ?



Figures 25.17

- Quel est le flux reçu par toutes les spires situées à droite de l'axe neutre  $q$  ?
  - Quel est le flux reçu par toutes les spires situées au dessus de l'axe des pôles  $d$  ?
  - Calculer le flux  $\phi_d$  en fonction de  $\phi_m$ .
- 2) Le rotor est entraîné à la vitesse  $N = 1\,200$  tr/min. Donner la valeur de la f.é.m.  $E_{BA}$ .

# Caractéristiques des machines en régime permanent

## Objectifs

- Connaître les caractéristiques des génératrices selon le type d'excitation et résoudre les problèmes d'amorçage.
- Utiliser la surface caractéristique des moteurs  $g(N, C, \phi) = 0$ .
- Tirer parti de la réversibilité moteur/générateur pour traiter le compoundage en vitesse d'un moteur ou en tension d'un générateur.
- Comprendre la nécessité d'un taux de compoundage inférieur à l'unité.

## Vocabulaire

Auto excitation : shunt, série, compound flux additifs, flux soustractifs	Compoundage en tension, compoundage en vitesse Excitation séparée, Excitation indépendante	Surface réglée, surface caractéristiques : hyper – hypo – compound Taux de compoundage
---	--	---

On aborde maintenant la maîtrise des machines. Comprendre leurs diversités, dues à des excitations différentes, et pouvoir les choisir en fonction de leurs performances est le rôle du spécialiste de qualité, qu'il soit technicien ou ingénieur.

Les montages d'excitations, indépendante, shunt, série et compound à flux additifs ou à flux soustractifs montrent qu'une liaison supplémentaire, mais différente, entre les variables peut changer complètement le comportement physique d'un ensemble régi par un système d'équations, qu'elles soient algébriques, non linéaires ou différentielles, à tel point que les vocables de caractéristique shunt et série indiquent aujourd'hui un comportement mécanique traduisant des caractéristiques  $C(N)$  linéaires ou hyperboliques. Les performances des machines découlent de l'étude des caractéristiques permettant de mettre en relief les points fondamentaux concernant leur comportement comme le moteur shunt autorégulateur de vitesse, ou le moteur série autorégulateur de puissance, mais aussi des points particuliers comme l'amorçage des génératrices ou le taux de compoundage.



## 26.1 VARIABLES INDÉPENDANTES

$$E = \frac{p}{a} n \cdot N \cdot \phi(i, I)$$

$$V = E + rI$$

$$EI = 2\pi \cdot N \cdot C$$

$I > 0$  en moteur     $I < 0$  en générateur

Le fonctionnement en régime permanent, en moteur comme en générateur, est réglé par un système de trois équations à 6 variables.

$$E, N, i, V, I, C \text{ ou } E, N, \phi, V, I, C.$$

Pour obtenir un point de fonctionnement déterminé, il faut fixer les valeurs de trois variables indépendantes, une par équation. Notons qu'une variable comme  $E$  n'est plus une variable indépendante si l'on fixe  $N$  et  $\phi$  :

- en moteur, on fixe  $V$  et  $\phi$  tandis que  $C$  est imposé par la charge ;
- en générateur, on règle  $N$  et  $i$  tandis que  $I$  est imposé par la charge.

On pourrait étudier les caractéristiques de la machine simultanément en moteur ou en générateur puisqu'elle est réversible, pourtant, on tracera des caractéristiques distinctes, car les grandeurs intéressantes ne sont pas les mêmes dans les deux types de fonctionnement :

- en moteur, on règle  $V$  et  $\phi$ , et l'on s'intéresse à  $N(C)$  ;
- en générateur, on règle  $N$  et  $i$  et l'on s'intéresse à  $V(I)$ .

L'équation caractéristique du fonctionnement reliera les quatre variables concernées,  $f(V, N, C, \phi) = 0$  en moteur et  $f(V, N, I, i) = 0$  en générateur.

## 26.2 MONTAGES DU CIRCUIT D'EXCITATION

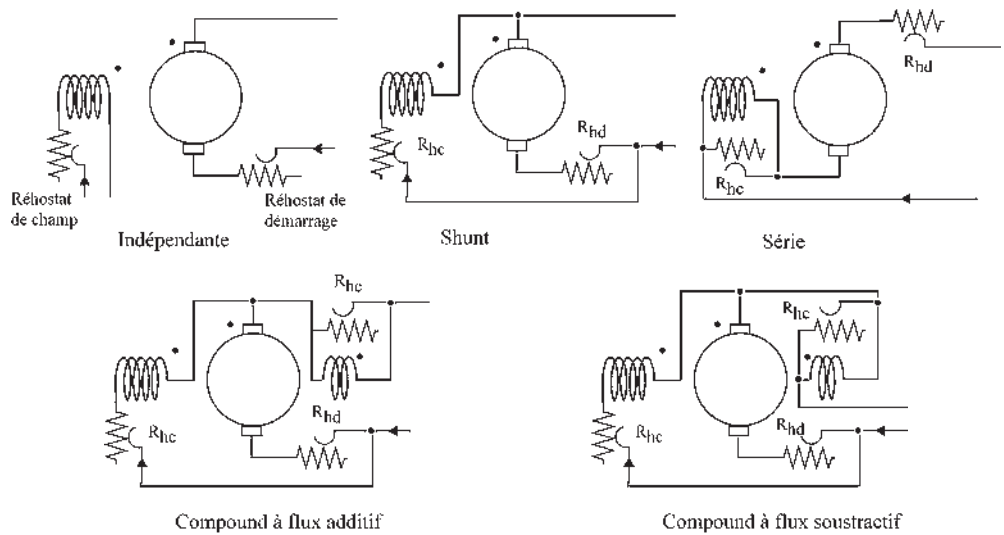


Figure 26.1

Par rapport au circuit induit, le circuit d'excitation pourra être branché :

- en excitation indépendante dite séparée ;
- en auto excitation, excitation shunt, excitation série, excitation composée dite « compound » : à flux additifs, à flux soustractifs.

Pour chaque montage particulier du circuit d'excitation (figure 26.1), la machine, en moteur comme en générateur, aura des caractéristiques particulières.

## 26.3 CARACTÉRISTIQUES DES GÉNÉRATRICES

Les génératrices à courant continu ne sont plus utilisées que dans des cas précis :

- capteurs tachymétriques, délivrant une tension  $E = k \cdot N$  ;
- fonctionnement momentané en récupération dans les engins de traction ;
- génératrices compound à flux soustractifs (soudure, alimentation des arcs).

En génératrice, dans l'équation caractéristique non linéaire  $f(N, V, I, i) = 0$ , la non linéarité provient de la saturation  $V = \frac{P}{a} n \cdot N \cdot \phi(i, I) + rI$ .

Avec un système linéaire, l'équation caractéristique, algébrique, serait obtenue en éliminant deux variables sur six entre les trois équations régissant le fonctionnement en régime permanent. Ce sera le cas en moteur,  $f(V, N, C, \phi) = 0$  sera algébrique et représentera une surface à quatre dimensions.

Par contre, en génératrice, avec les variables  $E, N, i, V, I, C$  cette surface à quatre dimensions  $f(N, V, I, i) = 0$  n'est pas algébrique à cause de la saturation.

Pour la génératrice, en paramétrant une des variables dont on est maître, la vitesse  $N$ , on obtient une surface à trois dimensions.  $g(V, I, i) = 0$  avec  $N = \text{cste}$ .

Cette surface est « la surface caractéristique » de la génératrice (figure 26.2). En régime permanent, tout point de fonctionnement est sur la surface. Cette surface dans l'espace  $V, I, i$  a pour traces :

- sur le plan  $VOi$ , d'équation  $I = 0$ , la caractéristique à vide,
- sur le plan  $IOi$ , d'équation  $V = 0$ , la caractéristique en court-circuit.

L'intersection de cette surface par divers plans pour tenir compte du mode d'excitation de la génératrice donne par projection sur le plan  $VOi$  la caractéristique  $V(I)$  recherchée.

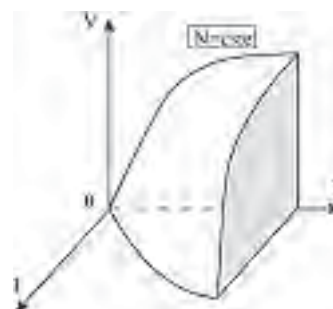


Figure 26.2

### 26.3.1 Excitation indépendante

Elle est caractérisée par  $i = \text{cste}$  paramétrable.

Dans l'espace  $V, I, i$ , l'équation  $i = \text{cste}$  représente un plan parallèle au plan  $VOI$ .

Le point de fonctionnement doit se situer sur la surface et sur le plan  $i = \text{cste}$ , donc sur l'intersection.

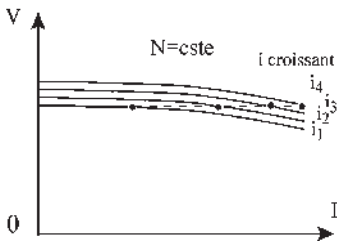


Figure 26.3

La caractéristique  $V(I)$  recherchée est la projection sur le plan  $VOI$  de l'intersection de la surface avec le plan  $i = \text{cste}$  (figure 26.3).

Il n'y a aucun problème pour l'amorçage de la génératrice. Par l'excitation, on est maître de la tension aux bornes.

Dans les alimentations régulées à tension constante, la tension obtenue aux bornes est comparée à une tension de référence pour délivrer le signal d'erreur mettant en jeu un actionneur réglant le courant d'excitation.

### 26.3.2 Auto-excitation

Toutes les génératrices à auto-excitation ont un double problème d'amorçage, magnétique et électrique. La génératrice mise en rotation ne peut pas s'amorcer si elle ne possède pas une induction rémanente  $\vec{B}_r$  permettant de développer les courants inducteur et induit. Le flux créé par le courant inducteur doit renforcer le flux rémanent initial. S'il est opposé, il démagnétise la machine.

Une machine peut aussi se démagnétiser à la suite d'un choc ou d'un court-circuit.

Pour remagnétiser une machine, à l'arrêt ou en rotation, il faut monter pour l'opération l'excitation en indépendante, faire croître régulièrement le courant d'excitation de 0 à  $i$  maximal pour assurer la saturation, puis redescendre tout aussi régulièrement pour éviter le phénomène d'hystérésis (figure 26.4).

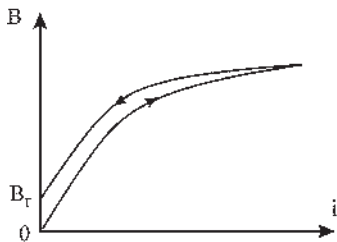


Figure 26.4

#### a) Excitation shunt

On peut tracer la caractéristique à vide en indépendante, en remarquant que :

- le courant inducteur  $i$  doit être petit par rapport au courant induit  $I$  ;
- l'excitation est caractérisée par  $V = R \cdot i$ ,  $R$ , résistance de l'inducteur ;
- l'inducteur de forte résistance, formé de fils de faible section, est fragile. Il comporte de nombreuses spires pour avoir la bonne f.m.m,  $\xi = n \cdot i$ .

Dans le plan  $VOi$ , la droite d'équation  $V = Ri$  est appelée droite des inducteurs (figure 26.5), caractérisée par  $\text{tg } \alpha = V/i = R$ . Dans l'espace à trois dimensions, l'équation  $V = Ri$  est un plan debout formé par la droite des inducteurs et l'axe  $OI$ , d'où la caractéristique  $V(I)$ , projection sur  $VOI$  de l'intersection de la surface par le plan debout. Pour un point de fonctionnement  $M$ , on a  $\text{tg } \beta = V/I = R_{\text{ext}}$ .

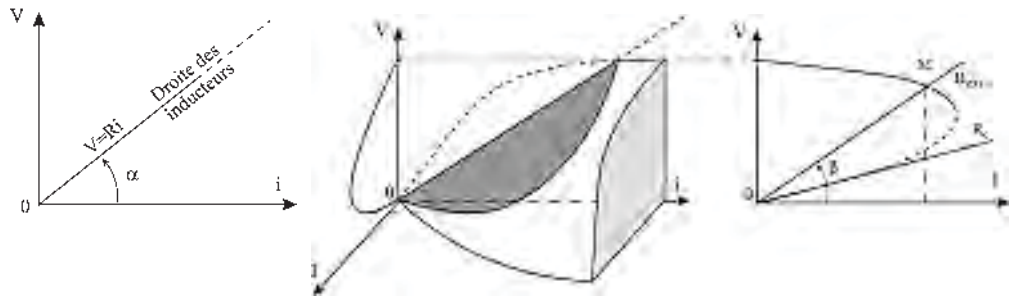


Figure 26.5

La condition « électrique » d'amorçage est  $R_{\text{ext}} > R_{\text{critique}}$ .

Cette machine convient particulièrement pour l'alimentation d'un réseau à tension  $V = \text{cste}$  s'il y a risque de court-circuit pour la génératrice.

Dans ce cas, le courant de court-circuit reste acceptable, car seul le flux rémanent  $\phi_0$  intervient.  $I_{cc} = \frac{\phi_0 \omega}{r}$ .

**b) Excitation série**

La caractéristique à vide doit être tracée en indépendante. Dans une machine à excitation série, le courant inducteur et le courant induit sont du même ordre de grandeur, la machine est caractérisée par  $i = I$ , s'il n'y a pas de rhéostat de champ, l'inducteur étant de faible résistance est constitué d'un fil de section importante et comporte peu de spires (figure 26.6). L'inducteur est robuste.

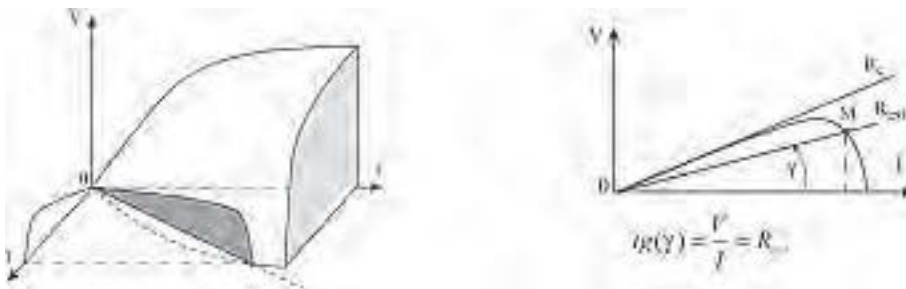


Figure 26.6

Dans le plan  $IOi$ , l'équation  $i = I$  est celle d'une droite qui est la bissectrice. Dans l'espace à trois dimensions, l'équation  $i = I$  est celle d'un plan vertical formé par la bissectrice et l'axe  $OV$ , d'où la caractéristique.

La condition « électrique » d'amorçage est  $R_{\text{ext}} < R_c$ .

La machine est inapte aux marches à tension constante. Elle a peu d'applications, à part l'utilisation en survolteur/dévolteur et le freinage électrique.

**c) Excitation compound**

À flux additif, avec un enroulement série supplémentaire dont le but est de compenser la chute de tension due à la réaction d'induit, la f.é.m. totale s'écrit :

$$mi + MI, \text{ les nombres de spires étant } m \text{ et } M.$$

Appelons  $i'$  le courant shunt fictif donnant la même f.m.m.  $mi' = mi + MI$

$$i' = i + \frac{M}{m}I = \frac{V}{r} + \delta \cdot I = i'$$

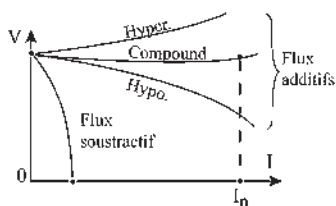


Figure 26.7

L'équation caractérisant l'excitation est dans l'espace à trois dimensions celle d'un plan formé par la droite des inducteurs et par la droite  $i' = \delta \cdot I$  (figure 26.7).

La machine peut être compoundée en tension,  $V = \text{cste}$ , selon la valeur de  $M$ .

À flux soustractif, la caractéristique est très tombante. Elle convient à l'alimentation des arcs pour le fonctionnement des phares de haute mer ou des appareils de soudure.

## 26.4 CARACTÉRISTIQUES DES MOTEURS

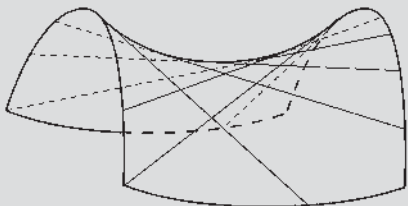
### 26.4.1 Surface caractéristique

#### Le saviez-vous ?

##### Architecture et surfaces réglées

Une surface réglée est une surface sur laquelle se trouvent plusieurs familles de droites. Facilement constructible en béton armé ou en armatures métalliques linéaires, ces surfaces, galbées à souhait, agréables à contempler sont appréciées en architecture.

Le CNIT de la Défense en région parisienne est une surface réglée de type parabolicoïde comportant deux familles de droites orthogonales entre elles, deux familles de paraboles orthogonales entre elles et une famille d'hyperboles.



Bien que ce ne soit pas l'usage, on peut aussi, pour les moteurs à courant continu, après avoir choisi judicieusement les variables, parler de surface caractéristique, ce qui permettra, outre de donner l'allure des caractéristiques mécaniques  $C(N)$  selon le mode d'excitation, de suivre les variations de nombreuses grandeurs électriques et mécaniques caractérisant le fonctionnement du moteur.

Dans le fonctionnement en génératrice, les caractéristiques externes  $V(I)$  pour chaque type d'excitations, indépendante, série, shunt, compound, étaient obtenues en coupant la surface caractéristique  $g(V, I, i) = 0$  par des plans.

Dans le fonctionnement en moteur, les caractéristiques externes  $C(N)$  pour chaque type d'excitations seront obtenues en coupant la surface caractéristique  $g(N, C, \phi) = 0$  par des surfaces planes ou par des surfaces cylindriques.

### 26.4.2 Équation algébrique de la surface caractéristique

Pour un moteur, les variables adoptées sont  $V$ ,  $N$ ,  $C$  et  $\phi$ . La vitesse  $N$  et le couple  $C$  sont les grandeurs qui intéressent l'exploitant, tandis que la tension  $V$  et le flux  $\phi$  sont celles qui permettent de les modifier. La fonction algébrique  $f(V, N, C, \phi) = 0$  est une surface à quatre dimensions. En moteur :  $V = E + rI$ ,  $E = \frac{p}{a} n N \phi$  et  $2\pi N C = EI$ , puissance électromagnétique.

$$N = \frac{V}{\frac{p}{a}n\phi} - \frac{2\pi r C}{\left(\frac{p}{a}n\phi\right)^2} \text{ est la fonction caractéristique } f(V, N, C, \phi) = 0.$$

$2p$  : nombre de pôles,  $2a$  : nombre de voies d'enroulement.

Dans les applications, le moteur est en général alimenté sous tension constante. On peut donc prendre  $V$  comme un paramètre et écrire :  $g(N, C, \phi) = 0$ .

Dans l'espace  $NC\Phi$ , la surface caractéristique a pour traces :

- sur le plan  $NO\Phi$ , d'équation  $C = 0$ , une hyperbole équilatère d'équation  $N\phi = \text{cste}$  ;
- sur le plan  $CO\Phi$ , d'équation  $N = 0$ , une droite d'équation  $C = k\phi$ .

La surface composée de droites d'équations  $N = A - BC$ , où  $A$  et  $B$  sont des constantes paramétrables est une surface réglée. Ces droites sont les intersections de la surface par les plans d'équation  $\phi = \text{cste}$ . Elles s'appuient sur l'hyperbole et sur la droite d'équation  $C = k\phi$  (figure 26.8). (Voir « Pour en savoir plus », en fin de chapitre montrant les familles de droites, de paraboles et d'hyperboles de la surface).

Les directrices des cylindres d'intersection dans le plan  $N = 0$  sont données à la figure 26.9. Les génératrices de ces cylindres sont parallèles à l'axe  $ON$ . 1 : moteur shunt. 2 : moteur série. 3 : moteur compound à flux additifs. 4 : moteur compound à flux différentiels, marche hypercompound. 5 : droite,  $I = \text{cste}$ . 6 : moteur compound à flux différentiels, marche hypocompound.

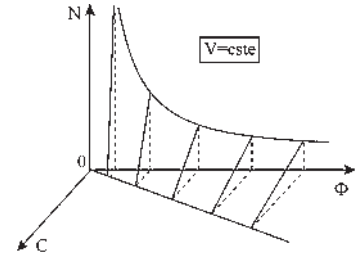


Figure 26.8

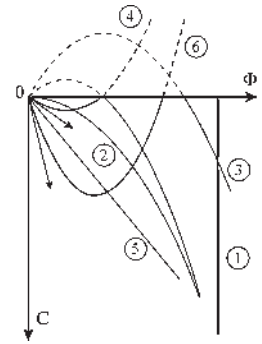


Figure 26.9

### 26.4.3 Caractéristiques mécaniques

L'allure des caractéristiques mécaniques s'obtiendra en coupant la surface caractéristique précédente par une autre surface dépendant du mode d'excitation du moteur (figure 26.9). La projection de cette intersection sur le plan  $NOC$  est la caractéristique mécanique  $C(N)$  recherchée.

#### a) Moteur shunt, moteur à excitation indépendante

Le flux est constant (figure 26.10).

Si l'on coupe la surface caractéristique par un plan  $\phi = \text{cste}$ , la projection de l'intersection sur le plan  $NOC$  est une droite, si l'on néglige la réaction d'induit.

En première approximation, le moteur shunt, comme le moteur à excitation indépendante, est autorégulateur de vitesse  $N(C) \simeq \text{cste}$ .

#### b) Moteur série

Tant que le courant absorbé  $I$  correspond à un fonctionnement non saturé, on peut poser :  $\phi = k_1 I$ .

Par contre, lorsque le courant absorbé est tel que le point de fonctionnement se situe sur la branche saturée de la courbe de magnétisme, on peut poser :  $\phi = \phi_s + k_2 I$ .

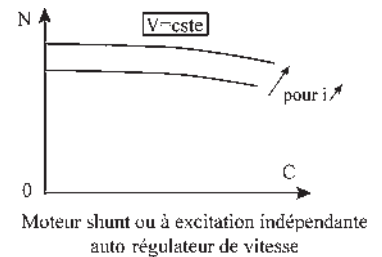


Figure 26.10

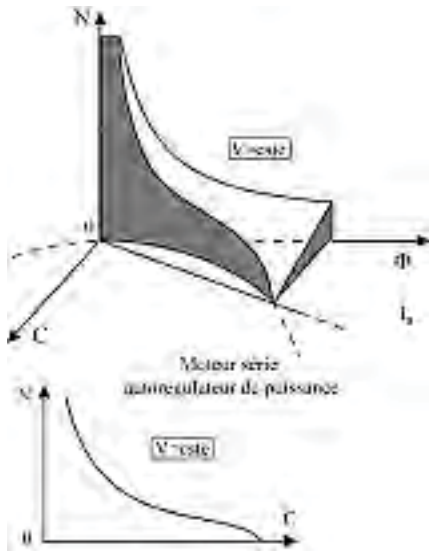


Figure 26.11

On peut, dans les deux cas, exprimer  $I$  en fonction des flux et porter cette valeur dans l'expression du couple  $C = \frac{p n \phi I}{a 2\pi}$ . Par suite, pour un fonctionnement non saturé :  $C = \frac{p n}{a 2\pi k_1} \phi^2$  et saturé :

$$C = \frac{p n}{a 2\pi k_2} \phi(\phi - \phi_s).$$

On obtient la caractéristique mécanique  $C(N)$  par la projection sur le plan  $NOC$  de l'intersection de la surface caractéristique par un cylindre dont les génératrices sont parallèles à l'axe  $ON$  (figure 26.11) tandis que la directrice est :

- une parabole lorsque le moteur série n'est pas saturé ;
- une courbe formée par une partie de la parabole précédente tant que le courant absorbé correspond à un fonctionnement non saturé et une partie d'une autre parabole quand le point de fonctionnement se situe sur la branche saturée.

En première approximation, le moteur série est autorégulateur de puissance. La courbe  $N(C)$  est sensiblement hyperbolique.  $N \cdot C \simeq \text{cste}$ .

### c) Moteur compound

Le flux total est de la forme :  $\phi = \phi_d + k_3 I$  pour le moteur à flux additifs et  $\phi = \phi_d - k_4 I$  pour le moteur à flux différentiels, ou soustractifs, avec  $\phi_d = \text{cste}$  dans les deux expressions. Ici encore, on peut exprimer  $I$  en fonction des flux et porter la valeur dans l'expression du couple. Par suite, pour le moteur à flux additifs :

$$C = \frac{p n}{a 2\pi k_3} \phi(\phi - \phi_d)$$

$$\text{différentiels : } C = \frac{p n}{a 2\pi k_4} \phi(\phi_d - \phi)$$

Les caractéristiques mécaniques  $C(N)$  sont les projections sur le plan  $NOC$  des intersections de la surface caractéristique par des cylindres paraboliques dont les génératrices sont parallèles à l'axe  $ON$  (figure 26.12).

Pour le moteur à flux différentiels, on retrouve la possibilité d'avoir une vitesse constante quelle que soit la charge. Il faut que la parabole directrice du cylindre d'intersection soit la projection verticale d'une des paraboles de la surface caractéristique, ce qui se traduit par une relation consistant à écrire que les deux paraboles ont même tangente en  $O$ .

$$\frac{\phi_d}{k_4} = \frac{V}{r}. \text{ La parabole directrice du cylindre d'intersection admet}$$

comme tangente en  $O$ , (figure 26.13), la droite  $I_a$ , intersection de la surface caractéristique par le plan  $N = 0$ .

La comparaison des termes  $\phi_d/k_4$  et  $V/r$  peut s'interpréter de différentes manières.

C'est la comparaison (figure 26.14) de la position de la tangente à l'origine de la parabole directrice du cylindre d'intersection par rapport à la droite intersection de la surface caractéristique par le plan  $N = 0$ .

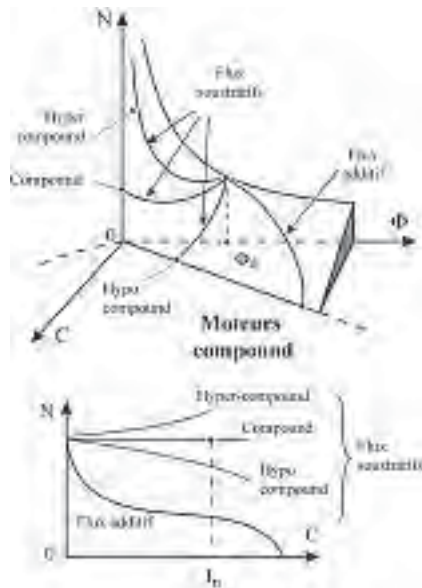


Figure 26.12

C'est aussi la comparaison de la valeur  $I'$  du courant qui annulerait le flux total à la valeur  $I_a$ .

$\phi = \phi_d - k_4 I' = 0$ ,  $V/r = I_a$ . La comparaison permet de déterminer le sens de variation de la vitesse avec la charge.

$I_a = \frac{V}{r} < \frac{\phi_d}{k_4} = I'$  (figure 26.15). Marche hypocompound, la vitesse diminue quand la charge augmente.

$\frac{V}{r} > \frac{\phi_d}{k_4}$  Marche hypercompound, la vitesse augmente quand la charge augmente.

Condition de compounding en vitesse d'un moteur à flux différentiels  
 $\frac{V}{r} = \frac{\phi_d}{k_4}$

La vitesse reste constante malgré la charge. Dans ce cas, le choix de la valeur de la vitesse se fait en fixant la position de l'axe de la parabole directrice du cylindre d'intersection.

Ce choix se traduit par la relation :  $\frac{V}{\phi_d} = \frac{p}{a} n N$ .

### 26.4.4 Marche en génératrice

Cette surface caractéristique à tension constante s'adresse à la génératrice aussi bien qu'au moteur, sous réserve, dans la marche en génératrice, de donner à  $I$  des valeurs négatives. Ce qui est réalisé dans les trièdres  $(N, \phi, -C)$  et  $(-N, -\phi, C)$ .

Notons que la surface est symétrique par rapport à l'origine. La caractéristique mécanique s'obtenant en coupant la surface caractéristique par une autre surface dépendant du mode d'excitation, la partie de cette intersection correspondant à un  $I$  négatif représente la marche en génératrice (figure 26.16) et « Pour en savoir plus ».

#### a) Génératrice shunt ou à excitation indépendante

On coupe la surface caractéristique par un plan  $\phi = cste$  comme il a été dit pour le moteur shunt. On voit, sur l'intersection, que le passage du fonctionnement en moteur au fonctionnement en génératrice se fait sans discontinuité. La partie de l'intersection correspondant à un  $I$  négatif se trouve dans le trièdre  $(N, \phi, -C)$ . Le courant, le couple et la puissance changent de signe. Pour une même polarité de l'induit, la machine tournant dans le même sens en génératrice et en moteur, le freinage récupérateur est aisément réalisable. C'est une réversibilité du premier ordre, sans discontinuité.

#### b) Génératrice série

On coupe la surface caractéristique par un cylindre parabolique (voir moteur série), le sommet de la parabole étant à l'origine. On voit, sur la surface, que la partie de l'intersection correspondant à un  $I$  négatif se trouve dans le trièdre  $(-N, -\phi, C)$ . Donc, si l'on ne fait pas

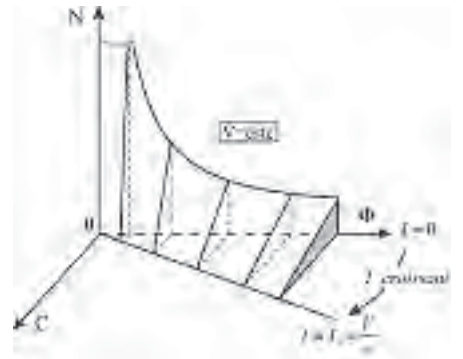
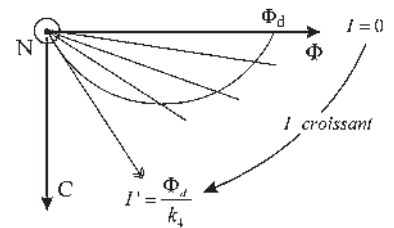
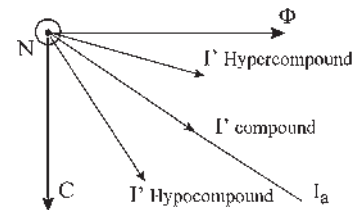


Figure 26.13



Moteur compound à flux soustractif

Figure 26.14



Comparaison de  $I'$  et de  $I_a$

Figure 26.15



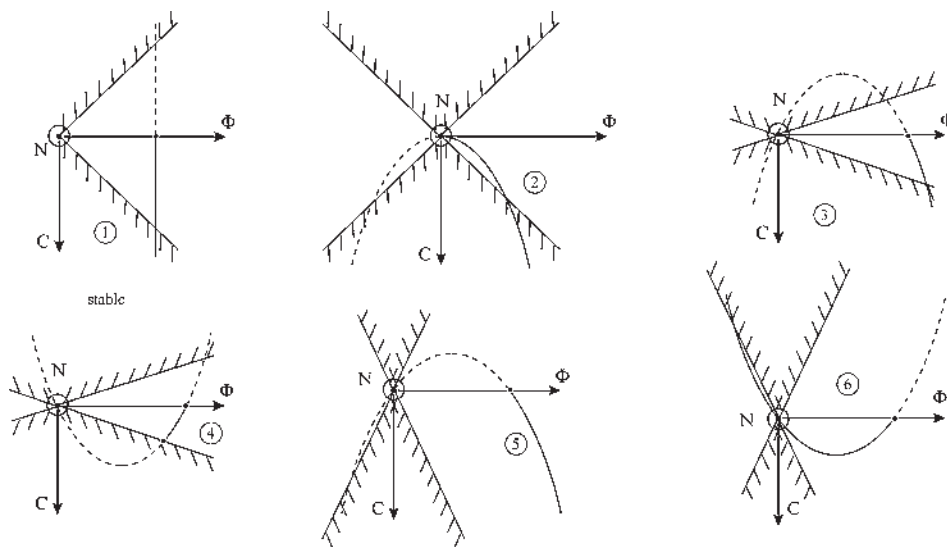


Figure 26.16 Réversibilité des machines.

Les parties hachurées correspondent à un courant  $I$  trop important, la limite donnant le courant maximal admissible  $I_m$  dans la machine. Dans les parties non hachurées, les traits pleins et interrompus correspondent respectivement à des marches en moteur et en génératrice. (1) machine shunt. (2) machine série. (3) machine compound  $\tau < 1$ , moteur à flux additifs, génératrice à flux différentiels. (4) machine compound  $\tau < 1$ , moteur à flux différentiels, génératrice à flux additifs. (5) machine compound  $\tau > 1$ , moteur à flux additifs, génératrice à flux différentiels. (6) machine compound  $\tau > 1$ , moteur à flux différentiels, génératrice à flux additifs.

d'interversion des connexions de l'induit ou de l'inducteur, le passage du fonctionnement moteur au fonctionnement en génératrice n'est possible que moyennant un changement du sens de rotation. Il n'y a pas de continuité entre la marche en moteur et la marche en génératrice. Le freinage récupérateur n'est donc pas réalisable directement sans artifice. C'est une réversibilité du second ordre, avec discontinuité.

### c) Génératrice compound

On coupe la surface caractéristique par un cylindre parabolique (voir moteur compound), la parabole directrice passant par l'origine. En suivant l'intersection, on voit de suite que, à courant  $I$  croissant en valeur absolue, le flux varie en sens opposé pour le moteur et pour la génératrice. Par suite, un moteur à flux additifs correspond à une génératrice à flux différentiels et, inversement, un moteur à flux différentiels correspond à une génératrice à flux additifs.

Comme pour le moteur compound à flux différentiels, la position de la tangente à l'origine de la parabole directrice par rapport à la droite  $I_a$  fixe la marche de la génératrice compound à flux additifs. La génératrice étant entraînée à vitesse constante, la comparaison de  $I'$  à  $I_a$  permet de déterminer le sens de variation de la tension aux bornes avec la charge.

$$I_a = \frac{V}{r} < \frac{\Phi_d}{k_4} = I' \text{ génératrice hypo compound, la tension diminue quand la charge augmente.}$$

$\frac{V}{r} > \frac{\phi_d}{k_4}$ , génératrice hyper compound, la tension augmente avec la charge.

Condition de compoundage en tension d'une génératrice à flux additifs  $\frac{V}{r} = \frac{\phi_d}{k_4}$ .

La tension reste constante malgré la charge.

À vitesse constante, le choix de la valeur de la tension se fait

alors en réalisant la condition :  $\frac{V}{\phi_d} = \frac{p}{a} nN$

**Taux de compoundage**

Pour un moteur compound à flux différentiels comme pour la génératrice compound à flux additifs, nous avons vu que la comparaison de  $I'$  à  $I_a$  servait à fixer la marche.

Par contre, pour le moteur compound à flux additifs ou différentiels comme pour la génératrice compound à flux additifs, ou différentiels, une autre comparaison est importante. C'est celle du courant  $I'$  positif ou négatif qui annule le flux total au courant  $I_m$  maximal admissible dans la machine, ce qui revient à comparer la position de la tangente à l'origine de la parabole directrice par rapport à la droite  $I = cste = I_m$  (figure 26.16).

Si l'on prend pour courant maximal admissible  $I_m$  le courant nominal  $I_n$  de la machine et si l'on suppose la machine non saturée, on rejoint la notion de taux de compoundage car on peut alors écrire :

$$\tau = \frac{A \text{ tours série}}{A \text{ tours shunt}} = \frac{N_s I_n}{m i_d} = \frac{\phi \text{ série}}{\phi \text{ shunt}} = \frac{k_4 I_n}{\phi_d} = \frac{I_n}{I'} = \tau$$

le taux de compoundage étant le rapport des ampères-tours série et shunt au point nominal.

**a) Taux de compoundage inférieur à l'unité**

Les ampères-tours shunt sont toujours prédominants. L'intersection montre que le passage du fonctionnement en moteur compound à flux additifs à celui en génératrice compound à flux différentiels, se fait sans discontinuité. Il en est de même pour le passage du fonctionnement en moteur compound à flux différentiels à celui en génératrice compound à flux additifs. Ce sont des réversibilités du premier ordre (figures 26.16.3 et 4).

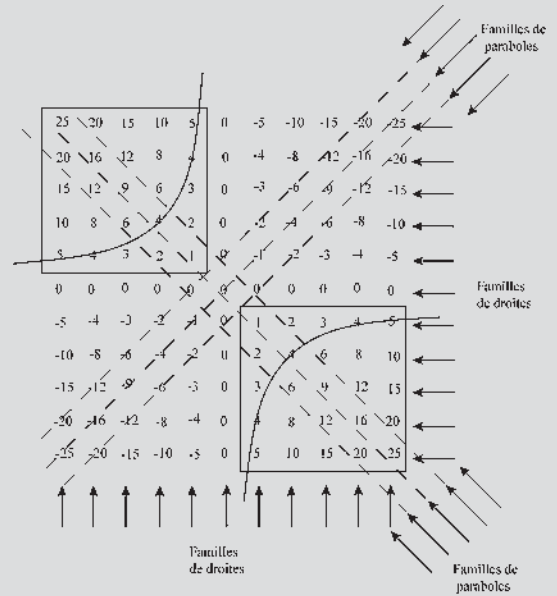
**b) Taux de compoundage supérieur à l'unité**

L'intersection montre que le passage du fonctionnement en moteur compound à flux additifs à celui en génératrice (figure 26.16.5) donne naissance à une génératrice qui s'amorce pour le même sens de rotation, s'emballe pour une valeur faible du courant  $I$  et devrait être entraînée en sens inverse pour débiter son courant nominal.

## Le saviez-vous ?

### Archimède, Pythagore et le paraboloïde hyperbolique

On peut construire le paraboloïde hyperbolique étudié par Archimède en 260 avant notre ère en utilisant la table de Pythagore établie en 500 avant notre ère en la complétant comme sur la figure. Chaque nombre représente une « altitude ». La famille d'hyperboles est formée des courbes de niveau. Les deux droites perpendiculaires, de niveau 0, représentent une hyperbole dégénérée.



Dessinez cette surface. Vous aurez la surface appelée « la selle de cheval ».

## Le saviez-vous ?

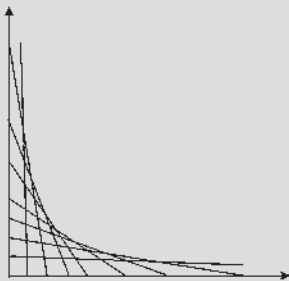
### Enveloppe de droites

Savez-vous trouver l'enveloppe des droites de la surface caractéristique ?

Ces droites d'équations  $N(n\phi p/a)^2 = Vn\phi p = a - 2\pi rC$  dépendent du paramètre  $\phi$ .

L'élimination du paramètre entre l'équation des droites et l'équation des droites dérivées par rapport au paramètre  $N(np/a)^2 2\phi = Vnp/a$  donne l'équation de l'enveloppe  $NC = V^2/8r\pi$ . On pourrait montrer que le lieu des sommets des paraboles, obtenu en coupant la surface par des plans  $N = \text{cste}$ , comme le lieu des sommets des courbes, obtenu en coupant la surface par des plans  $C = \text{cste}$ , est l'hyperbole équilatère correspondant à la puissance électromagnétique maximale, obtenue en coupant la surface par le plan  $C = k\phi = (pnV/4a\pi r)\phi$ .

Cette hyperbole équilatère projetée sur les plans  $NOC$  et  $NO\phi$  a pour équations  $NC = V^2/8r\pi$  et  $N\phi = Va/2Pn$ . L'élimination de  $N$  entre ces deux équations donne  $C = \phi \frac{V}{4r\pi a} \frac{p}{n} = k\phi$ .



De même, la génératrice à flux additifs donnerait naissance à un moteur à flux différentiels. Ce moteur tournerait dans le même sens que la génératrice pour les faibles courants, et à la suite d'une discontinuité de la vitesse, tournerait en sens inverse en absorbant son courant nominal (figure 26.16.6).

Ce sont des réversibilités du deuxième ordre.

Dans les machines compound, le taux de compoundage doit toujours être inférieur à l'unité :

$$\tau = \frac{A \text{ tours série}}{A \text{ tours shunt}} < 1.$$

Les ampères-tours shunt doivent être prédominants.

## 26.4.5 Intérêt de cette représentation

Outre le fait de donner pour chaque mode d'excitation, les caractéristiques  $C(N)$  en fonctionnement moteur, de montrer les réversibilités moteur/générateur et d'aborder le difficile problème du taux de compoundage, le grand intérêt de cette surface caractéristique est de permettre de suivre simultanément les variations de plusieurs grandeurs lorsque le point de fonctionnement vient à se déplacer entre deux régimes permanents. Il est immédiat de suivre les variations de la vitesse, du flux, du couple et du courant absorbé.

**Remarque :** L'intersection de la surface caractéristique par un plan d'équation  $C = k\phi$  est une hyperbole caractérisée par  $I = \text{cste}$ ,  $E = \text{cste}$  et  $P = \text{cste}$

On peut définir des surfaces indépendamment de la tension  $V$ .

Un plan d'équation  $C = k\phi = \frac{p}{a} \frac{n\phi I}{2\pi}$  est un plan caractérisé par  $I = \text{cste}$ .

Un cylindre hyperbolique dont les génératrices sont parallèles à l'axe  $OC$  et dont la directrice est une hyperbole dans le plan  $C = 0$  est une surface caractérisée par  $E = \frac{p}{a} nN\phi = \text{cste}$ .

Un cylindre hyperbolique dont les génératrices sont parallèles à l'axe  $O\phi$  et dont la directrice est une hyperbole dans le plan  $\phi = 0$  est une surface caractérisée par  $P = EI = 2\pi NC = \text{cste}$ .

# Pour en savoir plus...

## SURFACE CARACTÉRISTIQUE ET GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

La surface caractéristique  $g(N, C, \phi) = 0$  avec  $V = \text{cste}$ , dont on connaît l'équation algébrique,

$$N = \frac{V}{\frac{p}{a}n\phi} - \frac{2\pi r C}{\left(\frac{p}{a}n\phi\right)^2}$$

est une surface réglée du troisième ordre, ce qui signifie que toute droite de l'espace  $N, C, \phi$ , la coupe au maximum en trois points. L'étude générale de cette surface réglée peut se faire par un simple examen de l'équation de la surface. Étudions-la pour  $N > 0, C > 0, \phi > 0$  correspondant à un fonctionnement moteur.

L'intersection de la surface avec le plan  $C = 0$  est une hyperbole équilatère ( $H$ ) d'équation :  $N = \frac{V}{(p/a)n\phi}$  soit  $N\phi = \text{cste}$ .

L'intersection de la surface par le plan  $N = 0$  est une droite ( $\Delta$ ) d'équation :  $C = \frac{(p/a)nV}{2\pi r}\phi$ . Dans le plan  $CO\phi$ , cette droite passe par l'origine et a pour pente  $\frac{dC}{d\phi} = \frac{(p/a)nV}{2\pi r}$ .

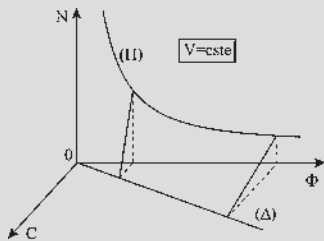


Figure 26.17

Toute intersection de la surface par un plan vertical d'équation  $\phi = \text{cste}$  est une droite d'équation

$$N = \frac{V}{(p/a)n\phi} - \frac{2\pi r}{[(p/a)n\phi]^2} C.$$

Toutes ces droites s'appuyant sur l'hyperbole ( $H$ ) et sur la droite ( $\Delta$ ) permettent une construction facile de la surface.

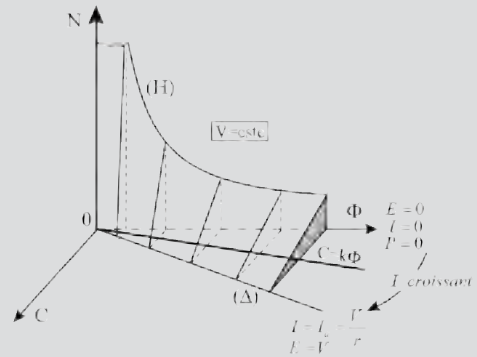


Figure 26.18

En coupant la surface par des plans d'équations  $C = k\phi$ , formés par l'axe  $ON$  et la droite d'équation  $C = k\phi$ , on coupe la surface par des plans verticaux tournant, à l'image d'une porte, autour de l'axe  $ON$ .

Puisque  $C = \frac{P}{2\pi N} = \frac{EI}{2\pi N} = \frac{(p/a)nI}{2\pi}\phi$ , en coupant la surface par des plans  $C = k\phi$ , on obtient des courbes pour lesquelles, sur chacune,  $I = \text{cste}$  et comme  $V = \text{cste}$ , il s'en suit  $E = \text{cste}$  et  $P = E \cdot I = \text{cste}$ .

Les produits  $N\phi$  et  $NC$  étant constants, toutes ces courbes sont des hyperboles équilatères puisque leurs projections sur deux plans orthogonaux le sont.

À chaque valeur de  $k$  correspond un plan  $C = k\phi$ . Pour  $k = 0$ , l'intersection de la surface par le plan  $C = 0$  est l'hyperbole ( $H$ ) pour laquelle  $I = 0, E = V, P = 0$ .

Pour  $k = V \frac{(p/a)n}{2\pi r}$ , le plan  $C = k\phi$  est formé par l'axe

$ON$  et la droite ( $\Delta$ ). Sur cette droite  $I = \frac{V}{r} = I_a$ , courant absorbé par le moteur à l'arrêt sous pleine tension,  $E = V - rI = 0, P = EI = 0$ . À chaque valeur croissante de  $k$ , de 0 à  $V \frac{(p/a)n}{2\pi r}$ , correspond une valeur

croissante de  $I = \frac{2\pi}{(p/a)n}k$ , une valeur décroissante de la f.c.é.m.  $E = V - \frac{2\pi r}{(p/a)n}k$ , de  $E = V$  à  $E = 0$  et une valeur de la puissance électromagnétique  $P = \frac{2\pi}{(p/a)n}k \left[ V - \frac{2\pi}{(p/a)n}rk \right]$  passant par un maximum pour  $I = \frac{I_a}{2}$  alors  $P_{\max} = \frac{V^2}{4r} = \frac{VI_a}{4}$ . L'équation de l'hyperbole correspondant à cette dernière valeur de  $k$  est  $N = \frac{1}{2} \frac{V}{(p/a)n\phi}$ .

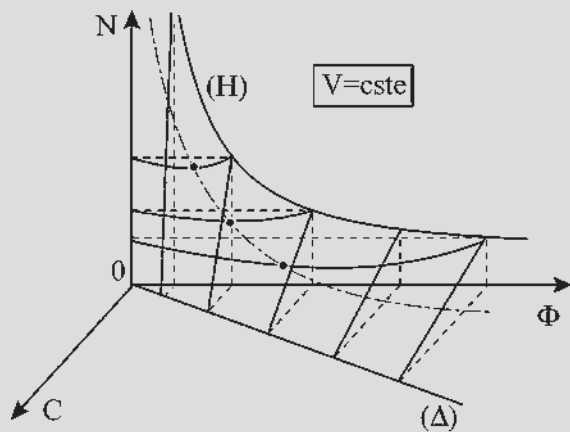


Figure 26.19

En coupant la surface par des plans horizontaux  $N = \text{cste}$ , on obtient de paraboles d'équation

$$C = -\frac{[(p/a)n]^2 N}{2\pi r} \phi^2 + \frac{(p/a)nV}{2\pi r} \phi$$

Projetées sur le plan  $CO\phi$ , toutes ces paraboles passent par l'origine puisqu'il n'y a pas de terme constant. Elles ont un coefficient de  $\phi^2$  négatif, la concavité est donc tournée vers les  $C$  négatifs et le coefficient diminue avec  $N$ . Plus  $N$  est petit, plus la parabole s'ouvre. Toutes ces paraboles admettent pour tangente à l'origine la droite d'équation  $C = \left( \frac{dC}{d\phi} \right)_{\text{pour } \phi=0} \cdot \phi = \frac{(p/a)nV}{2\pi r} \phi$  qui

n'est rien d'autre que la droite  $(\Delta)$ . La surface admet donc un plan tangent à l'origine, formé par l'axe  $ON$  et la droite  $(\Delta)$ .

La surface caractéristique utilisée en moteur dans le trièdre  $N, C, \phi$ , sera utilisée dans les trièdres  $N, -C, \phi$  et  $-N, C, -\phi$  pour les fonctionnements en générateur.

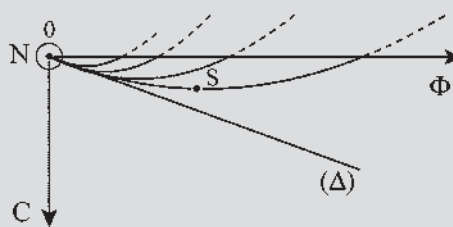


Figure 26.20

# Cahier d'évaluation

## FICHE MÉMO

Schémas de montage de moteurs à courant continu selon l'excitation

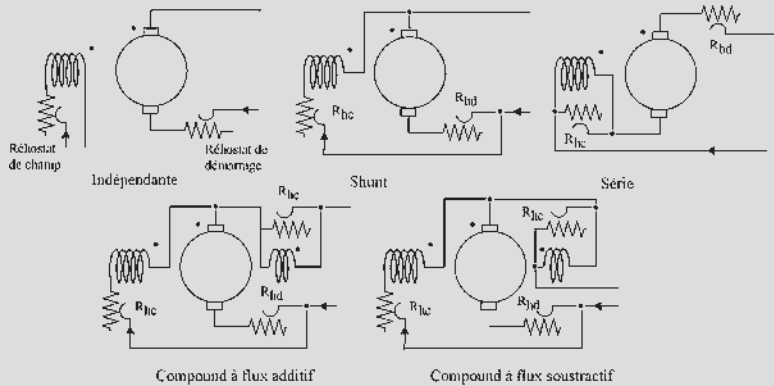


Figure 26.21

### Caractéristiques mécaniques $N = f(C)$

Moteur shunt ou à excitation indépendante – autorégulateur de vitesse (figure 26.22)

Moteur série – autorégulateur de puissance (figure 26.23)

Moteur compound (figure 26.24).

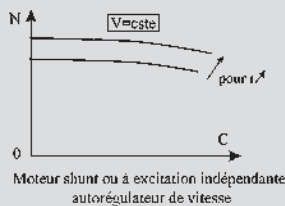


Figure 26.22

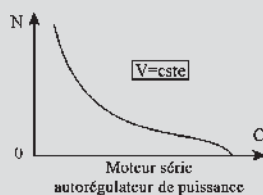


Figure 26.23

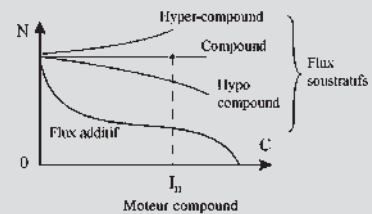


Figure 26.24

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 26.1 Pouvez-vous représenter les schémas de montage des machines à courant continu à excitations : indépendante, shunt, série, compound à flux additifs et compound à flux différentiels, en fonctionnement moteur avec les rhéostats de réglage en précisant leurs rôles respectifs.
- 26.2 Les machines à courant continu étant réversibles, pourquoi prendre des variables différentes pour décrire le fonctionnement d'une génératrice ou d'un moteur ?

- 26.3** On désire utiliser une génératrice à courant continu à auto-excitation de type série. Entraînée à  $N = \text{cste}$ , elle refuse de s'amorcer. Que doit-on faire ?
- 26.4** En moteur, la trace de la surface caractéristique sur le plan  $NO\phi$ , donnée par  $C = 0$ , est-elle une hyperbole équilatère ?
- 26.5** Montrer que la section de la surface caractéristique dans un fonctionnement moteur  $g(N, C, \phi) = 0$  par un plan  $N = \text{cste}$  est une parabole.
- 26.6** Pour pouvoir « compounder » la vitesse d'un moteur compound, doit-il être à flux additifs ou à flux soustractifs ?
- 26.7** Quelles conditions faut-il réaliser pour compounder un moteur compound en vitesse ?
- 26.8** Peut-on accepter un taux de compoundage supérieur à l'unité ? Comment l'éviter ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 26.1** Un moteur à courant continu à excitation indépendante parfaitement compensé présentent les caractéristiques nominales suivantes :  $U = 220 \text{ V}$  ;  $I = 20 \text{ A}$  ;  $i_{\text{ex}} = 1,5 \text{ A}$  ; résistance d'induit  $r = 1 \Omega$  ;  $N = 1\,500 \text{ tr/min}$ .  
À vide, la tension d'alimentation est  $U_0 = 308 \text{ V}$  et  $N_0 = 1\,200 \text{ tr/min}$ .  
Ce moteur fonctionne sur une charge dont le couple résistant varie en fonction de la vitesse de rotation. La caractéristique  $C_r = f(N)$  de cette machine est assimilée à une droite passant par les points :  $N = 0$ ,  $C_r = 12 \text{ Nm}$  et  $N = 2\,000 \text{ tr/min}$ ,  $C_r = 30 \text{ Nm}$ .
- L'intensité du courant d'excitation est maintenue constante à  $1,5 \text{ A}$ .
    - Calculer le rapport de proportionnalité entre la f.é.m.  $E$  et la vitesse de rotation  $N$ .
    - Montrer que la caractéristique mécanique du couple a pour équation  $C = 4 \frac{U - 8N}{\pi}$ .
  - Pour régler la vitesse de l'ensemble « moteur + charge », on agit sur la tension d'alimentation de l'induit en maintenant toujours  $i_{\text{ex}} = 1,5 \text{ A}$ .
    - Le démarrage du groupe se fait sans rhéostat : calculer la tension minimale à appliquer et le

courant au niveau de l'induit au moment du démarrage.

- À partir des caractéristiques  $C_r(N)$  et  $C(N)$ , établir la relation  $N = f(U)$ .
  - Calculer la vitesse et l'intensité dans l'induit pour  $U = 110 \text{ V}$  et  $U = 220 \text{ V}$ .
- 26.2** Un moteur à courant continu à excitation série présente les caractéristiques nominales suivantes :  $U = 120 \text{ V}$  ;  $P_{\text{abs}} = 3 \text{ kW}$  ;  $N = 1\,500 \text{ tr/min}$  ;  $r = 0,3 \Omega$  ;  $r_s = 0,2 \Omega$ . On suppose pour cet exercice que le moteur n'est pas saturé et que les pertes autres que par effet Joule sont négligées. Étudions le fonctionnement à couple constant.
- Calculer le couple utile développé par le moteur en fonctionnement nominal.
  - Vérifier que le moment ne dépend que de l'intensité du courant  $I$ .
  - Si le couple reste constant, indiquer la relation existant entre la vitesse de rotation et la tension d'alimentation.
  - Quelle est la tension nécessaire pour avoir le couple nominal  $C_n$  avec une vitesse de rotation  $\frac{N}{2}$  ?
  - Quelle est la tension  $U$  minimale pour que le moteur puisse démarrer en développant le couple  $C_n$  ?
- 26.3** Un groupe convertisseur alternatif-continu est formé d'une machine synchrone couplée à une machine shunt à courant continu, chaque machine étant connectée sur le réseau correspondant. On considère que la vitesse du groupe est constante, ainsi le point de fonctionnement de la machine à courant continu ne peut se déplacer que sur l'intersection de la surface caractéristique par le plan  $N = \text{cste}$ .
- Que doit-on faire pour changer le point de fonctionnement de la machine à courant continu ?
  - Considérons la valeur particulière  $\phi_a$  du flux correspondant au couplage de la machine à courant continu sur le réseau, c'est-à-dire  $E = V$  et  $I = 0$ . Que se passe-t-il lorsqu'on diminue le flux par rapport à  $\phi_a$  ? Quel est le mode de fonctionnement de la machine à courant continu ? Comment évoluent le courant, le couple et la f.é.m. dans la machine ? Que pouvez-vous dire de la machine synchrone.
  - Que se passe-t-il lorsqu'on augmente le flux par rapport à  $\phi_a$  ? Conclure.

# Fonctionnement en charge de l'induit

## Objectifs

- Attirer l'attention sur la mise en œuvre des machines.
- Obtenir des fonctionnements corrects.
- Pratiquer des installations correctes.
- Penser au rendement quand cela est nécessaire.

## Vocabulaire

Commutation, pôles de commutation

Pôles lisses, pôles saillants,

Réaction transversale d'induit

Déplacement des balais,

Réaction d'induit

Enroulement de compensation

Réaction longitudinale d'induit

La mise en œuvre, le montage et l'entretien des machines à courant continu exigent quelques précautions. Avec les génératrices, la non prise en compte des règles à respecter ne se soldait que par le non amorçage. Avec les moteurs, c'est beaucoup plus grave, car le court-circuit ou l'incident regrettable sont le résultat d'un mauvais montage.

La mise en œuvre d'une bonne commutation se règle en général avec l'entretien des balais et le graissage des paliers. Dans les machines de grande puissance, une mauvaise commutation peut détériorer le collecteur très rapidement.

Ces quelques directives observées consciencieusement permettent des fonctionnements sans souci.



## 27.1 RÉACTION D'INDUIT

### 27.1.1 Marche à vide.

Machines bipolaires. Balais dans l'axe  $q$ .  $e_{BA}$  à vide = 
$$e_v = \frac{p}{a} n N \phi_v \quad \phi_v = S B_i$$

$\vec{B}_i$  composante normale de l'induction par rapport à la ligne des balais.

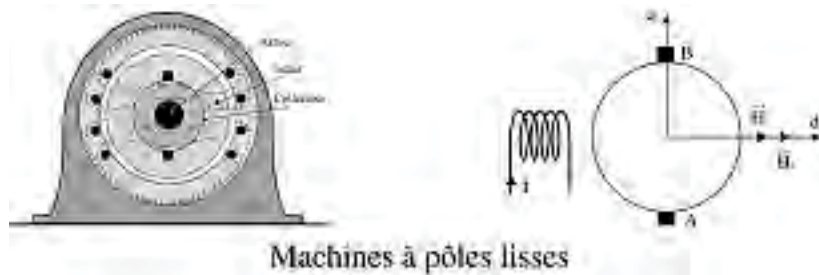


Figure 27.1

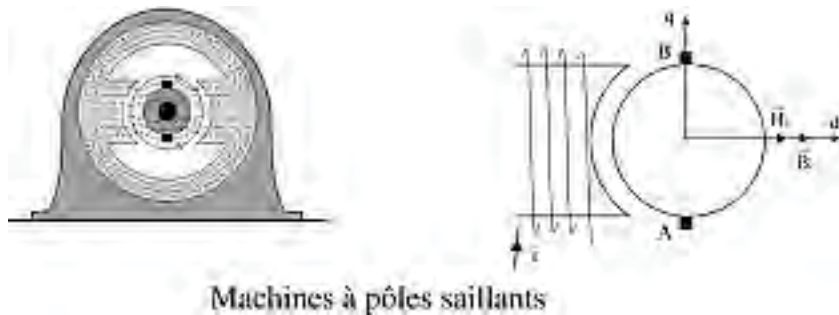


Figure 27.2

Dans les deux cas, les lignes d'inductions dans l'induit sont de direction  $d$ , même si elles ont tendance à s'épanouir dans l'induit ferromagnétique.

### 27.1.2 Marche en charge

Dès que l'on veut faire circuler un courant  $I$  dans l'induit de la machine, en fonctionnement moteur ou générateur, des étincelles apparaissent au collecteur. Le courant  $I$  crée un flux transversal d'axe  $q$  en passant dans la bobine pseudo-stationnaire (figure 27.3).

Les inductions  $\vec{B}_i$  et  $\vec{B}_l$ , de natures vectorielles, se composent, d'où une inclinaison des lignes d'induction.

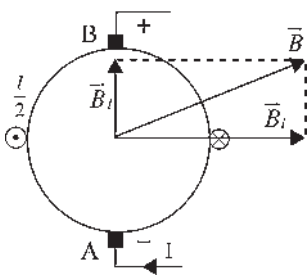


Figure 27.3

### a) Machines à pôles lisses

Dans ces machines, les réluctances d'axe  $d$  et d'axe  $q$  sont égales. De plus :

- l'augmentation du trajet des lignes d'induction est compensée par l'apport de la force magnétomotrice du champ transversal ;
- la composante  $\vec{B}_i$  de l'induction  $\vec{B}$  perpendiculaire à la ligne des balais est la même que dans la machine à vide (figure 27.4) ;
- $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  sont colinéaires.

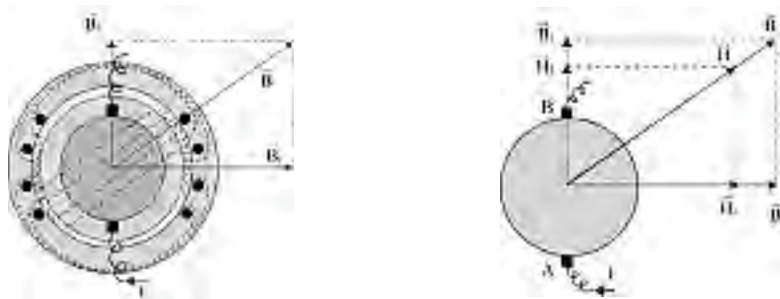


Figure 27.4

### b) Machines à pôles saillants

Avec les pôles saillants, les réluctances d'axe  $d$  et d'axe  $q$  sont inégales. De plus,

- l'inclinaison des lignes d'induction est due à  $\vec{B}_i$ . L'augmentation du trajet des lignes d'induction est compensée par l'apport de la f.m.m du champ transversal.  $\vec{B}_i$  reste la même à vide et en charge.
- $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  ne sont plus colinéaires (figure 27.5).
- $\vec{B}$  est attirée par l'axe  $d$  de réluctance minimale.

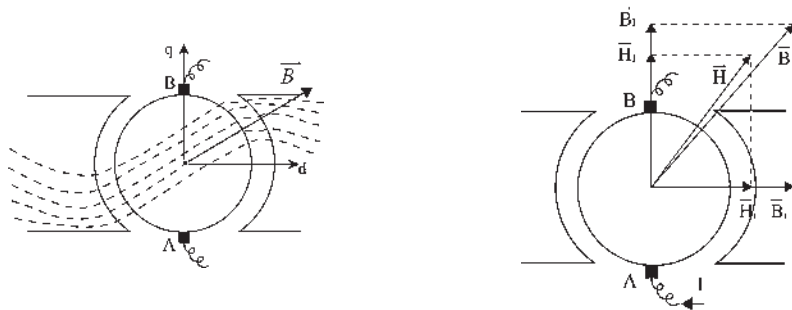


Figure 27.5

**Pour les machines à pôles saillants, comme pour les machines à pôles lisses, les lignes d'induction se déplacent, dans le sens de la rotation en fonctionnement générateur, en sens opposé dans le fonctionnement moteur.**

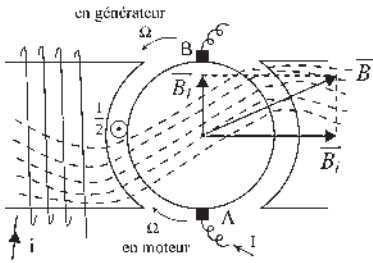


Figure 27.6

Il s'ensuit au stator une concentration des lignes d'induction entraînant une saturation locale. Les machines à courant continu étant principalement à pôles saillants, on dit qu'il y a renforcement, avec concentration, des lignes d'induction, sous les cornes polaires d'entrée pour un moteur, sous les cornes polaires de sortie pour un générateur (figure 27.6).

Il peut y avoir une saturation locale due à la concentration des lignes d'induction dans les cornes polaires, ce qui entraîne une diminution de  $B$  et de  $\phi$ .

Alors,  $e_{ch} = \frac{p}{a} n N \phi_{ch}$ ,  $e_v = \frac{p}{a} n N \phi_v$ ,  $\phi_{ch} < \phi_v$  et  $\varepsilon = e_v - e_{ch} = \frac{p}{a} n N (\phi_v - \phi_{ch})$ .

Cette réaction magnétique est appelée : **réaction transversale d'induit.**

Dans les machines à pôles lisses, comme dans celles à pôles saillants, cette réaction transversale est regrettable, mais elle ne provoque qu'une diminution de la f.é.m.

S'il n'y a pas saturation :  $e_v = e_{ch}$ .

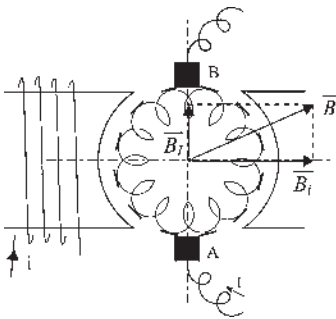


Figure 27.7

Par contre, le flux transversal est inadmissible pour la commutation. Il provoque des étincelles dans les machines à pôles lisses comme dans celles à pôles saillants.

Les balais (figure 27.7), lorsqu'ils sont en contact avec deux lames successives du collecteur, court-circuitent deux bobines diamétrales situées dans le plan  $q$ , plan perpendiculaire à l'axe des pôles.

Dans ces sections formées de bobines diamétrales court-circuitées, le flux de l'inducteur, maximal, ne donne aucune f.é.m. (loi de Lenz). Par contre, le flux transversal dû à l'induit est nul et donne une f.é.m. maximale d'où un courant de court-circuit inadmissible qui entraîne un échauffement exagéré et des étincelles de rupture entre balais et collecteur à l'ouverture de la section.

### 27.1.3 Première proposition : déplacement des balais

On effectue le déplacement des balais pour qu'ils soient perpendiculaires à l'induction résultante  $\vec{B}$ .

- En génératrice, balais décalés dans le sens de rotation.
- En moteur, balais décalés en  $AR$  par rapport au sens de rotation.

La solution est envisageable pour une machine ayant un seul type de fonctionnement (moteur ou générateur) et une charge constante pour que  $I$  ne varie pas trop, sinon  $\vec{B}$  se déplace et les étincelles réapparaissent.

#### a) Machines à pôles lisses

On cherche la position des balais pour que l'induction résultante soit perpendiculaire à la ligne des balais dans la marche en charge.

Alors, (figure 27.8) les deux composantes de l'induction dans la ligne des balais s'annulent.

Il ne reste que la composante normale  $\vec{B}_{iN}$  de  $\vec{B}_i$  (figure 27.9).

Alors,  $e_v = e_{ch} = \frac{P}{a} n N (S B_{iN})$ .

$e_v = e_{ch}$  mais est inférieure à la f.é.m. obtenue avec les balais dans l'axe  $q$ .

Un problème de commutation existe tant que  $I$  n'a pas sa valeur normale.

Cette solution avec déplacement des balais est envisageable pour de petites machines ayant un point de fonctionnement donné.

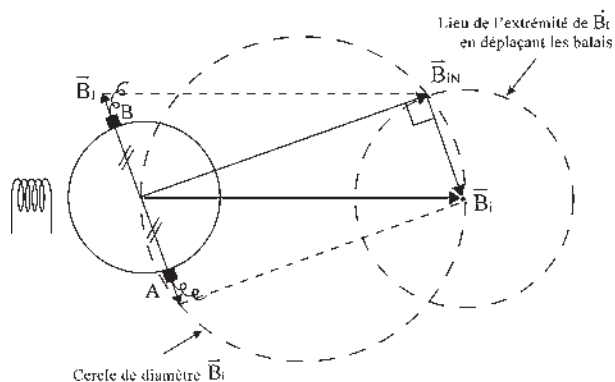


Figure 27.8

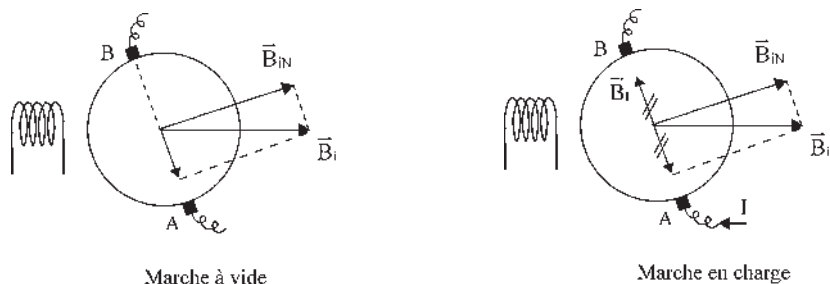


Figure 27.9

**b) Machines à pôles saillants**

$\vec{B}_i$  n'étant colinéaires à  $\vec{H}_I$  que dans les axes  $d$  et  $q$ , quelle que soit la position de  $\vec{H}_I$  (autre que  $d$  et  $q$ ), qui est porté par la ligne des balais,  $\vec{B}_i$  aura une composante normale à la ligne des balais (figure 27.10).

$\vec{H}_I$  sur la ligne des balais  $\vec{H}_I = \vec{H}_{dl} + \vec{H}_{ql}$

$\vec{H}_{dl}$  donne  $\vec{B}_{dl}$  colinéaire,  $\vec{H}_{ql}$  donne  $\vec{B}_{ql}$  colinéaire, mais les proportionnalités sont différentes à cause des pôles saillants.

$\vec{B}_{dl} + \vec{B}_{ql} = \vec{B}_i$  non colinéaires avec  $\vec{H}_I$ .

N'étant pas dans l'axe des balais,  $\vec{B}_i$  a une composante  $\vec{B}_{iN}$  perpendiculaire (figure 27.11).

Positionner les balais pour que  $\vec{B}_{ib} = -\vec{B}_{ib}$ , c'est régler le problème de la commutation.

La composante  $\vec{B}_{iN}$  est démagnétisante par rapport à  $\vec{B}_i$ .

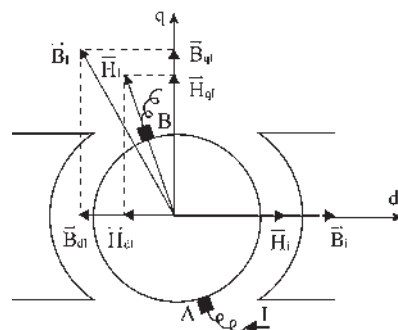


Figure 27.10

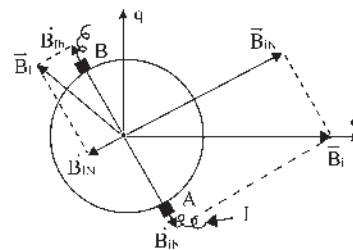


Figure 27.11

La réaction longitudinale d'induit est due au champ démagnétisant  $\vec{B}_{iN}$ .

La présence des pôles saillants et l'inclinaison des balais donnent :

$$e_{ch} = \frac{p}{a} n N \phi_{ch} < e_v = \frac{p}{a} n N \phi_v < \text{f.é.m. obtenue avec les balais dans l'axe } q.$$

Cette première proposition est complètement inacceptable si la machine est de grande puissance, si le fonctionnement est prévu réversible en moteur/générateur, ou si le fonctionnement est à  $I$  variable.

### 27.1.4 Seconde proposition : enroulement de compensation

À cause des inconvénients précédents, dans les machines modernes les balais sont placés dans l'axe  $q$ , sans possibilité de déplacement, pour permettre la réversibilité moteur/générateur tandis qu'un enroulement de compensation (figure 27.12) parcouru par le courant  $I$  est placé au stator, à la construction, pour donner une induction égale et opposée à l'induction transversale.

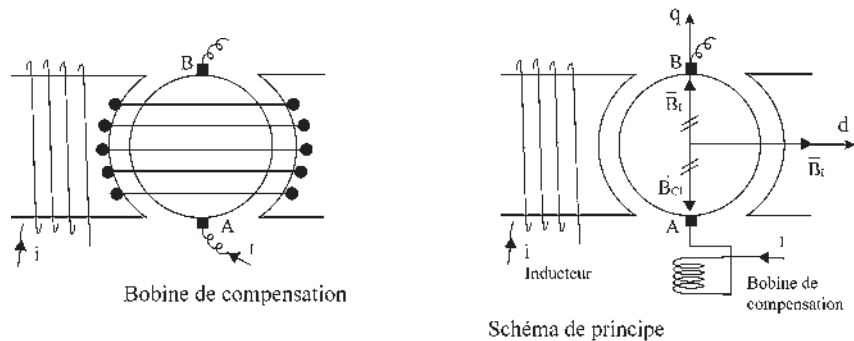
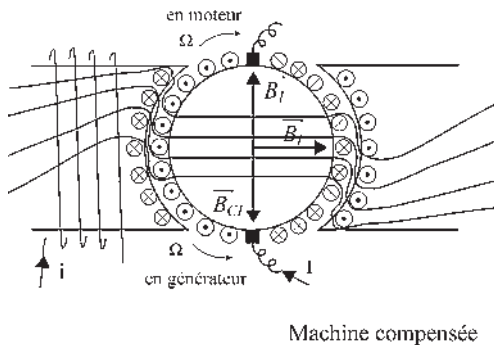


Figure 27.12



Machine compensée

Figure 27.13

#### ➤ Machine compensée

Pour une compensation totale,  $\vec{B}_I = -\vec{B}_{CI}$ , les lignes d'induction sont horizontales dans l'induit. L'inductance  $L$  du couple induit/bobine de compensation en série est nulle (figure 27.14). La compensation totale réalise  $L = l_1 + l_2 - 2M = 0$ .

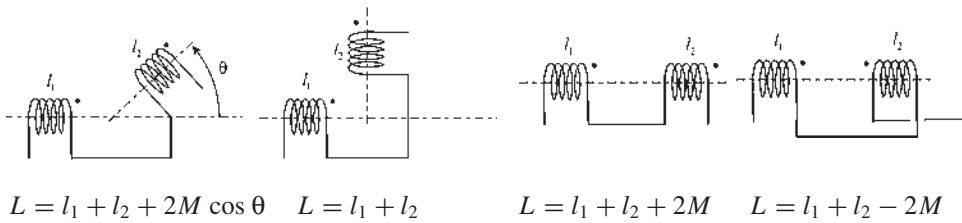


Figure 27.14

Le couple de la machine ne change pas puisqu'il résulte toujours de l'action de  $\vec{B}_i$  sur  $\vec{B}_f$ . Le couple travaille au cours de la rotation.  $C \cdot d\theta$ . Par contre, le couple égal et opposé au précédent, entre  $\vec{B}_i$  et  $\vec{B}_{CI}$  donné par la bobine de compensation placée au stator, existe mais ne travaille pas.

Les machines de grandes puissances sont toujours compensées. Sur les machines de petite puissance, il n'y a pas de bobine de compensation (figure 27.15). Des fentes longitudinales sur le stator suffisent pour diminuer considérablement le flux transversal.

Dans les machines monophasées alternatives à collecteur, le champ de réaction d'induit est alternatif de direction fixe (figure 27.16). La bobine de compensation peut être un bobinage fermé en court-circuit.

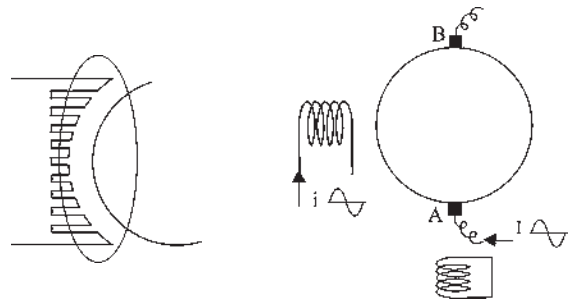


Figure 27.15

Figure 27.16

## 27.2 COMMUTATION

Prenons une machine industrielle de grande puissance fonctionnant en moteur compensé totalement (figure 27.17).

Dans le fonctionnement en charge, des étincelles apparaissent encore au collecteur. Le phénomène, qui doit être éliminé, est dû à une mauvaise commutation du courant au passage d'une section à travers la ligne des balais.

1. Le balai est en contact avec une lame du collecteur. Dans la section  $S$  passe le courant  $\frac{I}{2}$  compté  $> 0$  dans ce sens. La section  $S$  est une bobine à droite (figure 21.18.1).

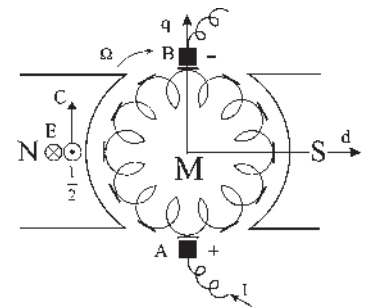


Figure 27.17



Figure 27.18.1

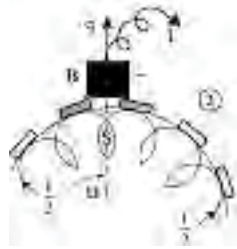


Figure 27.18.2

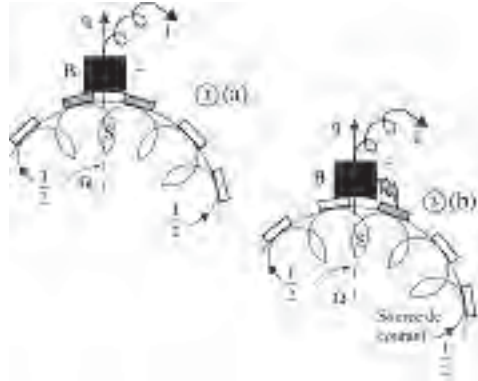


Figure 27.18.3a,3b

2. À  $t = 0$  le balai, toujours en contact avec la lame du collecteur, prend contact avec la lame suivante. La machine étant totalement compensée, il n'y a pas de flux transversal dans l'induit. La section  $S$  parcourue par  $\frac{I}{2} > 0$  est mise en court-circuit (figure 27.18.2).

Extinction d'un courant  $\frac{I}{2} > 0$  dans une bobine  $R$ - $L$  en court-circuit. Soit  $i_1$  ce courant,  $Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} = 0$  avec  $i_1(0) = \frac{I}{2}$ . L'équation différentielle linéaire à coefficients constants s'écrit en symbolique :

$$RI_1(p) + LpI_1(p) - Li_1(0) = 0.$$

$$I_1(p) = \frac{Li_1(0)}{R + Lp} = \frac{i_1(0)}{\frac{R}{L} + p} \quad i_1(t) = i_1(0)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

Décroissance exponentielle de  $i_1(t)$  avec  $\tau$  pour sous-tangente (figure 27.19).

3. Au bout du temps  $\Delta T$   $i_1$  résiduel  $= \frac{I}{2}e^{-\frac{\Delta T}{\tau}} = OA$  (figure 27.18.3a).
- 3'. À la fin du temps  $\Delta T$ , le balai quitte la lame du collecteur. Le courant dans la section  $S$  est  $i_1$  résiduel  $> 0$  (figure 27.18.3b). Or, il devrait être  $\frac{I}{2} < 0$  circulant dans l'autre sens. L'ensemble des sections du bobinage, parcouru par  $\frac{I}{2} < 0$  passant dans des spires inductives, forme une source de courant. Le  $\frac{di}{dt}$  est très grand dans la section  $S$  qui cherche à s'opposer à la pénétration du courant négatif. La tension de la lame augmente. Apparition d'une étincelle de rupture.

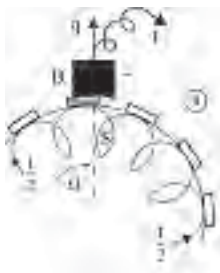


Figure 27.18.4

4. Le courant doit être  $\frac{I}{2} < 0$  dans la section  $S$  et le passage doit se faire sans étincelle (figure 27.18.4).

Le seul remède est la présence de pôles de commutation.

La spire étant en rotation, s'il existe localement un champ inducteur dans l'axe  $q$ , avant l'arrivée de la spire sous le balai, le flux traversant cette spire est nul quand la spire est dans le plan  $q$  et la f.é.m. de rotation est maximale. La spire étant en court-circuit, la f.é.m. de rotation donne naissance à un courant de même sens que la f.é.m. Il faudra disposer le champ d'induction dans l'axe  $q$  et dans le bon sens pour obtenir le courant désiré.

Soit  $i_2$  ce courant  $E = Ri_2 + L \frac{di_2}{dt}$ .

Réolvons cette équation différentielle linéaire à coefficient constant en symbolique  $\frac{E}{p} = Ri_2(p) + LpI_2(p) - Li_2(0)$  ;  $i_2(0) = 0$ .

Décomposons en éléments simples :

$$I_2(p) = \frac{E}{p(R + Lp)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{R + Lp},$$

- multiplier par  $p$  et faire  $p = 0 \rightarrow A = E/R$  ;
- multiplier par  $(R + Lp)$  et faire  $R + Lp = 0 \rightarrow B = -EL/R$ .

$$I_2(p) = \frac{E/R}{p} - \frac{E/R}{\frac{R}{L} + p}$$

$$i_2(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \tau = \frac{L}{R}$$

On veut (figure 27.19) :  $i_2(t) < 0$

$$-i_2(t) = \frac{E}{R} (e^{-\frac{t}{\tau}} - 1)$$

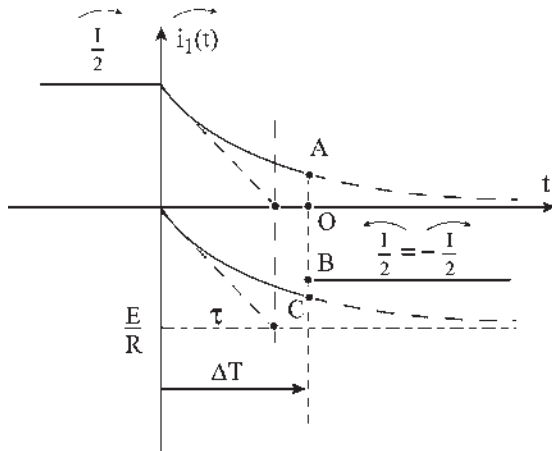


Figure 27.19

## Vous avez dit électrotechnique ?

### La voiture électrique

En 1891, René Panhard et Émile Levassor étaient les premiers constructeurs de voitures en série au monde, suivis par Ford en 1896 avec l'installation des chaînes de fabrication pour la Ford T, puis par Renault en 1898 et par Mercedes en 1901. Le premier salon de l'automobile s'est tenu au Grand Palais à Paris en 1898.

L'électrobat, construite à Philadelphie en 1891, a été la première voiture électrique. En 1895, Jeantaud effectua Paris-Bordeaux-Paris en changeant de batteries tous les 200 km. Le 28 avril 1899 la « jamais contente » véhicule électrique en forme d'obus construite par le belge Jenatzy, dépassait les 100 km/h avec une puissance de 50 kW.

Aujourd'hui, le problème des batteries handicape encore le développement du véhicule électrique pour le particulier. Toutefois, dans de grosses sociétés, son utilisation en parc semble avoir de l'avenir à la condition qu'il y ait un nombre important de véhicules disponibles et entretenus.

En revanche, bien que n'étant pas la source principale d'énergie, comme pour l'habitat, l'électricité sous ses trois aspects, électromécanique, électronique et informatique est de plus en plus présente dans les automobiles.



La « jamais contente »



$$OA = i_1 \text{ résiduel} = i_1(\Delta T) = \frac{I}{2} e^{-\frac{\Delta T}{\tau}} > 0$$

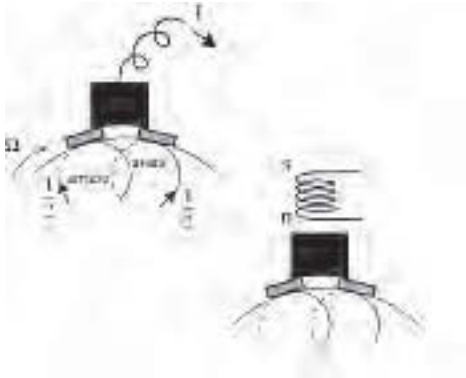
$$OC = -i_2(\Delta T) = \frac{E}{R} \left( e^{-\frac{\Delta T}{\tau}} - 1 \right) < 0.$$

Pour une bonne commutation, il faut un pôle très localisé et  $i_1(\Delta T) - i_2(\Delta T) = -\frac{I}{2}$  ;  
 $\frac{I}{2} e^{-\frac{\Delta T}{\tau}} + \frac{E}{R} \left( e^{-\frac{\Delta T}{\tau}} - 1 \right) = -\frac{I}{2}$  d'où une seule valeur de  $E$  donc de  $B$ .

On peut jouer sur  $\Delta T$  en faisant varier la largeur des balais, sur  $\tau = \frac{L}{R}$  en modifiant la résistance des balais et sur  $E$  en agissant sur le nombre de spires ou sur le shuntage du pôle de commutation.

### 27.2.1 Détermination des pôles de commutation

Dans le cas traité :



- spires bobinées à droite,
- marche en moteur,
- sens de  $\Omega$ , (figure 27.20).

Si l'on veut lancer un courant  $\frac{I}{2}$  par une f.é.m. de même sens, c'est que l'on désire que la spire se défende, d'après la loi de Lenz, en augmentant le flux qu'elle s'envoie par la face sud. Il faut donc que le flux rentrant par la face sud décroisse au cours de la rotation. Donc, il faut un pôle nord dans l'axe  $q$ .

Le même raisonnement dans les quatre quadrants (moteur/générateur dans les deux sens) donne (figure 27.21) :

Figure 27.20

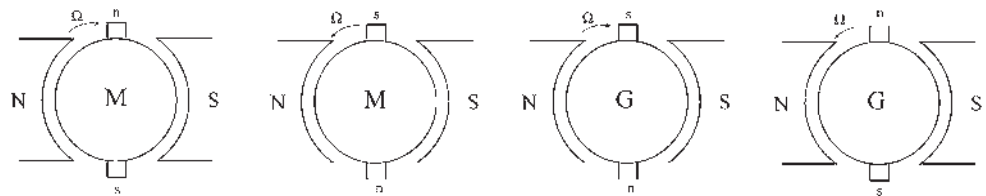


Figure 27.21

En générateur, le pôle de commutation est toujours du même nom que celui vers lequel se dirige l'induit. En moteur, il est de nom contraire.

### 27.2.2 Montage des pôles de commutation

Les montages sont identiques pour les quatre quadrants (figure 27.22).

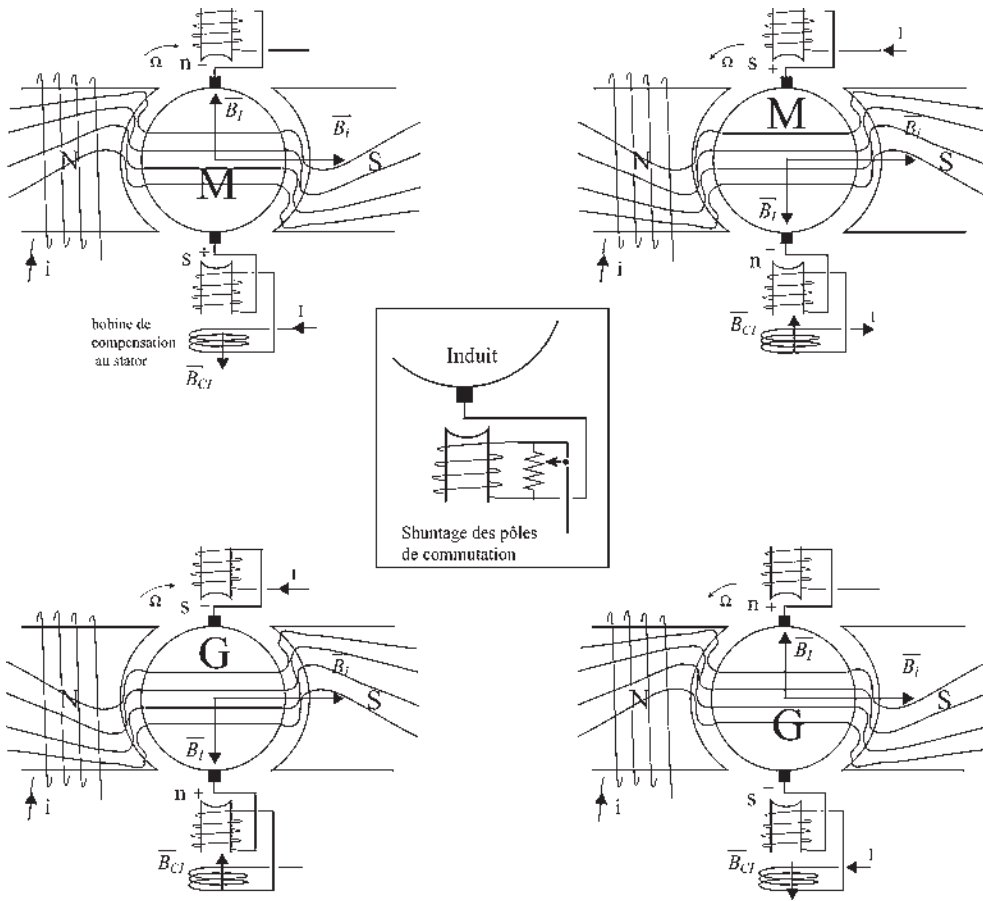


Figure 27.22

L'enroulement bobiné sur les pôles de commutation est traversé par le courant induit. Un shuntage de ces enroulements est nécessaire pour parfaire les réglages. Les montages ne sont représentés qu'avec des bobines « à droite ».

## 27.3 INSTALLATION DES MOTEURS INDUSTRIELS

En régime permanent :

$$E_{BA} = \frac{p}{a} n N \phi_m \quad V = E_{BA} + r I_N \quad P = E_{BA} I_N = 2\pi N \cdot C$$

### 27.3.1 Démarrage

Deux problèmes : courant et couple.

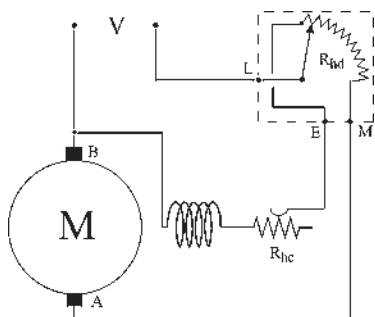


Figure 27.23

On utilise parfois un rhéostat à trois plots *LEM* (*L* ligne, *E* excitation, *M* moteur) (figure 27.23).

Par exemple, pour un moteur shunt, ce rhéostat sert de rhéostat de démarrage en série avec l'induit. Il permet simultanément d'obtenir le flux maximal, donc le couple maximal, au démarrage.

Au démarrage  $N = 0$ ,  $E_{BA} = 0$ ,  $V = rI_a$ , courant à l'arrêt excessif, inacceptable pour les isolants, pour le collecteur et pour les balais.

Par exemple, pour  $V = 220$  V, les ordres de grandeur sont :  $E_{BA} = 218$  V,  $r = 0,1 \Omega$ ,  $I_N = 20$  A,  $I_a = \frac{220}{0,1} = 2200$  A. Un

rhéostat de démarrage  $Rh_d$  est obligatoire pour obtenir un courant de démarrage  $I_d$  de l'ordre de  $21N$ .  $V = (r + Rh_d)I_d$ . Dans l'exemple  $Rh_d = 5,4 \Omega$ . Le flux doit être maximal au démarrage. Pendant le démarrage le couple moteur doit toujours être supérieur

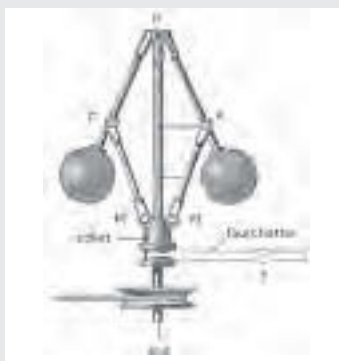
$$\text{au couple résistant } C_d = \frac{p n \phi_m I_d}{a 2\pi}.$$

On utilise parfois un rhéostat à trois plots *LEM* (*L* ligne, *E*

## Le saviez-vous ?

### Naissance de l'automatique

La première régulation a été inventée par Watt en 1766 avec le régulateur mécanique à boules que l'on peut encore observer sur des réalisations anciennes, moulins, alternateurs, moissonneuses batteuses... C'est avec le développement de l'électronique que le besoin d'alimentations stabilisées s'est fait sentir. Les génératrices compound à flux additifs ont été les premières à donner satisfaction. À partir des années 1950, les régulations et asservissements électroniques ont ouvert la voie aux techniques de l'automatique.



## 27.3.2 Inversion du sens de rotation

$$C = \frac{p n \phi I}{a 2\pi}. \text{ En inversant } \phi \text{ ou } I, \text{ mais pas les deux à la fois.}$$

Les industriels se méfient de l'inversion de flux s'il y a risque sous tension de passage à  $\phi = 0$ , car le moteur s'emballe.

$$N = \frac{V - rI}{\frac{p}{a} n \phi}.$$

Cela représente un danger pour le collecteur. Ils préfèrent l'inversion de  $I$ .

## 27.3.2 Montages pratiques d'installation

Les nombreuses erreurs de montage seront éliminées si l'on pratique (figure 27.24) l'installation des circuits que l'on couplera en série ou en parallèle selon le but recherché. L'erreur à éviter est due au langage courant « dans un moteur shunt l'inducteur est en dérivation par rapport à l'induit » en oubliant que le rhéostat de démarrage est indispensable en série avec l'induit lors de la mise sous tension.

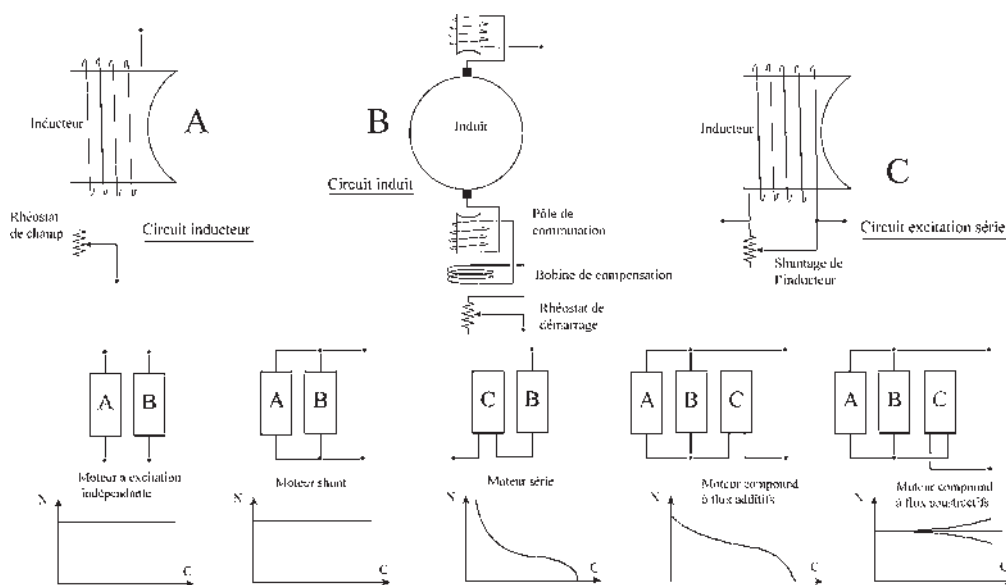


Figure 27.24

### 27.3.4 Rendement

La notion de rendement n'a d'intérêt que pour des machines de puissance moyenne ou importante. Le rendement d'un rasoir électrique importe peu. Le rendement des moteurs industriels de puissance moyenne, inférieure à 10 kW est de l'ordre de 0,85. En surdimensionnant ces machines, les constructeurs admettent 10 à 15 % de la puissance pour les pertes .

La recherche du rendement maximal ne concerne que les machines de grande puissance et l'intérêt est d'autant plus grand que la machine est plus puissante.

Pour les machines les plus puissantes, avec un rendement de 0,97, les pertes représentent 3 % de la puissance  $P_a$  absorbée.

Le rendement recherché est le rendement vrai concernant le fonctionnement global de la machine avec toutes ses pertes. La mesure est effectuée par une méthode indirecte globale pour obtenir la précision désirée, les erreurs ne portant que sur les pertes.

$$\text{En générateur, } \eta_v = \frac{P_a - \sum_v p}{P_a} ; \text{ en moteur } \eta_v = \frac{P_a}{P_a + \sum_v p}$$

Pour les machines synchrones, fonctionnant en générateur de réseaux d'énergie jusqu'à des puissances de 1 000 MW (figure 27.25), la mesure du rendement vrai se fait par une méthode indirecte globale dite de « l'échauffement du fluide refroidissant ». La mesure concerne la somme vraie des pertes. Pour mesurer l'échauffement dû aux pertes, on utilise l'installation de refroidissement de l'alternateur.

Pour les machines à courant continu, (figure 27.26) pour des puissances de 1 000 à 2 000 kW, on préfère utiliser la méthode dite des « machines identiques », en profitant d'une production de moyenne série.

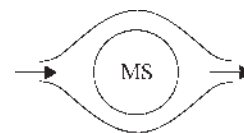


Figure 27.25

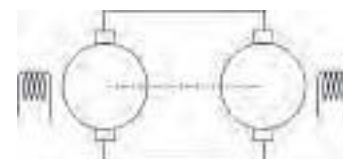


Figure 27.26

L'une fonctionne en moteur, l'autre en générateur. Les induits de deux machines identiques sont accouplés mécaniquement et électriquement. La somme des pertes des deux machines est fournie extérieurement et mesurée en utilisant l'une des méthodes suivantes :

- Méthode de Lord Rayleigh et Kapp : injection électrique parallèle.
- Méthode de Potier : injection électrique série par un survolteur.
- Méthode d'Hopkinson : injection mécanique par un moteur taré.
- Méthode de Blondel : injection électrique série et injection mécanique.
- Méthode d'Hutchinson : injection électrique série et électrique parallèle.

$$N = \frac{V_M - rI_M}{\frac{P}{a} n \phi(i_m, I_M)}$$

$$v + E_G - r(I_M - i) - V_M = 0$$

$$v(I_M - i) + V_M i + u I_m \eta_m$$

$$= 2(P_{f+v}) + (P_{H+F})_M + (P_{H+F})_G + r I_M^2 + r(I_M - i)^2$$

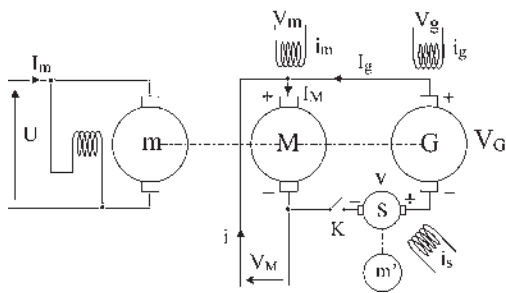


Figure 27.27

La figure 27.27 représente un montage rassemblant toutes les « méthodes » précédentes où :

$m$  est un moteur taré pour lequel on connaît  $\eta_m$  ( $P$  absorbée) ;

$S$  est une génératrice à excitation indépendante entraînée par un moteur  $m'$  et utilisée en survolteur ;

$M$  et  $G$  sont les machines identiques à excitations indépendantes fonctionnant respectivement en Moteur et en Générateur ;

$V_M$  la tension du réseau continu qui fournit un courant  $i$ . Chaque méthode particulière est caractérisée :

Blondel  $i = 0$  Potier  $i = 0$  et  $I_m = 0$  Hutchinson  $I_m = 0$

Hopkinson  $i = 0$  et  $v = 0$  Rayleigh et Kapp  $I_m = 0$  et  $v = 0$ .

Pour la détermination du rendement vrai, on suppose les pertes identiques. Parmi ces méthodes, seule la double injection énergétique présente un avantage de souplesse et de réglage possible pour que les pertes soient les mêmes. La comparaison des deux méthodes restantes montre la supériorité de la méthode de Blondel (RGE, octobre 1964, tome 73, p. 479).

# Pour en savoir plus...

## CLASSE D'UN APPAREIL DE MESURE



Un appareil de mesure peut être :

- fidèle : les impacts sont groupés dans un coin de la cible ;
- juste : les impacts sont répartis de manière homogène sur la cible ;
- précis : les impacts sont groupés au centre de la cible.

La classe d'un appareil est définie par l'erreur instrumentale maximale divisée par le calibre de l'appareil ramenée à 100 divisions.

Pour un appareil d'un calibre de 150 divisions ayant une erreur maximale de 0,3 divisions, la classe est  $\frac{0,3}{150}100 = 0,2$ . On distingue les appareils d'étalonnage de classe 0,1 à 0,2, les appareils de contrôles de classe 0,5 à 1 et les appareils industriels de classe 1,5 à 2,5. La classe, indiquée sur l'appareil de mesure permet de connaître l'erreur instrumentale maximale.

Erreur instrumentale maximale

$$= \frac{\text{classe de l'appareil}}{100} \times \text{calibre.}$$

Le calibre peut être exprimé en divisions ou en unité mesurée.

Si l'on mesure un courant  $I$ , de l'ordre de 175 A, avec un appareil de classe 2,5 et de calibre 200 A, adapté à la mesure, comportant 100 divisions, le  $\Delta I$ , erreur instrumentale maximale sera :  $\Delta I = \frac{2,5}{100} \times 100 = 2,5$  divisions  $\Rightarrow \Delta I = 5$  A.

La même mesure avec un appareil de contrôle de classe 0,5 donnerait  $\Delta I = 1$  A.

Il est souvent indispensable de connaître la mesure avec précision.

Exemple : dans la mesure du rendement vrai d'une excellente machine, les résultats ont donné

$$\eta_v = \frac{P_u}{P_a} = \frac{VI}{P_a} = 0,91 ;$$

$$\frac{d\eta_v}{\eta_v} = \frac{dP_u}{P_u} - \frac{dP_a}{P_a} = \frac{dV}{V} + \frac{dI}{I} - \frac{dP_a}{P_a}$$

Si l'on remplace les erreurs absolues  $dP_a$  par leurs limites supérieures  $\Delta P_a$  et si l'on ajoute tous les termes pris en valeurs absolues, on obtient une somme supérieure ou égale à la valeur du premier terme

$$\left| \frac{\Delta \eta_v}{\eta_v} \right| \leq \left| \frac{\Delta V}{V} \right| + \left| \frac{\Delta I}{I} \right| + \left| \frac{\Delta P_a}{P_a} \right|.$$

Avec des appareils de classe 2,5 les mesures ont donné :

$$\Delta \eta_v = 0,91(0,033 + 0,042 + 0,114)$$

$$= 0,91 \cdot 0,189 = 0,17$$

$$\eta_v = 0,91 \pm 0,17$$

On peut donc par la mesure trouver un rendement supérieur à 1. Le calcul d'erreur montre qu'il n'en est rien. Il

montre aussi que le terme responsable est  $\Delta \frac{P_a}{P_a}$ . Ici  $P_a$

était la puissance mécanique absorbée  $P_a = 2\pi N \cdot C$  par la génératrice, les mesures de  $N$  et de  $C$  étant peu précises.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Réaction d'induit

Le passage du courant dans l'induit crée un flux transversal d'axe  $q$ . Ce flux transversal est inadmissible pour la commutation d'où les déplacements de balais ou les bobines de compensation.

### Commutation

Même en annulant le champ dans l'axe  $q$  avec des bobines de compensation, des problèmes de commutation persistent pour les spires court-circuitées par les balais où l'on doit inverser le courant dans un temps très court.

Pour remédier à ces problèmes, les pôles de commutation sont indispensables dans toutes les machines de puissance importante.

### Démarrage

À l'instant du démarrage, la f.é.m. nulle entraîne un fort appel de courant au niveau de l'induit. Pour limiter cette surintensité, on fait souvent appel à un rhéostat de démarrage afin d'obtenir un courant de démarrage  $I_d$  de l'ordre de  $2I_n$ .

D'autre part, pour que l'ensemble moteur-charge démarre, le couple moteur doit être supérieur au couple résistant :

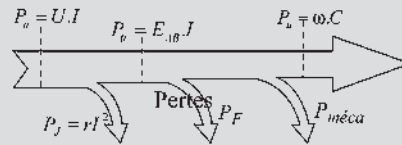
$C_d = \frac{p}{a} \frac{n\phi_m I_d}{2\pi}$ . On doit toujours avoir un flux maximal au démarrage.

### Inversion du sens de rotation

Il est possible d'inverser le sens de rotation du rotor en inversant  $\phi$  ou  $I$  mais pas les deux simultanément. Cependant, l'inversion de flux est rarement utilisée pour limiter les risques d'emballage de la machine.

## FICHE MÉMO

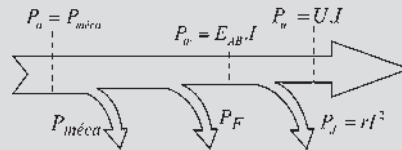
**Bilan de puissance de la machine : rendement**



Moteur

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \sum \text{pertes}}{P_a}$$

Figures 27.27



Générateur

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + \sum \text{pertes}}$$

Figures 27.28

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 27.1 À quoi est due la réaction transversale d'induit ? Peut-elle se produire dans une machine à pôles lisses ?
- 27.2 S'il n'y a pas de saturation, le flux transversal est-il gênant ?
- 27.3 Le déplacement des balais est-il facilement envisageable ?
- 27.4 À quoi est due la réaction longitudinale d'induit ?
- 27.5 L'enroulement de compensation est-il préférable au déplacement des balais ?

- 27.6 Le couple de la machine change-t-il à cause de la présence de la bobine de compensation ?
- 27.7 Pouvez-vous déterminer par raisonnement la nature du pôle de commutation ?
- 27.8 Pourquoi le problème de commutation doit-il être réglé de manière précise ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 27.1 Une génératrice à courant continu à excitation indépendante alimente une charge distante de 500 m. La résistance au niveau de la ligne de transmission est de  $75 \text{ m}\Omega$  et la plaque signalétique de la machine indique : 15 kW, 230 V, 65 A, 1 800 tr/min. On désire que la tension au niveau de la charge soit de 230 V à vide et en charge pour une puissance de 15 kW.

Des essais démontrent que cela est possible si l'intensité du courant inducteur est 1,34 A à vide et 1,48 A à 15 kW.

Cependant, pour ne pas à avoir à agir sur le courant inducteur, on propose d'ajouter un enroulement en série avec l'induit pour compenser la perte de magnétisation due à la réaction de l'induit.

- 1) Calculer la valeur du courant au niveau de l'induit dans le fonctionnement en charge.
  - 2) Calculer le nombre de spires  $n_c$  de l'enroulement de compensation sachant qu'on néglige la résistance de l'enroulement de compensation et que l'enroulement inducteur est constitué de  $n_s = 1\,820$  spires.
- 27.2 Un moteur shunt a une résistance d'induit (balais inclus) de  $r = 0,14 \Omega$  et une résistance stator  $r_s = 169 \Omega$ . Ce moteur est alimenté par une tension  $V = 220 \text{ V}$  et, en charge, les données suivantes sont valides : courant de ligne  $I = 73,3 \text{ A}$ , vitesse  $N = 1\,150 \text{ tr/min}$ , pertes mécaniques 1 100 W.

- 1) Calculer la puissance utile. En déduire le rendement.
- 2) Quel est le couple de démarrage si on limite le courant à 73,3 A au moyen d'une résistance ? Déterminer la valeur de la résistance nécessaire.

- 27.3 Les caractéristiques nominales d'un moteur à courant continu à excitation série sont les suivantes : 400 V, 27 A, 1 000 tr/min. Les résistances mesurées à chaud ont pour valeurs :  $r = 1 \Omega$  pour l'induit et  $r_s = 0,6 \Omega$  pour l'inducteur.

La caractéristique interne à 1 000 tr/min est :

$E[V]$	136	174	233	287	308	335	357	383	429
$i_s[A]$	5,7	7,35	10,5	15,2	18	22,6	27	33,2	45

La machine est supposée parfaitement compensée.

- 1) Le moteur est alimenté sous 400 V.
  - Le courant  $I$  dans le moteur a pour intensité 22,6 A. Calculer le moment du couple électromagnétique  $C_{em}$  et la vitesse  $N$  de rotation.
  - On équipe ce moteur d'un rhéostat de démarrage limitant l'intensité à 45 A. Calculer la résistance totale  $R_d$  de ce rhéostat, le moment du couple électromagnétique  $C_d$  au démarrage ainsi que la fréquence de rotation au moment où le courant  $I$  prend la valeur 27 A, la totalité du rhéostat de démarrage étant encore en service.
- 2) Afin de déterminer la somme  $p_{fm}$  des pertes mécaniques et des pertes dans le fer, dans les conditions du 1) précédent, on fait fonctionner la machine en moteur à excitation séparée à vide. On désigne par  $U_0$  la tension aux bornes de l'induit, par  $I_0$  le courant dans l'induit et par  $i_0$  le courant inducteur.
  - Sachant que  $I_0 = 2,2 \text{ A}$ , calculer  $U_0$ ,  $p_{fm}$ ,  $i_0$ .
  - En déduire, dans les conditions du 1), le moment du couple utile  $C_u$  et le rendement  $\eta$  du moteur.





# Variation de vitesse des moteurs à courant continu

## Objectifs

- Comprendre le fonctionnement des convertisseurs continu/continu et continu/alternatif.
- Envisager le fonctionnement des convertisseurs associés aux machines à excitation indépendante.
- Résoudre les problèmes particuliers posés par le moteur série et son réglage de vitesse.
- Assimiler l'ensemble de la variation de vitesse.

## Vocabulaire

Convertisseur alternatif-continu : redresseur, redresseur commandé

Convertisseur continu-continu : hacheur  
Variateur de vitesse, groupe Ward-Léonard

Variateur électronique de vitesse

Un chapitre sur la variation de vitesse est toujours un monument ! La machine à courant continu n'échappe pas à la règle. Avant même l'apparition des semi-conducteurs et leur regroupement en convertisseurs statiques, la machine à courant continu se distinguait déjà par ses possibilités naturelles de variation de vitesse « manette en main » : variation de flux par le rhéostat de champ ou variation de tension induit comme dans le montage de Ward Léonard.

Avec les variateurs électroniques, très facilement adaptés aux machines à courant continu par une simple superposition des qualités de la machine à celles des variateurs, une véritable main-mise sur les variateurs de vitesse s'est installée pour une trentaine d'années.

Facilement compréhensibles, facilement exploitables, ces ensembles à vitesse variable livrent maintenant, depuis l'apparition de la commande vectorielle des moteurs asynchrones d'induction, en 1990, un duel sur toutes les niches d'exploitation de la vitesse variable.

## 28.1 HISTORIQUE DE LA VARIATION DE VITESSE

### Le saviez-vous ?

#### *Classification SNCF pour la traction électrique*

« B » : bogie de 2 essieux solidaires. « C » : bogie de 3 essieux solidaires.

« BB » : locomotive à 2 bogies de 2 essieux chacun. 8 roues.

« CC » : locomotive à 2 bogies de 3 essieux chacun. 12 roues.

Les chiffres suivants BB ou CC recouvrent une classification :

- En dessous de 10 000, alimentation continue 1 500 V.
- Au-dessus de 10 000, en dessous de 20 000, alimentation 25 kV 50 Hz.
- Au-dessus de 20 000, en dessous de 30 000, alimentation bi-courant.
- Au-dessus de 30 000, en dessous de 40 000, alimentation tri-courant.
- Au-dessus de 40 000, en dessous de 50 000, alimentation quadri-courant.

Inventée par Zénobe Gramme en 1870, la machine à courant continu, conçue initialement comme un générateur, montrera rapidement ses capacités de fonctionnement en moteur. Elle régnera pendant soixante ans en « maître absolu » pour le développement de la force motrice avec l'installation de petits réseaux locaux en faisant apprécier ses caractéristiques fondamentales Shunt et Série, la première, autorégulatrice de vitesse, tient ses performances tandis que la seconde, autorégulatrice de puissance, tient sa consommation en ralentissant mais en ne s'essoufflant pas. Devant l'incapacité à l'époque de transport d'énergie en continu à grande distance, ne disposant pas de changeur de tension opérationnel, et compte tenu de la mise au point des machines alternatives polyphasées, le choix de l'alternatif s'impose pour le transport et la distribution. Le réseau triphasé s'implante en 1930.

Certains annoncent alors la disparition de la machine à courant continu. C'était sans compter sur les avantages dus à ses caractéristiques que ne possédaient pas les machines alternatives synchrones et asynchrones qui, avec l'alimentation à fréquence constante, ne fonctionnaient pratiquement qu'à vitesse constante.

Malgré les recherches sur la variation de vitesse des machines asynchrones, permettant d'implanter la cascade hyposynchrone dans les grandes puissances, mais pour des variations limitées, le moteur à courant continu reste le variateur de vitesse par excellence, la machine synchrone étant le producteur d'énergie électrique, et la machine asynchrone d'induction le moteur principal industriel.

En 1964, avec l'apparition du thyristor, la commutation laissant espérer une variation de vitesse facile pour les machines synchrones et asynchrones, la disparition de la machine à courant continu est de nouveau annoncée. C'était sans compter sur le fonctionnement en commutation de la machine à courant continu dont les variateurs électroniques de vitesse sont les plus simples et les premiers arrivés sur le marché.

Après la mise au point des machines autopilotées alimentées à fréquence variable, en 2000, les commandes vectorielles laissent nettement entrevoir que les variateurs électroniques, « en tension » et surtout « en courant » associés aux machines asynchrones d'induction, seront les plus compétitifs.

Faut-il maintenant prévoir la disparition de la machine à courant continu ?

Restons prudents en annonçant pour le moins la fin d'une hégémonie totale de la machine à courant continu sur les variateurs de vitesse.

## 28.2 VARIATEURS ÉLECTROMÉCANIQUES DE VITESSE

$N = \frac{V - rI}{\frac{p}{a}n\phi}$ . On peut faire varier la vitesse en agissant sur la tension ou sur le flux. Les variations de  $V$  et de  $\phi$  agissent en sens inverse sur la vitesse.

Notons que le point de fonctionnement nominal, obtenu en régime permanent, correspond à un extremum puisque tension et courant, indiqués sur la plaque signalétique, sont au maximum acceptable, et ne peuvent que diminuer si l'on veut conserver la durée de vie de la machine.

La tension permettra un réglage de vitesse en dessous de la vitesse nominale.  
Le flux permettra un réglage de vitesse au-delà de la vitesse nominale.

La vitesse nominale n'est pas forcément un extremum pour la vitesse.

### 28.2.1 Action sur le flux

Le rhéostat de champ est simple et économique. Il permet un rapport de 1 à 3 sur la vitesse. On le place en série avec l'inducteur shunt et en parallèle avec l'inducteur série.

La variation d'entrefer est peu utilisée. On la trouve encore sur certains essuie-glaces à deux vitesses par transformation mécanique du circuit magnétique.

### 28.2.2 Action sur la tension

Le contrôle rhéostatique est simple, mais onéreux. Il est utilisable pour un essai, mais pas pour un fonctionnement permanent.

L'emploi d'une génératrice série en survolteur/dévolteur (figure 28.1) n'est cité que pour mémoire.

Le groupe Ward-Léonard (figure 28.2) est encore très utilisé en sidérurgie pour le fonctionnement de laminoirs où une inversion rapide du sens de marche est prépondérante. Le moteur, de grande puissance, est à excitation indépendante. La variation de vitesse du moteur est obtenue uniquement par variation de tension aux bornes de l'induit, l'excitation du moteur étant maintenue constante.

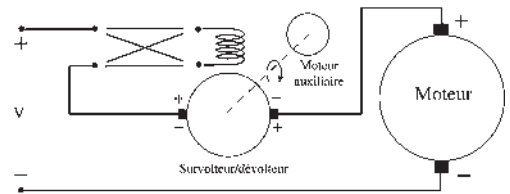
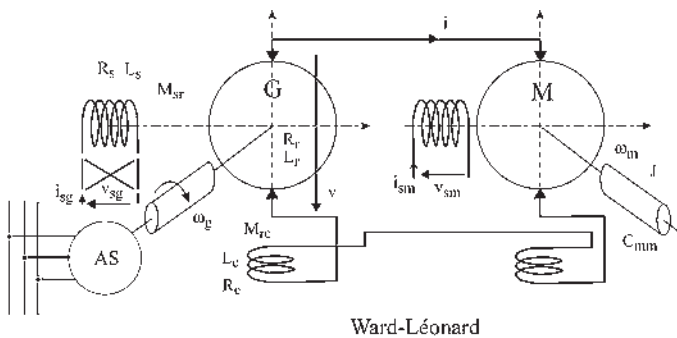


Figure 28.1



Ward-Léonard

Figure 28.2

La tension d'induit est fournie par une génératrice de même puissance. C'est une machine issue de la même série de construction que le moteur. Les deux machines sont compensées totalement. La génératrice est entraînée à vitesse sensiblement constante à l'aide d'un moteur asynchrone d'induction.

Pour diminuer l'ordre du système, on place souvent un cylindre inertiel sur l'arbre de la génératrice. Le groupe prend alors le nom de groupe Ilgner. La vitesse est alors maintenue rigoureusement constante même s'il y a un à coup de couple sur l'arbre du moteur.

Le circuit d'excitation de la génératrice est monté en indépendant. Un inverseur sur l'excitation permet une inversion rapide de la tension d'induit de la génératrice et du sens de rotation du moteur.

## 28.3 VARIATEURS ÉLECTRONIQUES DE VITESSE

Ils concernent les moteurs à excitation indépendante et les moteurs série.

### 28.3.1 Moteurs à excitation indépendante

Ils sont très appréciés dans le domaine des machines-outils et dans la production automatisée pour leurs facilités de commandes indépendantes d'inducteur et d'induit.

Quelques exemples montrant les besoins :

- Nécessité du réglage avec précision de la vitesse de rotation de la broche d'un tour en fonction des duretés de la broche et de la pièce à usiner. Réglage tout aussi précis, en commande numérique, de la vitesse de déplacement du traînard parallèlement à l'axe de rotation de la broche.
- Obligation d'une inversion rapide du sens de rotation pour une taraudeuse.
- Besoin de rapidité et positionnement précis en production automatisée. Robots.
- Fonctionnement moteur et générateur dans les deux sens pour aménager les cadences d'usage.

#### a) Convertisseurs continu/continu-hacheurs

Placé entre la source et la charge, le hacheur est composé d'une diode et d'un semi-conducteur à double commande (interrupteur ouvert ou fermé) tel que transistor, thyristor IGBT ou GTO.

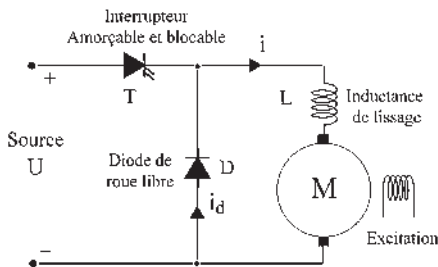


Figure 28.3

La diode conduit spontanément dès que la tension à ses bornes a la bonne polarité. Elle s'ouvre dès que le courant passe par zéro. Le semi-conducteur à double commande est muni de deux gâchettes : une de fermeture, l'autre d'ouverture. Il conduit si la tension à ses bornes a la bonne polarité et si l'on envoie une impulsion sur la gâchette de fermeture. On l'appellera de manière générale T, interrupteur commandable à l'ouverture et à la fermeture.

#### *Hacheur série ou hacheur dévolteur*

Son objectif (figure 28.3) est de transformer une tension continue fixe en une tension continue variable permettant de constituer un variateur de vitesse par variation de la tension d'induit.

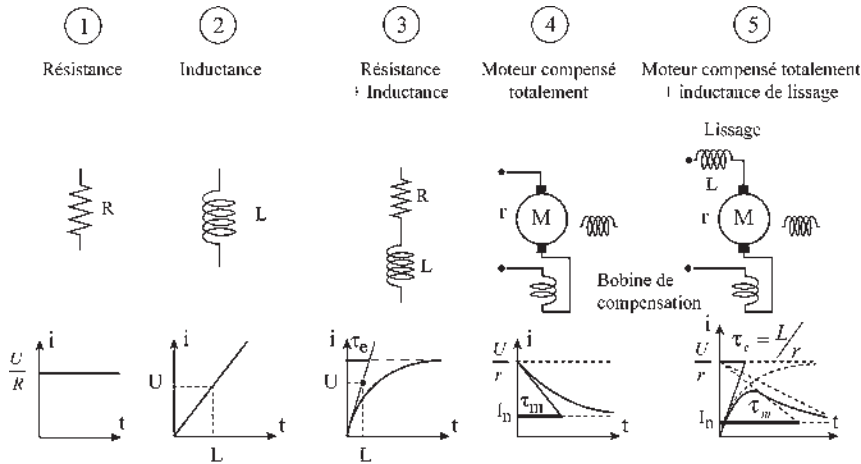


Figure 28.4

Une impulsion étant envoyée sur la gâchette de fermeture de T, la source est connectée à la charge. La tension appliquée aux bornes de la diode D empêche celle-ci de conduire.

Pendant le temps  $t_f$  de fermeture de T, le courant  $i$  s'installe selon une loi dépendant du type de charge. Examinons, pour différentes charges (figure 28.4) ce qui se passerait si on laissait T conduire indéfiniment en s'en servant comme d'un simple interrupteur.

1. Il est possible de choisir la valeur de  $R$  pour que le courant soit acceptable.
2. Cas d'école : une inductance pure n'existe pas en réalité.

3. Établissement d'un courant dans un circuit résistif et inductif.  $U = Ri + L \frac{di}{dt}$ , équation différentielle linéaire à coefficients constants. Après résolution, on obtient  $i(t) = (u/R)(1 - e^{-t/\tau})$ , exponentielle croissante de constante de temps  $\tau = L/R$ . La constante de temps électrique est la sous-tangente de l'exponentielle.

4. À  $t = 0$ ,  $N = 0$ ,  $E = 0$ . Sans rhéostat de démarrage et avec une résistance d'induit très faible, le courant absorbé à l'arrêt  $I_a = u/r$  est très important. Inacceptable, les isolants brûleraient, et pourtant, excitée et sous tension, la machine démarrerait en créant la f.c.é.m.  $E = \frac{p}{a}nN\phi$ . Lorsque la vitesse nominale de rotation serait atteinte,

le courant absorbé serait acceptable  $I_N = \frac{U - E}{r} = I_a - \frac{E_r}{r}$ . Le courant  $\frac{E}{r}$  croît

comme la vitesse solution de l'équation différentielle mécanique  $C_m + C_{em} = j \frac{dw}{dt}$ .

La vitesse croît exponentiellement avec la constante de temps mécanique  $\tau_m$ .

5. Le courant instantané est la différence entre deux exponentielles, l'une, d'établissement du courant dans un circuit résistif  $r$  et inductif  $L$ , de constante de temps électrique  $\tau_e = L/r$  et l'autre d'établissement de la f.c.é.m. d'un rotor mis en rotation, de constante de temps mécanique  $\tau_m \gg \tau_e$ . Avec l'inductance de lissage,  $u = ri + L \frac{di}{dt} + E$ , le courant part de zéro mais monte à une valeur beaucoup trop impor-

tante par rapport au courant nominal  $I_N$  que peut supporter la machine. On ne peut donc pas laisser  $T$  conduire en permanence.

#### ► Fonctionnement de l'interrupteur $T$ en commutation-hachage

Après le temps  $t_f$  choisi suffisamment petit pour que le courant  $i$  instantané reste acceptable, une impulsion est envoyée sur la gâchette d'ouverture de  $T$  (figure 28.3). Le thyristor s'ouvre. Le courant  $i$  cesse de croître.  $ri + L \frac{di}{dt} + E = 0$ . Pour permettre au courant de continuer à circuler dans le même sens (source de courant), l'inductance renverse spontanément sa polarité  $\left( L \frac{di}{dt} < 0 \right)$  et donne une tension à ses bornes toujours supérieure et opposée à la f.c.é.m.  $E$  du moteur, ce qui provoque la fermeture de la diode  $D$ . On observe une décroissance rapide d'un courant dans un circuit résistif et inductif en présence d'une f.c.é.m. opposée qui, elle, décroît lentement en fonction de la vitesse (figure 28.5). Le courant instantané partant de la valeur initiale est sensiblement la somme de deux exponentielles décroissantes, l'une électrique de constante de temps  $\tau_e$  et l'autre mécanique de constante de temps  $\tau_m$ .

Si le cycle  $t_f + t_0 = T$  est reproduit en permanence, la tension moyenne  $U_m$  aux bornes de la charge est  $U_m = U \frac{t_f}{T}$ . Le rapport cyclique est  $R = \frac{t_f}{T}$ .

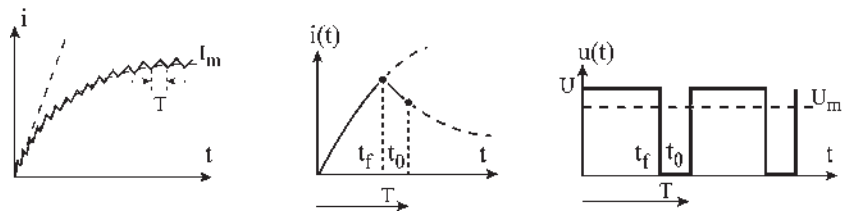


Figure 28.5

Pour chaque valeur du rapport cyclique, un courant moyen différent est atteint, lorsque la croissance dans le temps  $t_f$  est égale à la décroissance dans le temps  $t_0$ . Les fréquences de hachage pratiquées avec des thyristors (en 1980), de 300 Hz à 5 kHz correspondaient à des périodes  $T$  de  $\frac{3,33}{1000}$  de sec. à  $\frac{2}{10000}$  de sec. La tension continue commutée appliquée au moteur est  $u_m$  et le courant continu commuté vaut  $I_m$ . À chaque valeur du rapport cyclique, correspond une valeur de la vitesse de rotation du moteur, toujours inférieure à la vitesse nominale.

Le hacheur, par la commutation, permet une commande de la vitesse directement par le rapport cyclique  $R = \frac{t_f}{T}$  et un contrôle du courant en fixant une autre des trois grandeurs  $T$ ,  $t_f$  ou  $t_0$ .

En pratique on peut procéder de trois manières :

- $T = \text{cste}$ , fréquence imposée.  $t_f$ , paramètre variable (commande et contrôle).
- $t_f = \text{cste}$ , temps de conduction imposé.  $T$ , variable (commande et contrôle).
- $R = \text{cste}$ , rapport imposé pour la commande. Contrôle par  $T$  ou  $t_f$ .

**Remarque 1 :** Avec le hacheur qui permet un contrôle du courant un rhéostat de démarrage n'est pas nécessaire.

**Remarque 2 :** Les moteurs de grandes puissances des locomotives électriques sont tous compensés totalement. L'inductance de lissage est alors indispensable pour permettre l'inclinaison favorable de la courbe  $i(t)$ . Sans cette inductance supplémentaire, le courant  $u/r$  serait tout de suite inadmissible. Sur les locomotives « la self » aura un poids non négligeable. Pas de compensation pour les machines de petites puissances, compensation partielle pour les autres.

➔ **Fonctionnement moteur dans les deux sens de rotation**

Les semi-conducteurs  $T_1$  et  $T_2$  fonctionnent comme de simples interrupteurs non simultanés (figure 28.6).

Par inversion du courant d'excitation à l'arrêt, on peut faire fonctionner un moteur dans les deux sens de rotation sans changer le sens du courant induit.

On peut raisonner de proche en proche (figure 28.7) les sens de  $I$  et de  $i$  étant imposés soit sur la machine en supposant tous les bobinages à droite, soit sur les équations en notant les sens invariants tels que  $I$  et les variants tels que  $\phi$  pour constater la compatibilité des fonctionnements.

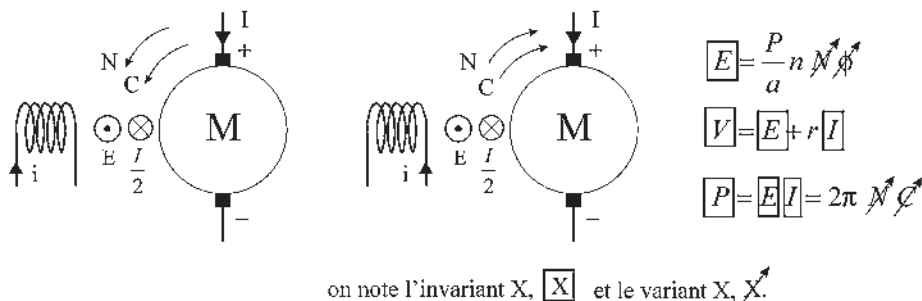


Figure 28.7

**Hacheur parallèle ou hacheur survolteur**

Son objectif (figure 28.8) est de permettre, lorsque la machine fonctionne en génératrice, une récupération énergétique dans la source continue alors que la f.é.m. de la génératrice  $E$  est inférieure à  $U$ .

Le semi conducteur  $T$  étant ouvert et la machine fonctionnant en génératrice, la diode  $D$  est bloquée puisque  $U > E$ . La génératrice est à vide. Une impulsion étant envoyée sur la gâchette de fermeture de  $T$ , la génératrice est mise en court-circuit.

La diode  $D$  reste bloquée. L'inductance de lissage s'oppose à la mise en place instantanée du courant  $E = ri + L \frac{di}{dt}$ .  $L$  est l'inductance globale du circuit, tenant compte de la compensation.  $L di/dt > 0$ . Pendant le temps  $t_f$  de fermeture de  $T$ , le courant  $i$  croît selon une exponentielle de constante de temps  $\tau_e = L/r$ .

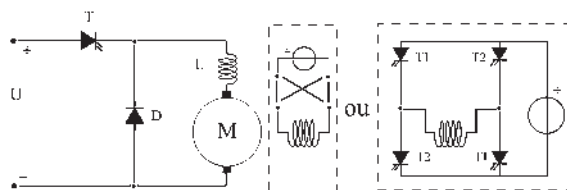


Figure 28.6

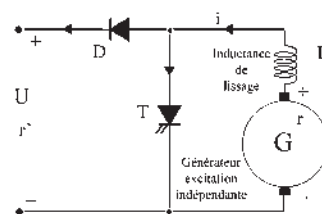


Figure 28.8



➤ **Fonctionnement de l'interrupteur T en commutation-hachage**

La génératrice étant court-circuitée, le temps  $t_f$  doit être petit pour que le courant instantané  $i$  reste acceptable. Une impulsion est envoyée sur la gâchette d'ouverture de T qui s'ouvre. Si la diode D ne se fermait pas, il y aurait une décroissance de  $i$  en un temps très court.

L'inductance  $L$  s'oppose à cette diminution,  $L di/dt < 0$ , en inversant spontanément sa polarité pour donner une tension dans le même sens que la f.é.m.  $E$  et la somme  $E - L \frac{di}{dt}$  devient supérieure à  $U$  ;  $E - L \frac{di}{dt} - U = ri$ .

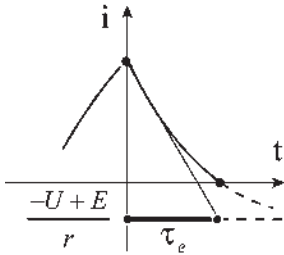


Figure 28.9

Cela provoque instantanément la fermeture de la diode D. Le courant décroît alors (figure 28.9) selon une exponentielle de sous-tangente  $\tau_e = L/r$  et d'asymptote  $\frac{-U + E}{r} < 0$ . La diode se bloquera dès que  $i = 0$  ou si l'on envoie une impulsion sur la gâchette de fermeture de T. Si on laisse la diode conduire pendant un temps  $t_0$  et si le cycle  $t_f + t_0 = T$  est reproduit en permanence, le courant instantané atteint une valeur limite  $i_m$  dépendant du rapport cyclique et oscillant entre  $i_{max}$  et  $i_{min}$ . Si la période de hachage  $T \ll \tau_e = \frac{L}{r}$ ,  $i_{max} \simeq i_{min} \simeq i_{moyen} = \frac{E}{r}$ . Le courant injecté dans la source est  $\frac{E T - t_f}{r T} \left[ u - r' \frac{E T - t_f}{r T} \right] < 0$ .

➤ **Fonctionnement générateur dans les deux sens de rotation**

Comme pour le moteur à excitation indépendante, il est possible, par inversion du courant d'excitation à l'arrêt (figure 28.10) de faire fonctionner la génératrice dans les deux sens de rotation.

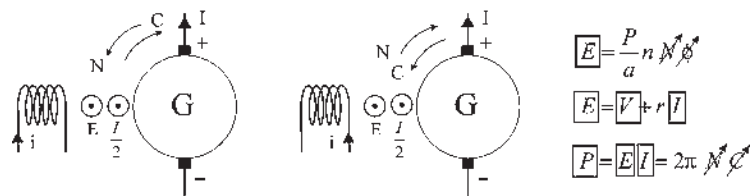


Figure 28.10

➤ **Fonctionnement quatre quadrants avec inversion de flux**

C'est un fonctionnement moteur et générateur dans les deux sens de rotation.

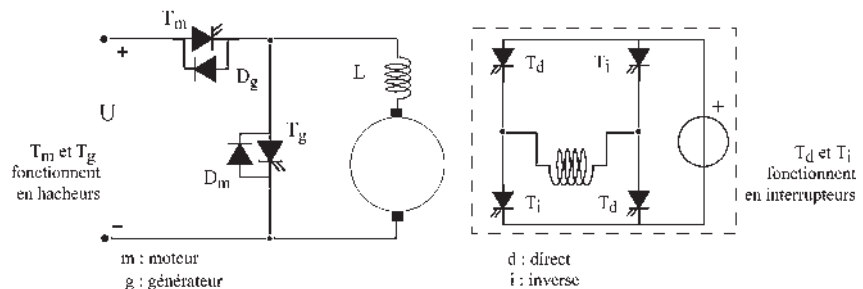


Figure 28.11

Ce montage à six thyristors et deux diodes (figure 28.11) n'est pas le préféré des industriels car l'inversion de flux peut occasionner, par inattention, un passage par  $\phi = 0$ , présentant un réel danger d'emballement.

➔ Réglage de la vitesse par l'excitation

Utilisé principalement quand on désire dépasser la vitesse nominale de rotation du moteur. On emploie alors successivement deux hacheurs (figure 28.12). Avec le hacheur d'induit, la vitesse passe de 0 à  $Nn$  à flux constant puis, avec le hacheur d'inducteur, on diminue le flux à tension d'induit constante pour obtenir la survitesse.

Fonctionnement moteur dans les deux sens avec survitesse (figure 28.13).

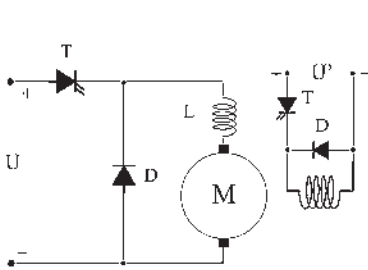


Figure 28.12

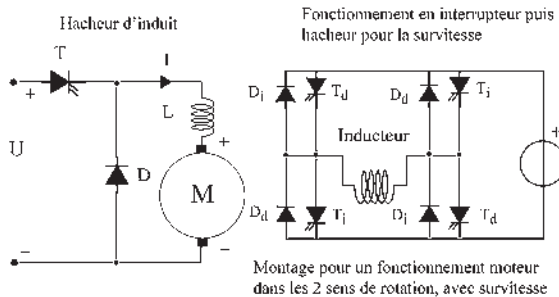


Figure 28.13

➔ Réversibilité moteur/générateur sans action sur le flux

Pour les machines à excitation indépendante (figure 28.14) la réversibilité moteur/générateur est du premier ordre sans discontinuité. Le couple et la puissance changent de signes avec le courant tandis que la vitesse et la polarité de l'induit ne changent pas. Il faut installer une réversibilité en courant. Le courant doit pouvoir circuler dans les deux sens, en entrant par le pôle + en moteur et en sortant par le même pôle + en générateur.



Figure 28.14

➔ Réversibilité en rotation, moteur/moteur, sans action sur le flux

La loi de Laplace  $d\vec{F} = I(d\vec{l} \wedge \vec{B})$  montre que si l'on ne change pas le flux, il faut changer le sens du courant pour changer le sens de rotation.

La loi de Faraday  $\vec{B}(d\vec{l} \wedge \vec{v})$  montre qu'alors le pôle + est en A ou en B.

Il faut installer une réversibilité en courant et en tension. Le courant doit pouvoir rentrer par le balai +, A ou B. Le pôle positif de la source doit pouvoir être connecté au balai +, A ou B (figure 28.15).

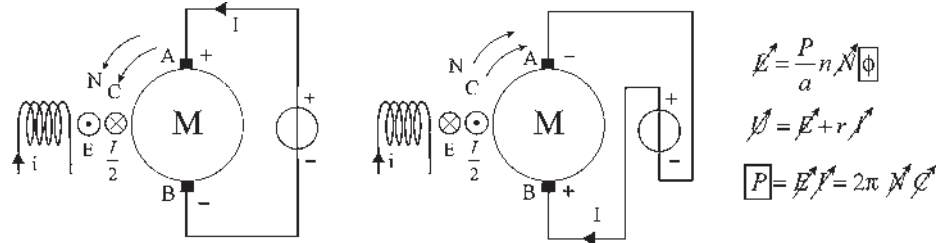


Figure 28.15

➤ **Fonctionnement quatre quadrants sans inversion de flux**

Ce montage à quatre interrupteurs T et quatre diodes D est le préféré des industriels, par exemple dans la machine-outil, en commande numérique, pour faire la chasse aux temps morts, entre deux opérations d'usinage, par des accélérations et des freinages très importants (figure 28.16).

Ordre de grandeur : 80 ms pour passer de 0 à 3 000 t/min.

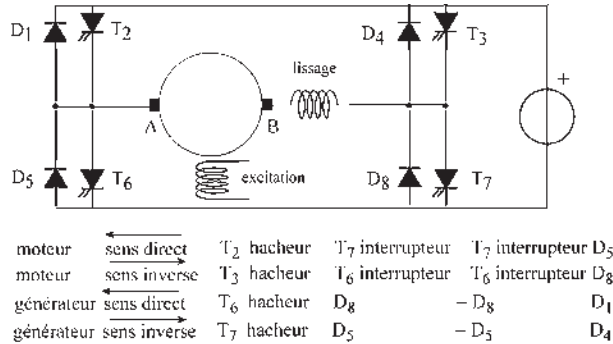


Figure 28.16

**b) Convertisseur alternatif/continu**

À partir d'une source alternative qui peut être monophasée ou triphasée, on cherche à obtenir une tension continue réglable à l'aide d'un convertisseur statique qui peut être, *a priori*, réalisé par un montage à diodes D, à interrupteurs T ou par un montage mixte.

Nous prendrons pour hypothèses :

- que la conduction est continue :  $I$  toujours  $> 0$  ;
- que la commutation est instantanée.

**Montages à diodes – redressement à double alternance**

Pour tous les montages à diodes, le fonctionnement est le même.

➤ **Montage à point milieu – redressement monophasé à simple alternance**

$v_1$  est la projection instantanée de  $\vec{V}_1$  sur l'axe de lecture (figure 28.17).

Dès que  $v_1$  est positif, D<sub>1</sub> conduit. Dès que  $v_2$  est positif, D<sub>2</sub> conduit alors que D<sub>1</sub> conduit toujours, le courant étant déphasé en AR par rapport à la tension à cause de la charge inductive. Instantanément, un courant de court-circuit en provenance de D<sub>2</sub> s'engouffre

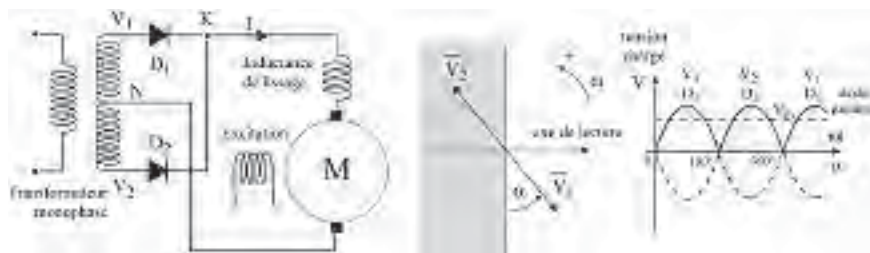


Figure 28.17

dans  $D_1$ . Le courant instantané dans  $D_1$  s'annule et la diode  $D_1$  se bloque en laissant  $D_2$  seule conduire. Le courant  $I$  est à sens unique. La tension aux bornes de l'induit est une tension continue redressée commutée de valeur moyenne  $V_{\text{moy}}$ .

$D_1$  conduit de  $\alpha = 0$  à  $\alpha = 180^\circ$ , l'origine des angles  $\alpha$  étant l'origine des tensions simples en monophasé.

➔ Montage à point milieu – redressement triphasé à simple alternance

En triphasé, pour  $\alpha = 30^\circ$  (figure 28.18) dès que  $v_1$  est supérieure à  $v_2$  et à  $v_3$ ,  $D_1$  conduit pendant  $120^\circ$ . Dès que  $v_2$  est supérieur à  $v_1$ ,  $D_2$  conduit et bloque  $D_1$  comme précédemment. L'angle  $\theta$  de conduction des diodes encore appelé espace de conduction est de  $120^\circ$  pour  $30^\circ < \alpha < 150^\circ$ . Dans les deux montages, le potentiel du point  $K$  par rapport au neutre est toujours le potentiel de la plus grande tension disponible au secondaire du transformateur.

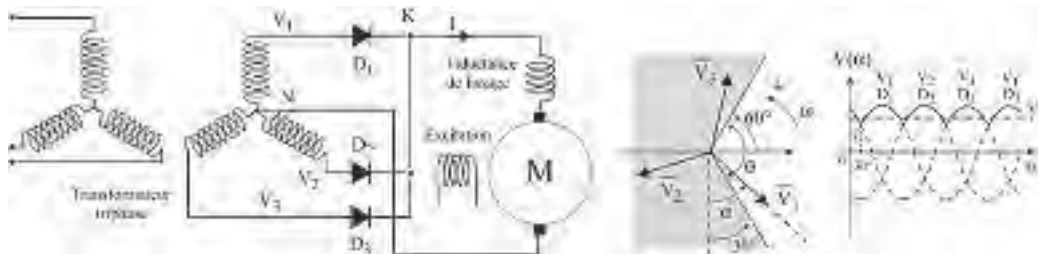


Figure 28.18

➔ Montage monophasé à double alternance (en pont de Wheatstone)

$D_1, D_3$ , comme  $D_2, D_4$ , sont en fonctionnements simultanés. Dès que  $v_1$  est positif,  $-v_2$  l'est aussi.  $D_1$  et  $D_3$  conduisent (figure 28.19).

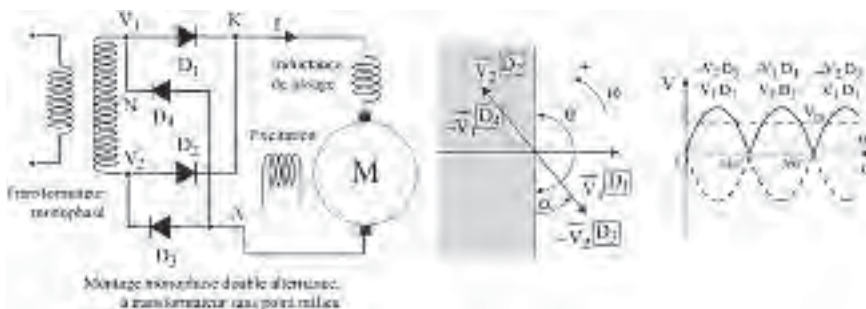


Figure 28.19

Dans la représentation de Fresnel, en associant les diodes passantes aux tensions positives, on peut *de visu* énoncer les conductions successives.

➔ **Montage triphasé à double alternance**

Dès que  $v_1$  est supérieur à  $v_2$  et à  $v_3$ ,  $D_1$  conduit et le retour se fait par la diode soumise à la tension négative la plus grande (figure 28.20). C'est  $-v_2$  avec  $D_5$  en conduction pendant  $60^\circ$  puis  $-v_3$  avec  $D_6$  en conduction pendant  $60^\circ$ .  $D_1$  conduit pendant  $120^\circ$  (figure 28.21). Chaque diode est associée à une tension simple. Les diodes ne conduisent que dans l'espace non hachuré de  $120^\circ$  et dans l'ordre  $(D_1D_5)$   $(D_1D_6)$   $(D_2D_6)$   $(D_2D_4)$   $(D_3D_4)$   $(D_3D_5)$ ...  $V_1, V_2, V_3$ , étant les tensions simples.

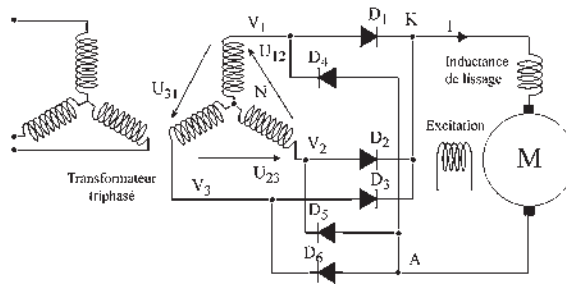
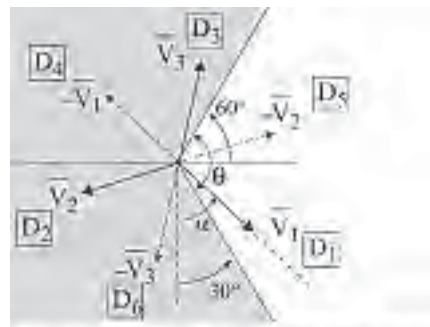
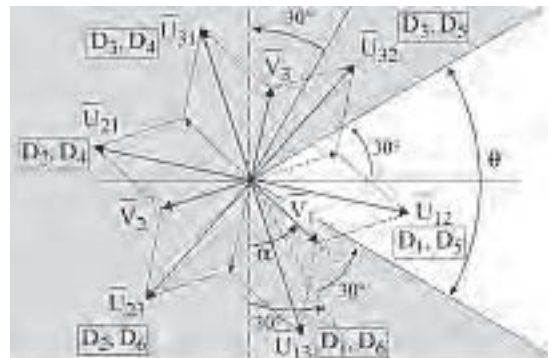


Figure 28.20



Conduction des diodes en triphasé tensions simples angle de conduction par diode  $\theta = 120^\circ$

Figure 28.21



Conduction des couples de diodes en triphasé tensions composées  $\theta = 60^\circ$

Figure 28.22

Chaque couple de diodes, associé à une tension composée,  $(D_1D_5)$ ,  $(D_1D_6)$ ,  $(D_2D_6)$ ... ne conduit que pendant  $60^\circ$  (figure 28.22).  $U_{12}$ ,  $U_{23}$ ,  $U_{31}$  les tensions composées, les tensions aux bornes de la charge sont dans l'ordre :

$$\begin{array}{lll}
 U_{12} = V_1 - V_2 & (D_1D_5) & U_{13} = V_1 - V_3 \quad (D_1D_6) \\
 U_{23} = V_2 - V_3 & (D_2D_6) & U_{21} = -U_{12} \quad (D_2D_4) \\
 U_{31} = U_{13} & (D_3D_4) & U_{32} = -U_{23} \quad (D_3D_5)
 \end{array}$$

À ces tensions, on peut associer les couples de diodes passantes. Chaque couple conduit pendant  $60^\circ$  (figure 28.23).

$\theta = 180^\circ$  par diode en monophasé.

$\theta = 120^\circ$  par diode en triphasé, tensions simples.

$\theta = 60^\circ$  par couple de diodes en triphasé, tensions composées.

Pour les montages, une structure, proposée par Graëtz en triphasé, est généralisable à un nombre de phases quelconque et l'emporte sur les schémas.

Les montages, présentés aux figures 28.24 et 28.25, étant les combinaisons de deux montages à simple alternance, le point *K* aura toujours le potentiel maximal positif et le point *A* le potentiel maximal négatif.

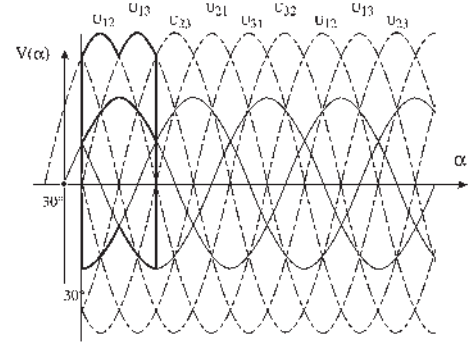


Figure 28.23

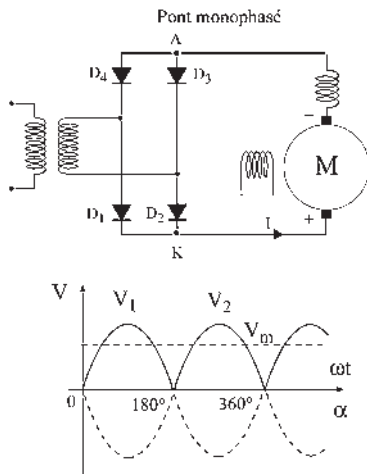


Figure 28.24

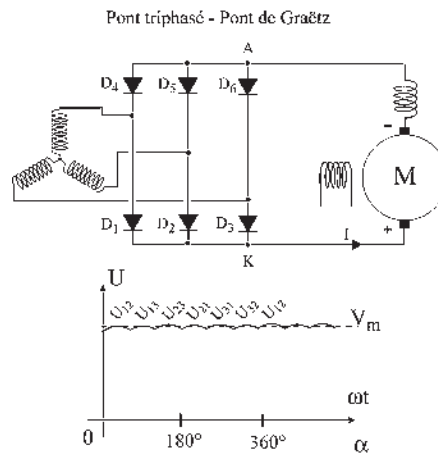


Figure 28.25

**Tous ces montages en ponts de diodes pour l'alimentation des moteurs :**

- Ne sont pas des variateurs de vitesse.
- Donnent un sens unique du courant dans l'induit.
- Donnent une tension moyenne non réglable.
- Ne permettent qu'un fonctionnement moteur dans un seul sens.
- N'ont pas de contrôle du courant au démarrage.
- Sont des alimentations à tension continue redressée commutée.
- Doivent obligatoirement disposer d'un dispositif de démarrage.

**En agissant sur l'excitation ils permettent :**

- Le fonctionnement moteur dans les deux sens par inversion du flux à l'arrêt.
- Une légère variation de vitesse par action sur le flux.

**Montages à thyristors**

Tous les montages précédents pourront être utilisés en remplaçant les diodes par des thyristors. L'amorçage du thyristor est commandé, c'est dire que l'on pourra introduire un retard à l'amorçage  $\theta_0$ .

Les impulsions d'amorçage ne peuvent intervenir au plus tôt que lors du passage de la tension du réseau par zéro qui est l'instant d'amorçage naturel pour le montage à diodes.

La tension étant sinusoïdale, de fréquence constante, on peut retarder l'amorçage d'un angle  $\theta_0$  variable entre 0 et  $180^\circ$  électrique, tant que la tension aux bornes est positive (figure 28.26).

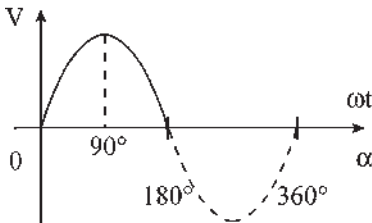


Figure 28.26

Le désamorçage du thyristor pourra être :

- naturel, en conduction discontinue, si le courant s'annule sous l'action des f.é.m. du réseau ;
- forcé, en conduction continue, sans arrêt du courant si suite à l'amorçage d'un autre thyristor, un courant contraire et plus important s'engouffre dans le thyristor, en annulant le courant instantané, somme des deux courants contraires ;
- commandé, en conduction continue, si par l'adjonction d'un circuit auxiliaire de commutation forcée on réalise l'équivalent d'un court-circuit entre deux phases.

➔ **Fonctionnement moteur avec des ponts à thyristors**

Pour un pont monophasé,  $T_{H1}$  et  $T_{H3}$  pourront être amorcés simultanément dès que la tension à leurs bornes sera positive (figure 28.27). Il est possible aussi d'introduire un retard à l'amorçage  $\theta_0$  avec  $0 < \theta_0 < 180^\circ$ .

Pour un retard à l'amorçage d'un angle  $\theta_0$  compris entre 0 et  $90^\circ$ , on obtiendra un réglage de la tension qui reste positive aux bornes du moteur.

Pour un pont triphasé, on obtient de même un réglage de la tension moyenne en fonction du retard  $\theta_0$  à l'amorçage (figure 28.28).

Le retard à l'amorçage  $\theta_0$  est réglable. Chaque couple de thyristors ne conduit que pendant  $60^\circ$ . Chaque thyristor conduit pendant  $120^\circ$  (figure 28.29).

**Tous les montages en ponts à thyristors avec  $0 < \theta_0 < 90^\circ$  pour l'alimentation des moteurs :**

- Donnent une tension moyenne réglable.
- Sont des variateurs de vitesse.
- Sont des alimentations à tension continue redressée commutée.
- Donnent un sens unique de courant dans l'induit.
- Ne permettent qu'un fonctionnement moteur et dans un seul sens.
- Contrôlent le courant par le pont au démarrage.
- N'ont pas besoin de dispositifs supplémentaires de démarrage.

**En agissant sur l'excitation ils permettent :**

- Le fonctionnement en moteur dans les deux sens par inversion du flux à l'arrêt.
- Le fonctionnement en survitesse par diminution du flux.

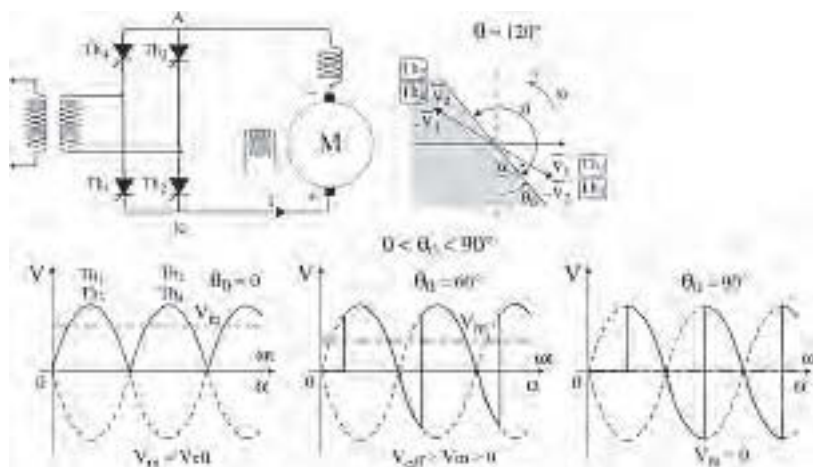


Figure 28.27

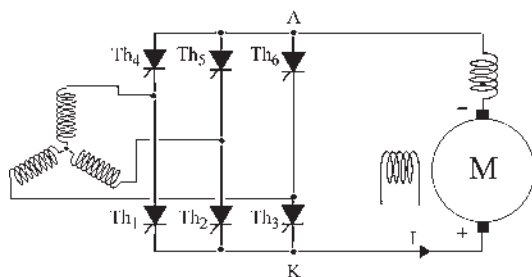


Figure 28.28

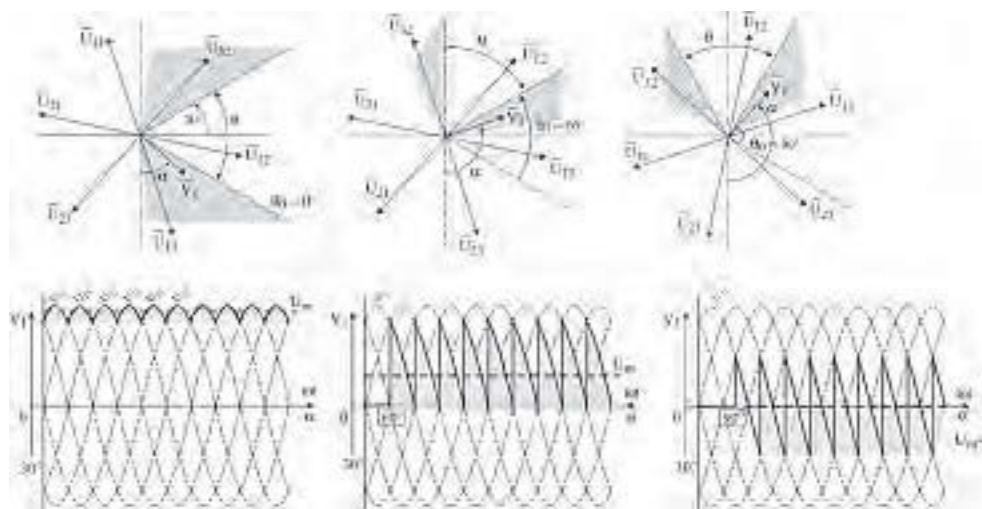


Figure 28.29



Démarrage du moteur

Il est possible de régler la vitesse tout en contrôlant le courant pendant le démarrage en réglant au départ  $\theta_0 = 90^\circ$ .

La vitesse de variation de  $\theta_0$  depuis  $\theta_0 = 90^\circ$  jusqu'à la valeur choisie permet de contrôler le courant tandis que la valeur finale de  $\theta_0$  permet le réglage de la vitesse par la tension d'induit.

➤ Fonctionnement générateur avec des ponts à thyristors

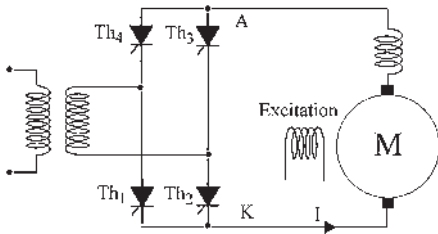


Figure 28.30

Pour un pont monophasé (figure 28.30),  $T_{H1}$  et  $T_{H3}$  pourront être amorcés simultanément tant que les tensions à leurs bornes seront positives. Ils conduiront pendant  $180^\circ$  jusqu'à l'amorçage de  $T_{H2}$  et  $T_{H4}$ .

Les figures 28.31 et 28.32 montrent le fonctionnement quand l'amorçage a lieu pour  $90^\circ < \theta_0 < 180^\circ$ .

La tension moyenne donnée par le convertisseur est négative et réglable de 0 à  $-V_{eff}$ . Pour un système polyphasé, simple alternance de  $m$  phases, on montre que la valeur moyenne du côté continu est proportionnelle à  $\cos \theta_0$ .

$$V_{moyen} = \frac{m}{\pi} \sin \frac{m}{\pi} V_{max} \cos \theta_0$$

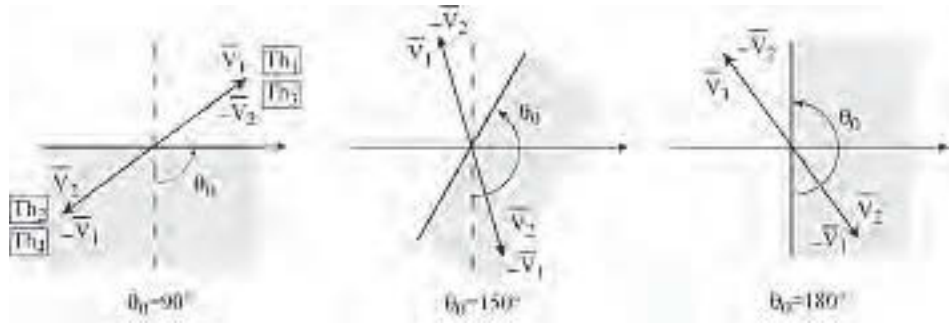


Figure 28.31

$90^\circ < \theta_0 < 180^\circ$

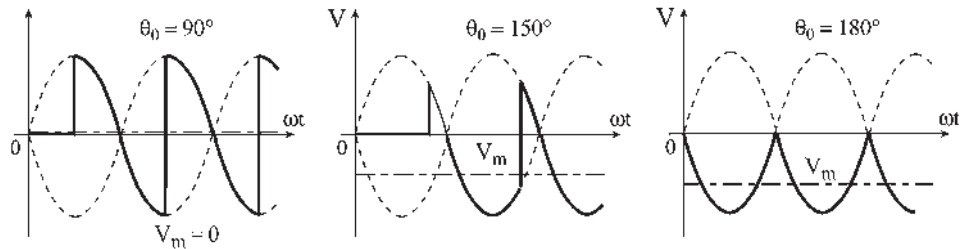


Figure 28.32

Pour un pont triphasé  $U_m < 0$  se réglera aussi avec  $\theta_0$  (figure 28.33).

Pour  $180^\circ$  si  $T_{H1}$  et  $T_{H5}$  conduisent (figure 28.34) la tension  $U_{12}$  est aux bornes de la charge.

On pourra fermer  $T_{H6}$  quand  $V_3 - V_2 > 0$ .

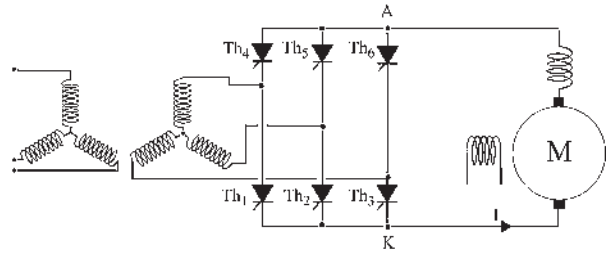


Figure 28.33

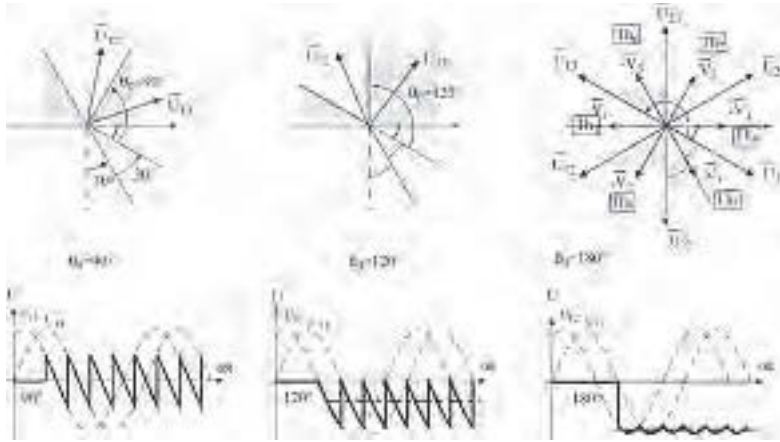


Figure 28.34

Pour un pont monophasé comme pour un pont triphasé pour  $90^\circ < \theta_0 < 180^\circ$  la tension moyenne donnée par le convertisseur est négative et réglable.

Sans changer le sens du courant induit, le fonctionnement du convertisseur statique peut convenir si la machine fonctionne en générateur (figure 28.35) :

- pour le même sens de rotation qu'en moteur mais en inversant le flux ;
- ou bien pour le même sens de flux en inversant le sens de rotation.

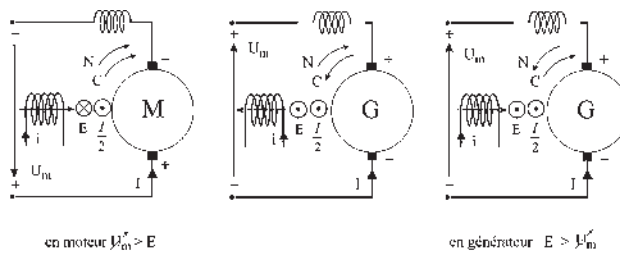
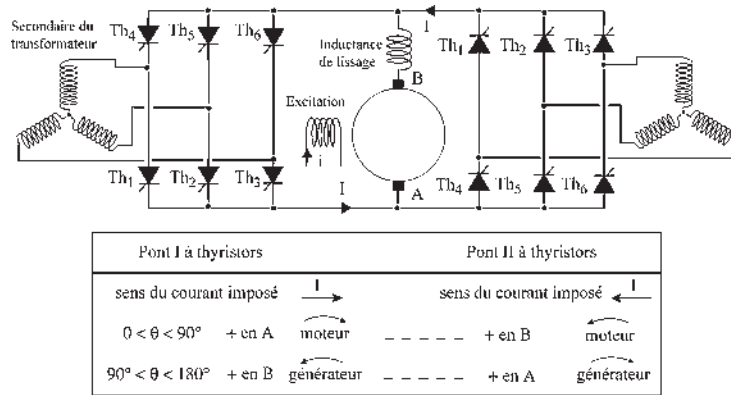


Figure 28.35

➔ **Fonctionnement quatre quadrants sans inversion de flux**

Fonctionnement moteur/générateur (figure 28.36) dans les deux sens.



Fonctionnement moteur - générateur dans les 2 sens, à vitesse variable

Figure 28.36

**Ponts mixtes – ponts semi-commandés**

Avec un pont mixte, les espaces de conduction des thyristors et des diodes ne coïncident plus. L'amorçage des thyristors peut être retardé d'un angle  $\theta_0$ , tandis que celui des diodes est imposé par le montage.

Pour un montage monophasé (figure 28.37) les espaces de conduction de  $180^\circ$  sont fixes pour les diodes, positionnés par  $\theta_0$  pour les thyristors (figure 28.38).

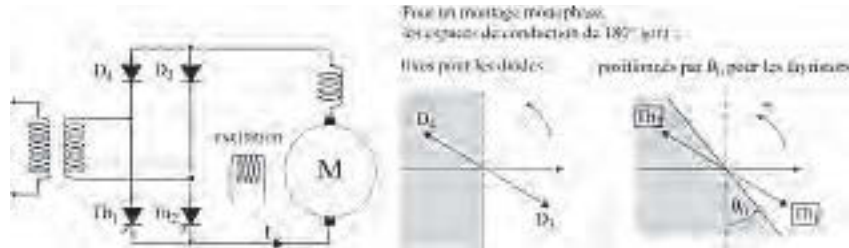


Figure 28.37

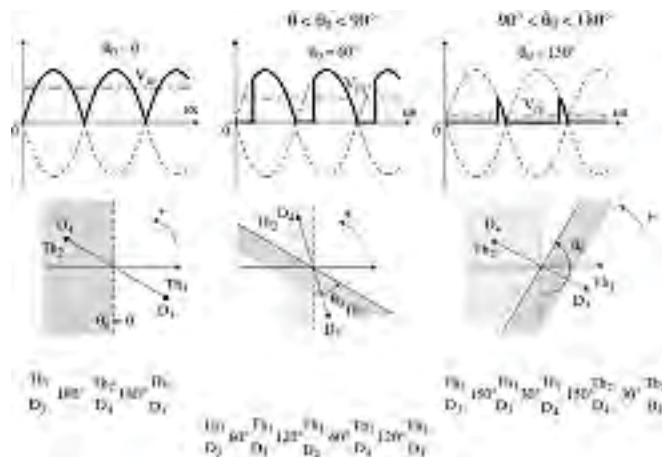


Figure 28.38

Pour un montage triphasé (figure 28.39) les espaces de conduction de  $120^\circ$  sont fixes pour les diodes, positionnés par  $\theta_0$  pour les thyristors (figure 28.40).

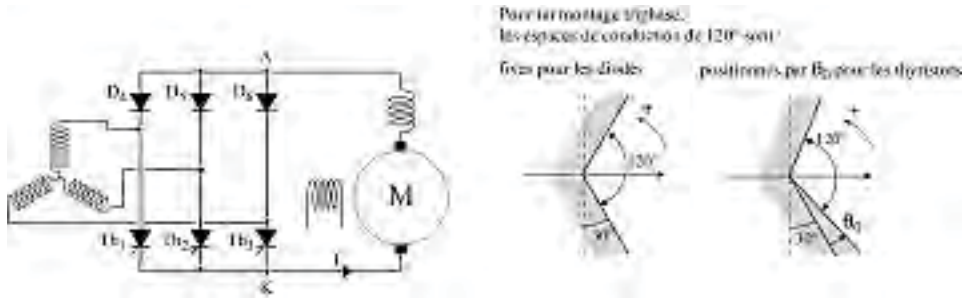


Figure 28.39

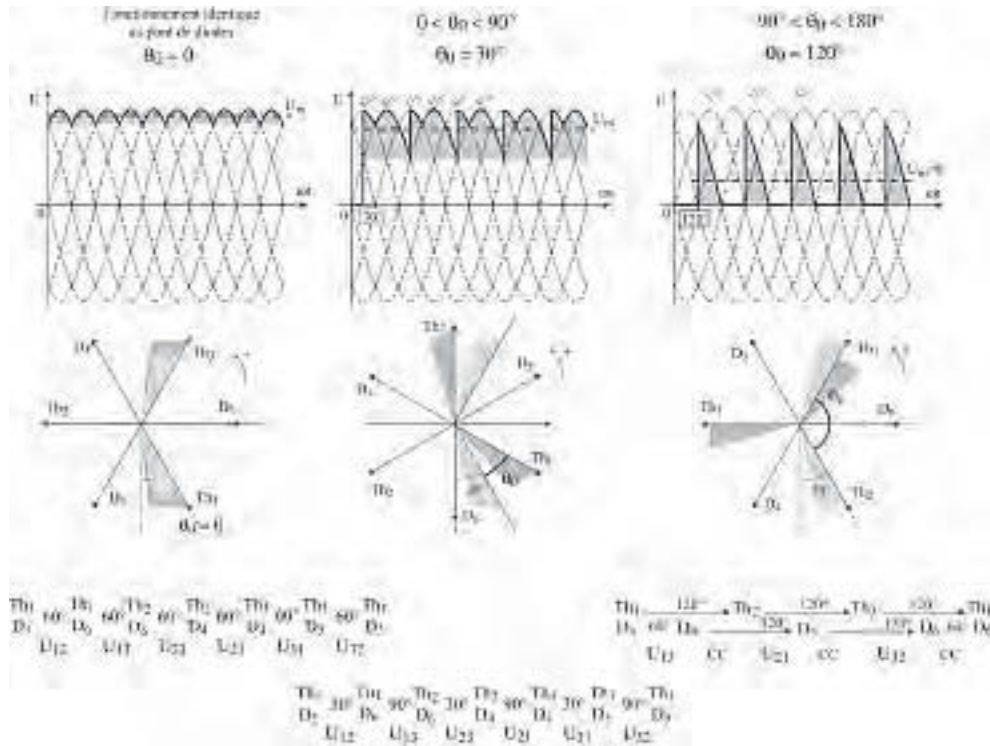


Figure 28.40

**Les montages en ponts semi commandés pour l'alimentation des moteurs :**

- Donnent une tension moyenne réglable.
- Sont des variateurs de vitesse.
- Sont des alimentations à tension continue redressée commutée.
- Donnent un sens unique de courant dans l'induit.
- Ne permettent de fonctionner qu'en moteur et dans un seul sens.
- N'ont pas besoin de dispositifs supplémentaires de démarrage.
- Contrôlent, par le pont, le courant au démarrage.

**En agissant sur l'excitation ils permettent :**

- Le fonctionnement en moteur dans les deux sens par inversion du flux à l'arrêt.
- Le fonctionnement en survitesse par diminution du flux.

À cause des diodes, il ne peut y avoir de fonctionnement en onduleur.

Utilisation dans les machines outils (figure 28.41) quand la récupération n'est pas nécessaire.

Fonctionnement moteur dans les deux sens avec deux ponts semi-commandés sans inversion du flux.

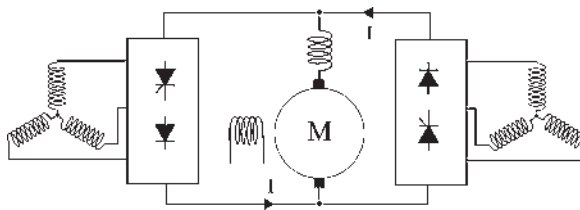


Figure 28.41

### 28.3.2 Moteur à excitation série

Très apprécié comme engin de levage pour son couple élevé au démarrage, il est avant tout indissociable de la traction ferroviaire où il a permis les deux premiers records du monde de vitesse sur rail : 243 km/h le 21 février 1954 à Dijon avec la CC 7121 et 331 km/h le 29 mars 1955 dans les Landes avec la BB 9004, deux locomotives de série, la 21<sup>e</sup> et la 4<sup>e</sup>, dotées de moteurs série alimentés en 1 500 V continu avec rhéostat de démarrage.

Auto-régulateur de puissance, il dispose d'une adaptabilité naturelle pour suivre un parcours sans intervention humaine en ralentissant spontanément en côte pour offrir un couple supérieur. Les exemples qui suivent seront pris en traction ferroviaire.

**a) Conversion continu-continu. Hacheurs**

**Hacheur série et hacheur dévolteur**

Variation de vitesse en fonctionnement moteur dans un sens de rotation par variation de tension induit (figure 28.42). En 1970, plusieurs interrupteurs T et plusieurs diodes de roue libre étaient placés en série pour tenir la tension de 1 500 V continue, pas toujours avec succès.

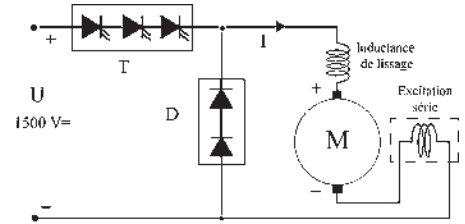


Figure 28.42

➔ **Fonctionnement moteur dans les deux sens de rotation**

Sans changer le sens du courant induit (figure 28.43), il faut inverser le flux pour obtenir un fonctionnement moteur dans les deux sens de rotation. L'inverseur d'inducteur ou inverseur du sens de rotation à l'arrêt (figure 28.44) sera composé :

- de contacteurs pneumatiques sur les locomotives ;
- d'interrupteurs électroniques sur les robots où les inversions sont rapides et fréquentes.

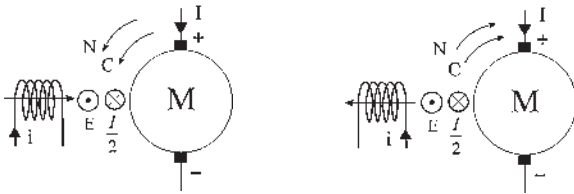


Figure 28.43

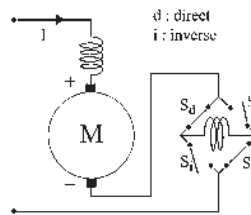


Figure 28.44

**Hacheur parallèle ou hacheur survolteur**

Lorsque la machine fonctionne en générateur (figure 28.45) la récupération énergétique est envisageable si le réseau continu d'alimentation est réversible.

En traction ferroviaire, il est inutile d'avoir une machine réversible pour fonctionner sur un réseau 1 500 V continu dont les sous-stations, situées tous les 20 km et constituées de redresseurs, ne sont pas réversibles.

Par contre, le freinage par récupération est possible si la sous-station est constituée de commutatrices réversibles ou de convertisseurs réversibles alternatif/continu.

➔ **Fonctionnement générateur dans les deux sens de rotation**

Comme pour le moteur, l'inversion du sens de rotation, à l'arrêt, permettra un fonctionnement dans les deux sens de rotation sans changer le courant induit.

$$E = \frac{p}{a} n N \Phi \quad E = V + rI \quad P = EI = 2\pi N C$$

➔ **Réversibilité moteur/générateur**

Dans une machine à excitation série, la réversibilité moteur/générateur est du second ordre. C'est dire que l'inversion du courant, inversant aussi le flux,  $\Phi = kI$ , ne change pas le sens du couple  $C = k\Phi I$  et qu'en conséquence, la réversibilité s'obtient par des sens de rotation opposés en moteur et en générateur  $P = 2\pi N C$ .

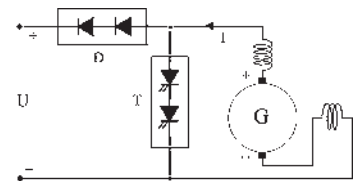


Figure 28.45

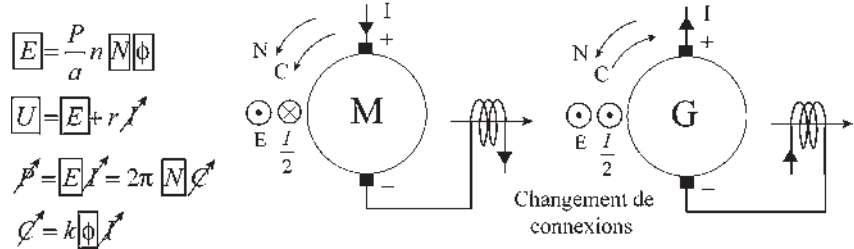


Figure 28.46

Si l'on désire avoir une réversibilité moteur/générateur dans le même sens de rotation, sans toucher à l'inverseur du sens de rotation (figure 28.46), il faut une inversion simultanée du courant et de la connexion entre l'inducteur et l'induit pour que le flux reste invariant.

➤ **Fonctionnement moteur/générateur dans les deux sens**

Montage pour machine réversible sur réseau réversible.

Inversion des connexions, inversion du sens du courant machine sans changer le sens du flux (figure 28.47) et passage automatique à partir de l'information donnée par les détecteurs.

$T_f$  : interrupteur de freinage.

$T_t$  : interrupteur de traction.

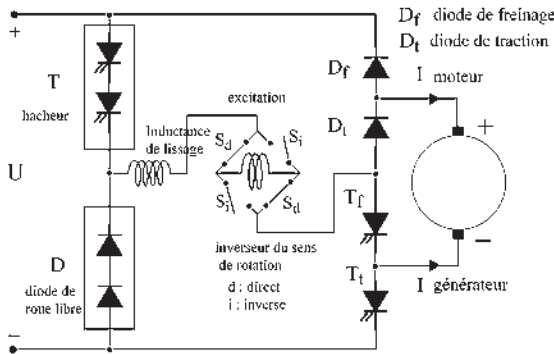


Figure 28.47

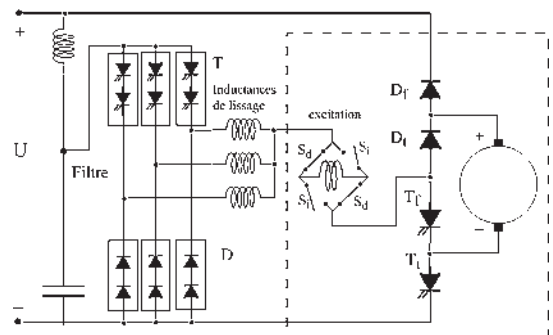


Figure 28.48

➤ **Fréquence de hachage – entrelaçage**

Ensemble précédent inverseur de rotation, inverseur de courant induct et machine.

La présence d'un filtre est indispensable dans la locomotive. La ligne étant inductive, à chaque « lâcher » du pantographe la tension augmente.

Avec la fréquence normale de hachage des semi-conducteurs de puissance, le filtre est important et lourd. Pour réduire l'importance du filtre, on augmente artificiellement la fréquence de hachage par l'entrelacement des hacheurs (figure 28.48). Dans le Z2N, train tri-couleur de la banlieue parisienne, des groupes de thyristors en parallèle permettent d'atteindre le 600 Hz. Dans la BB 7200 représentée sur la figure, la fréquence de hachage est de l'ordre de 1 000 Hz.

Cette solution est aussi envisageable pour augmenter le courant moteur.

En traction ferroviaire, le poids n'est pas l'ennemi, au contraire, mais on arrive vite aux limites maximales : 22 tonnes par essieu pour les trains les moins rapides, 18 tonnes par essieu pour les rapides et 17 tonnes par essieu pour les TGV.

Par exemple, le Z2N ne doit pas dépasser 72 tonnes par véhicule, 2 bogies par véhicule et 2 essieux par bogie.

### ➔ Réglage de l'excitation

Shuntage de l'inducteur (figure 28.49). Quand T ne conduit pas,  $T_S$  ne peut pas conduire.

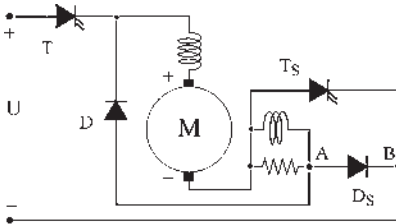


Figure 28.49

Quand T conduit on peut se servir de  $T_S$ , avec retard ou pas, et régler la variation de vitesse par le rapport cyclique  $R = \frac{t_f}{T}$  tout en contrôlant le courant.

Quand T conduit, on peut faire conduire  $T_S$  quand on veut. Dès que T s'ouvre,  $T_S$  s'ouvre. Cette automaticité est due à la diode  $D_S$  et au point A de raccordement. Si le raccord était en B, il n'y aurait pas d'automaticité d'ouverture de  $T_S$ .

Réglage de la vitesse au-delà de la vitesse nominale.

### ➔ Freinage avec récupération – freinage rhéostatique

Le freinage avec récupération n'est envisageable que si la machine embarquée est réversible et si le réseau d'alimentation l'est aussi jusqu'à la source énergétique. Même dans ce cas, comme il peut y avoir rupture de caténaire ou de pantographe, tous les autres dispositifs de freinage sont installés.

#### Freinage rhéostatique

La génératrice est montée en excitation indépendante (figure 28.50).

L'alimentation de l'inducteur est assurée par la tension continue d'alimentation ou par la tension de la batterie de secours.

La résistance de charge de la génératrice varie de  $R$  à zéro en fonction du rapport cyclique  $R = \frac{t_f}{T}$ .

## Vous avez dit électrotechnique ?

### Le tramway

Inventé en 1775 par Oustram John, il ne fut réalisé pour la première fois qu'en 1832 à New York. À ses débuts, la traction était à cheval, quelquefois à vapeur... Le rail présentait l'avantage d'offrir un frottement minimal mais était gênant par sa protubérance en centre ville.

L'encastrement des voies est dû à un Français en 1852, Émile Loubat, avec une réalisation à New York sur la 6<sup>e</sup> avenue et à Paris, entre Concorde et Saint-Cloud.

Le tramway électrique a été inventé aux États-Unis par Francis Sprague en 1888 avec la réalisation du premier pantographe utilisable.

En 1900, toute ville importante des États-Unis ou d'Europe dispose d'un tramway. En 1960, il a pratiquement disparu des États-Unis et reste en place en Europe Centrale. En France à part Lille, Saint-Etienne et Marseille, toutes les villes se sont débarrassées de leur tramway dans les années 1956-60 au profit de l'autobus.

Depuis la loi Cavaillé en 1974, il réapparaît avec un nouveau look.

750 V continu, 2 000 t/min, 150 kW, rotor feuilleté. Nantes (1985), Rouen, Strasbourg, Grenoble, Orléans (2000), Nancy, Bordeaux en 2003 où la recherche de la caténaire dissimulée, avec alimentation électrique par petits cantons au seul passage du tramway, pose quelques problèmes. À Paris, en 2006, le tramway effectuera son retour sur les boulevards des Maréchaux entre le pont de Garigliano et la porte de Charenton, en remplacement de la ligne d'autobus PC1. Avec un tramway toutes les deux minutes, l'offre de transport sera de 10 000 voyageurs par heure.



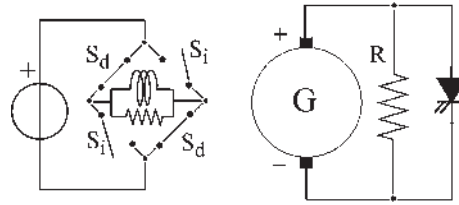


Figure 28.50

➔ **Freinage pneumatique – freins à disques**

Le TGV NG (nouvelle génération) est équipé d'un frein linéaire, à courants de Foucault dans le rail, inducteur alimenté par le courant fourni par le freinage rhéostatique, installé uniquement sur les bogies de la motrice et placé à 7 mm du rail servant de secondaire.

➔ **Locomotive à courant continu BB 7200**

5 700 kW, 180 km/h,  $I_{\text{démarrage}} = 2\,600\text{ A}$ ,  $I_{\text{nominal}} \approx 2\,000\text{ A}$

- Locomotive non réversible en courant, pour réseau non réversible.
- Fonctionnement moteur dans les deux sens. Pas de récupération.
- Réglage de la vitesse par hacheurs dévolteurs puis shuntage des inducteurs.
- Freinage rhéostatique, pneumatique et mécanique.
- Sur la motrice, deux moteurs série, en série par boggie. Deux boggies.

Au total, quatre moteurs de 1 425 kW chacun. Commande unique.

Schéma de principe (figure 28.51) auquel il faudra ajouter les régulations, de courant, de  $\frac{dI}{dt}$ , de vitesse...

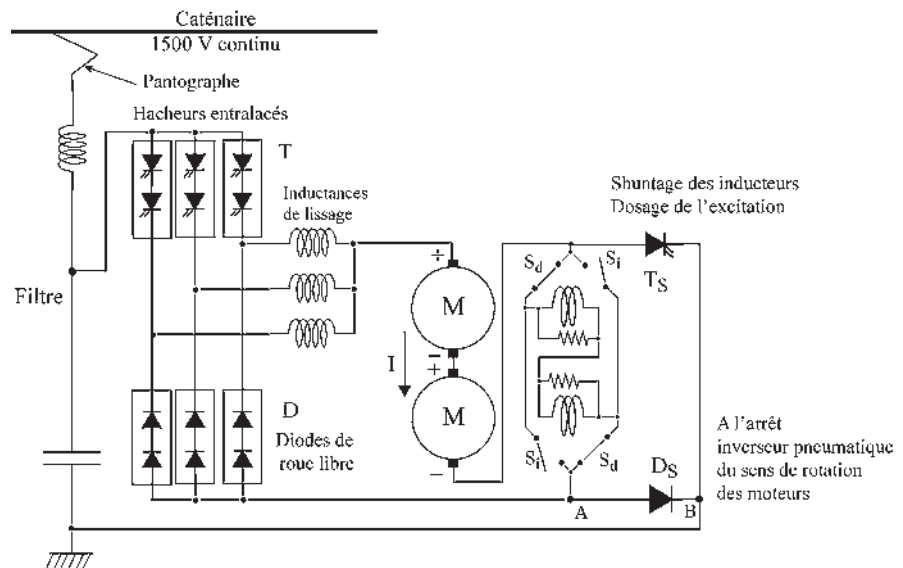


Figure 28.51

Même conception pour l'automotrice BBZ2N à 2 niveaux.

1 500 V continu, 1 500 kW/motrice, 3 000 kW/train, 140 km/h.

**b) Conversion alternatif-continu**

➔ **Locomotive bi-courant non réversible BB 22 200**

5 700 kW,  $I_{\text{démarrage}} = 2\,600\text{ A}$ , 180 km/h.

Extension de la BB 7200 :

- Bi-courant, continu 1 500 V, alternatif 50 Hz, 25 kV.
- Locomotive non réversible en courant.
- Pont redresseur non réversible à diodes, la BB 7200 n'étant pas réversible (figure 28.52.).
- Contrôle du courant par le hacheur de la BB 7200.

Même conception pour la Z2N bi-courant.

➔ **Locomotive monophasée réversible BB 15 000**

4 400 kW, 180 km/h, 50 kHz, 25 kV.

Locomotive réversible en courant pour réseau réversible. Machines à courant continu. Fonctionne en moteur/générateur dans les deux sens de rotation (figure 28.53). Deux ponts de thyristors. Réglage de la vitesse, contrôle du courant et récupération par réglage de l'angle  $\theta_0$  d'amorçage.

Freinage rhéostatique en cas de manque de tension à la caténaire.

Frein pneumatique et frein mécanique.

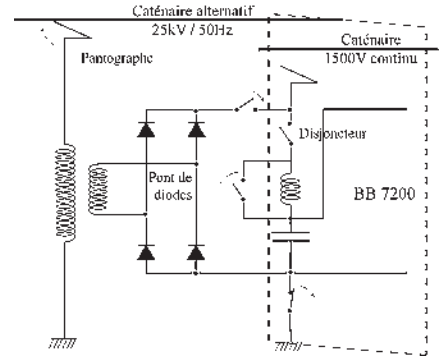


Figure 28.52

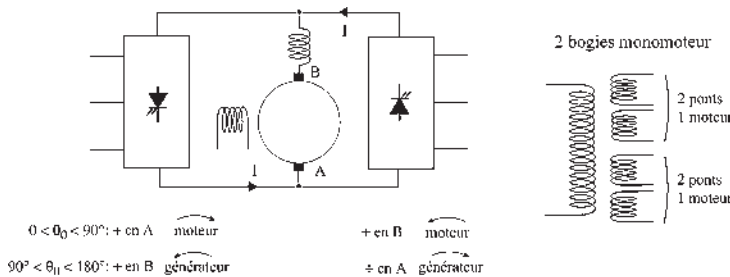


Figure 28.53

# Pour en savoir plus...

## RECHERCHES ET ESSAIS EN TRACTION FERROVIAIRE ÉLECTRIQUE

Mis à part le tramway et les métropolitains pour lesquels la traction électrique en 750 V continu a succédé à la traction animale et est conservée de nos jours, l'électrification des chemins de fer ne s'est développée que lentement, d'abord par la compagnie Paris-Orléans et par le réseau du Midi qui pouvait disposer d'abondantes ressources hydroélectriques, puis par le réseau de l'Ouest avec la gare Saint-Lazare devenue réseau de l'État suite à des déficits répétés. L'électrification en continu de la ligne Paris-Bordeaux en 1939 coïncidait avec la nationalisation des chemins de fer français. Après guerre, c'est sous l'impulsion du directeur général de la SNCF, Louis Armand, qu'en 1950 l'entreprise revoit ses orientations par l'électrification en alternatif et par le lancement de locomotives laboratoires testant différents équipements électriques.

**CC7100** 1949-1955. Une des plus performantes et des plus fiables.  
1,5 kV continu avec rhéostat de démarrage.

CC7121 243 km/h, le 21 février 1954 à Dijon.

CC7107 321 km/h, le 28 mars 1955 dans les Landes.

**BB9000** 1950-1957. Continu, 1 500 V. Rhéostat de démarrage.

BB9004 331 km/h, le 29 mars 1955 dans les Landes.

1950. Choix du monophasé 25 kV 50 Hz pour de nouvelles électrifications.

2 juillet 1954 Première ligne monophasée Valenciennes-Mohon-Lumes

**CC25000** 1953-1958. 25 kV, 50 Hz. Moteur série. Alternatif direct. Moins performant que le moteur série continu.

**BB12000** 1954-1961. 25 kV, 50 Hz. Redresseur à vapeur de mercure. Moteur série continu.

Mise en place des TEE, Trans Europe Express, électriques ou diesels.

**CC14000** 1957-1960. 25 kV, 50 Hz. Convertisseurs électromécaniques tournants, de deux types, pour alimentation d'un moteur asynchrone en fréquence variable :

- groupe mono-triphasé réglable, moteur asynchrone,
- commutatrice, moteur continu réglable, alternateur, moteur asynchrone.

**CC40100** 1964-1970. Trois types d'alimentations possibles pour les TEE Trans Europe Express. 3 kV et 1,5 kV continus. 25 kV, 50 Hz.

**BB8500** 1964-1974. 1 500 V continu avec rhéostat de démarrage.

**BB9200** 1967-1970. 1 500 V continu avec Rhd. Capitole, 200 km/h.

**BB25150** 1967-1977. Bicourant. 1 500 V continu et 25 kV, 50 Hz. Moteur série continu avec hacheur. Performances identiques.

**CC6500** 1970-1984. Capitole. 1 500 V continu. Moteur série avec hacheur.  
Mistral. 25 kV, 50 Hz. Transformateur, redresseur, hacheur, moteur série continu.

L'idée de TGV nécessitant une voie spéciale et des trains spécialisés remonte à 1962. Idée confirmée par les résultats obtenus par le *Shinkansen* japonais sur la ligne du Tokaïdo entre Tokio et Osaka : premier train mondial à grande vitesse avec 200 km/h dès 1965.

**TGV001** 1970. Projet de ligne Paris-Lyon, 512 km, mais 420 km en « oubliant » Dijon. Locomotive à turbine à gaz pour les grandes vitesses, électrique au démarrage, 318 km/h en 1972.

1973. Crise du pétrole. Abandon des turbines à gaz et des réacteurs au profit de la traction électrique pour les TGV.

**BB15000** 1971-1978. 25 kV, 50 Hz. Deux ponts à thyristors. Quatre quadrants. Moteur série continu.

**BB7200** 1976-1985. 1500V. Hacheurs entrelacés. Moteur série continu.

**BB22200** 1976-1985. Bicourant. 1 500 V continu. 25 kV, 50 Hz. Transformateur. Pont redresseur et équipement de la BB 7200.

**TGV PSE** 1978-1985. 25 kV, 50 Hz. Transformateur. Redresseur. Hacheurs. Thyristors entrelacés. Machine série continue. Six bogies moteurs. Douze moteurs série de 1 515 kg chacun. 6 450 kW emportant 386 voyageurs à 270 km/h, représentant une consommation de 2 l d'essence /100 km/voyageur. Ligne Paris-Lyon. Rayon de courbure 4 000m .

382 km/h, le 28 février 1981.

**BB10000** 1982-1983. Prototype moteur synchrone autopiloté.

**BB26000** 1987. Série de locomotives à moteurs synchrones autopilotés. Bicourant 25 kV, 50 Hz. Transformateur redresseur, ou 3 kV continu. Hacheur. Onduleur. Moteur synchrone.

**BB Z2N** 1988. Automotrices à 2 niveaux réalisées en 2 versions. Version à courant continu : 1,5 kV continu. Hacheur. Moteur série continu. Version bicourant : 1,5 kV continu et 25 kV, 50 Hz en ajoutant transformateur et redresseur. Train remarquable par ses capacités de transport. TER ou trains de banlieue. Plus de 720 places pour un train composé seulement de cinq voitures et pesant 265 tonnes.

**ICE allemand** 1988. Moteur asynchrone triphasé autopiloté à GTO.

406,9 km/h, le 1<sup>er</sup> mai 1988.

**TGV Atlantique** 1988-1992. Moteurs synchrones triphasés autopilotés. 8 800 kW. Vitesse commerciale 300 km/h. Thyristors. 25 kV, 50 Hz. Transformateur. Redresseur. Source de courant. Commutateur triphasé. Huit moteurs.

513,3 km/h le 18 mai 1990.

**TGV Nord** 1994. Moteurs asynchrones d'induction triphasés autopilotés.

Eurostar. 12 200 kW. Vitesse commerciale 300 km/h. 25 kV, 50 Hz. Transformateur. Redresseur. Source de tension. Onduleur triphasé à GTO. Douze moteurs.

**Maglev** 1999. Japon. Sustentation magnétique.

552 km/h, le 14 avril 1999.

### Les projets futurs sont au plan Européen

#### TGV NG Nouvelle génération

Doit fonctionner sous les quatre systèmes d'alimentation des caténaires en Europe :

France	SNCF	1,5 kV continu et 25 kV 50 Hz.
Suisse	CFF	15 kV. 16+2/3 Hz.
Allemagne	DB/DR	15 kV. 16+2/3 Hz.
Danemark	DSB	1,5 kV continu et 25 kV, 50 Hz.
Italie	FS	3 kV continu.
Hollande	NS	1,5 kV continu.
Espagne	RENFE	3 kV continu.
Belgique	SNCB	3 kV continu.

#### Les puissances de traction et les vitesses retenues par les quatre réseaux sont :

12 000 kW à 350 km/h	sous caténaire	25 kV, 50 Hz.
7 200 kW à 300 km/h	sous caténaire	15 kV 16+2/3 Hz.
5 400 kW à 250 km/h	sous caténaire	3 000 V continu.
4 800 kW à 220 km/h	sous caténaire	1 500 V continu.

#### Moteurs asynchrones d'induction triphasés autopilotés

Douze moteurs de 1 000 kW chacun, répartis en six bogies de deux moteurs.

Contrôle individuel de chaque moteur par un onduleur de tension à T<sub>H</sub>GTO.

Douze ponts monophasés à commutation forcée fonctionnant en hacheur sous caténaire continu.

Existence d'un réseau de tension intermédiaire de 2 800 V continu (Bus commun) sur lequel sont branchés les onduleurs de traction.

Respect du 17 tonnes par essieu.

Objectifs : poids du transformateur 7 400 kg au lieu du 10 t actuel, moteur 1 000 kg pour 1 000 kW soit 1 kW/kg et non 1,3 kg/kW actuel.

Freins à courants de Foucault, énergie dissipée dans le rail, hors du train.

« S'il survit au XX<sup>e</sup> siècle, le chemin de fer sera le moyen de transport du XXI<sup>e</sup> siècle. » Cette phrase prophétique de Louis Armand est confirmée petit à petit par l'échec de l'avion de proximité et par la mise en place du « métro » des capitales et des grandes cités européennes.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### *Machine à courant continu et variation de vitesse*

La machine à courant continu a toujours trouvé sa place dans la variation de vitesse. Initialement en électromécanique avec les rhéostats de champ permettant de faire varier le flux et avec le contrôle rhéostatique permettant de faire varier la tension, à l'exemple du groupe Ward-

$$\text{Léonard : } N = \frac{V - rI}{\frac{P}{a}n\phi}$$

Avec l'apparition des semi-conducteurs de puissance, les variateurs électroniques permettent le fonctionnement des machines à courant continu à vitesse variable, soit à partir de sources alternatives avec les redresseurs, soit à partir de sources continues avec les hacheurs.

## FICHE MÉMO

### *Hacheur quatre quadrants...*

Convertisseur continu-continu permettant la variation de vitesse en moteur dans les deux sens de rotation et autorisant les phases de récupération d'énergie en fonctionnement génératrice dans les deux sens de rotation.

### *Montage en pont de diodes*

Convertisseur alternatif-continu

Caractéristiques :

- tension moyenne non réglable ;
- variation de vitesse impossible ;
- fonctionnement moteur dans un seul sens.

### *Montage en pont de thyristors*

Convertisseur alternatif-continu

Caractéristiques :

- tension moyenne réglable

$$U_{\text{cmoyen}} = \frac{m}{\pi} \sin\left(\frac{m}{\pi}\right) V_{\text{max}} \cos \theta_0 ;$$

- variation de vitesse possible ;
- fonctionnement moteur pour  $0 < \theta_0 < 90^\circ$  ;
- fonctionnement générateur pour  $90^\circ < \theta_0 < 180^\circ$ .

### *Montage en pont semi-commandé*

Convertisseur alternatif-continu

Caractéristiques :

- tension moyenne réglable ;
- variation de vitesse possible ;
- fonctionnement uniquement en moteur.

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

*Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage*

- 28.1 Dans une alimentation d'un moteur à courant continu à excitation indépendante par un convertisseur statique continu-continu de type hacheur série, y a-t-il besoin d'un rhéostat de démarrage ?
- 28.2 À quoi sert l'inductance de lissage associée à un hacheur série ?
- 28.3 Peut-on avec une machine à excitation indépendante, sans agir sur le flux, réaliser un fonctionnement réversible moteur-générateur dans le même sens de rotation ?
- 28.4 L'alimentation d'un moteur à courant continu à excitation indépendante par un convertisseur statique alternatif-continu est formée par un seul pont de diodes à double alternance. Permet-elle une variation de vitesse du moteur ? Doit-on prévoir un rhéostat de démarrage ?
- 28.5 L'alimentation d'une machine à courant continu à excitation indépendante par convertisseur statique alternatif-continu est formée par un seul pont de thyristors à double alternance. Pour un retard à l'amorçage  $\theta_0$ , tel que  $0 < \theta_0 < 90^\circ$ , permet-elle une variation de vitesse en moteur ? Dans les deux sens ?

- 28.6 Avec l'alimentation de la question 28.5, doit-on prévoir un rhéostat de démarrage ? Quel angle  $\theta_0$  doit-on adopter au démarrage ?
- 28.7 Avec l'alimentation de la question 28.5, que se passe-t-il si l'on règle  $90^\circ < \theta_0 < 180^\circ$  sans toucher à l'excitation ?
- 28.8 Que proposez-vous pour permettre un fonctionnement réversible moteur-générateur sans changer le sens de rotation ni le sens du flux ?

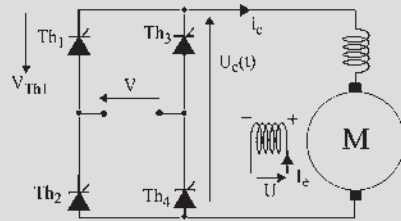


Figure 28.54

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 28.1 Deux moteurs courant continu type shunt sont construits pour supporter des changements de vitesse de 450 tr/min à 1 650 tr/min.

Le moteur « A » entraîne une charge demandant une puissance constante alors que le moteur « B » entraîne une charge demandant un couple constant. Toutes les pertes et la réaction de l'induit peuvent être négligées.

- 1) La variation de vitesse est réalisée par variation du champ inducteur.
  - Si la puissance de sortie des deux moteurs à 1 650 tr/min est égale, le courant de l'induit est alors de 100 A pour chaque moteur. Quel sera le courant de l'induit à 450 tr/min ?
  - Si la puissance de sortie des deux moteurs à 450 tr/min est égale, le courant de l'induit est alors de 100 A pour chaque moteur. Quel sera le courant de l'induit à 1 650 tr/min ?
- 2) La variation de vitesse est réalisée par variation de la tension d'induit.

Reprendre les questions précédentes.

- 28.2 Un moteur à courant continu est alimenté par l'intermédiaire d'un redresseur tout thyristor.

- 1) Tracer le graphe de  $u_c(t)$  pour  $\theta = 45^\circ$  et  $\theta = 120^\circ$ ,  $\theta$  représente l'angle de retard à l'amorçage des thyristors. L'instant d'amorçage des thyristors est précisé figure ci-contre.

Le courant  $i_c = I_c$  est constant.

Le secteur fournit la tension :  $v = V\sqrt{2} \sin(\omega t)$ .

2. Calculer la valeur moyenne  $U_{c0}$  de  $u_c(t)$  en fonction de  $\theta$  et  $V$ . Calculer la puissance  $P$  débitée par le pont en fonction de  $\theta$ .

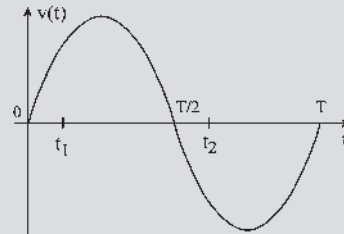


Figure 28.55

Pour  $\theta = 120^\circ$ , la charge peut-elle être purement passive ?

- 3) Freinage par récupération : la machine entraînée par sa charge est montée en génératrice à excitation séparée. Elle est reliée au pont précédent par l'intermédiaire d'une inductance de lissage  $L$  de résistance  $R_L = 20 \text{ m}\Omega$ . On admettra que le courant dans l'induit est constant et égal à 1 000 A. Le courant d'excitation, constant lui aussi, sera également de 1 000 A.

On choisit  $V = 2500 \text{ V}$ . Pour  $N_0 = 600 \text{ tr/min}$  et  $I_c = 1000 \text{ A}$ , calculer  $U_{c0}$ . En déduire  $\theta$ . Calculer  $\theta$  pour  $N = N_0/2$ ,  $N = N_0/50$ .

Préciser dans chacun des trois cas précédents le mode de fonctionnement du pont : redresseur, onduleur (ou fonctionnement en récupération). Calculer la puissance  $P$  échangée avec le réseau alternatif (avec son signe). On présentera les résultats sous forme de tableau.

- 28.3 On souhaite alimenter un moteur série par le redresseur présenté ci-après. Le courant est constant grâce à l'inductance de lissage  $L$  de résistance  $R_L = 20 \text{ m}\Omega$ .

- 1) Étude du pont associé à la diode D

La tension  $u_T(t)$  peut-elle devenir négative ? Tracer le graphe de  $u_c(t)$  pour  $\theta = 90^\circ$ .  $\theta$  étant l'angle de retard à l'amorçage des thyristors, l'instant d'amorçage des thyristors est identique à celui

de l'exercice 28.2. Le secteur fournit la tension :  
 $v = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$ .

Indiquer les intervalles de temps de conduction des divers éléments  $Th_1$ ,  $Th_2$ ,  $Th_3$ ,  $Th_4$  et D.

Quel est le domaine de variation de  $\theta$  ?

Calculer la valeur moyenne  $U_{c0}$  de  $u_c(t)$  en fonction de  $\theta$  et  $V$ .

2) Alimentation du moteur

On réalise le point nominal du moteur  
 $U = 1500$  V,  $I = 1500$  A.

Calculer  $U_{c0}$  à la sortie du pont, la valeur de  $\theta$  correspondante ( $V = 2500$  V), la valeur efficace du courant dans un thyristor et la valeur efficace du courant dans la diode D.

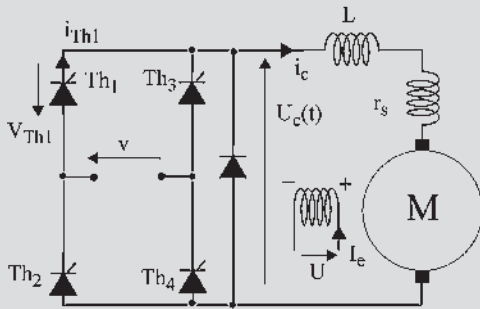


Figure 28.56

## Le saviez-vous ?

### Les stars du rail à Mulhouse

Métamorphosé, le musée du chemin de fer à Mulhouse devient une cité du train et ouvre ses portes rénovées au grand public en mars 2005. Mis en scène par François Seigneur, les plus grands acteurs de l'épopée ferroviaire apparaissent dans un espace de 6 000 mètres carrés conçu comme un théâtre.

Buddicom, la doyenne des locomotives qui date de 1844, Pacific Chapelou, PRI et sa décoration signée Lalique, autorail Buggati présidentiel...

Après avoir slalomé entre ces stars de la collection mulhousienne et traversé ce « siècle d'or du chemin de fer », les voyageurs s'embarquent pour « l'aventure ferroviaire », un second espace dédié à l'histoire technique des trains et des voies. L'ensemble forme le plus grand musée du chemin de fer d'Europe occidentale.



# Machines monophasées

## Objectifs

- Comprendre l'expression des f.é.m. de transformation et des f.é.m. de rotation.
- Relier l'existence du couple instantané à une condition spatiale sur les champs.
- Relier l'existence du couple moyen à des conditions spatiales et temporelles.
- Étudier les moteurs série, série compensé et à répulsion.

## Vocabulaire

Couple instantané,  
couple moyen

F.é.m. de rotation,  
F.é.m. de transformation

Moteur série monophasé

Il semblerait *a priori* intéressant de traiter d'abord les machines alternatives monophasées, convenant à l'alimentation des foyers domestiques. Pourtant, l'étude compliquée de ces machines les rejette toujours après celle des machines alternatives polyphasées et celle des machines à courant continu, rendant pratiquement impossible une formation rapide sur ces machines pour des non électriciens.

Après un bref rappel concernant les machines synchrones monophasées, très peu utilisées, et les machines asynchrones d'induction monophasées, très utilisées en électrodomestique dans la gamme des petites et moyennes puissances, est abordé le fonctionnement des machines à courant continu alimentées en alternatif.

Les conclusions obtenues incitent à l'étude plus générale des moteurs monophasés à collecteur utilisés en petite puissance en électro-outillage et en grande puissance pour la trac-

tion ferroviaire  $16 + \frac{2}{3}$  Hz.



## 29.1 MACHINES SYNCHRONES ET ASYNCHRONES MONOPHASÉES

Contrairement à ce que l'on pourrait croire, les machines monophasées sont d'étude plus délicate que les machines polyphasées car, pour elles, le champ pulsant unique se décompose en deux champs tournants en sens inverse, d'après le théorème de Leblanc. En conséquence, pour les machines synchrones comme pour les machines asynchrones, le fonctionnement est moins satisfaisant et les pertes supplémentaires dues au champ inverse affectent le rendement en augmentant l'échauffement et le bruit des machines.

Par ailleurs, la puissance massique de ces machines est inférieure à celle des machines triphasées, les deux tiers des encoches restant vides.

Dans le secteur électrodomestique, les machines synchrones sont peu utilisées, principalement à cause de l'accrochage. Par contre, les machines asynchrones d'induction, très utilisées, demandent des artifices de démarrage pour les transformer momentanément en machines polyphasées à démarrage direct en utilisant une partie des encoches restées libres (voir paragraphe 22.4).

## 29.2 MACHINES À COURANT CONTINU ALIMENTÉES EN ALTERNATIF

### 29.2.1 Rotor de machine à courant continu placé dans un champ alternatif sinusoïdal

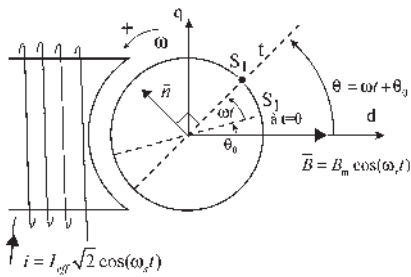


Figure 29.1

Rotor entraîné en rotation à  $\omega$  rad/s. Bobinage fermé sur lui-même (figure 29.1).  $\vec{B} = B_m \cos \omega_s t$ . Champ alternatif pulsant de direction fixe, maximal arbitrairement à  $t = 0$ . Bobinage diamétral « à droite ».

Considérons la spire  $S_1$ , repérée par rapport à  $\vec{B}$  de direction fixe et orientée arbitrairement par sa normale  $\vec{n}$ . Calculons le flux  $\phi$  reçu par la spire  $S_1$ , en comptant négatif le flux reçu par la face nord :

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cos(\vec{B}, \vec{n}) = B \cdot S \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right).$$

Sens positif trigonométrique.

$$\phi = -BS \sin \theta = -B_m S \cos \omega_s t \sin \theta = -\phi_m \cos \omega_s t \sin \theta.$$

#### a) F.é.m. aux bornes de la spire $S_1$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \phi_m \cos \omega_s t \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \frac{d\theta}{dt} + \phi_m \omega_s \sin \theta \cos\left(\omega_s t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\theta = \omega t + \theta_0 ; \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$e = \phi_m \omega \cos \omega_s t \cos \theta - \phi_m \omega_s \sin \omega_s t \sin \theta$$

➔ **F.é.m. de rotation**  $\phi_m \omega \cos \omega_s t \cos \theta$

- existe si la spire tourne par rapport à un champ, même s’il est constant ;
- est maximale si la spire est diamétrale d’axe  $q$  ;
- est en phase avec le courant inducteur ;
- est  $> 0$  dans le sens de la normale pour les spires dans le plan  $S_1$  à l’instant  $t$ .

➔ **F.é.m. de transformation**  $-\phi_m \omega_s \sin \omega_s t \sin \theta$

- existe si le courant stator pulse, même si le rotor est à l’arrêt ;
- est maximale si la spire est diamétrale d’axe  $d$  ;
- est déphasée de  $\frac{\pi}{2} AV$  par rapport au courant inducteur et de  $\frac{\pi}{2} AR$  par rapport au flux inducteur ;
- est  $> 0 AV t = 0$ , est  $< 0$  après  $t = 0$ , pour s’opposer aux variations de flux.

La f.é.m. de transformation n’apparaissait pas dans la machine à courant continu en régime permanent quand le champ d’excitation était constant.

**b) F.é.m. aux bornes de deux points fixes  $a$  et  $b$  de l’enroulement**

Ouverture  $\alpha$ .  $S_1$  est la bissectrice.  $n$  fils sur le pourtour de l’induit. Bobinage diamétral.  $\frac{n}{2}$  spires pour un angle de  $2\pi$  électrique. Dans l’angle  $d\theta$  il y a  $\frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} d\theta$  spires. La f.é.m. induite aux bornes de toutes ces spires mises en série est (figure 29.2) :

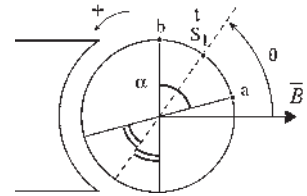


Figure 29.2

$$de = \frac{n}{4\pi} ed \theta = \frac{n}{4\pi} \phi_m (\omega \cos \omega_s t \cos \theta - \omega_s \sin \omega_s t \sin \theta) d\theta$$

$$e_{ba} = \int_{\theta - \frac{\alpha}{2}}^{\theta + \frac{\alpha}{2}} de = \frac{n\phi_m}{4\pi} \omega \cos \omega_s t \left[ \sin \theta \right]_{\theta - \frac{\alpha}{2}}^{\theta + \frac{\alpha}{2}} - \frac{n\phi_m}{4\pi} \omega_s \sin \omega_s t \left[ -\cos \theta \right]_{\theta - \frac{\alpha}{2}}^{\theta + \frac{\alpha}{2}}$$

$$2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta \qquad \qquad \qquad 2 \sin \theta \sin \frac{\alpha}{2}$$

En remplaçant  $\theta$  par  $\omega t + \theta_0$  :

$$e_{ba} = \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos \omega_s t \cos(\omega t + \theta_0) - \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega_s \sin \frac{\alpha}{2} \sin \omega_s t \sin(\omega t + \theta_0)$$

**c) F.é.m. aux bornes de deux balais  $AB$  frottant sur le collecteur**

À  $t$  quelconque, une spire  $S_1$  est sur la bissectrice des balais  $AB$  (figure 29.3).

Elle était à  $t = 0$  à  $\omega t$  en  $AR$  et était repérée par  $\theta_0$ . À  $t$  quelconque, on a toujours  $\theta_0 + \omega t = \theta'_0$  angle constant.

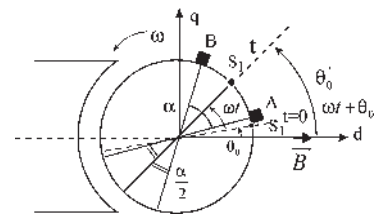


Figure 29.3

$$e_{BA} = \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos \omega_s t \cos \theta'_0 - \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega_s \sin \frac{\alpha}{2} \sin \omega_s t \sin \theta'_0$$

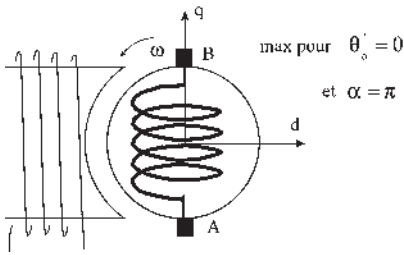


Figure 29.4

↳ F.é.m. de rotation ou f.é.m. dynamique

$$\frac{n\phi_m}{2\pi} \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos \omega_s t \cos \theta'_0$$

En phase avec l'induction  $B_m \cos \omega_s t$ , donc avec le courant inducteur  $i_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos \omega_s t$ . Proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation  $\omega$  du rotor (figure 29.4). Maximale pour  $\theta'_0 = 0$  et  $\alpha = \pi$ .

Le + est en B si l'induction est  $> 0$ .

Existe s'il y a rotation et une composante de  $\vec{B}$  normale à la ligne des balais.

↳ F.é.m. de transformation ou f.é.m. statique

$$-\frac{n\phi_m}{2\pi} \omega_s \sin \frac{\alpha}{2} \sin \omega_s t \sin \theta'_0$$

Déphasée de  $\frac{\pi}{2}$  AV par rapport au courant inducteur. Ne dépend pas de  $\omega$ .

Proportionnelle à  $\omega_s$  (figure 29.5). Maximale pour  $\theta'_0 = \frac{\pi}{2}$  et  $\alpha = \pi$ . Avec le + en A si l'induction est décroissante.

Existe s'il y a pulsation de  $\vec{B}$  et composante de  $\vec{B}$  dans la ligne des balais.

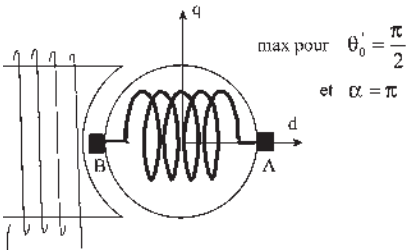


Figure 29.5

d) Écriture de  $e_{BA}$

Dans la machine à courant continu, où l'induction est constante,  $\phi_m = B_m S$  est le flux

maximal reçu par une spire diamétrale d'axe  $d$ , tandis que  $\phi_d = \frac{n\phi_m}{2\pi}$  est le flux reçu par

chaque demi-induit d'axe  $d$ . Avec l'induction alternative de direction fixe,  $B = B_m \cos \omega_s t$ , on peut écrire les flux reçus :

- par une spire,  $\phi = \phi_m \cos \omega_s t$  ;
- par chaque demi-induit d'axe  $d$ ,  $\phi_d = \phi_{d \text{ max}} \cos \omega_s t$  et
- par le demi-induit d'axe  $AB$  et d'ouverture  $\alpha$ ,  $Mi \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2}$ .

Pour une machine non saturée :  $\phi_{d \text{ max}} = Mi_{\text{eff}} \sqrt{2}$ , et  $\phi_d = Mi_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos \omega_s t = Mi$ . Par ailleurs,  $\frac{di}{dt} = i_{\text{eff}} \sqrt{2} \omega_s \cos \left( \omega_s t + \frac{\pi}{2} \right) = -i_{\text{eff}} \sqrt{2} \omega_s \sin \omega_s t$ . La f.é.m.  $e_{BA}$  s'écrit :

$$e_{BA} = Mi \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0 + M \frac{di}{dt} \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta'_0$$

La f.é.m. de rotation est de type  $\phi\omega$ , la f.é.m. de transformation de type  $L \cdot di/dt$ .

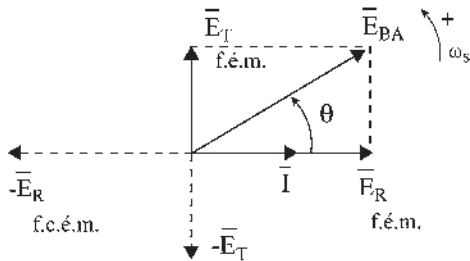


Figure 29.6

Le courant inducteur  $i$  étant sinusoïdal de pulsation  $\omega_s$ , il en est de même de  $e_{BA}$ . Les scalaires  $i$  et  $e_{BA}$  sont les projections instantanées des vecteurs temporels  $\vec{I}$  et  $\vec{E}_{BA}$  de Fresnel,  $\vec{I} = i_{\text{eff}}$ .

$$\bar{E}_{BA} = M\omega\bar{I} \sin\frac{\alpha}{2} \cos\theta'_0 + jM\omega_s\bar{I} \sin\frac{\alpha}{2} \sin\theta'_0$$

$\bar{E}_{BA} = \bar{E}_{\text{Rot}} + \bar{E}_{\text{Tranf}}$  (figure 29.6). En faisant tourner le rotor à la vitesse angulaire  $\omega$  dans un champ alternatif de direction fixe et de pulsation  $\omega_s$ , on trouve aux bornes des balais une f.é.m. alternative de pulsation  $\omega_s$ .

$$e_{BA} = \left( \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega \sin\frac{\alpha}{2} \cos\theta'_0 \right) \cos\omega_s t - \left( \frac{n\phi_m}{2\pi} \omega_s \sin\frac{\alpha}{2} \sin\theta'_0 \right) \sin\omega_s t$$

de type  $e_{BA} = B \cos(\omega_s t + \chi)$ .

Pour une charge quelconque, le courant dans l'induit est de pulsation  $\omega_s$ .

### 29.2.2 Calcul du couple instantané

L'inducteur étant alimenté par un courant de pulsation  $\omega_s$ , donne  $b = B_m \cos\omega_s t$  (figure 29.7).

L'induit est parcouru par un courant de même pulsation  $\omega_s$  mais déphasé.  $i_q = I_q \text{eff} \sqrt{2} \cos(\omega_s t + \psi)$ . Admettons l'axe  $AB$  des balais décalés de  $\theta'_0 + \frac{\pi}{2}$  par rapport à l'axe  $d$ .

Calculons le moment du couple.

Supposons l'induction radiale à répartition spatiale sinusoïdale.

Pour un angle  $\beta$ , la composante radiale de l'induction est  $b = B_m \cos\omega_s t \cos\beta$ . La force exercée sur le conducteur de longueur  $\ell$ , repéré par l'angle  $\beta$ , est d'après Laplace :  $\vec{f} = i(\vec{d}\ell \wedge \vec{b})$

$$f = \frac{I_q \text{eff} \sqrt{2}}{2} \cos(\omega_s t + \psi) \ell B_m \cos\omega_s t \cos\beta \sin(\vec{B}, \vec{d}\ell)$$

Le moment du couple agissant sur les deux courants diamétraux s'écrit :

$$- \text{force} \times \text{bras de levier} = -(\ell DB_m) \frac{I_q \text{eff} \sqrt{2}}{2} \cos(\omega_s t + \psi) \cos\omega_s t \cos\beta$$

Dans l'angle  $d\beta$ , il y a  $\frac{n}{2\pi} d\beta$  conducteurs donnant un couple  $dc = -\frac{n\phi_m}{4\pi} I_q \text{eff} \sqrt{2} \cos\omega_s t \cos(\omega_s t + \psi) \cos\beta d\beta$ . Le moment du couple instantané agissant sur

le rotor est :  $c_{\text{em instant}} = -\pi \frac{n\phi_m}{4\pi} I_q \text{eff} \sqrt{2} \cos\omega_s t \cos(\omega_s t + \psi) [\sin\beta]_{\theta'_0 - \frac{\pi}{2}}^{\theta'_0 + \frac{\pi}{2}}$

$$c_{\text{em instant}} = -\frac{n\phi_m}{2\pi} \cos\omega_s t I_q \text{eff} \sqrt{2} \cos(\omega_s t + \psi) \cos\theta'_0$$

$$c_{\text{em instant}} = -\frac{n\phi}{2\pi} i_q \cos\theta'_0 = -\phi_d i_q \cos\theta'_0 = -Mi i_q \cos\theta'_0$$

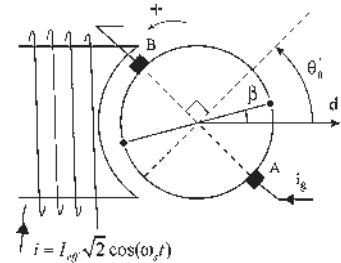


Figure 29.7

$\varphi = \varphi_m \cos \omega_s t$  étant le flux instantané émis par le pôle ou reçu par la spire diamétrale d'axe  $d$ . L'expression du couple instantané, produit des valeurs instantanées, intervient dans les équations temporelles instantanées.  $c_m + c_{em \text{ instant}} = J \cdot d\omega/dt$ .

Pour qu'il y ait un couple instantané dans une machine à courant continu alimentée en alternatif, il faut un angle entre les deux champs... dans l'espace.

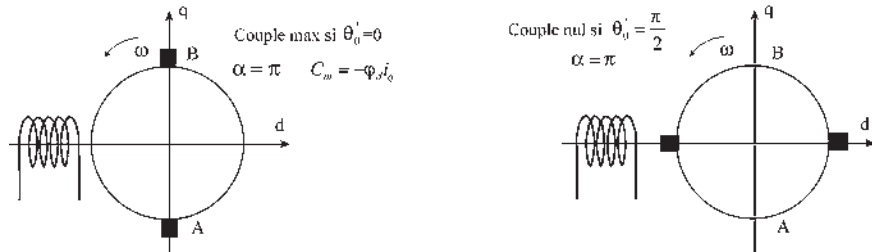


Figure 29.8

### Le saviez-vous ?

#### Moteur universel

Cette appellation commerciale a été utilisée à une époque où les foyers domestiques étaient alimentés selon les lieux en continu ou en alternatif. Jusque dans les années 1950, certains quartiers de Paris étaient encore alimentés en continu par les centrales électriques du métropolitain tandis que d'autres étaient en 120 V alternatif.

Un moteur universel est un moteur série à courant continu où l'ensemble du circuit magnétique, statorique et rotorique, a été feuilleté, par un empilage de tôles magnétiques isolées entre elles, pour supprimer les pertes fer, hystérésis et courants de Foucault, le rendant apte à une utilisation en alternatif comme en continu. Ce moteur est encore très utilisé dans les applications électrodomestiques.

#### ➔ Cas des balais non diamétraux

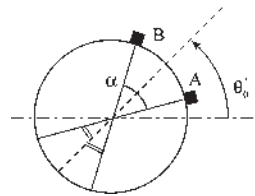


Figure 29.9

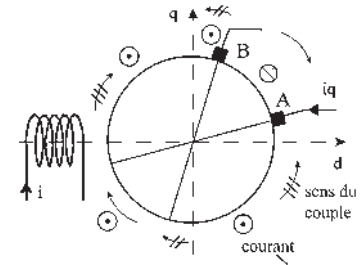


Figure 29.10

Si les balais ne sont pas diamétraux (figure 29.9) l'expression devient

$$c_{em \text{ instant}} = -\frac{n\varphi}{2\pi} i_q \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2} = -\varphi_d i_q \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$= -M i i_q \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2}$$

$c_{em \text{ instant}} = -\varphi_d i_q \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2}$ . Le courant rotorique change de sens en A et en B. Le champ inducteur change de sens sur l'axe  $q$  (rentre ou sort du rotor pour un observateur rotorique). Le couple s'annule sauf sur la portion AB du cercle et sur la portion opposée (figure 29.10).

### 29.2.3 Calcul du couple moyen

Comme pour la puissance en alternatif  $p = u \cdot i$ , le couple instantané  $c_{em \text{ instant}} = -k\varphi_d i_q$  (avec  $k = \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2}$ ) est le produit de deux valeurs instantanées sinusoïdales de même pulsation et déphasées entre elles (figure 29.11).

$$C_{em \text{ instant}} = -k \frac{n\phi_m}{2\pi} \cos \omega_s t I_{q \text{ eff}} \sqrt{2} \cos(\omega_s t + \psi) - k I_{q \text{ eff}} \sqrt{2} \frac{n\phi_m}{2\pi} \cos(\omega_s t + \psi) \cos \omega_s t$$

$$C_{em \text{ instant}} = -k I_{q \text{ eff}} \sqrt{2} \frac{n\phi_m}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} [\cos \psi + \cos(2\omega_s t + \psi)]$$

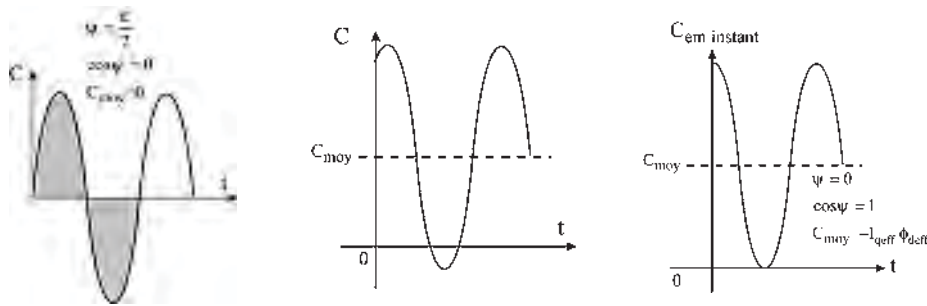


Figure 29.11

On retrouve le couple moyen en  $\cos \psi$ , et le couple fluctuant en  $\cos(2\omega_s t + \psi)$ .

$$C_{em \text{ moyen}} = -k \frac{I_{q \text{ eff}} \sqrt{2} n\phi_m}{2} \cos \psi \quad \frac{n\phi_m}{2\pi} = \phi_{d \text{ max}} = \phi_{d \text{ eff}} \sqrt{2} = M i_{\text{eff}} \sqrt{2} = \frac{n}{2\pi} \phi_{\text{eff}} \sqrt{2}$$

$$= -k I_{q \text{ eff}} \phi_{d \text{ eff}} \cos \psi = -k I_{q \text{ eff}} M i_{\text{eff}} \cos \psi$$

$$C_{em \text{ moyen}} = -I_{q \text{ eff}} \phi_{d \text{ eff}} \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \psi = -M I_{q \text{ eff}} i_{\text{eff}} \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \psi$$

$\uparrow$  espace      temps  $\uparrow$

$C_{em \text{ moyen}}$  intervient dans les bilans énergétiques  $P = r I^2 + \omega C_{em \text{ moyen}}$

Peut encore s'écrire :

$$C_{em \text{ moyen}} = -\frac{n}{2\pi} I_{q \text{ eff}} \phi_{\text{eff}} \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \psi = -\frac{n}{4\pi} I_{q \text{ max}} \phi_{\text{max}} \cos \theta'_0 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \psi$$

Pour  $\theta'_0 = 0$  et  $\alpha = \pi$      $C_{moyen} = -I_{q \text{ eff}} \cdot \phi_{d \text{ eff}} \cos \psi$

Pour qu'il y ait un couple moyen il faut un couple instantané et il ne faut pas que les deux champs soient déphasés de  $\frac{\pi}{2}$  dans le temps.

La valeur du couple moyen dépend du déphasage entre le courant induit et le flux inducteur... dans le temps.

➡ Expressions en fonction de  $\theta_b = \theta'_0 + \frac{\pi}{2}$

Figures 29.12, 29.13 et 29.14.

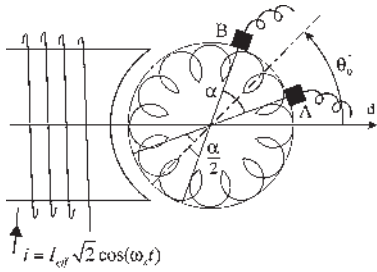


Figure 29.12

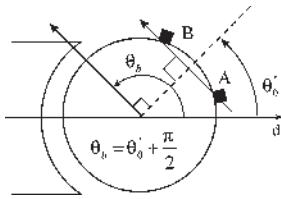


Figure 29.13

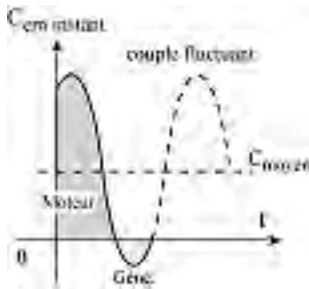


Figure 29.14

$$e_{BA} = M\omega i \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta_b - M \frac{di}{dt} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta_b$$

$$\bar{E}_{BA} = M\omega \bar{I} \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta_b - j M\omega_s \bar{I} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta_b$$

f.é.m. de rotation      f.é.m. de transformation

$$c_{em \text{ instant}} = -\phi_d i_q \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$= -M \cdot i \cdot i_q \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$= \frac{n}{2\pi} \phi_d \cdot i_q \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$c_m + c_{em \text{ instant}} = J \frac{d\omega}{dt}$$

équation temporelle

$$C_{em \text{ moyen}} = -\phi_{d \text{ eff}} I_{q \text{ eff}} \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2} \cos \psi$$

$$C_{em \text{ moyen}} = -M I_{\text{eff}} I_{q \text{ eff}} \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2} \cos \psi$$

$$P = r I^2 + \omega C_{em \text{ moyen}}$$

équation énergétique

### 29.2.4 Moteurs à courant continu alimentés en alternatif

La machine à courant continu, sur réseau continu, est de fonctionnement réversible moteur/générateur et possède des caractéristiques bien différentes selon les montages effectués pour le circuit d'excitation par rapport au circuit induit.

Sur réseau alternatif monophasé, seule la machine à excitation série aura le courant inducteur en phase avec le courant induit.

$$\psi = 0 \quad \cos \psi = 1 \quad C_{em \text{ moyen}} = -I_{q \text{ eff}} \phi_{d \text{ eff}} \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2}$$

Pour tous les autres montages à excitations indépendante, shunt, ou compound, l'inductance très différente des deux circuits inducteur et induit donne à la machine un couple moyen négligeable.

Pour la machine à excitation série alimentée en alternatif, le couple instantané pulsatoire est toujours de même signe,  $c_{em \text{ instant}} = -i_q \phi_d \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2}$ , puisqu'il y a inversion simultanée de  $i_q$  et de  $\phi_d$ .

Par contre, bien que la machine soit de fonctionnement réversible moteur/générateur, l'inversion de  $i_q$  seul ou de  $\varphi_d$  seul ne permettra pas d'atteindre le fonctionnement réversible dans le même sens de rotation. On retrouve la réversibilité du second ordre avec discontinuité évoquée au paragraphe 26.4.4.b. La manière d'opérer a été expliquée dans le chapitre 28.

Seules les machines à excitation série sont donc susceptibles de fonctionner convenablement, mais, d'une part le champ alternatif décomposable en deux champs tournants engendre des pertes par hystérésis et courants de Foucault et d'autre part le passage du courant alternatif dans les bobinages inductifs implique un déphasage arrière du courant par rapport à la tension d'alimentation.

En conséquence, à tension maximale égale et même à tension efficace égale, la machine alternative absorbe un courant plus petit et sa puissance, comme son rendement, sont plus faibles.

L'existence d'une distribution monophasée de l'énergie électrique pour les particuliers a rendu indispensable l'utilisation de ces machines en petite et moyenne puissances malgré ce handicap. Les machines alternatives monophasées à collecteur seront issues, après adaptation, des machines à courant continu alimentées en alternatif.

## 29.3 MOTEURS MONOPHASÉS À COLLECTEUR

Il est indispensable de disposer de machines monophasées autorisant une facile variation de vitesse. Les machines monophasées à collecteur, d'explication délicate et de conception compliquée, ont été conçues dans le but de palier aux défauts des moteurs asynchrones d'induction monophasés de l'époque : mauvais  $\cos \varphi$  à vide, démarrage avec artifice, vitesse sensiblement constante et non commandable.

Bien qu'elles soient réversibles, on s'intéressera en premier à leur fonctionnement moteur qui est l'utilisation principale de ces machines.

### 29.3.1 Moteur série

Le moteur alimenté sous la tension  $v$  alternative absorbe un courant

$$i = I_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos \omega_s t$$

La loi d'Ohm appliquée à la maille avec les conventions « récepteur » (figure 29.15) s'écrit :

$$v = \sum r i + \sum_{f.c.\dot{e}.m.} E = \sum r i - \sum_{f.\dot{e}.m.} e$$

$$\varphi_d = M i_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos \omega_s t = M i$$

Les f.é.m. qui apparaissent pour une machine non saturée, sont :

- une f.é.m. d'auto-induction  $-L_s \frac{di}{dt}$  aux bornes de l'inducteur d'inductance propre  $L_s$ , c'est une f.é.m. de transformation, la bobine ressentant sa propre pulsation ;
- une f.é.m. d'auto-induction  $-L_r \frac{di}{dt}$  aux bornes de l'induit d'inductance propre  $L_r$ , les flux  $L_r i$  et  $L_s i$  étant positifs rentrent par les faces sud ;

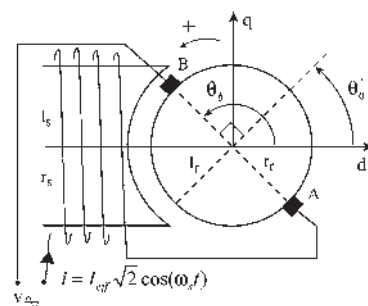


Figure 29.15



- une f.é.m. de transformation au bornes des balais  $AB$ ,  $-M \cos \theta_b \frac{di}{dt}$ , puisque l'inducteur pulse et  $\alpha = \pi$  ;
- une f.é.m. de transformation identique aux bornes de l'inducteur,  $-M \cos \theta_b \frac{di}{dt}$ , puisque l'induit pulse, les flux  $M.i < 0$  rentrant par les faces nord ;
- une f.é.m. de rotation aux bornes des balais  $AB$ ,  $M \sin \theta_b \omega i$  puisque le rotor tourne dans un champ stator de direction fixe et que  $\alpha = \pi$ .

Par contre, aucune f.é.m. de rotation aux bornes de l'inducteur, le champ donné par la bobine pseudo-stationnaire rotorique étant un champ de direction fixe par rapport à l'inducteur.

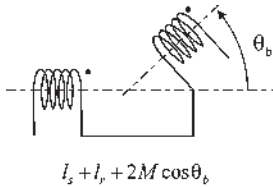


Figure 29.16

$$v = (r_s + r_r)i + (L_s + L_r + 2M \cos \theta_b) \frac{di}{dt} - M \sin \theta_b \omega i$$

Pour l'ensemble inducteur/induit,  $r = r_s + r_r$  est la résistance et  $L$  l'inductance propre (figure 29.16) qui peut s'écrire :

$$L = L_s + L_r - 2M_{sr} \sin \theta'_0 = L_s + L_r + 2M_{sr} \cos \theta_b$$

$$v = ri + L \frac{di}{dt} - M \sin \theta_b \omega i$$

Cette équation instantanée est l'équation électrique du système.

Elle peut être utilisée aussi bien en régime permanent qu'en régime transitoire, avec une alimentation continue ou alternative sinusoïdale.

L'équation différentielle non linéaire (produit  $\omega i$  de deux variables) à coefficients constants, ne peut pas être résolue même si l'on se donne la tension aux bornes  $v$ .

Il faut lui adjoindre l'équation différentielle mécanique du mouvement

$$c_m + c_{em \text{ instant}} = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega + \dots \quad \text{où } J \text{ est le moment d'inertie des parties tournantes,}$$

équation temporelle

$f\omega$  le frottement visqueux,  $c_m$  le couple mécanique résistant sur l'arbre et  $C_{em \text{ instant}}$  le moment du couple instantané.  $C_{em \text{ instant}} = -\varphi_d i_q \sin \theta_b = -M i^2 \sin \theta_b$ .

Le système différentiel à résoudre s'écrit :

$$\begin{cases} v = ri + L \frac{di}{dt} - M \sin \theta_b \omega i \\ c_m - M i^2 \sin \theta_b = J \frac{d\omega}{dt} + \dots \end{cases}$$

C'est un système de deux équations différentielles non linéaires (produits  $\omega i$  et  $i^2$ ) à coefficients constants et à quatre variables,  $v, i, \omega, c_m$ .

Pour que le système évolue de lui-même dans le temps, il faudra obligatoirement deux impositions, l'une subie,  $c_m$ , l'autre volontariste,  $v$ .

La résolution du système ne pourra se faire que s'il est linéaire ou linéarisable.

### a) Moteur série en régime permanent alimenté en courant continu

$\omega = \text{cste}$ . L'équation mécanique n'est plus différentielle. Elle permet de trouver le courant absorbé, par exemple, pour un couple résistant  $c_m$  constant donné.

$$v = ri - M \sin \theta_b \omega i$$

L'équation électrique n'est plus différentielle, elle permet de trouver  $\omega$  pour  $v$  imposé.

**b) Moteur série en régime permanent alimenté en courant alternatif**

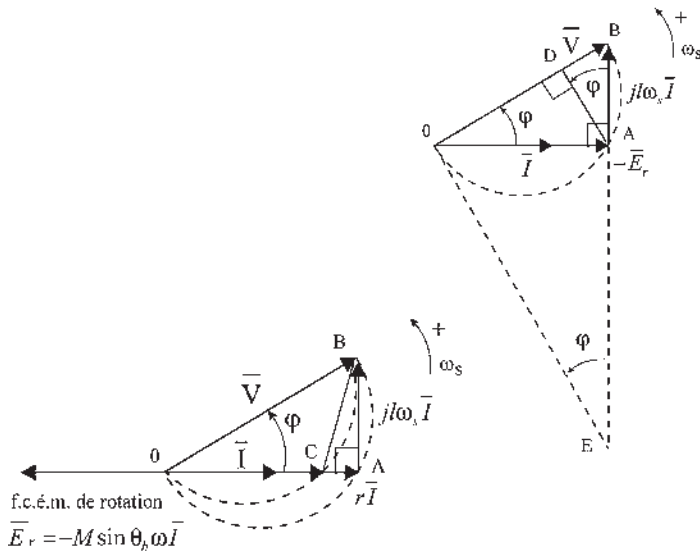
$\omega = \text{cste}$ . L'équation mécanique n'est plus différentielle. Elle se traduit en valeur moyenne par  $c_m = C_{em \text{ moyen}} = -M I_{\text{eff}}^2 \sin \theta_b$  et permet de calculer  $I_{\text{eff}}$  pour  $c_m$  donné, par exemple pour  $c_m = \text{cste}$ .

L'équation électrique est différentielle linéaire à coefficients constants avec  $v = V\sqrt{2} \cos \omega_s t$ . En conséquence,  $i$  est sinusoïdal, de même pulsation  $i = I_{\text{eff}}\sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi)$ . On peut passer en complexe.  $\boxed{\bar{V} = r\bar{I} + jL\omega_s\bar{I} - M \sin \theta_b \omega \bar{I}}$

**➔ Diagramme du moteur série**

Angle  $\widehat{OAB} = \frac{\pi}{2}$   $c_{em \text{ instant}} < 0$   $\omega < 0$ ,  $V$  est sinusoïdal :

prenons  $V = V_{\text{eff}}\sqrt{2} \cos(\omega_s t + \varphi)$ ,  $\bar{V} = V_{\text{eff}} e^{j\varphi}$  d'amplitude constante. À charge variable, le lieu de  $A$  est un demi-cercle (figure 29.17). Le lieu de  $C$  est un segment de cercle.


**Figure 29.17**

En négligeant  $r$  :  $|\overline{AB}| = L\omega_s I_{\text{eff}}$  image de  $I_{\text{eff}}$

$$C_{em \text{ moyen}} = -M I_{\text{eff}}^2 \sin \theta_b = -\frac{M \sin \theta_b}{(L\omega_s)^2} \overline{AB}^2 \quad \overline{AB}^2 = \overline{OB} \cdot \overline{DB}$$

$$C_{em \text{ moyen}} = -\frac{M \sin \theta_b}{(L\omega_s)^2} V \cdot \overline{DB}$$

$\overline{DB}$  image de  $C_{em \text{ moyen}}$

**Le saviez-vous ?**
**L'origine des wagons-lits**

Après l'assassinat du président Abraham Lincoln par un sudiste fanatique le 14 avril 1865 dans un théâtre de Washington, les autorités américaines souhaitèrent transporter dignement la dépouille du président à travers les Etats-Unis.

Ils choisirent un « Pioneer », premier wagon de luxe à posséder des couchettes. Sa décoration rappelait celle des bateaux du Mississippi : panneaux de bois précieux, miroirs en cristal, étoffes recherchées, fauteuils profonds... mais cette voiture, la plus longue jamais construite, était trop lourde.

Des équipes travaillèrent alors jour et nuit pour adapter le réseau ferré aux dimensions de la Pioneer. Son concepteur, George Mortimer Pullman, entraîna dans la légende.

Source : Marie-Sophie Ramspacher, *TGV Magazine* n° 22, mars 2005.

$\overline{AD}$  image de la puissance moyenne absorbée.

$$P = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = V_{\text{eff}} \frac{\overline{AB}}{L\omega_s} \cos \varphi = \frac{V_{\text{eff}} \overline{AD}}{L\omega_s}$$

$$\overline{OE} \text{ image de la vitesse} = \overline{OB} \cotg \varphi = V \frac{E_{\text{rot}}}{L\omega_s I} = V \frac{M \sin \theta_b 2\pi N}{L\omega_s}$$

### Fonctionnement

Une diminution de la fréquence entraîne une amélioration du  $\cos \varphi$  et de la vitesse, d'où la fréquence de  $16 + \frac{2}{3}$  Hz des réseaux de traction.

- Réglage de la vitesse par variation de la tension aux bornes.
- Absorbe un courant plus faible, à tension égale, que sur le réseau continu.
- Le champ alternatif, de direction fixe, décomposable en deux champs tournant en sens inverse (Leblanc) entraîne des pertes par hystérésis et courants de Foucault.
- N'est utilisable industriellement en alternatif qu'à la condition d'améliorer son fonctionnement. Moteur conçu spécialement pour cette alimentation.

Avec quelques adaptations comme le feuilletage des circuits magnétiques, l'amélioration du  $\cos \varphi$  ou la mise en place d'une compensation, ces machines, appelées machines série compensées, seront rendues utilisables là où la notion de rendement n'a pas une importance considérable, mais où la variation de vitesse est appréciable.

### 29.3.2 Moteur série compensé

Le stator, comme le rotor, sera feuilleté (empilage de tôles d'acier isolées entre elles) pour supprimer les courants de Foucault.

$$\text{tg } \varphi \simeq \frac{L\omega_s I}{E_{\text{rot}}} = \frac{L\omega_s}{M\omega \sin \theta_b} \text{ avec } L = L_s + L_r + 2M \cos \theta_b \text{ et } C_{\text{em moyen}} = -M \sin \theta_b I_{\text{eff}}^2$$

On ne peut pas, pour diminuer  $\varphi$ , diminuer  $L$  en augmentant  $\theta_b$  car le couple moyen s'effondre. On ne cherche pas à décaler les balais car il faudrait régler le calage suivant le courant absorbé pour garder une bonne commutation. Les balais sont toujours calés à  $\frac{\pi}{2}$ .

$$\theta_b = \frac{\pi}{2} \quad C_{\text{em moyen}} = -M I_{\text{eff}}^2 \quad L = L_s + L_r$$

L'inductance stator (pôles saillants) est la plus grande  $L_s \gg L_r$ . L'inductance  $L_s$  est notablement diminuée en ne mettant que peu de spires sur l'inducteur  $L_s \simeq \frac{n_2}{R}$ . Le flux  $M.i$  envoyé par l'inducteur diminue ainsi que  $C_{\text{em moyen}}$ . Il faut rattraper la diminution de flux par une augmentation du nombre de spires au rotor.

Le moteur série compensé est alors appelé « moteur tout en induit ».

Une compensation est alors obligatoire car la réaction d'induit est très grande. Cette bobine de compensation (figure 29.18) placée au stator, produit un flux en opposition avec le flux transversal d'induit.

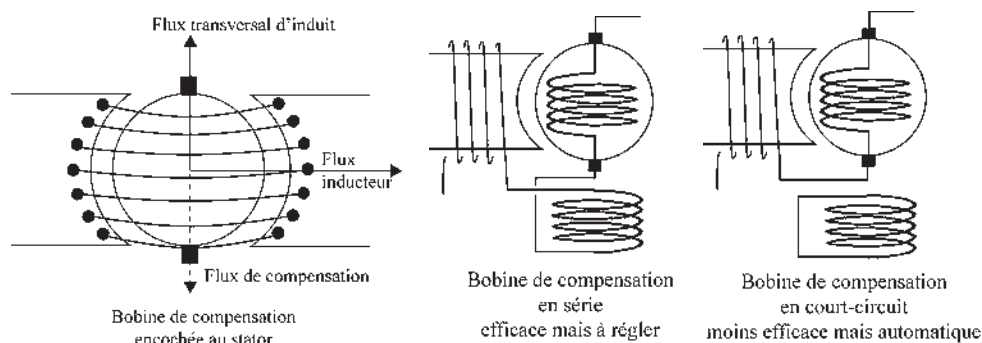


Figure 29.18

**Remarques :** La compensation a une action favorable sur la commutation puisqu'elle diminue, voire annule, le flux dans l'axe  $q$  transversal.

Le couple dans la machine ne change pas. Le couple moteur résulte de l'action du flux inducteur sur le flux transversal d'induit. Ce couple travaille au cours de la rotation. Le couple égal et opposé entre l'inducteur et le flux de compensation (tous deux au stator) ne travaille pas.

On trouve ces machines, plus ou moins compensées, dans le secteur électrodomestique et dans tout le secteur artisanal semi-industriel, incluant la pratique du bricolage, de poids économique non négligeable. Elles sont aujourd'hui en compétition avec les machines à courant continu alimentées à travers un redresseur.

Dans le domaine de la traction ferroviaire, à part quelques caténares triphasés dans les Alpes, en Suisse et au nord de l'Italie, la distribution monophasée s'est imposée partout.

On trouve des machines monophasées séries compensées de grande puissance uniquement pour la traction en  $16 + \frac{2}{3}$  Hz, en Allemagne, en Suisse et en Autriche. Plus la fréquence d'alimentation est basse, plus le fonctionnement de la machine se rapproche de celui d'une machine à courant continu et donne satisfaction.

Par contre, avec une caténaire à 50 Hz, les essais comparatifs ont montré, dans les années 1970-80, la supériorité incontestable du couple machine à courant continu/redresseur sur la machine alternative monophasée.

### 29.3.3 Moteur à répulsion

Inducteur stator alimenté en alternatif. Rotor à collecteur, type machine à courant continu (figure 29.19) dont les balais sont reliés en court-circuit. Balais décalables.

Le couple du moteur résulte de l'action du flux inducteur sur le courant rotorique. Le moteur est appelé moteur à répulsion car les deux pôles voisins de l'inducteur et de l'induit, toujours de mêmes noms, se repoussent spontanément.

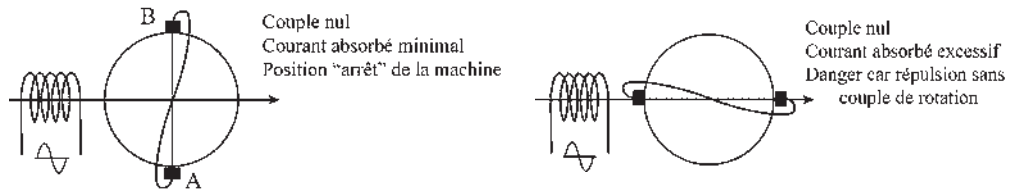


Figure 29.19

**a) Principe de fonctionnement**

Prenons l'induction stator maximale  $\vec{B}_s$  à  $t = 0$  (figure 29.20). Elle est décomposable en  $\vec{B}_{s1}$  et  $\vec{B}_{s2}$ . Dans le temps  $\vec{I}$ ,  $\vec{B}_{s1}$ ,  $\vec{B}_{s2}$  et  $\vec{B}_s$  sont en phase.

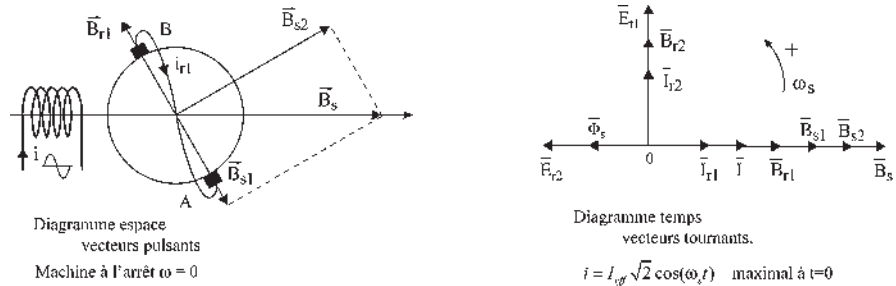


Figure 29.20

$\vec{\Phi}_s$  est en opposition de phase, le flux stator rentrant au rotor par la face nord. Le raisonnement se poursuit séparément dans les diagrammes espace et temps :

- la f.é.m. de rotation due à la composante  $\vec{B}_{s2}$  est nulle puisque  $\omega = 0$  ;
- la f.é.m. de transformation  $\vec{E}_{t1}$  due à la composante  $\vec{B}_{s1}$  est en avant de  $\frac{\pi}{2}$  sur  $\vec{B}_{s1}$  et en arrière de  $\frac{\pi}{2}$  sur  $\vec{\Phi}_{s1}$  ;
- le court-circuit donne un courant rotorique  $\vec{I}_{r1}$ ,  $\frac{\pi}{2}$  AR sur  $\vec{E}_{t1}$  ;
- $i_{r1} > 0$  à  $t = 0$  sort par le balai  $B$  ;
- $\vec{B}_{r1}$  est en phase avec  $\vec{I}_{r1}$  et  $\vec{\Phi}_{r1}$ .  $\varphi_{r1} > 0$ .  $\vec{B}_{r1}$  sort par le balai  $B$ .

On a donc un courant  $i_{r1}$ , donnant un champ  $\vec{B}_{r1}$  dans d'autres champs :

- $\vec{B}_{r1}$  n'agit pas sur  $i_{r1}$  puisque c'est le propre champ de  $i_{r1}$  ;
- $\vec{B}_{s1}$  n'agit pas puisque les deux champs sont colinéaires ;
- $\vec{B}_{s2}$  agit puisque  $\vec{B}_{r1}$  et  $\vec{B}_{s2}$  sont perpendiculaires dans l'espace et  $\vec{B}_{r1}$  et  $\vec{B}_{s2}$  sont en phase dans le temps.

➔ **Couple de démarrage.** Par rapport à la position « arrêt » le décalage des balais (figure 29.21) dans un sens ou dans l'autre, permet la rotation dans les deux sens.

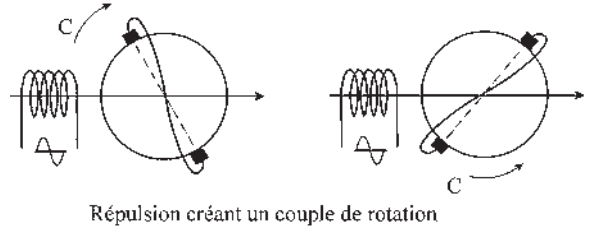


Figure 29.21

**Remarques :**  $\vec{B}_{r1}$  et  $\vec{B}_{s1}$  sont en phase dans le temps. Comme dans le transformateur,  $\vec{B}_{r1} + \vec{B}_{s1} \simeq 0$ . Ils sont opposés dans l'espace et sensiblement égaux.  $i$  et  $i_{r1}$  sont sinusoïdaux de même pulsation  $\omega_s$ .  $\vec{T}$  et  $\vec{T}_{r1}$  sont en phase dans le temps, ce qui implique que les deux pôles voisins de l'inducteur et de l'induit soient toujours de même nom (figure 29.22).



Figure 29.22

➔ **Couple de répulsion**

Après le démarrage, couple  $< 0$  et rotation  $\omega < 0$ . Même fonctionnement que précédemment avec en plus l'apparition d'une f.é.m. de rotation  $\vec{E}_{r2}$  due à  $\vec{B}_{s2}$ .

$\vec{E}_{r2}$  en phase avec  $\vec{B}_{s2}$  si  $\omega > 0$ .

Ici,  $\omega < 0$ .  $\vec{E}_{r2}$  en opposition avec  $\vec{B}_{s2}$ .

Il y a court-circuit d'où un courant rotorique  $I_{r2}$  à  $\frac{\pi}{2}$  AR sur  $\vec{E}_{r2}$ .

$i_{r2} > 0$  sort par le balai B pour  $B_s > 0$  et croissant.  $i_{r2} < 0$  pour  $B_s > 0$  et décroissant.

$\vec{\Phi}_{r2}$  en phase avec  $\vec{T}_{r2}$  et  $\vec{B}_{r2}$ ;  $\varphi_{r2} > 0$  pour  $B_s > 0$  et croissant.

On a donc un courant  $i_{r2}$  donnant un champ  $\vec{B}_{r2}$  dans d'autres champs.

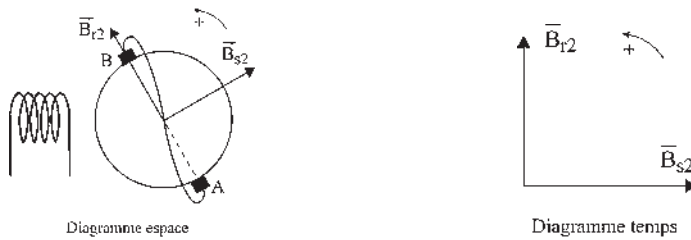


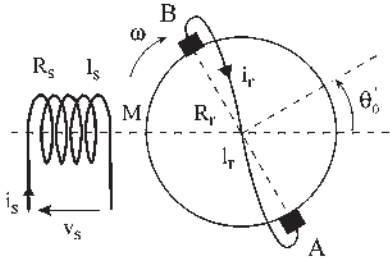
Figure 29.23

$\vec{B}_{s1}$  et  $\vec{B}_{r1}$  sur la ligne des balais n'ont aucune action sur  $\vec{B}_{r2}$ , d'autant plus que  $\vec{B}_{s1} + \vec{B}_{r1} \simeq 0$ .

$\vec{B}_{r2}$  est en AV de  $\frac{\pi}{2}$  sur  $\vec{B}_{s2}$  quadrature dans l'espace (figure 29.23).

$\vec{B}_{r2}$  est AV de  $\frac{\pi}{2}$  sur  $\vec{B}_{s2}$  quadrature dans le temps.

Pas de couple moyen entre  $\vec{B}_{s2}$  et  $\vec{B}_{r2}$  mais champ tournant unique à  $\omega_s$  dans le sens de rotation  $\omega$ . (Très bonne commutation si  $\omega = \omega_s$ ).



M : mutuelle stator-rotor alignés

$$\theta_b = \theta'_0 + \frac{\pi}{2}$$

Figure 29.24

### b) Mise en équation

Convention récepteur :

$$v = Ri - \sum e \text{ (figure 29.24)}$$

Équations électriques :

$$v_s = R_s i_s - \left( -L_s \frac{di_s}{dt} \right) - \left( -M \cos \theta_b \frac{di_r}{dt} \right)$$

$$v_r = 0 = R_r i_r - \left( -L_r \frac{di_r}{dt} \right) - \left( -M \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} \right) - (M\omega \sin \theta_b i_s)$$

Équation mécanique :

$$c_m + c_{em} \text{ instantanée} = J \frac{d\omega}{dt} + \dots \quad c_{em} \text{ instantanée} = -M i_s i_r \sin \theta_b$$

$$\begin{aligned} v_s &= R_s i_s + L_s \frac{d}{dt} i_s + M \cos \theta_b \frac{d}{dt} i_r \\ 0 &= R_r i_r + L_r \frac{d}{dt} i_r + M \cos \theta_b \frac{d}{dt} i_s - M i_s \sin \theta_b \omega \\ c_m + c_{em} \text{ instant} &= J \frac{d\omega}{dt} \quad C_{em} \text{ instant} = -M i_s i_r \sin \theta_b \end{aligned}$$

Système différentiel à coefficients constants, non linéaire à cause des doubles produits  $i_s \omega$  et  $i_s i_r$ .

En régime permanent,  $\omega = \text{cste}$ , l'équation mécanique n'est plus différentielle. Le système différentiel est alors purement électrique. Il est linéaire à coefficients constants. Toutes les variables étant sinusoïdales de pulsation  $\omega_s$ , on peut l'écrire en complexe :

$$\begin{aligned} \bar{V}_s &= R_s \bar{I}_s + j L_s \omega_s \bar{I}_s + j M \omega_s \cos \theta_b \bar{I}_r \\ 0 &= R_r \bar{I}_r + j L_r \omega_s \bar{I}_r + j M \omega_s \cos \theta_b \bar{I}_s - M \sin \theta_b \omega_s \bar{I}_s \end{aligned}$$

L'impédance  $\bar{Z} = \frac{\bar{V}_s}{\bar{I}_s}$  du moteur vue du primaire est fonction linéaire de la vitesse de rotation  $\omega$ .

$$\bar{Z} = [A(\theta_b) + \omega.B(\theta_b)] + j[C(\theta_b) + \omega.D(\theta_b)].$$

La puissance apparente complexe absorbée  $\bar{S}_1 = \bar{V}_s \bar{I}_s^* = \bar{Z} I_s^2 = P + jQ$

$$P = R(\bar{Z} I_s^2) = P_{J \text{ stator}} + P_{J \text{ rotor}} + C_{em} \text{ moyen} \omega$$

$$P_{J \text{ stator}} = R_s I_s^2 \quad P_{J \text{ rotor}} = R_r I_r^2 = R_r \bar{I}_r \bar{I}_r^*$$

$$\begin{aligned}
 C_{em} \text{ instantanée} &= -M i_s i_r \sin \theta_b \\
 &= -M \sin \theta_b \left[ R(\bar{I}_s \bar{I}_r^*) + R(\bar{I}_s \bar{I}_r e^{j2\omega_s t}) \right] \\
 C_{em} \text{ moyen} &= -M \sin \theta_b R(\bar{I}_s \bar{I}_r^*) \\
 &= \frac{M^2}{R_r^2 + L_r^2 \omega_s^2} (\sin^2 \theta_b \omega R_r - \frac{1}{2} \sin 2\theta_b L_r \omega_s^2) I_s^2
 \end{aligned}$$

$v_s$  donnée,  $\theta_b$  imposé, la machine démarre. La vitesse se stabilise à  $\omega$  donnant une seule valeur de  $\bar{Z}$  donc de  $\bar{I}_s$ , de  $\bar{I}_r$ , de  $\bar{S}_1$ , de  $P$  et de  $C_{em} \text{ moy} = C_m$  imposé.

### c) Propriétés essentielles du moteur à répulsion

En négligeant les chutes ohmiques

$$v_s = \frac{M^2}{2L_r} \sin 2\theta_b \omega_s + \left( L_s - \frac{M^2 \cos^2 \theta_b}{L_r} \right) \frac{di_s}{dt}.$$

Équation semblable à celle obtenue dans le cas du moteur série.

$v_s = (R_s + R)i + L \frac{di}{dt} - M \sin \theta_b \omega_i$ . En conséquence, on aura pour un moteur à répulsion des résultats à peu près identiques, avec quelques avantages :

- moteur qui peut être alimenté en HT ;
- fonctionne très facilement en moyenne fréquence 50 Hz.
- pratiquement pas de parasites.

## 29.3.4 Variantes du moteur à répulsion

### ➔ Moteur Atkinson

Balais fixes (figure 29.25).

Changement du sens de l'induction stator par un inverseur.

Rotation dans les deux sens.

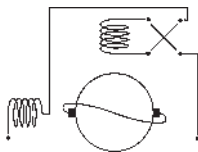


Figure 29.25

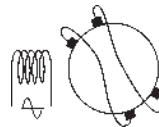


Figure 29.26

### ➔ Moteur Deri

Amélioration de la commutation (figure 29.26).

Réglage de la vitesse par décalage de l'ensemble des balais.

## Le saviez-vous ?

### Diodes, triodes et redresseur à vapeur de mercure

L'invention de la diode à vide en 1904 est due à Lord Fleming. L'effet thermoélectrique a permis de redresser des courants de petite intensité appelés courants faibles. Les diodes, comportant une cathode émettrice portée à l'incandescence, ne peuvent conduire que si l'anode est portée à une tension positive. La diode sert au redressement du courant alternatif et en radiophonie à la détection de la modulation d'amplitude. La saturation du courant de débit quand la tension augmente ne permet pas le redressement des courants forts.

La triode à vide, inventée en 1906 par Lee de Forest, comporte l'adjonction d'une grille polarisée située entre la cathode et l'anode. Cette grille portée à une tension négative module le flux électronique permettant d'obtenir le contrôle de l'effet modulateur à la base de l'amplification. Une petite variation de la tension grille permet une grande variation du courant d'anode. Le redresseur à vapeur de mercure a permis l'extension aux courants forts.



## Vous avez dit électrotechnique ?

### Les trolleybus

Apparus en 1911, après les tramways, ils nécessitent, à cause des pneumatiques, deux lignes aériennes pour leur alimentation en tension continue. Plus silencieux, ils présentent l'avantage de parcourir un trajet non rigide et comme le tramway, donnent la possibilité d'un chauffage interne même à l'arrêt, sans produire de pollution, ce qui est appréciable en hiver pendant l'attente avant le dernier trajet après la sortie des spectacles. Quelques villes leurs sont restées longtemps fidèles : Lyon, Nancy, Marseille, Saint-Étienne, Limoges, Grenoble.

La solution bimode, électrique-diester, donne des avantages considérables autorisant des fins de lignes variables en fonction des besoins journaliers ou de l'évolution de la cité. Décriée de manière exagérée, l'alimentation électrique suspendue des tramways et des trolleybus présente pourtant l'avantage d'un repère facile de la ligne de transport qui fait défaut aux lignes d'autobus quasiment impraticables dans les villes pour un voyageur de passage.



### ➔ Moteur mixte Latour

Bon couple de démarrage.

Position fixe des balais (figure 29.27).

Réglage de la vitesse par action sur la tension.

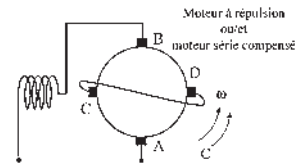


Figure 29.27

### ➔ Moteur répulsion/induction

Démarrage en répulsion, puis fonctionnement en asynchrone d'induction stator monophasé et rotor triphasé (figure 29.28).

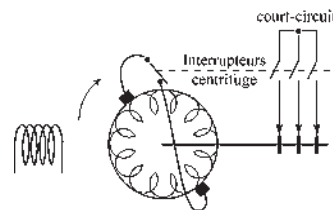


Figure 29.28

## 29.3.5 Conclusion

Dans ce domaine des applications des machines monophasées de petite et moyenne puissances, représentant un marché important mais réparti, toutes les solutions peuvent être envisagées aujourd'hui grâce à un traitement statique préalable de l'énergie pour l'alimentation du moteur en partant d'une source continue, pile ou accumulateur, pour les appareils autonomes portatifs ou en partant du secteur alternatif 50 Hz pour les appareils à fil.

# Pour en savoir plus...

## LE REDRESSEUR À VAPEUR DE MERCURE

Cooper Hewitt découvrit qu'en introduisant de la vapeur de mercure dans une diode à vide, on évitait le phénomène de saturation de  $I(V)$  permettant alors de redresser des courants forts jusqu'à 500 ampères dans des ampoules de verre. Ces ampoules fonctionnent comme les diodes à vide mais sans saturation.

En soumettant l'anode à une tension alternative monophasée, l'ampoule ne laisse passer que l'alternance positive. L'ampoule est un redresseur à une alternance. En munissant l'ampoule à vapeur de mercure d'une seconde anode qui devient positive pendant la seconde alternance, grâce à un transformateur à point milieu, on redresse alors les deux alternances. Le redressement d'un courant alternatif triphasé nécessitera six anodes pour une cathode et un transformateur triphasé à points milieux. Les ampoules, en définitive, ressemblent à des pieuvres avec autant de bras que d'anodes nécessaires. Certaines installations industrielles ont été jusqu'à 12 anodes en hexaphasé et même 24 anodes pour obtenir un courant continu commuté de qualité, sans ondulation.

La tension continue utilisée pour la traction électrique des chemins de fer ou des tramways et en électrochimie était d'autant moins ondulée qu'il y avait d'anodes. Au-delà de 500 A et jusqu'à 16 000 A, le redresseur à vapeur de mercure utilisait une cuve métallique refroidie par circulation d'eau.

Après l'invention de la triode à vide, l'introduction de la grille polarisée a permis d'utiliser le redresseur à vapeur de mercure en soupape, dénommé valve par les Anglais, Ventil par les Allemands, Thyatron par les Américains. Dans la triode à vide, une grille fortement négative interdit toute circulation de courant tandis que dans la soupape à vapeur de mercure, la grille polarisée négativement par rapport à la cathode interdit seulement un nouvel amorçage après le passage par zéro du courant. On ne coupe pas facilement un arc donné par un courant fort.

Au moyen d'une source de commande, la polarisation des grilles se fait à volonté positivement ou négativement. Avec une polarisation positive permanente de la grille, on obtient le fonctionnement normal en redresseur dès le début des alternances. Avec une polarisation négative, on ne coupe pas l'arc, mais on empêche sa reprise à l'alternance suivante. Après une polarisation négative, dès que la polarisation est positive il y a amorçage et fonctionnement en redresseur. Le retard à la polarisation positive des grilles par rapport aux alternances contrôle le réglage de la tension continue de sortie.

Des montages plus complexes et très encombrants ont permis de réaliser le passage du triphasé au continu réglable, le changement de fréquence, 50 Hz/16+2/3 Hz, et même l'alimentation d'un moteur sans collecteur installé sur une locomotive.

Ces montages expérimentés avant les années 1950 ont permis l'exploration des systèmes à commutation électronique réalisés ensuite en technologie thyristors puis GTO.

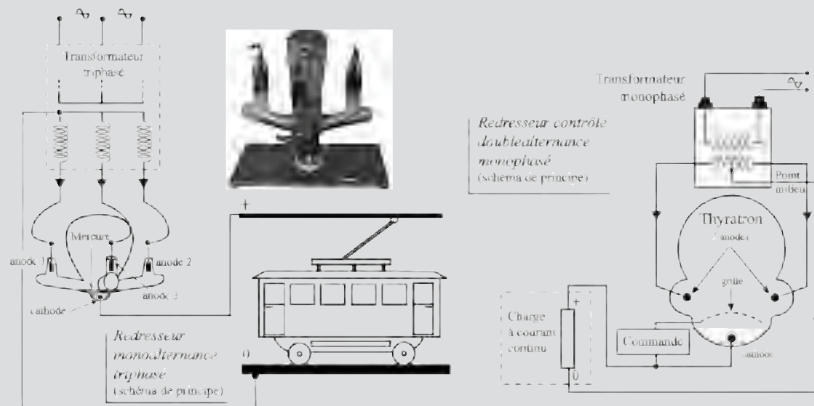


Figure 29.29

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Couple instantané et couple moyen

Pour qu'il y ait un couple instantané, il faut un angle entre les deux champs... dans l'espace !

Pour qu'il y ait un couple moyen, il faut un couple instantané et il ne faut pas que les deux champs soient déphasés de  $\frac{\pi}{2}$ ... dans le temps !

### Moteur série alimenté en alternatif

Parmi les différents types de machine à courant continu, seul le moteur série peut être alimenté en alternatif à la condition de l'adapter par le feuilletage, la compensation et le bobinage tout en induit.

## FICHE MÉMO

### F.é.m de rotation ou f.é.m. dynamique

$$e_{BA} = M \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0 \omega i$$

- existe si la spire tourne part rapport à un champ (même constant) ;
- est maximale si la spire est diamétrale d'axe  $q$  ;
- est en phase avec le courant inducteur ;
- est  $> 0$  dans le sens de la normale pour les spires dans le plan  $S1$  à l'instant  $t$  de la figure.

### F.é.m. de transformation ou f.é.m. statique

$$e_{BA} = M \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta'_0 \frac{di}{dt}$$

- existe si le courant stator pulse, même si le rotor est à l'arrêt ;
- est maximale si la spire est diamétrale d'axe  $d$ .
- est déphasée de  $\frac{\pi}{2} AV$  par rapport au courant inducteur et de  $\frac{\pi}{2} AR$  par rapport au flux inducteur ;

– est  $> 0$  avant  $t = 0$ . Est  $< 0$  après  $t = 0$ , pour s'opposer aux variations de flux.

### F.é.m globale

$$e_{BA} = M \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0 \omega i + M \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta'_0 \frac{di}{dt}$$

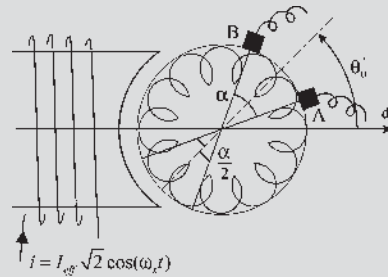


Figure 29.30

### Équation de fonctionnement

$$e_{BA} = M \omega i \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta_b - M \frac{di}{dt} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta_b$$

$$\bar{E}_{BA} = \underbrace{M \omega \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta_b \bar{I}}_{\text{f.é.m. de rotation}} - \underbrace{j M \omega_s \bar{I} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta_b}_{\text{f.é.m. de transformation}}$$

### Couple instantané

$$c_{\text{instant}} = -\phi_d i_q \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2}$$

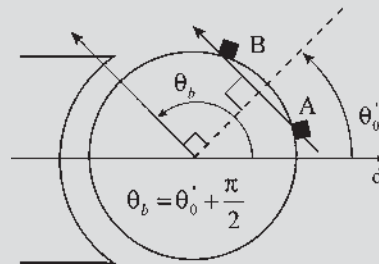


Figure 29.31

$$c_{\text{instant}} = -M i \cdot i_q \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$c_m + c_{em \text{ instant}} = J \frac{d\omega}{dt} \quad \theta_b = \theta'_0 + \frac{\pi}{2}$$

équation temporelle

**Couple moyen**

$$C_{em \text{ moyen}} = -\phi_d \text{ eff } I_q \text{ eff } \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2} \cos \psi$$

$$C_{em \text{ moyen}} = -M I_{\text{eff}} I_q \text{ eff } \sin \theta_b \sin \frac{\alpha}{2} \cos \psi$$

$$VI = rI^2 + C_{em \text{ moyen}} \omega$$

équation énergétique

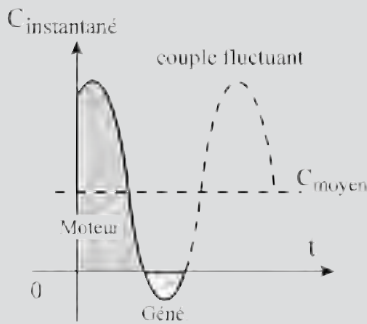


Figure 29.32

**QUESTIONS D'ENTRETIEN**

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 29.1 On dispose d'une machine à courant continu avec enroulement inducteur et rotor à collecteur ayant deux balais A et B d'ouverture  $\alpha = 60^\circ$ . Que doit-on faire au minimum pour obtenir aux bornes des balais une f.é.m. de transformation ? Une f.é.m. de rotation ?
- 29.2 À tension d'alimentation maximale égale, pourquoi une machine alimentée en alternatif absorbe-t-elle un courant plus faible que la même machine alimentée en continu ?
- 29.3 Quelles conditions faut-il respecter si l'on veut avoir un couple instantané dans une machine à courant continu alimentée en alternatif ?
- 29.4 Quelles conditions faut-il respecter si l'on désire obtenir un couple moyen avec une machine à courant continu alimentée en alternatif ?

- 29.5 Donner les équations de fonctionnement du moteur série alimenté en alternatif lorsqu'il tourne en régime permanent.
- 29.6 Un moteur « tout en induit » a été compensé totalement. Doit-on tenir compte du flux de compensation en établissant le couple de la machine ?
- 29.7 Un moteur à répulsion a-t-il besoin d'un rhéostat de démarrage ? Comment opère-t-on pour démarrer dans un sens ou dans l'autre ?
- 29.8 Que se passe-t-il si l'on place dans une machine de type courant continu alimentée au stator en alternatif :
  - un rotor avec deux points diamétraux a et b du bobinage court-circuités ?
  - un rotor avec deux balais A et B diamétraux court-circuités ?

**EXERCICES**

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 29.1 Considérons un moteur monophasé à collecteur alimenté sous une tension sinusoïdale 220 V-50 Hz. En régime nominal, ce moteur tourne à 7 000 tr/min, le couple développé est de 2 Nm pour une puissance absorbée de 1 560 W, facteur de puissance 0,71 inductif. On appelle  $r$  la résistance entre ces bornes et  $L$  son inductance totale. On fait l'hypothèse que le flux magnétique par pôle est proportionnel au courant dans la machine et que les pertes mécaniques et ferromagnétiques sont négligées. Les balais sont alignés dans l'axe  $q$  de la machine. Le moteur est compensé.
  - 1) Déterminer la valeur efficace du courant dans la machine.
  - 2) Donner l'expression du couple moyen développé par le moteur.
  - 3) Calculer les valeurs de  $r$  et de  $L$ .
- 29.2 Considérons une machine série à pôles saillants.
  - 1) Écrire les équations temporelles de fonctionnement.

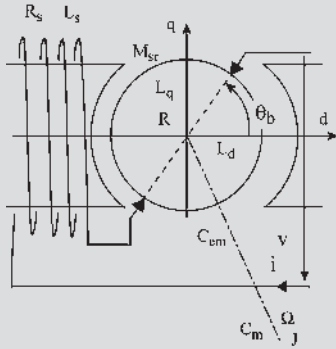


Figure 29.33

2) Caractériser le fonctionnement en moteur en choisissant  $i > 0$  puis  $i < 0$ . En déduire si le moteur peut fonctionner alimenté par une tension alternative.

3) On alimente ce moteur par la tension du réseau EDF  $v(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t)$ . En utilisant la notation complexe, donner les équations de fonctionnement en régime permanent. Déterminer la valeur efficace  $I$  du courant  $i$  et son déphasage  $\varphi$  par rapport à la tension  $v$ .

Montrer que le couple instantané est pulsatoire. Calculer le couple moyen.

4) On alimente ce moteur par la tension continue  $V_c = V\sqrt{2}$ . Donner les équations de fonctionnement. Calculer la valeur  $I_c$  du courant absorbé ainsi que le couple moyen.

5) Exprimer le rapport des puissances actives absorbées aux questions 4 et 3.

# Modélisation des systèmes électromécaniques

## Objectifs

- Établir un modèle pour une machine à collecteur.
- Apprendre à faire une mise en équation « à vue ».
- Adopter la procédure de routine.
- Connaître les méthodes d'études possibles.
- Maîtriser les machines à pôles saillants.

## Vocabulaire

Équation de liaison,                      Ordre d'un système  
procédure de routine

La modélisation des systèmes électromécaniques est un impératif évitant d'avoir à construire des ensembles répétitifs lourds et onéreux, permettant de modifier à volonté la valeur de certains paramètres dans un but de recherche du bon compromis sans dépense excessive au bureau d'étude. Elle autorise aussi des simulations de fonctionnement dans des situations diverses, en particulier pour des régimes transitoires, sans avoir à réaliser de coûteuses expériences pour les mises au point avant construction ou pour éviter des essais destructeurs.

Il est tout aussi impératif de tester le modèle final car c'est la seule méthode pour valider l'ensemble des hypothèses faites en confrontant les résultats expérimentaux avec ceux obtenus par la simulation.

Modélisation et simulation sont particulièrement appréciées pour l'étude et la compréhension des régimes transitoires.

La modélisation des machines à collecteur prend une importance capitale du fait des transformations de Park où la modélisation des machines à courants alternatifs conduit à des machines virtuelles assimilables à des machines à courant continu.

## 30.1 MISE EN ÉQUATIONS

### 30.1.1 Système électromécanique sans collecteur

#### a) Conventions

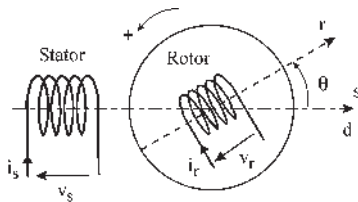


Figure 30.1

- Bobines à droite. Orientation des courants et des flux comme indiqué sur la figure 30.1.
- Sens trigonométrique pour les angles, les couples et la vitesse.
- Convention récepteur pour chaque bobinage.

$$v = ri + E_{f.c.é.m} = ri - e_{f.é.m} = ri + \frac{d\phi}{dt}$$

- Écriture en variables instantanées valable en transitoire comme en permanent.
- Machine bipolaire équivalente.

$$v_s = R_s i_s - e_s = R_s i_s + \frac{d}{dt} \phi_s$$

$$v_r = R_r i_r - e_r = R_r i_r + \frac{d}{dt} \phi_r$$

#### b) Hypothèses

- Machine non saturée.  $\mu_r = \text{cste}$ . Système linéaire (figure 30.2). Application du théorème de superposition. Addition des flux de circulation  $\phi = \phi_s + \phi_r$  dans un tube commun.
- Matériaux ferromagnétiques.  $\mu_r \simeq 10^4$ , grand  $\rightarrow$  induction normale dans l'entrefer.
- Induction à répartition spatiale sinusoïdale dans l'entrefer (figure 30.3) permet une écriture algébrique du flux reçu.

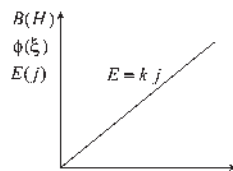


Figure 30.2

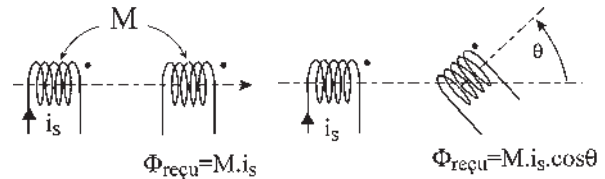


Figure 30.3

- Dans un premier temps, on ne traitera que des machines à pôles lisses. Entrefer uniforme avec  $\mathfrak{N} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \text{cste}$ ,  $\xi = ni = \mathfrak{N} \phi$ ,  $\phi$  étant le flux de circulation dans le circuit magnétique.  $\phi = n \phi$  flux reçu par la bobine composée de  $n$  spires.  $\phi = \frac{n^2}{\mathfrak{N}} i = Li$ . Les inductances des bobines stator  $L_s$  et rotor  $L_r$  sont constantes si  $\mu_r = \text{cste}$  et si le circuit magnétique n'est pas variable « magnétiquement ».

$$\phi_s = L_s i_s + M_{sr} i_r \cos \theta$$

$$\phi_r = L_r i_r + M_{sr} i_s \cos \theta$$

**c) Équations électriques**

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$  étant la vitesse angulaire instantanée de rotation :

$v_s = R_s i_s + L_s \frac{d}{dt} i_s + M_{sr} \cos \theta \frac{d}{dt} i_r + M_{sr} \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) i_r \omega \quad (1)$
$v_r = R_r i_r + L_r \frac{d}{dt} i_r + M_{sr} \cos \theta \frac{d}{dt} i_s + M_{sr} \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) i_s \omega \quad (2)$
$\uparrow$ f.c.é.m. de transformation $\uparrow$ f.c.é.m. de rotation $\uparrow$

**d) Équation mécanique**

$c_m + c_{em} = J \frac{d\omega}{dt} + \dots \quad (3)$
---

$c_{em}$  couple électromécanique instantané.

Dans un système électromagnétique :

$$c_{em} = \frac{\partial(\text{coénergie})}{\partial \theta} \Big|_{i=\text{cste}} = \left( \frac{\partial \left( \sum \frac{1}{2} Li^2 \right)}{\partial \theta} \right) \Big|_{i=\text{cste}}$$

La coénergie étant :  $\sum \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + M_{sr} i_s i_r \cos \theta + \frac{1}{2} L_r i_r^2$

$c_{em} = M_{sr} \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) i_s i_r \quad (4)$
--

Le modèle est constitué d'un système de 4 équations différentielles non linéaires à coefficients constants à 7 variables.

Trois impositions seront nécessaires pour que le système puisse évoluer spontanément. C'est un actionneur se positionnant à  $\theta = 0$  pour  $v_s = \text{cste}$ ,  $v_r = \text{cste}$ , et  $C_m = \text{cste} < C_{em}$ .

**30.1.2 Modélisation des machines à collecteur**

**a) Conventions**

Ce sont les mêmes que précédemment mais en tenant compte de la présence des balais (figure 30.4) :

- orientation des courants et des flux.  $i_s > 0$  donne  $\phi_s > 0$  d'axe  $d$ . Sens trigonométrique. Convention récepteur pour chaque bobine.
- Machine bipolaire. Écriture instantanée.
- Balais diamétraux.
- Des balais non diamétraux ne feraient que faire apparaître un facteur multiplicatif supplémentaire  $\sin \frac{\alpha}{2}$  dans les expressions du moment du couple et de la f.c.é.m.

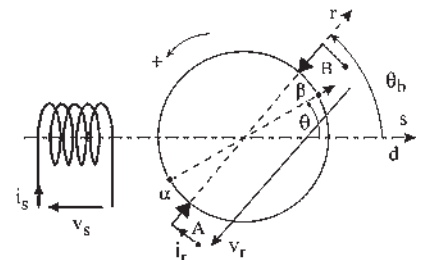


Figure 30.4



**b) Hypothèses**

Ce sont les mêmes que précédemment.  $\mu_r = \text{cste}$ .  $\mu_r$  grand. Répartition spatiale sinusoidale de l'induction dans l'entrefer. Machines à pôles lisses dans un premier temps, en ajoutant des balais d'épaisseur très réduite et grand nombre de lames au collecteur.

Cette dernière hypothèse permet de fixer dans l'espace le champ donné par la bobine pseudo-stationnaire sur l'axe  $AB$  des balais, que le courant rotorique soit continu ou variable.

**c) Équations électriques**

Pour le stator  $v_s = R_s i_s + \frac{d}{dt} \phi_s$  avec  $\phi_s = L_s i_s + M_{sr} \cos \theta_b i_r$  l'angle  $\theta_b$  étant constant,

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_r}{dt} \quad (1)$$

Pour le rotor,  $v_r = R_r i_r + \text{f.c.é.m. commutée aux bornes des balais } AB$ .

Cette f.c.é.m. existe parce que le rotor tourne dans deux champs de directions fixes, le champ stator d'axe  $d$  et le champ d'axe  $AB$  donné par la bobine pseudo-stationnaire. On sait qu'un bobinage de machine à courant continu est fermé sur lui-même. On sait aussi que si l'on prend deux points diamétraux quelconques  $\alpha\beta$  de ce bobinage, ce dispositif est un capteur de flux formé de deux demi-induits d'axe  $\vec{\alpha\beta}$ . Le rotor étant en rotation  $\vec{\alpha\beta}$  tourne et est le siège de f.é.m. dues aux champs de directions fixes. La f.c.é.m. recherchée est celle aux bornes des bobines  $\alpha\beta$  lorsque  $\alpha$  et  $\beta$  passent sous les balais  $AB$ .

$$v_r = R_r i_r + \left( \frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} \right)_{\text{pour } \theta = \theta_b} \quad \phi_{\alpha\beta} = M_{sr} i_s \cos \theta + L_r i_r \cos(\theta - \theta_b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} &= M_{sr} \cos \theta \frac{di_s}{dt} + L_r \cos(\theta - \theta_b) \frac{di_r}{dt} \\ &\quad + M_{sr} i_s \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \frac{d\theta}{dt} + L_r i_r \cos\left(\theta - \theta_b + \frac{\pi}{2}\right) \frac{d\theta}{dt} \\ \left( \frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} \right)_{\theta = \theta_b} &= M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} + L_r \frac{di_r}{dt} + M_{sr} i_s \cos\left(\theta_b + \frac{\pi}{2}\right) \omega \quad \text{puisque } \frac{d\theta}{dt} = \omega \\ &\quad \text{f.c.é.m. } \uparrow \text{ de transformation } \uparrow \quad \text{f.c.é.m. } \uparrow \text{ de rotation} \end{aligned}$$

$$v_r = R_r i_r + L_r \frac{di_r}{dt} + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} + M_{sr} i_s \omega \cos\left(\theta_b + \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

**d) Équation mécanique**

$$C_m + C_{em} = j \frac{d\omega}{dt} + \dots \quad (3)$$

Montrons que le moment du couple électromagnétique s'écrit :

$$c_{em} = M_{sr} i_s \left[ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right]_{\theta=\theta_b} i_r = M_{sr} i_s i_r \cos\left(\theta_b + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4)$$

La machine à collecteur sera modélisée par les quatre équations différentielles.

### 30.1.3 Calcul du moment du couple électromagnétique

#### a) De manière intuitive

Il sera (figure 30.5) le même que celui s'exerçant sur la bobine pseudo-stationnaire d'axe  $AB$  faisant un angle  $\theta_b$  avec l'axe  $d$ .

Ce couple déjà calculé a pour expression :

$$C_{em} = M_{sr} i_s i_r \cos\left(\theta_b + \frac{\pi}{2}\right)$$

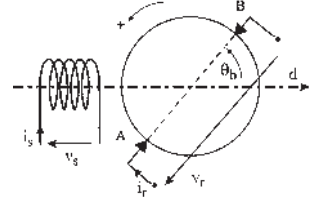


Figure 30.5

#### b) En faisant un bilan énergétique

À partir des équations obtenues :

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_r}{dt}$$

$$v_r = R_r i_r + L_r \frac{di_r}{dt} + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} + M_{sr} i_s \left[ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right]_{\theta=\theta_b} \omega$$

l'énergie électrique absorbée  $W_e$  pendant le temps  $dt$ , le rotor ayant tourné de  $d\theta$  est :

$$dW_e = v_s i_s dt + v_r i_r dt.$$

$$\begin{aligned} dW_e &= R_s i_s^2 dt + R_r i_r^2 dt + L_s i_s di_s + L_r i_r di_r \\ &\quad + M_{sr} \cos \theta_b (i_s di_r + i_r di_s) + M_{sr} i_s i_r \left[ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right]_{\theta=\theta_b} d\theta. \end{aligned}$$

La coénergie magnétique étant  $W_m = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + \frac{1}{2} L_r i_r^2 + M_{sr} i_s i_r \cos \theta_b$  sa variation s'écrit :

$$dW_m = \frac{\partial W_m}{\partial i_s} di_s + \frac{\partial W_m}{\partial i_r} di_r + \left( \frac{\partial W_m}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_b} d\theta, \text{ alors } dW_e = (R_s i_s^2 + R_r i_r^2) dt + dW_m$$

L'inducteur étant fixe et l'induit, par la bobine pseudo-stationnaire, assimilé à une bobine fixe d'axe  $\overrightarrow{AB}$ , la variation d'énergie magnétique emmagasinée (stockée) est alors indépendante de  $\theta$  et n'est représentée que par les termes  $\frac{\partial W_m}{\partial i_s} di_s + \frac{\partial W_m}{\partial i_r} di_r$ . Le travail

mécanique fourni est donc :

$$C_{em} d\theta = \left( \frac{\partial W_m}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_b} d\theta$$

$$C_{em} = \left( \frac{\partial W_m}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_b} = M_{sr} i_s i_r \left[ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right]_{\theta=\theta_b} = M_{sr} i_s i_r \cos\left(\theta_b + \frac{\pi}{2}\right)$$

**c) En appliquant le théorème des travaux virtuels**

Le moment du couple exercé par un enroulement stator sur un rotor à collecteur à balais fixes étant identique à celui produit par le même enroulement stator sur une bobine fixe ayant le même axe que les balais à la seule condition que les flux soient les mêmes, on peut imaginer de faire tourner virtuellement les balais. Alors,  $\theta$  étant variable, la coénergie  $W_m$  est variable.

$$W_m = \frac{1}{2}L_s i_s^2 + \frac{1}{2}L_r i_r^2 + M_{sr} i_s i_r \cos \theta \text{ et le couple est variable.}$$

$$c_{em} = \left( \frac{\partial \text{coénergie}}{\partial \theta} \right)_{i=\text{cste}} = M_{sr} i_s i_r \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right). \text{ La valeur cherchée est celle de } C_{em}$$

pour  $\theta = \theta_b$   $C_{em} = M_{sr} i_s i_r \cos \left( \theta_b + \frac{\pi}{2} \right)$

**30.1.4 Modèles de machines à collecteur**

**a) À excitation indépendante et balais décalés**

Les équations sont celles de la machine étudiée aux paragraphes 30.1.2. et 30.1.3, et présentées figure 30.5.

$$v_s = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_r}{dt}$$

$$v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} - M_{sr} i_s \omega \sin \theta_b$$

$$C_m - M_{sr} i_s i_r \sin \theta_b = J \frac{d\omega}{dt}$$

Le fonctionnement est régi par ce système électromécanique de 3 équations différentielles non linéaires à coefficients constants à 6 variables. Trois impositions seront nécessaires. En moteur à courant continu, par exemple, on se donnera  $i_s$ ,  $v_r$  et  $C_m$  pour avoir un point de fonctionnement en régime permanent et un fonctionnement en régime transitoire depuis l'arrêt à  $t = 0$ .

**b) À excitation indépendante et balais dans l'axe q**

Figure 30.6

$$v_s = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s$$

$$v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r - M_{sr} i_s \omega$$

$$C_m - M_{sr} i_s i_r = J \frac{d\omega}{dt}$$

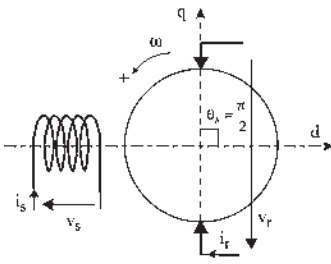


Figure 30.6

**Réaction d'induit**

Une machine à pôles lisses non saturée n'a pas de réaction d'induit. En dehors de la chute ohmique, aucun terme en  $i_r$  dans les équations n'apporte une diminution de la

f.c.é.m. de rotation,  $(-M_{sr}i_s\omega)$ . La réaction transversale d'induit apparaîtra avec la saturation. La réaction longitudinale d'induit apparaîtra dans les machines à pôles saillants lorsque les balais ne seront plus dans l'axe  $q$ .

### c) À excitation série

Au système électromécanique précédent, on adjoindra l'équation de liaison  $i_r = i_s$ .

On pourra choisir de nouvelles variables :  $i = i_s$ ,  $v = v_s + v_r$  (figure 30.7) et en éliminant  $i_s$ ,  $i_r$ ,  $v_s$  et  $v_r$  on obtient :

$$v = (R_s + R_r)i + (L_s + L_r + 2M_{sr} \cos \theta_b) \frac{di}{dt} - M_{sr}i\omega \sin \theta_b$$

$$C_m - M_{sr}i^2 \sin \theta_b = J \frac{d\omega}{dt}$$

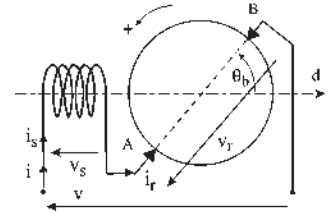


Figure 30.7

### d) À balais court-circuités – moteur à répulsion

Au système électromécanique, sera jointe l'équation de liaison  $v_r = 0$ . Le moteur de la figure 30.8 ne fonctionnant qu'en alternatif :  $v_s = V_s \sqrt{2} \cos \omega_s t$ .

**Remarque : Validité des hypothèses.** Elle ne pourra être constatée qu'après confrontation des résultats théoriques et expérimentaux. Les hypothèses seront à adapter dès qu'il faudra tenir compte du flux rémanent, de la saturation ou des pôles saillants. Par exemple, pour la machine « série » il faudra tenir compte du flux rémanent dans un fonctionnement générateur si l'on veut l'amorçage.

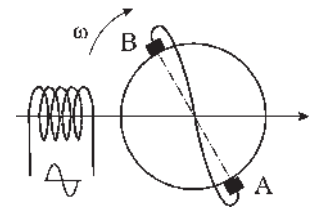


Figure 30.8

## 30.2 MISE EN ÉQUATION « À VUE » D'UN SYSTÈME ÉLECTROMÉCANIQUE

### 30.2.1 F.c.é.m. de transformation et de rotation

En vue de formuler l'expression des f.c.é.m. de transformation et de rotation, considérons une machine (figure 30.9) possédant plusieurs enroulements stators  $a$ ,  $b$ , et plusieurs bobines pseudo-stationnaires au rotor  $c$ ,  $g$ , placées orthogonalement, pour simplifier l'écriture des chutes ohmiques rotoriques.

#### a) Pour le stator

$v_a = R_a i_a + \frac{d\phi_a}{dt}$  avec  $\phi_a$ , flux total instantané reçu par la bobine  $a$ .

$$\phi_a = \phi_{aa} + \phi_{ab} + \phi_{ac} + \phi_{ag} = \sum_n \phi_{ak} \text{ s'il y a } n \text{ bobines au total.}$$

$$v_a = R_a i_a + \frac{d}{dt} \sum_n \phi_{ak} = R_a i_a + \sum_n \frac{d}{dt} \phi_{ak}.$$

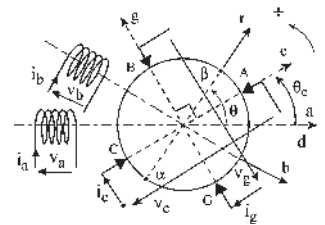


Figure 30.9

Or  $\phi_{ak} = M_{ak} \cos \theta_{ak} i_k$  avec  $\phi_{ak} = \text{cste}$  puisque tous les champs sont de directions fixes

$$v_a = R_a i_a + \sum_n M_{ak} \cos \theta_{ak} \frac{di_k}{dt}.$$

On en déduit que pour chaque bobine stator, il n'y a que la chute ohmique et si les courants sont pulsants,  $n$  f.c.é.m. de transformation. Il n'existe aucune f.c.é.m. de rotation puisqu'aucun champ ne tourne par rapport à la bobine concernée.

L'expression de chaque f.c.é.m. de transformation  $M_{ak} \cos \theta_{ak} \frac{di_k}{dt}$  s'obtient en dérivant le courant de la bobine  $k$  dans l'expression  $M_{ak} \cos \theta_{ak} i_k$  du flux envoyé par la bobine  $k$  dans la bobine  $a$ .

### b) Pour le rotor

$v_c = R_c i_c + \left( \frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} \right)_{\theta=\theta_c}$  avec  $\phi_{\alpha\beta}$ , flux total instantané reçu par la demi-bobine  $\alpha\beta$  faisant l'angle  $\theta$  avec l'axe  $d$ .  $\phi_{\alpha\beta} = \phi_{ra} + \phi_{rb} + \phi_{rc} + \phi_{rg} = \sum_n \phi_{rk}$ .

$$v_c = R_c i_c + \sum_n \left( \frac{d\phi_{rk}}{dt} \right)_{\theta=\theta_{ck}} \quad \text{or } \phi_{rk} = M_{rk} \cos \theta_{rk} i_k$$

$$\frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} = \sum_n M_{rk} \cos \theta_{rk} \frac{di_k}{dt} + \sum_n M_{rk} i_k \cos \left( \theta_{rk} + \frac{\pi}{2} \right) \frac{d\theta_{rk}}{dt}$$

$$\left( \frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} \right)_{\theta=\theta_{ck}} = \sum_n M_{ck} \cos \theta_{ck} \frac{di_k}{dt} + \sum_n M_{ck} i_k \cos \left( \theta_{ck} + \frac{\pi}{2} \right) \omega$$

$$v_c = R_c i_c + \sum_n M_{ck} \cos \theta_{ck} \frac{di_k}{dt} + \sum_n M_{ck} i_k \cos \left( \theta_{ck} + \frac{\pi}{2} \right) \omega$$

On en déduit que pour chaque bobine pseudo-stationnaire, il y a chute ohmique,  $n$  f.c.é.m. de transformation (si les courants sont pulsants) qui se calculent comme précédemment et  $n$  f.c.é.m. de rotation.

L'expression de chaque f.c.é.m. de rotation s'obtient en multipliant par  $\omega$  le flux envoyé  $M_{ck} i_k \cos \left( \theta_{ck} + \frac{\pi}{2} \right)$  par la bobine  $k$  en avant de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à l'axe du flux positif de la bobine pseudo-stationnaire considérée.

### 30.2.2 Écriture directe du moment du couple

$$W_m = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + \frac{1}{2} L_r i_r^2 + M_{sr} i_s i_r \cos \theta \quad \text{coénergie du couple stator/bobine d'axe } \alpha\beta.$$

$$\left(\frac{\partial W_m}{\partial \theta}\right) = M_{sr} i_s i_r \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -M_{sr} i_s i_r \sin \theta.$$

$C_{em} = \left(\frac{\partial W_m}{\partial \theta}\right)_{\theta=\theta_b} = -M_{sr} i_s i_r \sin \theta_b = -M_{sr} i_s i_r = -\phi_d i_r$ . Avec  $\phi_d$ , flux reçu par un demi-induit par la face sud et par l'autre demi-induit par la face nord (figure 30.10).

Si l'on considère une machine ayant  $S$  bobines statoriques et  $R$  bobines rotoriques, l'expression de la coénergie comporte  $\frac{1}{2}[(S + R) + (S + R)^2]$  termes, soit  $(S + R)$  termes en  $\frac{1}{2}Li^2$ ,  $(S \cdot R)$  couples stator/rotor,  $\frac{S(S-1)}{2}$  couples stator/stator, et  $\frac{R(R-1)}{2}$  couples rotor/rotor.

Par ailleurs,  $c_{em} = \sum C$  partiels des bobines prises deux à deux. Seules, les bobines pseudo-stationnaires rotoriques ont un  $\theta$  variable par la bobine  $\alpha\beta$ . On peut donc éliminer tous les termes en  $\left(\frac{1}{2}\right)Li^2$  et les couples stator/stator. On peut aussi éliminer (ou conserver) les couples rotor/rotor puisqu'ils exercent entre eux des couples égaux et opposés. Les seuls termes de type stator/rotor sont créateurs de couples entraînant un mouvement et peuvent s'écrire :

$$W_m \text{ créateur de couple} = \sum_1^S \sum_1^R M_{sr} i_s i_r \cos \theta = \sum_1^S \sum_1^R W_{sr}, \text{ et il y a } S \cdot R \text{ termes.}$$

$$c_{em} = \left(\frac{\partial \sum_1^S \sum_1^R W_{sr}}{\partial \theta}\right)_{\theta=\theta_{sr}} = \sum_1^S \sum_1^R \left(\frac{\partial W_{sr}}{\partial \theta}\right)_{\theta=\theta_{sr}} = \sum_1^S \sum_1^R M_{sr} i_s i_r \cos\left(\theta_{sr} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Or,  $M_{sr} i_s \cos \theta_{sr}$  est le flux envoyé par la bobine stator  $S$  dans la bobine rotor  $R$ ,  $M_{sr} i_s \cos\left(\theta_{sr} + \frac{\pi}{2}\right)$  est le flux envoyé par la bobine stator  $S$  en AV de  $\frac{\pi}{2}$  sur la bobine rotor  $R$ ,  $\sum_1^S M_{sr} i_s \cos\left(\theta_{sr} + \frac{\pi}{2}\right)$  est le flux total envoyé en AV de  $\frac{\pi}{2}$  sur la bobine rotor  $R$  par « tout le stator » ; appelons le symboliquement,  $\sum_S \phi_{r+\frac{\pi}{2}}$ .

$\sum_S \phi_{r+\frac{\pi}{2}} i_r$  est le couple agissant sur la bobine,  $\sum_1^R \sum_S \phi_{r+\frac{\pi}{2}} i_r$  est la sommation des

couples agissant sur les bobines rotor.  $c_{em} = \sum_R i_r \sum_S \phi_{r+\frac{\pi}{2}}$

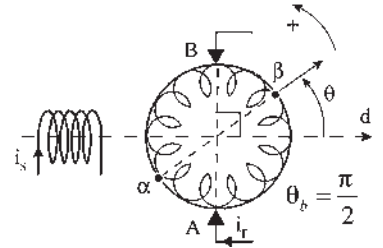


Figure 30.10

Écriture symbolique impliquant la double sommation, sommation sur tous les courants rotoriques, sommation de tous les flux stator en AV de  $\frac{\pi}{2}$  sur l'axe de chaque flux rotorique ( $\phi_{r+\frac{\pi}{2}}$  pourrait contenir les flux rotoriques sans changer  $c_{em}$ ).

Le moment du couple est la sommation des produits de chaque courant rotorique  $i_r$ , pris séparément, par le flux envoyé par les bobinages stator, ou par tous les bobinages, en AV de  $\frac{\pi}{2}$  sur l'axe de flux donné par  $i_r$ .

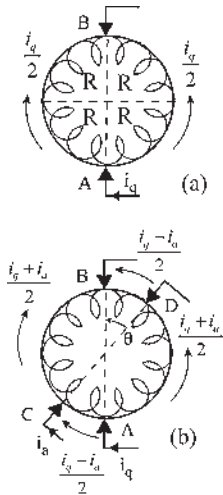


Figure 30.11

### Chute ohmique

Attention aux chutes ohmiques pour un rotor à bobinage unique ayant plusieurs paires de balais diamétraux non perpendiculaires entre eux. Si le rotor a une paire de balais  $AB$  diamétraux (figure 30.11.a). Chaque voie d'induit est parcourue par un courant  $i_q/2$ . Chaque quart d'induit a une résistance  $R$ , si  $R$  est la résistance entre  $A$  et  $B$ . La chute ohmique entre  $A$  et  $B$  est  $2R \frac{i_q}{2} = Ri_q$ .

Injectons un autre courant  $i_a$  par deux autres balais diamétraux  $CD$  (figure 30.11.b). La chute de tension entre les balais  $A$  et  $B$  dépendra de la position des balais  $CD$ , car la chute de tension entre  $C$  et  $B$  due au courant  $\frac{i_a}{2}$  sera en général différente de la montée de potentiel entre  $A$  et  $C$  due au courant  $\frac{i_a}{2}$ . La chute ohmique entre  $A$

et  $B$  est :  $Ri_q + Ri_a \frac{\pi - 2\theta}{\pi}$ . De même, entre  $C$  et  $D$   $Ri_a + Ri_q \frac{\pi - 2\theta}{\pi}$ .

Si les balais  $AB$  et  $CD$  sont orthogonaux, la chute de tension entre  $A$  et  $B$ ,  $Ri_q$ , est indépendante du courant  $i_a$ .

### 30.2.3 Écriture symbolique du moment du couple et des f.c.é.m. de rotation

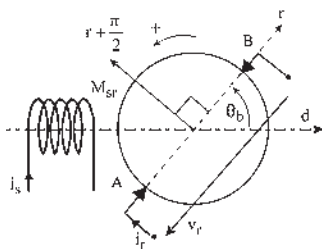


Figure 30.12

Dans la figure 30.12, puisqu'il n'y a qu'un seul courant rotorique et un seul bobinage stator :  $C_{em} = \phi_{r+\frac{\pi}{2}} i_r$ . Le flux reçu par le demi-rotor étant  $\phi_d = M_{sr} i_s$  dans l'axe

$d$ ,  $\phi_r = M_{sr} i_s \cos \theta_b$  dans l'axe  $r$ ,  $M_{sr} i_s \cos \left( \theta_b + \frac{\pi}{2} \right)$  dans l'axe  $r + \frac{\pi}{2}$  d'où :

$C_{em} = M_{sr} i_s \cos \left( \theta_b + \frac{\pi}{2} \right) i_r$ . De manière identique la f.c.é.m. de rotation

$E_r = -M_{sr} i_s \sin \theta_b \omega$  peut s'écrire symboliquement :  $E_r = \phi_{r+\frac{\pi}{2}} \omega$ .

S'il y a plusieurs bobines pseudo-stationnaires au rotor (figure 30.13) :

$v_c =$  chute ohmique + f.c.é.m. de transformation + f.c.é.m. de rotation  $E_{rc}$ .

$v_g =$  chute ohmique + f.c.é.m. de transformation + f.c.é.m. de rotation  $E_{rg}$ .

$$E_{rc} = \sum_n M_{ck} i_k \cos\left(\theta_{ck} + \frac{\pi}{2}\right) \omega = \left[ M_{sr} i_s \cos\left(\theta_c + \frac{\pi}{2}\right) + L_r i_g \right] \omega$$

$$E_{rg} = \left[ M_{sr} i_s \cos\left(\theta_g + \frac{\pi}{2}\right) - L_r i_c \right] \omega$$

Dans chacune des deux f.c.é.m. de rotation, le flux est sommé sur les  $n$  bobines, sur toutes les bobines, sur  $S + R$  bobines. Une bobine ne donnant pas de flux perpendiculaire à son axe, chaque f.c.é.m. a trois termes, dont un est nul.

$$E_r = \omega \sum_{S+R} \phi_{r+\frac{\pi}{2}}, \quad c_{em} = \sum_R i_r \sum_S \phi_{r+\frac{\pi}{2}}$$

$$c_{em} = i_c M_{sr} i_s \cos\left(\theta_c + \frac{\pi}{2}\right) + i_g M_{sr} i_s \cos\left(\theta_g + \frac{\pi}{2}\right)$$

Le flux est sommé sur les  $S$  bobines stator, mais on peut aussi le sommer sur toutes les bobines.

$$c_{em} = \sum_R i_r \sum_{S+R} \phi_{r+\frac{\pi}{2}} = i_c \left[ M_{sr} i_s \cos\left(\theta_c + \frac{\pi}{2}\right) + L_r i_g \right] + i_g \left[ M_{sr} i_s \cos\left(\theta_g + \frac{\pi}{2}\right) - L_r i_c \right]$$

Les couples rotor/rotor  $L_r i_c i_g$  égaux et opposés s'annulent.

### Applications directes

Dans la figure 30.14.a, il n'y a qu'un courant rotorique  $i_r$  donnant un flux d'axe  $q$ . Le flux dans la direction  $r + \frac{\pi}{2}$ , soit  $q + \frac{\pi}{2}$  est opposé à  $\phi_d$ , d'où :  $E_r = -\phi_d \omega$  et  $C_{em} = -\phi_d i_r$ .

**Remarques :** La f.c.é.m. de rotation étant  $E_r = -\phi_d \omega$  la f.é.m. est  $e_r = \phi_d \omega$ , opposée à la précédente. On retrouve la loi de Faraday  $\vec{e} = \vec{B}(\vec{d}\vec{l} \wedge \vec{v})$ .

Si un champ d'induction tourne par rapport à une bobine fixe, la f.é.m. sera maximale aux bornes de la bobine lorsque le champ sera en AV de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à la bobine.

Si une bobine tourne par rapport à un champ d'induction fixe, la f.é.m. sera maximale aux bornes de la bobine lorsqu'elle sera à  $\frac{\pi}{2}$  AV par rapport au champ.

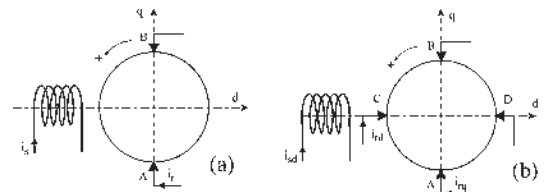


Figure 30.14

Dans la figure 30.14.b, il y a deux courants rotoriques  $i_{rd}$  et  $i_{rq}$  donnant respectivement des flux d'axe  $d$  et d'axe  $q$ . Les flux dans

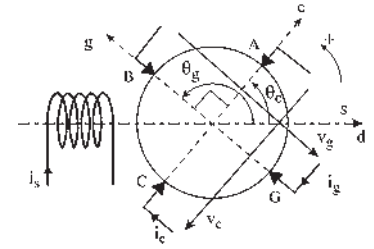


Figure 30.13



les directions  $r + \frac{\pi}{2}$  sont respectivement  $\phi_q$  et l'opposé à  $\phi_d$  d'où :  $E_{rd} = \phi_q \omega$ ,  $E_{rq} = -\phi_d \omega$  et  $C_{em} = \phi_q i_{dr} - \phi_d i_{qr}$ .

### 30.2.4 Rôle d'un élément particulier

#### a) Enroulement de compensation

Prenons une machine à excitation indépendante ayant ses balais diamétraux dans l'axe  $q$  et d'équations :

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{d}{dt} i_s$$

$$v_r = R_r i_r + L_r \frac{d}{dt} i_r - M_{sr} i_s \omega$$

$$c_m - M_{sr} i_s i_r = j \frac{d\omega}{dt}$$

Comment se traduit, dans les équations, le fait de compenser la machine par un bobinage statorique supplémentaire d'axe  $q$ , parcouru par le courant  $i_r$  rotorique et donnant un champ d'induction  $\vec{B}_{ic}$  opposé au champ de réaction d'induit  $\vec{B}_{ir}$  ?

Écrivons les équations de la machine représentée figure 30.15.a.

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{d}{dt} i_s$$

$$v_c = R_c i_c + L_c \frac{d}{dt} i_c + M_{cr} \frac{di_r}{dt}$$

$$v_r = R_r i_r + L_r \frac{d}{dt} i_r + M_{cr} \frac{di_c}{dt} - M_{sr} i_s \omega$$

$$c_m - M_{sr} i_s i_r = j \frac{d\omega}{dt}$$

Ajoutons les équations correspondant aux liaisons (figure 30.15.b).  $i = i_r = -i_c$ ,  $v = v_r - v_c$ . En éliminant  $i_r$ ,  $i_c$ ,  $v_r$  et  $v_c$ , on obtient les équations de la machine compensée :

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{d}{dt} i_s$$

$$v = (R_r + R_c) i + (L_r + L_c - 2M_{rc}) \frac{di}{dt} - M_{sr} i_s \omega$$

$$c_m - M_{sr} i_s i_r = j \frac{d\omega}{dt}$$

Si la compensation est totale,  $L_r + L_c - 2M_{rc} = 0$ .

Alors on obtient l'élimination de l'inductance du circuit induit. Il faut pour cela le même nombre de spires pour le demi-induit et l'enroulement de compensation, les courants étant respectivement  $i_r/2$  et  $i_r$ . Le couple ne change pas.

#### b) Enroulement série supplémentaire

Si l'on désire qu'une machine fonctionne en machine compound, il faut un enroulement série supplémentaire (figure 30.16). Le système s'écrit :

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{d}{dt} i_s + M_{sS} \frac{d}{dt} i_S$$

$$v_S = R_S i_S + L_S \frac{d}{dt} i_S + M_{sS} \frac{d}{dt} i_s$$

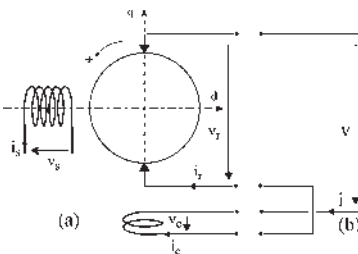


Figure 30.15

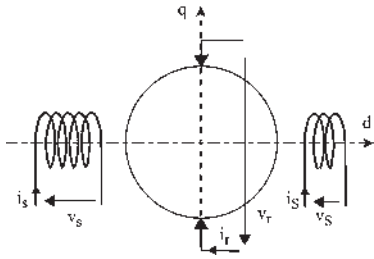


Figure 30.16

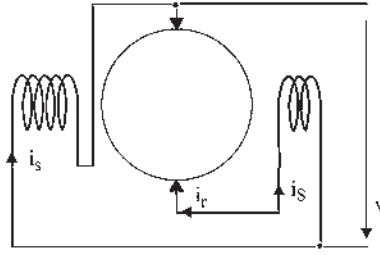


Figure 30.17

$$v_r = R_r i_r + L_r \frac{d}{dt} i_r - M_{sr} i_s \omega - M_{Sr} i_s \omega$$

$$c_m - M_{sr} i_s i_r - M_{Sr} i_s i_r = J \frac{d\omega}{dt}$$

Si l'on veut une machine fonctionnant en moteur compound à flux différentiel (figure 30.17) de type  $\phi = \phi_{\text{shunt}} - k i_{\text{rotorique}}$  il faut :

$$v = v_s \quad v = v_r - v_s \quad i_s = -i_r.$$

En éliminant  $v_s$ ,  $v_r$  et  $i_s$  on obtient les équations :

$$v = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s - M_{sS} \frac{d}{dt} i_r$$

$$v = \left[ (R_r + R_S) + (L_r + L_S) \frac{d}{dt} \right] i_r - M_{sS} \frac{d}{dt} i_s - (M_{sr} i_s - M_{Sr} i_r) \omega$$

$$c_m - M_{sr} i_s i_r + M_{Sr} i_r^2 = J \frac{d\omega}{dt}$$

En régime permanent :  $v_s = R_s i_s$ ,  $v = (R_r + R_S) i_r + M_{Sr} i_r \omega - M_{sr} i_s \omega$

$$c_m - M_{sr} i_s i_r + M_{Sr} i_r^2 = 0$$

La condition de compounding  $\omega = \text{cste}$ , pour toutes valeurs de  $i_r$ , s'écrit :

$$\omega = \frac{v - (R_r + R_S) i_r}{M_{Sr} i_r - M_{sr} i_s} = \omega_0 = \omega(i_r = 0) = \omega(i_r \rightarrow \infty) = \boxed{-\frac{v}{M_{sr} i_r} = -\frac{R_r + R_S}{M_{Sr}}}$$

### 30.3 ÉTUDE D'UN SYSTÈME ÉLECTROMÉCANIQUE

On peut avoir à étudier un problème particulier (court-circuit, variation de tension, variation de couple, recherche de constantes de temps...) concernant un système complexe (figure 30.18) comme, par exemple, un moteur compound compensé à flux différentiel, un montage variateur de vitesse de type Ward Léonard où un système de type amplidyne (amplificateur à deux étages dans la même machine).

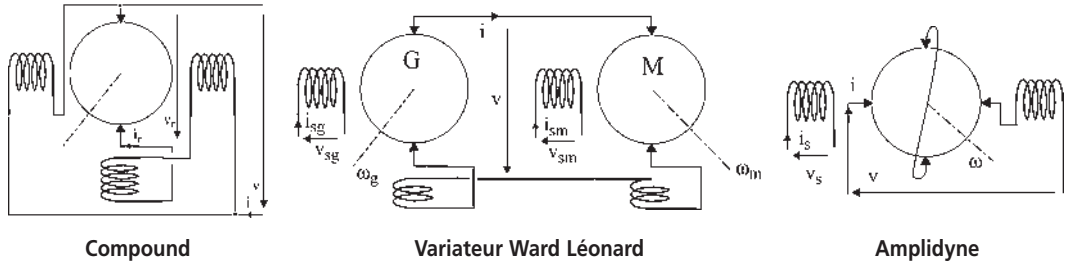


Figure 30.18

On procèdera toujours de la même manière.

### 30.3.1 Procédure de routine

#### a) Équations

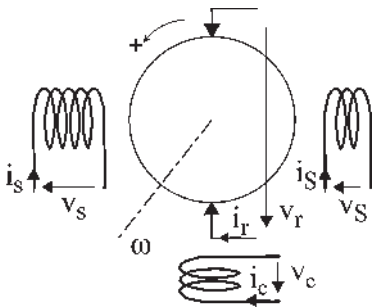


Figure 30.19

Compte tenu des enroulements et de leurs positions et mouvements relatifs sans tenir compte des liaisons proposées, on procède à l'écriture à vue des équations. Par exemple, pour la machine compound (figure 30.19) qui comporte un enroulement série d'excitation supplémentaire dans l'axe d, on écrira :

Équations électriques :

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{d}{dt} i_s + M_{sS} \frac{d}{dt} i_S$$

$$v_c = R_c i_c + L_c \frac{d}{dt} i_c + M_{cr} \frac{d}{dt} i_r$$

$$v_S = R_S i_S + L_S \frac{d}{dt} i_S + M_{sS} \frac{d}{dt} i_s$$

$$v_r = R_r i_r + L_r \frac{d}{dt} i_r + M_{cr} \frac{d}{dt} i_c - (M_{sr} i_s + M_{Sr} i_S) \omega$$

Équation mécanique :

$$c_m - (M_{sr} i_s + M_{Sr} i_S) i_r = J \frac{d\omega}{dt}$$

#### b) Équations de liaison – choix de nouvelles variables

Avec les connexions à réaliser on précisera, dans l'exemple choisi, si l'on désire un fonctionnement à flux additif ou soustractif, en moteur ou en générateur. Pour un moteur à flux différentiel, on prendra :  $v = v_s \quad v = v_r - v_c - v_S \quad i_r = -i_S = -i_c$ .

L'élimination de variables conduira à un système d'équations différentielles électromagnétiques valables en toutes circonstances. Régimes transitoires ou permanents.

#### c) Équations de fonctionnement

On peut « à vue » sur le montage proposé, donner l'ordre du système, préciser la nature des équations différentielles, électriques ou mécaniques, choisir les variables et indiquer le

nombre et la nature des impositions nécessaires si l'on désire que le système évolue spontanément vers un régime permanent d'équilibre.

Le système est d'ordre 3, il comporte 2 mailles électriques et 1 arbre mécanique. Il nécessitera 2 impositions  $v$  et  $c_m$  pour fonctionner en moteur et dépendra des 3 variables  $i_s$ ,  $i_r$ ,  $\omega$  ; il sera formé de 3 équations différentielles à 5 variables  $i_s$ ,  $i_r$ ,  $\omega$ ,  $v$  et  $c_m$ .

Pour la machine compound, l'élimination des variables  $i_s$ ,  $i_c$ ,  $v_s$ ,  $v_c$ ,  $v_r$  et  $v_s$  conduit au système :

$$v = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s - M_{sS} \frac{d}{dt} i_r$$

$$v = (R_r + R_c + R_S) i_r + (L_r + L_c - 2M_{rc}) \frac{di_r}{dt} + L_S \frac{di_r}{dt} - M_{sS} \frac{di_s}{dt} - (M_{sr} i_s - M_{Sr} i_r) \omega$$

$$c_m - (M_{sr} i_s - M_{Sr} i_r) i_r = J \frac{d\omega}{dt}$$

C'est bien le système de 3<sup>e</sup> ordre annoncé, formé de deux mailles indépendantes différentielles électriques, l'inducteur et l'induit, et d'une équation différentielle mécanique.

Le système comporte 3 équations différentielles à 5 variables  $i_s$ ,  $i_r$ ,  $\omega$ ,  $v$  et  $c_m$ .

Dans ce montage, deux impositions seront nécessaires pour que le système puisse évoluer spontanément sous les contraintes. Les impositions dépendront de l'utilisation faite de la « machine » :

- en moteur à flux soustractif, pour obtenir un point de fonctionnement en régime permanent, les impositions seront depuis l'arrêt  $v = \text{cste}$  et  $c_m = \text{cste}$ .
- en générateur, les impositions seront  $c_m$  et la résistance de charge d'induit,  $v = R_{\text{ext}} i_r$ , et on respectera les conditions d'amorçage de la génératrice compound à flux additif.

En moteur, comme en générateur, la compensation totale se traduira par

$$L_r + L_c - 2M_{rc} = 0$$

En définitive, le système évolutif sous les contraintes imposées sera formé de 3 équations différentielles à 3 variables  $i_s$ ,  $i_r$  et  $\omega$  que l'on saura résoudre si le système est linéaire, mais qui de toute façon évoluera.

**d) Réseaux maillés**

Dans le cas de réseaux maillés on déterminera au préalable le nombre de mailles indépendantes.

Dans l'exemple de la figure 30.20, l'alimentation continue en deux ponts de tensions équilibrées, est réalisée par l'emploi de deux compensatrices couplées arbre à arbre et alimentées en série par une génératrice à courant continu shunt. En dehors des deux arbres mécaniques, le système est entièrement maillé à 3 nœuds et 8 branches.

Le nombre de mailles indépendantes est  $m = b - n + 1$   
 $= 8 - 3 + 1 = 6$ .

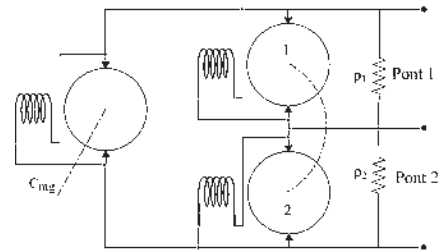


Figure 30.20

Le système est du 8<sup>e</sup> ordre avec 6 mailles électriques, et 2 arbres mécaniques, nécessite 3 impositions  $\rho_1, \rho_2, c_{mg}$  et dépend de 11 variables :  $i_{sg}, i_{rg}, \omega_g, i_{s1}, i_{r1}, \omega_{12}, i_{s2}, i_{r2}, \rho_1, \rho_2, c_{mg}$ .

**e) Signe des variables**

Compte tenu des conventions adoptées sur les sens positifs des courants, des flux, des couples et de la vitesse (figure 30.21) un fonctionnement moteur ou générateur sera caractérisé, en respectant les lois de Faraday et de Laplace dans l'application numérique.

$$e = \vec{B}(d\vec{l} \wedge \vec{v}) \quad d\vec{f} = i(d\vec{l} \wedge \vec{B})$$

On pourra prendre de préférence :

En moteur :  $i_s > 0 \quad v_s > 0 \quad i_r > 0 \quad v_r > 0 \quad C_{em} < 0 \quad \omega < 0 \quad A^+$

En générateur :  $i_s > 0 \quad v_s > 0 \quad i_r > 0 \quad v_r < 0 \quad C_{em} < 0 \quad \omega > 0 \quad B^+$

Si la vitesse est de  $\frac{1500}{60}$  t/min = 25 t/s on prendra  $\omega = -25$  en moteur et  $\omega = +25$  en générateur.

**f) Réduction des systèmes**

Recherche du nombre minimal d'équations différentielles permettant de traiter un problème donné. Prenons par exemple (figure 30.22) le variateur de vitesse Ward-Léonard.

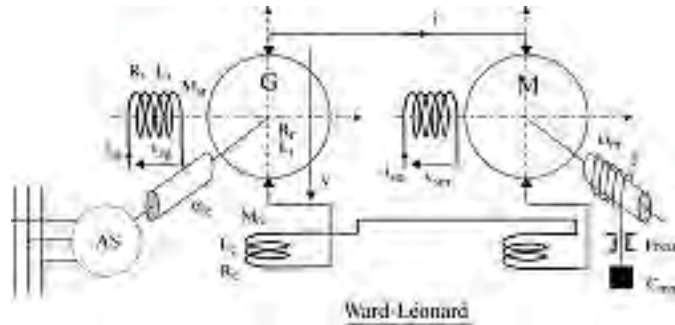


Figure 30.22

C'est un système différentiel du 5<sup>e</sup> ordre, à quatre impositions :  $v_{sg}, v_{sm}, \omega_g$  et  $c_{mm}$  et six variables  $\omega_g, i_{sg}, i, i_{sm}, \omega_m, c_{mm}$ .

➔ **Mais, dans la pratique des applications il se peut :**

– Que la tension  $v_{sm} = cste$  soit appliquée bien avant  $t = 0$ .

Si, de plus, les balais sont dans l'axe  $q$ , l'équation de l'inducteur  $v_{sm} = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sm}$

$+ M_{sr} \cos \theta_b \frac{d}{dt} i_{rm}$  n'est plus différentielle puisque  $i_{sm} = cste$  et  $\theta_b = \frac{\pi}{2}$ .  $v_{sm} = R_s i_{sm}$

Le système est alors d'ordre 4.

– Que la mise en rotation de la génératrice soit effectuée bien avant  $t = 0$ , qu'elle soit entraînée par une machine asynchrone d'induction couplée au réseau  $f_s = 50$  Hz et que de

plus, un moment d'inertie important soit placé sur l'axe (pratique courante en sidérurgie sous l'appellation de groupe Ilgner), alors  $\omega_g = \text{cste}$  l'équation mécanique de la génératrice n'est plus différentielle.

Le système est d'ordre 3.

– Que les deux machines, qui sont identiques, soient compensées totalement

$L_r + L_c - 2M_{rc} = 0$ . Alors, la maille électrique des induits n'est plus différentielle.

Le système est d'ordre 2.

Avec ces hypothèses, si à  $t = 0$  on applique les deux impositions  $v_{sg} = \text{cste}$  et  $c_{mm} = \text{cste}$ , en desserrant le frein du treuil, le système différentiel du 2<sup>e</sup> ordre évolue spontanément, par ses variables  $i_{sg}$  et  $\omega_m$ , sous l'action des contraintes selon les équations :

$$\boxed{v_{sg} = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sg}} \quad \boxed{c_{mm} + \frac{M_{sr}^2 i_{sm} \omega_g}{2(R_r + R_c)} i_{sg} - \frac{M_{sr}^2 i_{sm}^2}{2(R_r + R_c)} \omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt}}$$

Le système électromécanique est linéaire. La première équation concerne la maille électrique de l'inducteur de la génératrice et la seconde l'arbre mécanique du moteur. On peut résoudre, par exemple, en symbolique, pour donner les lois d'établissement de  $i_{sg}(t)$  et de mise en vitesse du moteur  $\omega_m(t)$ .

Faisons ressortir les deux constantes de temps électrique et mécanique :

$$\tau_{\text{élec}} = \frac{L_s}{R_s} \text{ provenant de } \frac{v_{sg}}{R_s} = \left( 1 + \tau_{\text{élec}} \frac{d}{dt} \right) i_{sg}.$$

$$\text{De même, } \left( 1 + \tau_{\text{méca}} \frac{d}{dt} \right) \omega_m \text{ donne } \tau_{\text{méca}} = \frac{J2(R_r + R_c)}{M_{sr}^2 i_{sm}^2}.$$

En symbolique, le système en  $I_{sg}(P)$  et  $\omega_m(P)$  est identique à la différentielle totale exacte du système en  $\Delta I_{sg}(P)$  et  $\Delta \omega_m(P)$  puisque le système est linéaire et que les valeurs initiales  $i_{sg0}$  et  $\omega_{m0}$  sont nulles.

On peut en déduire les fonctions de transfert traduisant l'effet d'une petite variation de  $v_{sg}$  ou de  $c_{mm}$  sur la vitesse  $\omega_m$ .

$$\boxed{\left( \frac{\Delta \omega_m(p)}{\Delta V_{sg}(p)} \right)_{\text{à } c_{mm}=\text{cste}}} = \frac{\omega_g}{i_{sm} R_s} \frac{1}{(1 + \tau_e p)} \frac{1}{(1 + \tau_m p)} \text{ et}$$

$$\boxed{\left( \frac{\Delta \omega_m(p)}{\Delta c_{mm}(p)} \right)_{\text{à } v_{sg}=\text{cste}}} = \frac{\tau_m}{J} \frac{1}{(1 + \tau_m p)}$$

### 30.3.2 Amélioration du modèle

On peut établir les équations d'une génératrice shunt entraînée à  $\omega$  (figure 30.23).

$$v_r = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s \quad v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r - M_{sr} i_s \omega \quad c_m - M_{sr} i_s i_r = J \frac{d\omega}{dt}$$

Le système devrait évoluer spontanément si l'on impose  $\omega_0$  et une résistance de charge donnant une équation supplémentaire  $v = Ri = -v_r = R(i_r + i_s)$  avec  $v_r < 0$  et  $i_s < 0$ . Or, le régime permanent final,

$$v_{r0} = R_s i_{s0} \quad v_{r0} = R_r i_{r0} - M_{sr} i_{s0} \omega_0 \quad C_{m0} = M_{sr} i_{s0} i_{r0} \quad v_{r0} = -R(i_{r0} + i_{s0})$$

ne donne que la solution  $i_{s0} = i_{r0} = v_{r0} = 0$ .

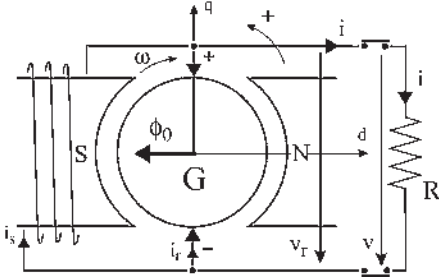


Figure 30.23

Physiquement, la génératrice shunt ne peut pas s'amorcer spontanément. On retrouve les conditions d'amorçage d'une génératrice à auto-excitation : elle doit posséder du magnétisme rémanent, il faut que le courant naissant renforce ce magnétisme et il faut enfin que la résistance extérieure  $R$  soit supérieure à la résistance critique.

On peut améliorer le modèle en introduisant le flux rémanent  $\phi_0$  comme on le fera pour une machine réelle en l'aimantant à nouveau. Les équations deviennent :

$$\begin{cases} v_r = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s \\ v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r - (M_{sr} i_s + \phi_0) \omega \\ c_m - (M_{sr} i_s + \phi_0) i_r = J \frac{d\omega}{dt} \\ v_r = -R(i_r + i_s) \end{cases}$$

Avec  $\phi_0$  et  $\omega_0$  le système évolue spontanément jusqu'au régime permanent final :  $v_{r0} = R_s i_{s0} = R_r i_{r0} - (M_{sr} i_{s0} + \phi_0) \omega_0 = -R(i_{r0} + i_{s0})$   $C_{m0} = (M_{sr} i_{s0} + \phi_0) i_{r0}$  avec :  $i_{r0} > 0$ ,  $v_{r0} < 0$ ,  $i_{s0} < 0$ ,  $\phi_0 < 0$ ,  $\omega_0 < 0$ ,  $C_{m0} < 0$  permettant de déterminer  $i_{s0}$ ,  $i_{r0}$ ,  $v_{r0}$ ,  $C_{m0}$ .

## 30.4 MÉTHODES D'ÉTUDES

Partant des équations temporelles, on pourra étudier des régimes particuliers.

### 30.4.1 Régime permanent d'une machine à courant continu

Exemple : moteur shunt (figure 30.24) mis sous tension à  $t = 0$  en connaissant les contraintes imposées.

$$v_s = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s \quad v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r - M_{sr} i_s \omega \quad C_m - M_{sr} i_s i_r = J \frac{d\omega}{dt}$$

avec  $v_s = v_r$ .

À partir de  $t = 0$ , où l'on impose  $v_{r0} > 0$  et  $C_{m0}$ , le système différentiel évolue spontanément vers un régime d'équilibre d'écriture algébrique.

$$v_{r0} = R_s i_{s0} \quad v_{r0} = R_r i_{r0} - M_{sr} i_{s0} \omega_0 \quad C_{m0} = M_{sr} i_{s0} i_{r0}$$

permettant de déterminer  $i_{s0}$ ,  $i_{r0}$ ,  $\omega_0$ .

Par contre, on ne saurait pas résoudre simplement le système électromécanique des trois équations différentielles puisqu'il est non linéaire à cause des produits  $i_s \omega$  et  $i_s i_r$ .

### 30.4.2 Régime permanent d'une machine alimentée en alternatif

Par exemple, pour un moteur série, les équations instantanées établies au paragraphe 30.1.4.c,

$$v = (R_s + R_r)i + (L_s + L_r + 2M_{sr} \cos \theta_b) \frac{d}{dt}i - M_{sr} \omega i \sin \theta_b$$

$$c_m - M_{sr} i^2 \sin \theta_b = J \frac{d\omega}{dt}$$

montrent qu'avec une alimentation sinusoïdale  $v = V\sqrt{2} \cos \omega_s t$  le système, en régime permanent ( $\omega = \text{cste}$ ), est linéaire, ce qui implique  $i$  sinusoïdal, de même pulsation, d'où l'écriture complexe :

$$\boxed{\bar{V} = (R_s + R_r)\bar{I} + jL\omega_s \bar{I} - M_{sr} \sin \theta_b \omega \bar{I}} \quad \text{avec } L = L_s + L_r + 2M_{sr} \cos \theta_b.$$

### 30.4.3 Régime transitoire d'un système linéaire

Suite à une perturbation, on pourra toujours déterminer, si le modèle est bien représentatif : avant la perturbation, le régime permanent initial dû aux impositions initiales. Le RPI peut être l'arrêt de la machine.

Après  $t = 0$ , le régime permanent final, RPF, dû aux nouvelles impositions.

Pendant le régime transitoire, ce qui est dû aux impositions initiales doit disparaître et ce qui est dû aux impositions finales doit se mettre en place.

Si le système est formé d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, on pourra procéder par le calcul symbolique.

On trouvera des systèmes linéaires en étudiant :

- le court-circuit aux bornes de l'induit d'une génératrice à excitation indépendante si  $\omega = \text{cste}$  ;
- le démarrage d'un moteur à excitation indépendante si  $i_s = \text{cste}$  bien avant  $t = 0$ , instant de mise sous tension de l'induit ;
- le court-circuit aux bornes d'une génératrice shunt si  $\omega = \text{cste}$ .

Dans tous ces cas, le système de départ sera le même (figure 30.25). Seules les équations de liaison et les impositions seront différentes.

$$\boxed{v_s = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s \quad v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r - M_{sr} i_s \omega \quad c_m - M_{sr} i_s i_r = J \frac{d\omega}{dt} \quad (1)}$$

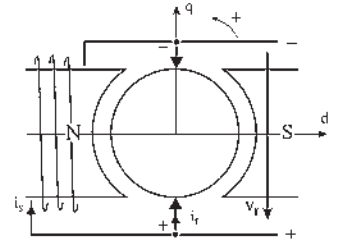


Figure 30.24

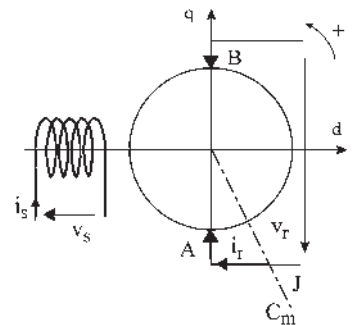


Figure 30.25



Les non-linéarités proviennent des produits  $i_s \omega$  et  $i_s i_r$ .

On ne pourra pas étudier le démarrage d'un moteur à courant continu à excitation indépendante si à l'instant  $t = 0$  on alimente simultanément inducteur et induit.  $v_s = v_{s0}$ ,  $v_r = v_{r0}$  et  $C_m = C_{m0}$ . On peut toutefois trouver le régime permanent final :

$$v_{s0} = R_s i_{s0} \quad v_{r0} = R_r i_{r0} - M_{sr} i_{s0} \omega_0 \quad C_{m0} - M_{sr} i_{s0} i_{r0} = 0 \quad (2)$$

permettant de calculer  $i_{s0}$ ,  $i_{r0}$  et  $\omega_0$ .

On peut trouver les valeurs finales mais pas la loi d'évolution des variables.

### 30.4.4 Régime transitoire des systèmes linéarisables

#### Méthode des petites perturbations – linéarisation d'un système

Un moteur à excitation indépendante a pour RPI le système (2) suite aux impositions  $v_s = v_{s0}$ ,  $v_r = v_{r0}$  et  $C_m = C_{m0}$ .

Donnons à  $t = 0$  une variation à une des impositions  $v_{s0} \rightarrow v_{s0} + \Delta v_s$  en maintenant constantes les deux autres impositions. Toutes les variables évoluent  $i_{s0} \rightarrow i_{s0} + \Delta i_s \dots$  en étant liées par le système (1) qui devient

$$\begin{aligned} v_{s0} + \Delta v_s &= \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) (i_{s0} + \Delta i_s) \\ v_{r0} + \Delta v_r &= \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) (i_{r0} + \Delta i_r) - M_{sr} (i_{s0} + \Delta i_s) (\omega_0 + \Delta \omega) \\ C_{m0} + \Delta C_m - M_{sr} (i_{s0} + \Delta i_s) (i_{r0} + \Delta i_r) &= J \frac{d}{dt} (\omega_0 + \Delta \omega) \end{aligned} \quad (3)$$

Les deux autres impositions n'ont pas varié.  $\Delta v_r = 0$ ,  $\Delta C_m = 0$ .

– Enlevons le régime permanent initial (2) du système (3).

– Annulons les dérivées des constantes  $L_s \frac{d}{dt} i_{s0} = 0 \dots$

– Si les variations  $\Delta i_s$ ,  $\Delta i_r$  et  $\Delta \omega$  sont petites, les doubles produits  $\Delta i_s \Delta i_r$  et  $\Delta i_s \Delta i_r$  sont négligeables.

– Il reste la différentielle totale exacte du système (1).

$$\begin{aligned} \Delta v_s &= \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) \Delta i_s \\ \Delta v_r &= \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) \Delta i_r - M_{sr} i_{s0} \Delta \omega - M_{sr} \omega_0 \Delta i_s = 0 \\ \Delta C_m &= M_{sr} i_{s0} \Delta i_r + M_{sr} i_{r0} \Delta i_s + J \frac{d}{dt} \Delta \omega = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Le système (4) étant linéaire, on peut résoudre... uniquement pour des petites perturbations.

### 30.4.5 Système déjà linéaire

Si la variation avait été produite sur la tension induit  $v_{r0} \rightarrow v_{r0} + \Delta v_r$  ou sur le couple résistant  $C_{m0} \rightarrow C_{m0} + \Delta c_m$ , alors que  $i_s = \text{cste}$ , dans les deux cas  $\Delta i_s = 0$ , le système aurait été linéaire sans la nécessité d'une approximation. On aurait donc pu résoudre le système sans prendre d'engagements sur la petitesse des variations.

À partir d'un fonctionnement en régime permanent, (arrêt compris) on peut donc étudier une variation importante de la tension d'induit ou du couple résistant sur l'arbre si  $i_s = \text{cste}$ .

**Exemples :** Une variation de tension aux bornes d'un moteur shunt donnera un problème non linéaire. On pourra linéariser en n'envisageant qu'une faible variation de tension.

Une variation de tension aux bornes de l'induit d'un moteur à excitation indépendante donnera un problème linéaire. On pourra résoudre en symbolique, mais on pourra aussi linéariser en envisageant une variation de tension aussi grande que l'on désire. Le passage aux variations  $\Delta v, \Delta i_s, \dots$  simplifie souvent la solution et permet de passer aux fonctions de transfert en symbolique.

## Le saviez-vous ?

### Modélisation et technologie

Après avoir effectué la modélisation d'une machine à courant continu, il est possible, aux choix, d'imaginer une alimentation en continu ou en alternatif.

Dans les équations, sur le papier, on remplacera  $V = \text{cste}$  par  $v = V\sqrt{2}\cos\omega_s t$ .

La technologie n'est pas aussi conciliante. Il est hautement déconseillé d'alimenter en alternatif un moteur prévu pour une alimentation continue, son échauffement serait exagéré et sa durée de vie altérée. En revanche, un moteur prévu pour une alimentation alternative peut être utilisé avec une alimentation en continu.

## 30.5 MODÉLISATION DES MACHINES À PÔLES SAILLANTS

Dans les machines à pôles lisses, les inductances des bobines stator  $L_s$  et rotor  $L_r$  étaient constantes.

Pour les machines à pôles saillants, on pourra conserver les hypothèses :  $\mu_r = \text{cste}$ ,  $\mu_r$  grand, répartition spatiale sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer.

Pour la machine de la figure 30.26,  $L_s = \text{cste}$  puisque le circuit magnétique de la bobine stator ne change pas avec la rotation du rotor.

Toutefois, il faudra déterminer les lois de variation des diverses inductances rotoriques et des mutuelles inductances entre deux enroulements quelconques de la machine si l'un d'eux est rotorique. Cherchons à déterminer les lois de variations des inductances  $L_a, L_b$  et de leur mutuelle inductance  $M_{ab}$ .

La largeur d'un pôle étant vu sous un angle de valeur égale à  $2\theta_s$ , considérons un rotor à armature lisse sur lequel se trouvent deux enroulements  $a$  et  $b$  parcourus par les courants  $i_a$  et  $i_b$ . Les axes des deux enroulements sont repérés par  $\theta_a$  et  $\theta_b$ . La coénergie magnétique emmagasinée dans le système est :

$$W_m = \frac{1}{2}L_a i_a^2 + \frac{1}{2}L_b i_b^2 + M_{ab} i_a i_b \quad (1)$$

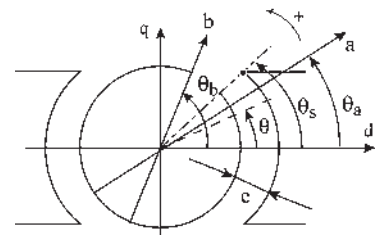


Figure 30.26

$\text{div } \vec{B} = 0$ . Le flux est conservatif et l'entrefer vorace d'ampères-tours  $\xi = \varphi \sum \mathfrak{N} \simeq \varphi \mathfrak{N}_e$ . On peut écrire la loi d'Ohm magnétique en plaçant en tête les termes fondamentaux  $\xi = ni = \varphi \mathfrak{N}_e + \varphi \mathfrak{N}_{\text{fer}} = \frac{B_e}{\mu_0} 2e + \frac{B_{\text{fer}}}{\mu_0 \mu_r} dl = H_e 2e + H_{\text{fer}} dl$ .

Le flux est le même dans toute section d'un tube de flux.

À section égale, l'induction est la même dans le fer ou dans l'entrefer.

Par contre, le champ d'excitation n'est pas du tout le même à cause des différences de perméabilité entre l'air  $\mu_r = 1$ , et le fer  $\mu_r = 10^4$ .

On doit exciter fortement l'air pour avoir une induction  $B$  régulière donnant un flux  $\varphi$  conservatif car la réluctance de l'entrefer est  $10^4$  fois plus grande à largeur égale. La densité d'énergie ou énergie par unité de volume étant :  $\omega = \frac{1}{2} HB = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu_r}$  on peut en première approximation considérer que l'énergie est emmagasinée dans l'entrefer.

### 30.5.1 Calcul de l'énergie emmagasinée dans l'entrefer

Dans le volume élémentaire d'entrefer  $dv = 2rd\theta el$  se trouve l'énergie  $d\omega_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} 2erl d\theta$ .

L'énergie stockée dans l'entrefer est :

$$W_m = \frac{erl}{\mu_0} \int_{-\theta_s}^{+\theta_s} B^2 d\theta \quad (2)$$

$\xi = \varphi \sum \mathfrak{N} \simeq \varphi \mathfrak{N}_e = \varphi \frac{2e}{\mu_0 S}$  d'où  $\varphi = \frac{\mu_0 S}{2e} \xi$  et  $B = \frac{\varphi}{S} = \frac{\mu_0}{2e} \xi$  en prenant

$e \rightarrow \infty$  interpôle axe  $q$   $B = 0$

$e$  donné sous un pôle axe  $d$   $B = \frac{\mu_0}{2e} \sum \xi$

L'induction radiale dans l'entrefer vaut  $B = B_a + B_b = \frac{\mu_0}{2e} (\xi_a + \xi_b)$ .

Les forces magnétomotrices  $\xi_a$  et  $\xi_b$  étant à répartition spatiale sinusoïdale,  $\xi_a = 2K_a i_a \cos(\theta - \theta_a)$ ,  $\xi_b = 2K_b i_b \cos(\theta - \theta_b)$  d'où :

$$B = \frac{\mu_0}{2e} [2K_a i_a \cos(\theta - \theta_a) + 2K_b i_b \cos(\theta - \theta_b)]$$

En reportant  $B$  dans l'expression (2) de  $W_m$  et après intégration, on peut identifier les termes en  $i_a^2$ , en  $i_b^2$  et en  $i_a i_b$  entre les expressions (1) et (2). On trouve :

$$L_a = \frac{\mu_0 r l}{e} K_a^2 (2\theta_s + \cos 2\theta_s \sin 2\theta_s)$$

$$L_b = \frac{\mu_0 r l}{e} K_b^2 (2\theta_s + \cos 2\theta_s \sin 2\theta_s)$$

$$M_{ab} = \frac{\mu_0 r l}{e} K_a K_b [2\theta_s \cos(\theta_b - \theta_a) + \cos(\theta_a + \theta_b) \sin 2\theta_s]$$

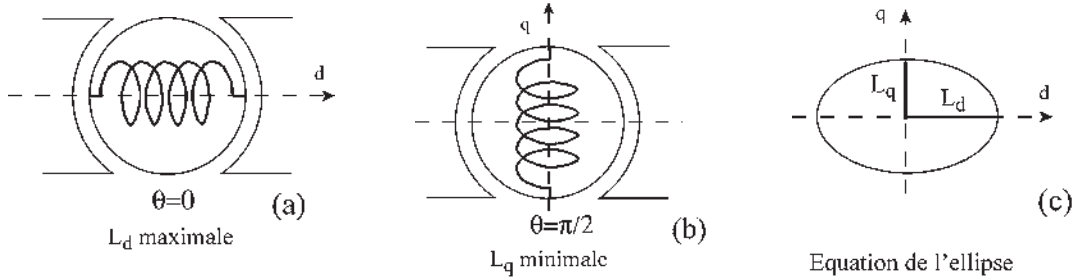


Figure 30.27

Ces résultats ne sont pas intéressants à mémoriser.

➔ Pour les inductances propres  $L_a$  et  $L_b$  on a :

$$L = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 (2\theta_s + \cos 2\theta \sin 2\theta_s)$$

Lorsqu'une bobine est dans l'axe  $d$ ,  $\theta = 0$  ou  $\theta = \pi$ , la réluctance est minimale et l'inductance  $L = \frac{n^2}{\Re}$  est maximale. Notons la  $L_d$  (figure 30.27.a).

$$L_d = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 (2\theta_s + \sin 2\theta_s)$$

Lorsqu'une bobine est dans l'axe  $q$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$  ou  $\theta = \frac{3\pi}{2}$ , la réluctance est maximale et l'inductance est minimale. Notons la  $L_q$  (figure 30.27.b).

$$L_q = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 (2\theta_s - \sin 2\theta_s). \text{ Or } \frac{L_d + L_q}{2} = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 2\theta_s \text{ et } \frac{L_d - L_q}{2} = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 \sin 2\theta_s$$

$$\text{D'où : } \boxed{L = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta} = \frac{L_d}{2} (1 + \cos 2\theta) + \frac{L_q}{2} (1 - \cos 2\theta)$$

$$\boxed{L_d \cos^2 \theta + L_q \sin^2 \theta = L}$$

équation d'une ellipse (figure 30.27.c). Pour une machine à pôles lisses  $L_d = L_q$ . On obtient un cercle.

➔ Pour la mutuelle inductance

$$M_{ab} = \frac{\mu_0 r l}{e} K_a K_b [2\theta_s \cos(\theta_b - \theta_a) + \cos(\theta_a + \theta_b) \sin 2\theta_s]$$

Prenons deux enroulements rotoriques identiques  $K_a = K_b = K$

$$L_{da} = L_{db} = L_d = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 (2\theta_s + \sin 2\theta_s)$$

$$L_{qa} = L_{qb} = L_q = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 (2\theta_s - \sin 2\theta_s)$$

## Le saviez-vous ?

### L'avènement du métro de Paris

Au rythme des expositions universelles de 1867, 1889 et 1900, Paris s'embellit avec le percement des grands boulevards initié par le baron Haussmann sous le second Empire (1852-1870), par la construction de la tour Eiffel au centième anniversaire de la Révolution française et par l'ouverture de la première ligne du métropolitain, Porte de Vincennes-Porte Maillot, le 19 juillet 1900, après l'exposition inaugurée le 14 avril 1900.

À partir de 1850, le problème du transport urbain s'est posé dans les grandes capitales. À Paris, où les chemins de fer se sont installés de 1837 à 1850 avec des gares imposantes, on a aménagé les boulevards et installé la petite ceinture entre 1851 et 1867 sur les limites de la commune agrandie par annexion et stabilisée en 1860. À Londres, en 1863, le chemin de fer à vapeur est entré dans la ville, en souterrain, par une ligne centrale circulaire. Le «*circle*» est un succès alors que la ceinture parisienne appelée «*petite ceinture*» était trop grande car trop éloignée du cœur de la ville. La querelle ville de Paris/sociétés des chemins de fer commença et durera trente ans, par politiques interposés. Paris voulait un métro, électrique sur rail à petit gabarit et voie étroite, dépendant de la ville comme l'autoriserait la loi de 1880, tandis que les sociétés voulaient l'écartement standard à 1,44 m, la pénétration de leurs lignes dans Paris et obtenir la concession. En 1887, le conseil d'État donne raison aux seconds, en refusant la concession à la ville de Paris. En conséquence, pas de métro pour l'exposition de 1889, mais il y eut heureusement la tour Eiffel. Le déblocage est dû à l'approche de l'exposition suivante prévue en 1900, décision votée dès 1892. La ville de Paris l'emporte le 22 novembre 1895. Le petit gabarit conservé serait porté à 2,40 m car l'écartement de voie serait normalisé à 1,44 m, pour que métro et chemin de fer puissent communiquer. L'infrastructure sera réalisée par la ville de Paris et l'exploitation du réseau confiée à un concessionnaire. La loi du 30 mars 1898 n'avait pas tout fixé, les trains roulant à gauche, le métro roulerait à droite... Le président Pompidou mettra fin à la non-coopération avec l'arrivée des RER qui rouleront à gauche.

$$\frac{L_d + L_q}{2} = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 2\theta_s \quad \frac{L_d - L_q}{2} = \frac{\mu_0 r l}{e} K^2 \sin 2\theta_s$$

$$M_{ab} = \frac{L_d + L_q}{2} \cos(\theta_b - \theta_a) + \frac{L_d - L_q}{2} \cos(\theta_b + \theta_a)$$

## 30.5.2 Écriture directe des inductances et des mutuelles inductances

➔ Inductance propre d'une bobine stator  $L_d = \text{cste}$ .

Le circuit magnétique n'étant pas changé par la rotation de l'induit.

➔ Inductance propre d'une bobine rotor

$$L_r = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta_b$$

➔ Mutuelle inductance entre un enroulement stator et un enroulement rotor :

Dans l'expression

$$M_{ab} = \frac{\mu_0 r l}{e} K_a K_b [2\theta_s \cos(\theta_b - \theta_a) + \cos(\theta_b + \theta_a) \sin 2\theta_s]$$

il suffit de faire  $\theta_b = 0$ , alors, une bobine d'axe  $d$  est fixe et peut être imaginée au stator.

$$M_{ab} = \frac{\mu_0 r l}{e} K_a K_b (2\theta_s + \sin 2\theta_s) \cos \theta_a = M_{ab} \cos \theta_a$$

$M_{ab} = \text{cste} > 0$  étant la mutuelle inductance entre deux bobines stator et rotor à axes confondus.

➔ Mutuelle inductance entre deux enroulements de l'induit d'un rotor à collecteur à plusieurs paires de balais diamétraux :

Les deux enroulements étant identiques.

$$M_{ab} = \frac{L_d + L_q}{2} \cos(\theta_a - \theta_b) + \frac{L_d - L_q}{2} \cos(\theta_a + \theta_b)$$

### 30.5.3 Équations d'une machine à collecteur à pôles saillants

Pour le stator :

$$v_s = R_s i_s + \frac{d\phi_s}{dt} \quad \phi_s = L_s i_s + M_{sr} \cos \theta_b i_r$$

(figure 30.28)  $\theta_b$  étant une constante,

$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{d}{dt} i_s + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_r}{dt}$$

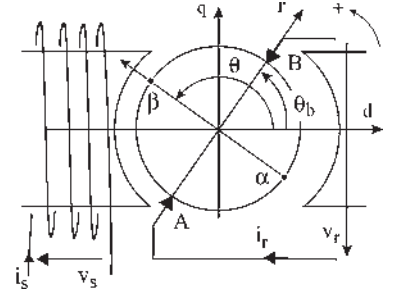


Figure 30.28

Pour le rotor :  $v_r = R_r i_r + \left( \frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} \right)_{\theta=\theta_b}$

$$\phi_{\alpha\beta} = M_{sr} i_s \cos \theta + \left[ \frac{L_d + L_q}{2} \cos(\theta - \theta_b) + \frac{L_d - L_q}{2} \cos(\theta + \theta_b) \right] i_r$$

$$\frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} = M_{sr} \cos \theta \frac{di_s}{dt} + \left[ \frac{L_d + L_q}{2} \cos(\theta - \theta_b) + \frac{L_d - L_q}{2} \cos(\theta + \theta_b) \right] \frac{di_r}{dt}$$

$$+ M_{sr} i_s \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) \omega$$

$$+ i_r \left[ \frac{L_d + L_q}{2} \cos \left( \theta - \theta_b + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{L_d - L_q}{2} \cos \left( \theta + \theta_b + \frac{\pi}{2} \right) \right] \omega$$

$$\left( \frac{d\phi_{\alpha\beta}}{dt} \right)_{\text{pour } \theta=\theta_b} = M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} + \left[ \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta_b \right] \frac{di_r}{dt}$$

$$+ M_{sr} i_s \cos \left( \theta_b + \frac{\pi}{2} \right) \omega + i_r \left[ \frac{L_d - L_q}{2} \cos \left( 2\theta_b + \frac{\pi}{2} \right) \right] \omega$$

$$v_r \text{ s'écrit : } v_r = R_r i_r + L_r \frac{di_r}{dt} + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} + \phi_{r+\frac{\pi}{2}} \omega$$

avec  $L_r = \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta_b$  à cause des pôles saillants et

$$\phi_{r+\frac{\pi}{2}} = (\phi_{\alpha\beta})_{\text{pour } \theta=\theta_b+\frac{\pi}{2}} = M_{sr} \cos \left( \theta_b + \frac{\pi}{2} \right) i_s + \frac{L_d - L_q}{2} \cos \left( 2\theta_b + \frac{\pi}{2} \right) i_r.$$

$$c_{em} = \phi_{r+\frac{\pi}{2}} i_r = M_{sr} \cos \left( \theta_b + \frac{\pi}{2} \right) i_s i_r + \frac{L_d - L_q}{2} \cos \left( 2\theta_b + \frac{\pi}{2} \right) i_r^2$$

**Conclusions**

➤ Dans la machine à pôles saillants, au couple électromagnétique habituel,  $M_{sr} \cos\left(\theta_b + \frac{\pi}{2}\right) i_s i_r$  s'ajoute le couple de réluctance  $\frac{L_d - L_q}{2} \cos\left(2\theta_b + \frac{\pi}{2}\right) i_r^2$ .

➤ Le couple dans la machine à pôles saillants peut se calculer directement par l'application du théorème des travaux virtuels,  $c_{em} = \left(\frac{\partial W_m}{\partial \theta}\right)_{\text{pour } \theta=\theta_b}$  avec

$$(W_m)_{\text{pour } \theta=\theta_b} = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + M_{sr} \cos \theta_b i_s i_r + \frac{1}{2} \left[ \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta_b \right] i_r^2$$

$$c_{em} = -M_{sr} \sin \theta_b i_s i_r - \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b i_r^2.$$

➤ Le terme  $i_r \left[ \frac{L_d - L_q}{2} \cos\left(2\theta_b + \frac{\pi}{2}\right) \right] \omega$  qui apparaît dans l'expression de  $v_r$  :

- n'existe que dans les machines à pôles saillants où  $L_d > L_q$  ;
- n'existe que si les balais ne sont pas sur les axes  $d$  ou  $q$  ;
- représente la réaction longitudinale d'induit.

➤ L'utilisation de  $\phi_{r+\frac{\pi}{2}}$  permet l'écriture à vue du système d'équations.

➤ Les équations des machines, à une paire de balais diamétraux, à pôles lisses ou à pôles saillants sont identiques lorsque les balais sont sur l'axe  $q$ .

# Pour en savoir plus...

## MACHINE À COLLECTEUR IDÉALE GÉNÉRALISÉE EN ABOUTISSEMENT DES TRANSFORMATIONS DE PARK

Une machine à collecteur est idéale lorsqu'elle répond à l'ensemble des hypothèses suivantes : circuit magnétique non saturé, répartition spatiale sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer, pas de pôles saillants, balais minces et nombre élevé de lames au collecteur.

Elle est généralisée lorsqu'elle possède plusieurs inducteurs et plusieurs paires de balais par paire de pôles.

Prenons la machine bipolaire équivalente.

Les transformations de Park, appliquées aux machines polyphasées à courants alternatifs, aboutissent, après adoption des repères orthogonaux, aux équations d'une machine à collecteur idéale généralisée à balais diamétraux et inducteurs dans les axes  $d$  et  $q$  en quadrature.

Établissons les équations instantanées d'une telle machine. Équations électriques :

$$\begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{pmatrix} = \text{Matrice } \mathcal{R} \cdot \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix}$$

$$|\mathcal{R}| = \begin{vmatrix} R_{ds} + L_{ds} \frac{d}{dt} & 0 & M_{ds} \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & R_{qs} + L_{qs} \frac{d}{dt} & 0 & M_{qs} \frac{d}{dt} \\ M_{dr} \frac{d}{dt} & M_{qr} \omega & R_{dr} + L_{dr} \frac{d}{dt} & L_{qr} \omega \\ -M_{dr} \omega & M_{qr} \frac{d}{dt} & -L_{dr} \omega & R_{qr} + L_{qr} \frac{d}{dt} \end{vmatrix}$$

Équation mécanique :

$$C_m + C_{em} = J \frac{d\omega}{dt} + \dots$$

avec  $C_{em} = \sum \phi_r + \frac{\pi}{2} i_r = \phi_q i_{dr} - \phi_d i_{qr}$

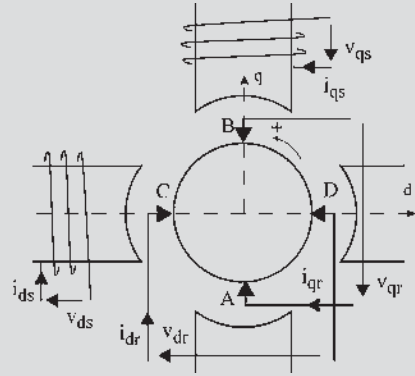


Figure 30.29

Les balais diamétraux étant décalés entre eux de  $\frac{\pi}{2}$  et le

bobinage rotor étant supposé unique :  $R_{dr} = R_{qr} = R_r$  et s'il n'y a pas de pôles saillants  $L_{dr} = L_{qr} = L_r$ .

Par ailleurs  $M_{ds dr} = M_{dr ds}$  que l'on peut noter  $M_{dsr}$ . De même  $M_{qs qr} = M_{qr qs} = M_{qsr}$ .

Le système s'écrit :

$$\begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{pmatrix} = \text{Matrice simplifiée } \mathcal{R}_s \cdot \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix}$$

$$|\mathcal{R}_s| = \begin{vmatrix} R_{ds} + L_{ds} \frac{d}{dt} & 0 & M_{dsr} \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & R_{qs} + L_{qs} \frac{d}{dt} & 0 & M_{qsr} \frac{d}{dt} \\ M_{dsr} \frac{d}{dt} & M_{qsr} \omega & R_r + L_r \frac{d}{dt} & L_r \omega \\ -M_{dsr} \omega & M_{qsr} \frac{d}{dt} & -L_r \omega & R_r + L_r \frac{d}{dt} \end{vmatrix}$$

$$C_m + C_{em} = J \frac{d\omega}{dt} + \dots$$

$$C_{em} = (M_{qsr} i_{qs} + L_r i_{qr}) i_{dr} - (M_{dsr} i_{ds} + L_r i_{dr}) i_{qr}$$

$$= M_{qsr} i_{qs} i_{dr} - M_{dsr} i_{ds} i_{qr}$$



## CHOIX D'UN MOTEUR INDUSTRIEL

Le choix d'un moteur, de sa puissance et de son type de démarrage dépend :

### *Des exigences des dispositifs entraînés :*

- vitesse variable dans toute la gamme de 0 à N nominale ;
- vitesse variable dans de petites proportions autour de N nominale ;
- vitesse rigoureusement constante ;
- démarrage à pleine charge ;
- couple de démarrage important ;
- démarrage progressif.

### *Des paramètres du dispositif entraîné :*

- couple de démarrage et moment d'inertie des parties tournantes fixant la durée du démarrage ;
- vitesse et couple au point nominal définissant la puissance exigée ;
- courbe du moment du couple en fonction de la vitesse qui peut être :
  - parabolique  $C(\omega^2)$  : pompes, ventilateurs, centrifugeuses...
  - hyperbolique  $P = 2\pi NC = \text{cste}$  : enrouleuses...

constante,  $P$  proportionnelle à la vitesse : engins de levage, treuils...

- régime de marche, cycle continu ou intermittent ;
- facteur de marche indiquant pour le moteur d'entraînement le rapport de la durée sous tension à la durée du cycle ;
- classe de démarrage tenant compte du nombre de démarrages par cycle et du nombre de cycles par heure.

### *De l'ambiance de travail du moteur :*

- protections normales nécessaires pour les personnes, contre la pénétration de l'eau, contre les intempéries, les poussières et les corps solides ;
- protections spéciales dues à l'ambiance : machines protégées autoventilées, fermées autoventilées, fermées sans ventilation, étanches et de sécurité ;
- circuit de ventilation qui doit assurer le refroidissement de la machine ;
- température ambiante qui ajoutée à l'échauffement donne la température limite supportées par les isolants et fixe la classe d'isolation nécessaire : A : 100°C, E : 115°C, B : 120°C, F : 140°, H : 165°C, C > 165°C.
- altitude, le débit d'air étant différent et les machines étant calculées pour fonctionner à une altitude inférieure à 1000 m.

*Des possibilités locales du réseau électrique :* définissant l'appel de courant admissible.

# Cahier d'évaluation

## POINTS-CLÉS

### Modélisation et régime transitoire

La modélisation des machines à collecteur est indispensable à l'étude des régimes transitoires des machines à courant continu alimentées en continu ou en alternatif. En outre, le modèle obtenu est celui que l'on obtient après les transformations de Park appliquées aux machines synchrones ou asynchrones.

### Ordre du système

L'ordre du système correspond au nombre d'équations différentielles nécessaires pour gérer le fonctionnement électrique du système en régime transitoire quelconque.

## FICHE MÉMO

### Modèle d'une machine à collecteur à excitation indépendante

Conventions :

- Orientation des courants et des flux. Sens trigonométrique. Bobines à droite.
- Convention récepteur pour chaque bobine
- Machine bipolaire
- Balais diamétraux

Hypothèses :

- $\mu = \text{cste}$ ,  $\mu$  grand
- Répartition spatiale sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer
- Machines à pôles lisses
- Balais d'épaisseur très réduite
- Grand nombre de lames du collecteur.

### Équations de fonctionnement

Électrique : 
$$v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_r}{dt}$$

$$v_r = R_r i_r + L_r \frac{di_r}{dt} + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} + M_{sr} i_s \omega \cos \left( \theta_b + \frac{\pi}{2} \right)$$

Mécanique : 
$$c_m + c_{em} = J \frac{d\omega}{dt} + \dots$$

avec 
$$c_{em} = M_{sr} i_s \left[ \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) \right]_{\theta=\theta_b} i_r$$

### Moment du couple et f.é.m. de rotation – écriture symbolique

$$c_{em} = \phi_{r+\frac{\pi}{2}} i_r$$

$$E_r = \phi_{r+\frac{\pi}{2}} \omega$$

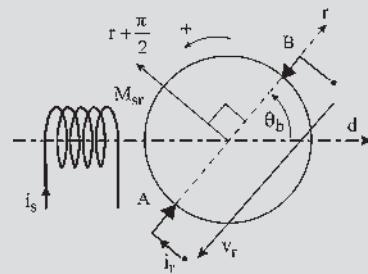


Figure 30.30

## QUESTIONS D'ENTRETIEN

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 30.1** Établir le système d'équations différentielles caractérisant une machine à collecteur à excitation indépendante, bipolaire, ayant une paire de balais A et B dans l'axe  $q$ .

- 30.2 Établir le système d'équations différentielles caractérisant un moteur à répulsion.
- 30.3 Donner pour cette machine l'expression instantanée de  $v_{sd}$  et de  $v_{sq}$  en admettant que  $M_{dsr} = M_{qsr} = M_{sr}$ .
- 30.4 Donner pour la machine précédente l'expression de  $v_{rd}$  et de  $v_{rq}$  en précisant les expressions des f.c.é.m. de rotation.
- 30.5 Donner toujours pour la même machine l'expression instantanée du couple électromagnétique.
- 30.6 Établir les équations d'un moteur compound à flux additifs. Faire ressortir les équations de liaison. Donner les équations obtenues en régime permanent. Que devient cette machine en régime permanent dans un fonctionnement générateur ?
- 30.7 Une amplidyne est une machine à courant continu, excitée au stator et entraînée en rotation. Elle servait d'amplificateur à deux étages. Quel est l'ordre de ce système ?

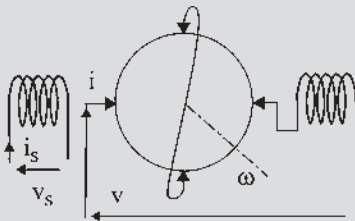


Figure 30.31

- 30.8 Un variateur de vitesse de type Ward-Léonard est représenté figure 30.22. Quel est l'ordre du système ? Quelles hypothèses peut-on faire pour abaisser l'ordre du système ?

## EXERCICES

Les solutions sont regroupées en fin d'ouvrage

- 30.1 Considérons une machine à courant continu à pôles lisses. Les grandeurs caractéristiques sont indiquées sur la figure.
  - 1) Établir les équations de fonctionnement en régime variable de cette machine à courant continu bipolaire dont les balais sont placés sur la ligne neutre (axe  $q$ ).

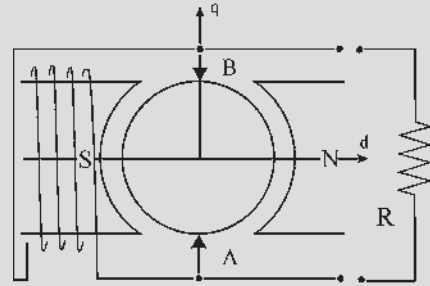


Figure 30.32

- 2) Cette machine fonctionne en génératrice à excitation indépendante. Entraînée à vitesse constante de 1 760 tr/min elle débite sur une résistance  $R$ .

Déterminer analytiquement et numériquement les courants  $i_{s0}$  et  $i_{r0}$  obtenus en régime permanent sachant que  $v_s = 200$  V et que les caractéristiques de la machine sont :  $R_s = 100 \Omega$ ,  $R_r = 1 \Omega$ ,  $M_{sr} = 0,583$  Wb/A,  $R = 11,11 \Omega$ .

- 30.2 La machine à courant continu étudiée dans l'exercice 30.1 est maintenant montée en shunt.

- 1) Peut-on calculer  $i_{s0}$  et  $i_{r0}$  en régime permanent ?

Déterminer numériquement  $i_{s0}$  et  $i_{r0}$  en améliorant le modèle par la connaissance du flux rémanent  $\phi_0 = 0,0277$  Wb.

- 2) À l'instant  $t = 0$ , les bornes communes de l'inducteur et de l'induit sont mises en court-circuit, la vitesse angulaire de rotation étant maintenue constante  $\Omega = \Omega_0 = \text{cte}$ .

Donner les lois de variations  $i_s(t)$  et  $i_r(t)$  des courants inducteur et induit sous forme littérale puis sous forme numérique pour tracer  $i_s(t)$  et  $i_r(t)$  sachant que  $L_s = 10$  H et  $L_r = 0,05$  H.

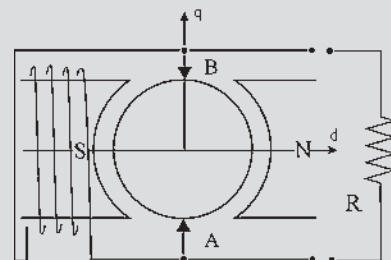


Figure 30.33

# Synthèse

Du continu à l'alternatif : tout est relatif !

L'électrotechnique est une vieille dame et sa naissance au  $xx^e$  siècle s'est accompagnée d'une effervescence scientifique et technique dont nous n'avons plus idée. L'enjeu était de taille puisqu'il s'agissait rien moins que de produire, transporter au loin et utiliser une énergie colossale pour éclairer, chauffer et mouvoir, une énergie capable d'être déchaînée ou calmée par le simple basculement d'un interrupteur. Il est une fois de plus intéressant de constater que la démarche de l'homme part rarement du simple pour aller vers le « compliqué ». À l'instar des ailes battantes de l'oiseau mécanique de Clément Ader, l'anneau de Gramme est un modèle de complexité, mais seule la forme « continue » de l'énergie électrique était alors envisagée. On se souvient encore des travaux de Tesla qui ont débouché sur l'industrialisation de la machine asynchrone et la constitution d'un « empire » industriel : Westinghouse. Doit-on rappeler à ce propos la lutte ouverte qui a opposé Tesla et Edison, partisan exclusif du courant continu ? L'argument principal de Edison portait sur l'« extrême dangerosité » du courant alternatif avec expérimentation d'électrocution animale puis humaine. Las ! Le courant alternatif s'est largement imposé et les royalties contractuelles de 2,50 \$/horse power versés par Westinghouse à Tesla se sont révélés tellement énormes que ce dernier a fini, fortune faite, par généreusement y renoncer.

Alternatif et continu, ces deux formes apparemment si différentes ne seraient-elles pas « relatives » ? Lorsqu'en cette fin du  $xix^e$  siècle, les Blondel et autres Leblanc se sont penchés sur la machine tournante, ils ont bien vite mis en évidence un principe de relativité qui stipule que la fréquence des tensions, flux et courants dépend de la position de l'observateur suivant qu'il est assis sur le stator, qu'il tourne avec le rotor ou même qu'il suit le champ tournant. Ces remarquables propriétés de relativité demandaient à être sérieusement théorisées et pour cela, on fit appel aux méthodes mathématiques bien maîtrisées depuis longtemps pour les changements de bases dans les espaces vectoriels.

De l'observation à la synthèse, il n'y avait qu'un (grand) pas à franchir qui a pris presque un demi-siècle pour aboutir à la machine généralisée qui représente une synthèse matérialisable des changements de repère et contient, en une brillante synthèse, toutes les machines tournantes.

Nous ne pouvons terminer cette introduction à la transformation de Park sans avoir une pensée pour la polémique engendrée par les travaux relativistes de Podkletnov sur les champs électromagnétiques tournants et l'antigravité.

Le professeur Marty, fort de sa grande expérience de l'enseignement des machines électriques, savait qu'une présentation des équations de Park et de la machine généralisée, brillante et synthétique devait faire partie et ne pouvait que conclure un ouvrage de référence sur les machines électriques et en aucun cas ne devait l'introduire.

D'une grande aide pour l'étude du comportement dynamique, les transformations de Park et Concordia ont trouvé une nouvelle justification dans la commande des machines électriques par convertisseurs statiques et calculateurs numériques. Ces changements de base sont d'ailleurs devenus d'un usage tellement répandu pour la commande, que des circuits électroniques intégrés ont été spécialement conçus pour effectuer les opérations mathématiques correspondantes en une poignée de microsecondes.

Professeur Jean Faucher  
LEEI-INPT/ENSEEIH

# Synthèses : machine généralisée - transformations de Park - machines autopilotées à commutation électronique

## Objectifs

- Comprendre ces trois synthèses qui permettent d'évaluer finalement une parfaite compréhension des machines électriques.
- Donner l'envie d'aller plus loin.

La machine généralisée montre que dans leurs principes toutes les machines électriques se retrouvent à partir du même concept. Par contre, la technologie particulière de chacune d'elles les différencie totalement. Les simulations, en vue de l'étude des régimes transitoires, s'appuient sur les principes fondamentaux des machines. Les transformations de Park permettent, en remplacement de tout type de machines polyphasées, la mise en place de machines virtuelles diphasées équivalentes dont les fonctionnements en régimes transitoires sont régis par des systèmes d'équations différentielles moins nombreuses et plus simples. Ces systèmes d'équations caractérisent les machines à courant continu en régimes transitoires. Les transformations de Park permettent aussi d'accéder à la commande vectorielle des machines asynchrones d'induction autorisant la mise en place de variateurs de vitesse opérationnels et économiquement rentables, susceptibles de couvrir dans un avenir proche l'ensemble du marché de la vitesse variable. L'autopilotage, indispensable pour interdire tout décrochage, est intéressant pour toutes les machines électriques et ouvre avec les machines polyphasées les perspectives d'une nouvelle génération de machines électriques.

## 31.1 MACHINE GÉNÉRALISÉE

Cette présentation de la machine généralisée inclut tous les types de machines étudiées précédemment.

Machines	Changeurs de fréquence	Transformateurs et régulateurs de phase ou d'amplitude
Synchrones À courant continu Asynchrones d'induction Asynchrones à double alimentation Alternatives à collecteur	Autonomes Non autonomes Commutatrices Commutatrices inversées Générateurs polymorphiques	Transformateurs à champ tournant Régulateurs d'induction Changeurs du nombre de phases Décaleurs de phase par $\rho\theta_0$ Décaleurs de phase par $\theta'_0$

C'est une présentation de synthèse montrant l'importance du point d'observation des phénomènes. Comme toute synthèse, elle est la bienvenue à ce stade, les élèves étant plus réceptifs à la généralisation. La placer au début de l'enseignement, pour ne faire des différentes machines que des cas particuliers serait une erreur pédagogique et technologique, car chaque machine est, par sa construction et ses améliorations, totalement différente des autres et il n'est pas possible, ni souhaitable, de réaliser une machine généralisée qui n'aurait en définitive que de piètres performances dans chacune de ses utilisations particulières.

En revanche, la présentation de synthèse, qui montre que dans le principe on peut passer de l'une à l'autre, autorise par les simulations le changement de modèle tout en adaptant facilement les constantes (résistances, inductances...). Les transformations de Park et de Concordia permettent de traiter les régimes transitoires d'une machine polyphasée en travaillant sur les équations d'une machine à courant continu.

Enfin, cette présentation permet de se familiariser avec des ensembles électromécaniques complexes que l'on retrouve dans certaines machines électriques des avions de combat.

### 31.1.1 Machine généralisée à champ de direction fixe

#### a) Rotor à collecteur, rotor à bagues

Dans une machine à courant continu, la f.é.m. aux bornes des balais est :

$$e_{BA} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0$$

C'est une f.é.m. continue commutée. (figure 31.1).

Aux bornes de deux points fixes  $a$  et  $b$  de l'enroulement la f.é.m. est :

$$e_{ba} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega t + \theta_0)$$

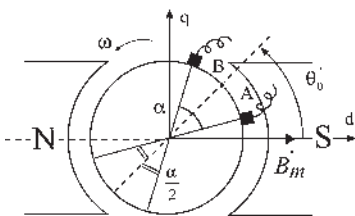


Figure 31.1

C'est une f.é.m. alternative sinusoïdale (figure 31.2).

Si l'on prend trois points  $a, b, c$ , tripositionnés, à  $\frac{2\pi}{3}$  électrique les uns des autres, on obtiendra des f.é.m. triphasées (figure 31.3).

Par exemple, à l'instant  $t = 0$  du dessin, les f.é.m. sont, avec :  $\theta_0 = 0$  :

$$e_{ba} = nN\phi_m \sin\frac{\pi}{3} \cos \omega t$$

$$e_{ac} = nN\phi_m \sin\frac{\pi}{3} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_{cb} = nN\phi_m \sin\frac{\pi}{3} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$e_{ba}$  est maximal à  $t = 0$  puisque le flux est nul dans la bobine d'axe  $\vec{ab}$  parallèle à l'axe  $q$ . Avec seulement deux points  $a$  et  $b$  diamétraux, on aurait une f.é.m. monophasée d'amplitude  $nN\phi_m$  maximale. Si l'on place six points équidistants réunis à six bagues, on disposera d'un système de f.é.m. hexaphasées. On met autant de bagues que l'on veut,  $m$  étant le nombre de bagues, on a  $\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{m}$ .

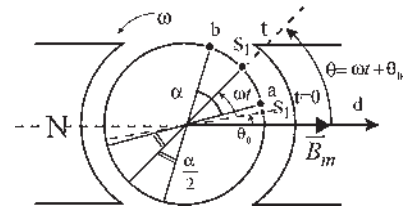


Figure 31.2

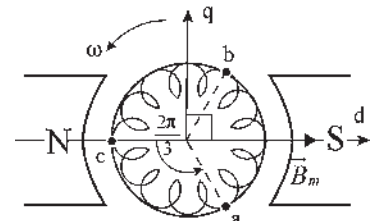


Figure 31.3

### b) Machine généralisée à champ de direction fixe

C'est une machine à courant continu à collecteur mais aussi à bagues apparentes, (figure 31.4), disposant :

- d'une excitation continue  $j \Rightarrow \vec{B}_m$  ;
- de balais  $AB$  sur le collecteur  $\Rightarrow$  f.é.m. continue ;
- de bagues triphasées  $\Rightarrow$  f.é.m. triphasées ;
- d'un arbre mécanique  $\Rightarrow P_{méca} = \omega.C$ .

Mis à part l'inducteur, dont le rôle principal est l'excitation de l'électroaimant, tous les autres « accès » à la machine, balais  $AB$ , bagues  $abc$ , arbre mécanique, sont des entrées/sorties énergétiques possibles.

Toutes les combinaisons sont envisageables :

à trois entrées/sorties, 2 entrées  $\rightarrow$  1 sortie ; 1 entrée  $\rightarrow$  2 sorties ; et toutes les combinaisons à 1 entrée/1 sortie, en ne se servant pas de la troisième.

## 31.1.2 Utilisations particulières correspondant à des machines existantes

### a) Machine à courant continu

Inducteur. Balais  $AB$ . Arbre mécanique. Fonctionnement en moteur et générateur, réversible. Convertisseur électromécanique réversible. Un champ stator  $\vec{B}_i$  et un champ rotor  $\vec{B}_r$  (figure 31.5).

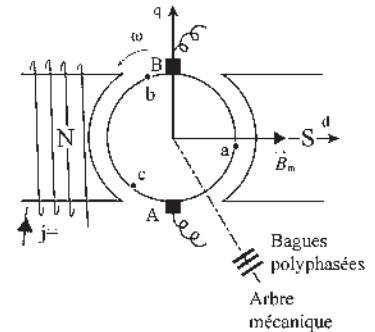


Figure 31.4

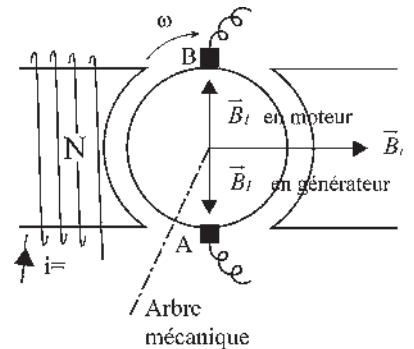


Figure 31.5



Entrées-sorties énergétiques :

- par l'arbre, énergie mécanique  $\omega C$  ;
- par les balais  $AB$ , énergie électrique  $VI$ .

En fonctionnement générateur, si on surexcite, on augmente  $\vec{B}_i$  donc  $E_{BA}$ .

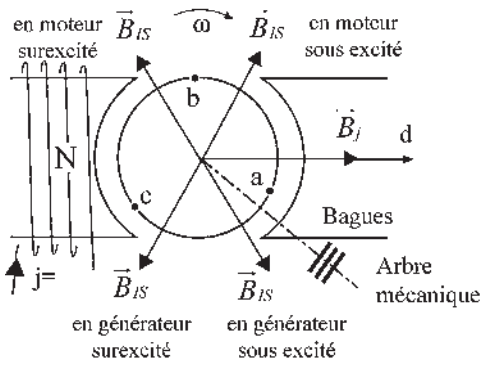


Figure 31.6

**b) Machine synchrone inversée (observateur rotorique)**

Inducteur. Bagues  $abc$ . Arbre mécanique. Fonctionnement en moteur synchrone/alternateur, réversible (figure 31.6). Convertisseur électromécanique réversible. Un champ stator  $\vec{B}_j$ , un champ rotor  $\vec{B}_i$  dont la position est différente selon le fonctionnement (moteur ou générateur) et selon l'excitation, (surexcitation ou sous-excitation).

Entrées-sorties énergétiques :

- par l'arbre, énergie mécanique.
- par les bagues  $abc$ , énergie électrique

La machine étant accrochée sur le réseau EDF qui impose  $\vec{V}$  et  $\omega_s$ , les diagrammes espace-temps de la machine font apparaître les réactions longitudinales et transversales d'induit (figure 31.7).

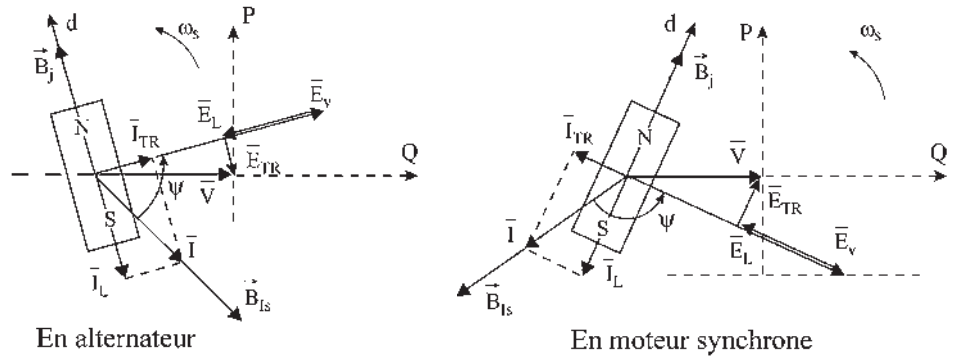


Figure 31.7

En moteur synchrone dans le cas  $\psi = \pi$

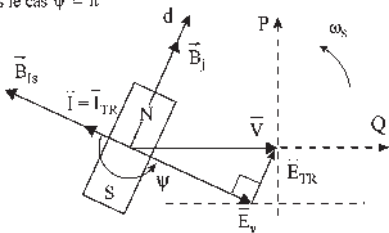


Figure 31.8

Ces deux réactions de Blondel,  $\vec{E}_L$  et  $\vec{E}_{TR}$ , proviennent des deux composantes longitudinales et transversales du courant par rapport à  $\vec{E}_V$ . Fonctionnant en moteur synchrone, pour  $\psi = \pi$  et  $\cos \psi = -1$ ,  $\vec{I}$  et  $\vec{E}_V$  sont en opposition.

Le diagramme montre qu'à partir de ce point de fonctionnement (figure 31.8), une surexcitation, à puissance active constante, entraînerait l'apparition d'une composante du courant longitudinale démagnétisante et une sous-excitation d'une composante longitudinale magnétisante.

**c) Commutatrice**

Convertisseur électrique polyphasé/électrique continu, autonome et réversible (figure 31.9). Excitation, bagues *abc*, balais *AB*, arbre mécanique non utilisé. Aucune puissance active sur l'arbre.

Alimentation en continu quand on dispose du triphasé. Utilisé jusqu'en 1960 pour l'alimentation du Métropolitain de Paris. Toujours utilisé dans le Boeing 727 pour l'alimentation en continu. Entrées-sorties énergétiques :

- par les bagues *abc*, électrique triphasée  $3VI \cos \varphi$  (ou polyphasée) ;
- par les balais *AB*, électrique continu.

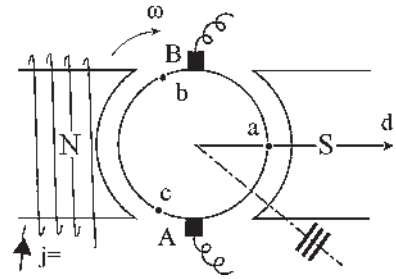


Figure 31.9

Ce convertisseur de fréquence autonome (figure 31.10) fonctionne en « commutatrice » comme un moteur synchrone couplé mécaniquement à une génératrice à courant continu sous la forme de deux étages dans la même machine

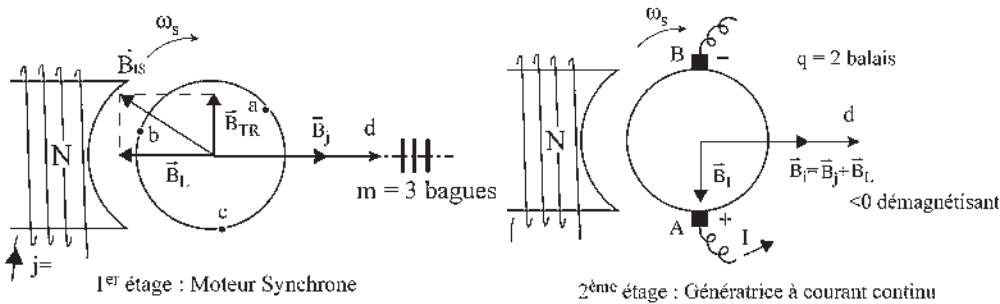


Figure 31.10

En conséquence les propriétés de la commutatrice sont :

- ➔ Convertisseur de fréquence à rapport des tensions entrée/sorties imposées

$$\frac{e_{ba} \text{ efficace}}{e_{BA}} = \frac{nN\phi_m}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{m} \frac{1}{nN\phi_m \sin \frac{\pi}{q}} = \frac{\sin \frac{\pi}{m}}{\sqrt{2}}$$

0,707 pour une monophasée
0,612 pour une triphasée
0,354 pour une hexaphasée

Dans une commutatrice alimentée à  $V = \text{cste}$ , ( $v_1 = V\sqrt{2} \cos \omega_s t$ ), la tension continue est indépendante de l'intensité d'excitation. Si on surexcite,  $\vec{B}_j$  augmente, mais  $\vec{B}_L$  est démagnétisant. Si on sous-excite,  $\vec{B}_j$  diminue mais  $\vec{B}_L$  est magnétisant.  $\vec{B}_i$  reste constant.

- ➔ Puisqu'il n'y a ni entrée ni sortie énergétique par l'arbre mécanique, les deux champs de réaction d'induit  $\vec{B}_{TR}$  et  $\vec{B}_i$  sont opposés (si l'on néglige les pertes). En pratique,  $\vec{B}_{TR}$  est légèrement supérieur à  $\vec{B}_i$  pour assurer la rotation.

La réaction transversale d'induit d'une commutatrice est nulle (pertes négligées).

Faire un raisonnement par l'absurde pour montrer l'égalité de  $\vec{B}_{TR}$  et de  $\vec{B}_L$ .

- Le courant instantané dans une section  $S$  de l'induit (spire diamétrale entre deux lames du collecteur) est la somme des courants instantanés du moteur synchrone et de la génératrice à courant continu (figure 31.11).

Pour la génératrice le courant est continu, vaut  $\frac{I}{2}$  et change de sens à chaque passage sur les balais. Il est compté positif (bobines à droite) lorsque la spire  $S$  est entre  $B$  et  $A$  dans le sens de rotation.

Pour le moteur synchrone, si  $\psi = -\pi$ , le courant alternatif est en opposition de phase avec  $\vec{E}_v$ .

Dans la figure 31.11 (pour un observateur rotorique d'une machine synchrone) les vecteurs  $\vec{B}_j, \vec{E}_v, \vec{T} \dots$  sont fixes. Sont en rotation le rotor avec ses sections  $S$  et les normales  $\vec{n}$  aux sections.

La valeur instantanée des grandeurs alternatives intéressant la spire  $S$  est donnée par les projections des vecteurs fixes précédents sur la normale  $\vec{n}$  qui tourne à  $\omega_s$  avec la spire  $S$ .

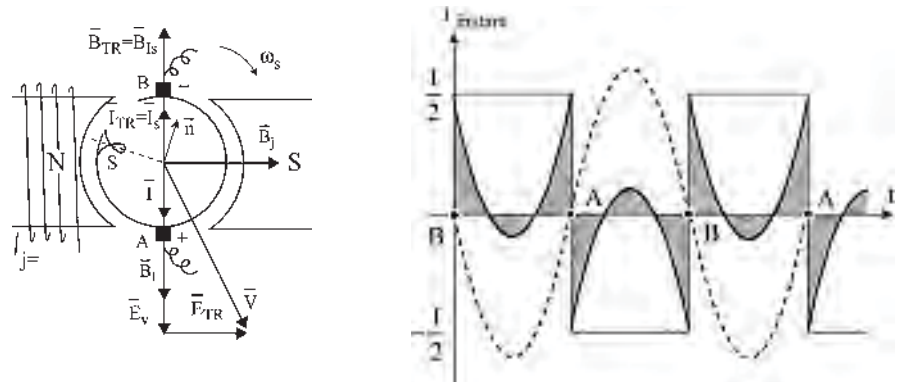


Figure 31.11

Le courant instantané dans la spire  $S$  s'annule quand la spire est dans le plan  $q$  et est positif quand la spire est entre  $A$  et  $B$ .

On comprend alors pourquoi le courant instantané est beaucoup plus petit que le courant continu de la génératrice débitant le même courant  $I$ .

- Dans une commutatrice, les pertes Joule sont beaucoup plus faibles que dans une machine à courant continu débitant le même courant  $I$ .

$$\text{pertes Joule commutatrice} = k(\text{pertes Joule machine à courant continu } rI^2)$$

$k = 0,567$  pour une triphasée,  $0,267$  pour une hexaphasée.

$$\text{De manière générale, il a été établi : } k = 1 + \frac{8}{m^2 \sin^2 \frac{\pi}{m} \cos^2 \psi} - \frac{16}{\pi^2}$$

En conséquence, le rendement des commutatrices est excellent.  $\eta =$  de  $0,9$  à  $0,99$ .

### Démarrage de la commutatrice

Alimentée directement par EDF en triphasé par les points de bagues  $a, b, c$ , le champ tourne à  $\omega_s$  par rapport au rotor.

La machine démarre en sens inverse en moteur asynchrone d'induction alimenté par le rotor (figure 31.12). L'amortisseur, qui est sur-dimensionné, sert de secondaire en court-circuit.

Le champ donné par le rotor tourne de plus en plus lentement dans l'espace.

N'ayant aucune charge sur l'arbre, le rotor tourne à  $\omega$ , sensiblement égal à  $\omega_s$ , mais en sens opposé. Le champ se stabilise dans une des deux positions de réluctance minimale. Une seule de ces deux positions sera satisfaisante si l'on désire que l'excitation finale soit montée en shunt sur les balais  $AB$ , côté continu.

Avant la jonction côté continu, le champ  $\vec{B}_l$  de l'étage machine synchrone est petit et sensiblement dans l'axe des pôles saillants. Ensuite, il se positionnera en fonction de la demande.

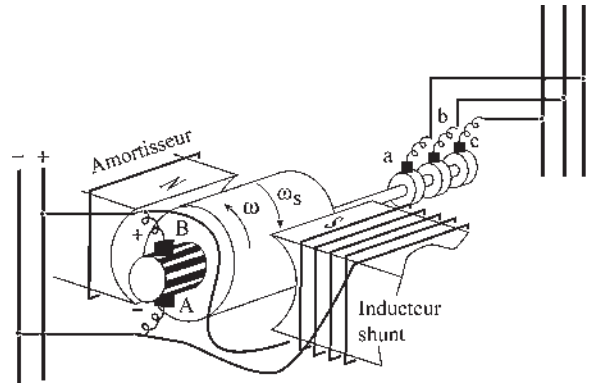


Figure 31.12

### d) Générateur polymorphe

Excitation. Balais  $AB$ . Bagues  $abc$ . Arbre mécanique.

Une entrée. Énergie mécanique par l'arbre entraîné par un moteur thermique (figure 31.13).

Deux sorties. Bagues polyphasées et balais  $AB$  en continu.

Alimentation des radars et des émetteurs radio isolés.

En définitive, on a trouvé des fonctionnements :

- À deux champs, un stator et un rotor, donnant des fonctionnements moteur/générateur, de machine à courant continu, de machine synchrone ;
- À trois champs, un stator et deux rotors, donnant des fonctionnements, en changeur de fréquence autonome, commutatrice ; en double générateur, génératrice polymorphe.

On pourrait aussi obtenir un fonctionnement en changeur de fréquence non autonome avec une commutatrice sans excitation stator mais possédant le circuit magnétique à pôles saillants d'axe  $d$ . Le + serait alors aléatoirement en  $A$  ou en  $B$ .

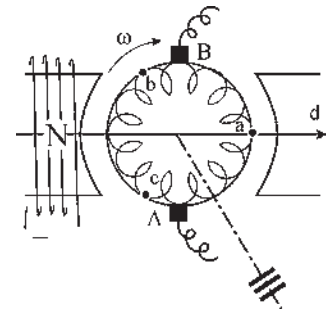


Figure 31.13

### 31.1.3 Propriétés du rotor à collecteur et à bagues

#### a) Rotor à collecteur et à bagues dans un champ tournant stator

Plaçons un rotor de machine à courant continu dans un stator de machine synchrone (figure 31.14).

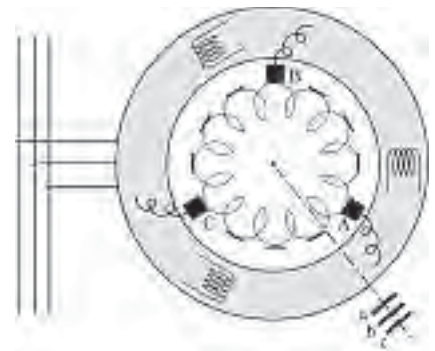


Figure 31.14

**Hypothèses**

Machine bipolaire. Sens positif trigonométrique, avec répartition spatiale sinusoïdale de l'induction. Bobinage imbriqué.

$n$  fils actifs sur l'induit.

Une spire quelconque solidaire du rotor, tourne avec lui à la vitesse angulaire  $\omega = \text{cste}$ .

L'induction stator  $B_s$  tourne à la vitesse angulaire  $\omega_s$  dans le même sens. Considérons la spire  $S_1$  (figure 31.15) faisant l'angle  $\theta_0$  avec l'induction  $B_{s0}$  à l'instant  $t = 0$ . À l'instant  $t$ ,  $\theta = (\omega - \omega_s)t + \theta_0$ . Le flux à travers cette spire (orientée par la règle du tire-bouchon) est :

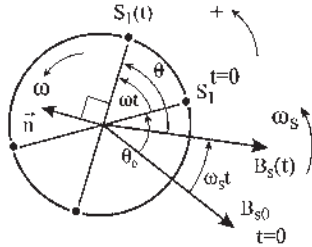


Figure 31.15

$$\varphi = \vec{B}_s \vec{S} = B_s S \cos(\vec{B}_s, \vec{n}) ; \varphi = \phi_s \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \phi_s \sin \theta.$$

La force électromotrice est :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = \phi_s \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \frac{d\theta}{dt}$$

$$\text{or } \frac{d\theta}{dt} = \omega - \omega_s$$

$e = \phi_s(\omega - \omega_s)\cos \theta = \phi_s(\omega - \omega_s)\cos[(\omega - \omega_s)t + \theta_0]$ . Dans l'angle  $d\theta$ , il y a  $\frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} d\theta$

spires. Pour ces spires mises en série, la f.é.m. est  $de = \frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} e d\theta$ .

Pour toutes ces spires mises en série dans l'angle  $\alpha$ , dont la bissectrice est  $S_1$ , (figure 31.16) la f.é.m. est :

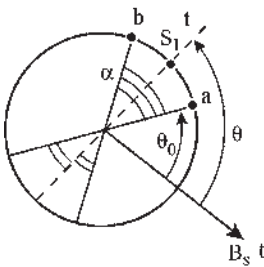


Figure 31.16

$$e_{ba} = \int_{\theta_a}^{\theta_b} \frac{n}{4\pi} \phi_s (\omega - \omega_s) \cos \theta d\theta$$

$$= \frac{n}{4\pi} \phi_s (\omega - \omega_s) [\sin \theta]_{\theta_a}^{\theta_b}$$

$$= \frac{n}{4\pi} \phi_s (\omega - \omega_s) (\sin \theta_b - \sin \theta_a)$$

$$= \frac{n}{4\pi} \phi_s (\omega - \omega_s) 2 \sin \frac{\theta_b - \theta_a}{2} \cos \frac{\theta_b + \theta_a}{2}$$

$$e_{ba} = \frac{n}{2\pi} \phi_s (\omega - \omega_s) \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta$$

En mettant sur l'arbre de la machine deux bagues reliées aux points  $a$  et  $b$  on disposerait de la f.é.m.

$$e_{ba} = \frac{n\phi_s}{2\pi} (\omega - \omega_s) \sin \frac{\alpha}{2} \cos[(\omega - \omega_s)t + \theta_0]$$

Pour un observateur rotorique, le champ tourne à  $\omega_r = \omega_s - \omega$ . La f.é.m. sinusoïdale sera maximale lorsque  $\theta = (\omega - \omega_s)t + \theta_0 = 0$ , quand le flux sera nul dans la bobine d'axe  $ab$ .

Pour trois points tripositionnés  $a, b, c$ , avec  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ , reliés à trois bagues on disposerait de f.é.m. triphasées équilibrées,  $e_{ba}, e_{ac}, e_{cb}$ , de pulsation  $\omega_r$ .

$$e_{ba} = \frac{n\phi_s}{2\pi}(\omega - \omega_s)\sin\frac{\pi}{3}\cos[(\omega - \omega_s)t + \theta_0]$$

Selon le nombre de points de bagues  $a, b, c, \dots$  on peut à volonté obtenir du monophasé, du triphasé ou de l'hexaphasé...

Plaçons maintenant deux balais  $A$  et  $B$  sur le collecteur de la machine, avec le même angle  $\alpha$  d'ouverture. À un instant  $t$  quelconque, une spire  $S_1$  se trouve sur la bissectrice des balais. À cet instant, (figure 31.17) :

$$e_{BA} = e_{ba} = \frac{n}{2\pi}\phi_s(\omega - \omega_s)\sin\frac{\alpha}{2}\cos[(\omega - \omega_s)t + \theta_0]$$

$$\theta = (\omega - \omega_s)t + \theta_0 = -\omega_s t + \theta'_0 \quad \theta'_0 = \text{cste}$$

$$e_{BA} = \frac{n}{2\pi}\phi_s(\omega - \omega_s)\sin\frac{\alpha}{2}\cos(-\omega_s t + \theta'_0)$$

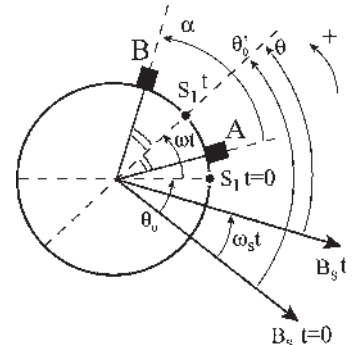


Figure 31.17

Pour un observateur statorique, le champ tourne à  $\omega_s$ . La f.é.m.  $e_{BA}$  sinusoïdale de pulsation  $\omega_s$  sera maximale pour  $\theta = 0$  quand le flux sera nul dans la bobine pseudo-stationnaire d'axe  $AB$ .

Pour trois balais tripositionnés  $A, B, C$ , avec  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ , on disposerait d'un système de f.é.m. triphasées équilibrées de pulsation  $\omega_s$ . Variation possible de  $\theta'_0$  par déplacement simultané des trois balais. À volonté, selon le nombre de balais, obtention de monophasé, de triphasé...

**b) Balais tournants**

Si les balais tournent à la vitesse angulaire  $\omega'$  dans le même sens que  $\omega_s$  et  $\omega$  (figure 31.18).

$\theta'_0$  n'est plus une constante.

$$\theta'_0 = \theta''_0 + \omega' t$$

$$\theta''_0 = \text{cste}$$

$$e_{BA} = \frac{n}{2\pi}\phi_s(\omega - \omega_s)\sin\frac{\alpha}{2}\cos[(\omega' - \omega_s)t + \theta''_0]$$

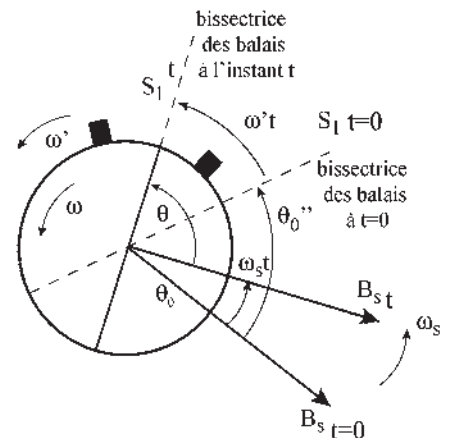


Figure 31.18

Si  $\omega' = \omega_s$ , c'est-à-dire si les balais tournent à la même vitesse angulaire et dans le même sens que l'induction, la f.é.m. est continue.

**c) Écriture de la f.é.m. selon les points d'observation**

$ba$  points de bagues  
 $e_{BA}$  balais fixes  $= \frac{n\phi_s}{2\pi}(\omega - \omega_s)\sin\frac{\alpha}{2}\cos\theta = \phi_d(-\omega_r)\sin\frac{\alpha}{2}\cos\theta$   
 $BA$  balais tournants

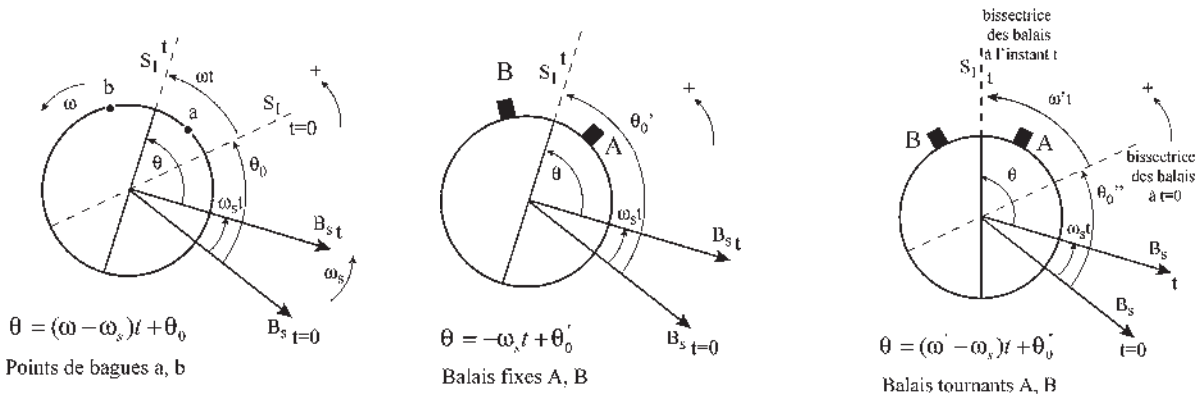
$\phi_d = \frac{n}{2\pi}\phi_s$  : flux reçu par chaque demi induit dans l'axe  $d$  ;

$\omega_r = \omega_s - \omega$  : vitesse angulaire relative du champ par rapport au rotor ;

$\alpha$  : angle d'ouverture des deux points d'observation ;

$\theta$  : angle de la spire moyenne  $S_1$  par rapport à l'induction stator à l'instant  $t$  ;

$\theta$  fait intervenir la vitesse angulaire relative du champ stator par rapport aux points d'observations (figure 31.19).



**Figure 31.19**

**d) Transformations de Park et de Concordia**

Toutes les f.é.m. du paragraphe 31.1.3.c donnent quatre termes par développement.  $(\omega - \omega_s)\cos(a - b) = (\omega - \omega_s)(\cos a \cos b + \sin a \sin b)$ .

Regardons ce que cela signifie, par exemple pour l'expression  $e_{BA}$  avec les balais fixes

$$e_{BA} = \phi_d(\omega - \omega_s)\sin\frac{\alpha}{2}\cos(-\omega_s t + \theta'_0) :$$

$$e_{BA} = \begin{cases} +\phi_d\omega \sin\frac{\alpha}{2}\cos\omega_s t \cos\theta'_0 & (\alpha) \\ +\phi_d\omega \sin\frac{\alpha}{2}\sin\omega_s t \sin\theta'_0 & (\beta) \\ -\phi_d\omega_s \sin\frac{\alpha}{2}\cos\omega_s t \cos\theta'_0 & (\gamma) \\ -\phi_d\omega_s \sin\frac{\alpha}{2}\sin\omega_s t \sin\theta'_0 & (\delta) \end{cases}$$

$\alpha$  et  $\beta$  sont deux f.é.m. de rotation indiquant rotation et induction stator.

$\gamma$  et  $\delta$  sont deux f.é.m. de transformation indiquant inductions stator pulsantes.

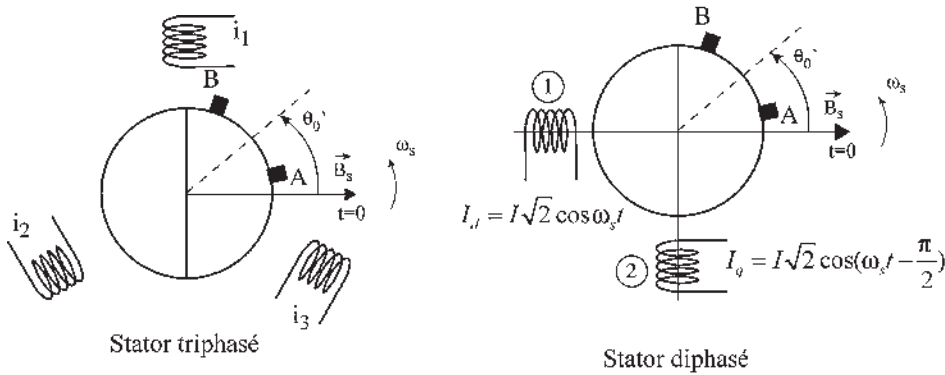


Figure 31.20

Ces f.é.m. sont les mêmes que celles obtenues par la présence de deux inducteurs statoriques pulsants, parfaitement positionnés par rapport à  $\vec{B}_s$  à  $t = 0$ , perpendiculaires entre eux et parcourus par des courants diphasés (figure 31.20).

Les deux bobinages (1) et (2) donnent aux bornes des balais  $AB$  des f.é.m. :

$$(1) \text{ f.é.m. de rotation : } \phi_d \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos \omega_s t \cos \theta'_0 \quad (\alpha)$$

$$\text{f.é.m. de transformation : } -\phi_d \omega_s \sin \frac{\alpha}{2} \sin \omega_s t \sin \theta'_0 \quad (\delta)$$

(2) f.é.m. de rotation :

$$\phi_d \omega \sin \frac{\alpha}{2} \left( \cos \omega_s t - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( -\frac{\pi}{2} + \theta'_0 \right) = \phi_d \omega \sin \omega_s t \sin \frac{\alpha}{2} \sin \theta'_0 \quad (\beta)$$

f.é.m. de transformation :

$$-\phi_d \omega \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left( \omega_s t - \frac{\pi}{2} \right) \sin \left( -\frac{\pi}{2} + \theta'_0 \right) = -\phi_d \omega_s \sin \frac{\alpha}{2} \cos \omega_s t \cos \theta'_0 \quad (\gamma)$$

Dès qu'il y a un champ tournant stator unique il est assimilé, interprété comme résultant de la présence d'un stator diphasé.

Les transformations de Park et de Concordia, qui concrétisent ce principe physique tout en le généralisant aux armatures polyphasées statoriques ou rotoriques et en le formulant mathématiquement, permettent le calcul des courants instantanés  $i_d$  et  $i_q$ . Ce calcul s'effectue connaissant  $i_1, i_2, i_3$  en remplaçant un bobinage triphasé réel par un bobinage virtuel diphasé donnant le même champ tournant.

### e) Rotor à collecteur dans son propre champ

Plaçons un rotor à collecteur de machine à courant continu dans un stator ferromagnétique non excité (figure 31.21) et alimentons trois balais décalés de  $\frac{2\pi}{3}$  par des courants triphasés :



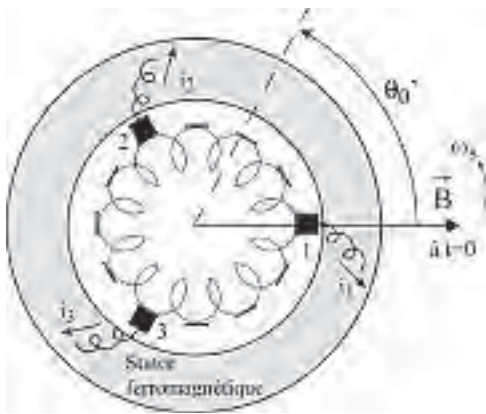


Figure 31.21

$$i_1 = I\sqrt{2} \cos \omega_s t$$

$$i_2 = I\sqrt{2} \left( \cos \omega_s t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I\sqrt{2} \left( \cos \omega_s t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

**Hypothèses**

- Machine bipolaire.
- Sens > 0 trigonométrique.
- Répartition spatiale sinusoïdale de  $B$ .
- $q = 3$  balais sur le collecteur.

Si  $i_1, i_2, i_3$  sont des courants triphasés équilibrés, il en est de même pour les courants  $j_{12}, j_{23}, j_{31}$  d'où un champ tournant unique à la vitesse angulaire  $\omega_s$  (trois bobines pseudo-stationnaires tripositionnées et trois courants triphasés).

Mettons le rotor en rotation à vitesse angulaire  $\omega$  dans le même sens que  $\omega_s$  et choisissons l'instant  $t = 0$  quand  $i_1$  est maximal.

L'axe de l'induction tournante  $\vec{B}$  passe par un balai à l'instant où le courant passant par ce balai est maximal,  $j_{23} = 0$ .

L'axe de l'induction  $\vec{B}$  à  $t = 0$  passe par le balai 1. La vitesse de rotation du champ par rapport aux bobines pseudo-stationnaires 12, 23, 31 est toujours  $\omega_s$ . La vitesse relative de rotation du champ par rapport au bobinage rotorique est  $\omega_r = \omega_s - \omega$ . La f.é.m. entre deux balais successifs s'écrit :

$$e_{21} = \phi_d (\omega - \omega_s) \sin \frac{\alpha}{2} \cos(-\omega_s t + \theta'_0) \quad \text{avec } g = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}, \text{ pour } q \text{ balais : } \alpha = \frac{2\pi}{q}$$

$$\text{et } \theta'_0 = \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{q} \text{ d'où } e_{12} = -e_{21} = \boxed{\phi_d g \omega_s \sin \frac{\pi}{q} \cos \left( \omega_s t - \frac{\pi}{q} \right) = e_{12} = e_1 - e_2.}$$

Pour un système polygonal quelconque (figure 31.22),  $e_1$  est en  $AR$  par rapport à  $e_{12}$  de  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{q}$  et l'amplitude de  $e_1 = \text{amplitude de } e_{12} \times \frac{1}{2 \sin \frac{\pi}{q}}$ .

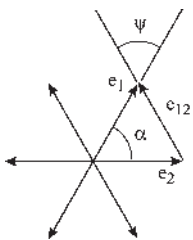


Figure 31.22

$$e_1 = \frac{\phi_d g \omega_s \sin \frac{\pi}{q}}{2 \sin \frac{\pi}{q}} \cos \left( \omega_s t - \frac{\pi}{q} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{q} \right) = \frac{\phi_d g \omega_s}{2} \sin \omega_s t. \text{ Or } \frac{di_1}{dt} = -I\sqrt{2} \omega_s \sin \omega_s t$$

$$e_1 = - \frac{\phi_d g \omega_s}{2I\sqrt{2} \omega_s} \frac{di_1}{dt} = \boxed{- \left( \frac{\phi_d}{2I\sqrt{2}} \right) g \frac{di_1}{dt}} \quad \boxed{\bar{E}_1 = -j \left( \frac{\phi_d}{2I\sqrt{2}} \right) g \bar{I}_1}$$

$\bar{E}_1$  et  $\bar{I}_1$  étant perpendiculaires, il n'y a pas de puissance active mise en jeu dans ce fonctionnement.

Si  $g > 0$ ,  $\omega_s > \omega$ , fonctionnement hyposynchrone.  $e_1$  est en AR sur le courant extérieur  $i_1$  par fil de ligne. Le diagramme extérieur est capacitif.

Le rotor se comporte comme une inductance.

Si  $g < 0$ ,  $\omega_s < \omega$ , fonctionnement hypersynchrone.  $e_1$  est en AV sur le courant extérieur  $i_1$ . Le diagramme extérieur est inductif.

Le rotor se comporte comme une capacité.

### 31.1.4 Machine généralisée à champ tournant stator

C'est la machine disposant d'un stator de machine synchrone et d'un rotor de machine à courant continu à bagues et collecteur apparents (figure 31.23).

Quatre entrées/sorties énergétiques : une polyphasée  $m_1$  phases stator de pulsation  $\omega_s$ , une polyphasée à  $m$  phases rotor (bagues) de pulsation  $(\omega_s - \omega)$ , une polyphasée à  $q_2$  phases rotor (balais) de pulsation  $(\omega - \omega')$ , une mécanique par l'arbre. Si les balais sont fixes,  $\omega' = 0$ . Toutes les combinaisons sont possibles y compris la non utilisation de certaines sorties.

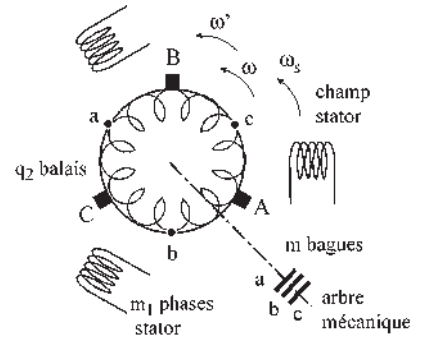


Figure 31.23

### 31.1.5 Utilisations particulières correspondant à des machines existantes

#### a) Machine asynchrone d'induction

Alimentation stator. Arbre mécanique. Rotor à bagues en court-circuit.

Un champ stator  $\vec{B}_s$ . Un champ rotor  $\vec{B}_r$ . Rotor alimenté par induction. Fonctionnement moteur/générateur réversible. Énergie mécanique/énergie électrique polyphasée. Machine autopilotée naturelle. (Figure 31.24).

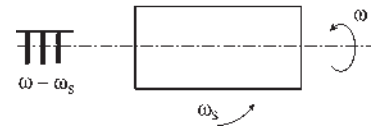


Figure 31.24

#### b) Machine asynchrone à double alimentation

Figure 31.25. Alimentation stator. Alimentation rotor par bagues. Arbre mécanique. Un champ stator  $\vec{B}_s$ . Un champ rotor  $\vec{B}_r$ .

Nécessité de respecter le synchronisme des champs. Autopilotage indispensable. Fonctionnement moteur/générateur réversible. Énergie électrique/énergie mécanique.

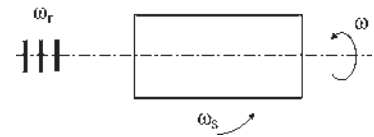


Figure 31.25

#### c) Machine alternative à collecteur

Figure 31.26. Alimentation stator. Alimentation rotor par balais. Arbre mécanique.

Un champ stator  $\vec{B}_s$ . Un champ rotor  $\vec{B}_r$ .  $\omega' = 0$ . Les champs sont au synchronisme. Fonctionnement moteur/générateur réversible. Énergie électrique/énergie mécanique.

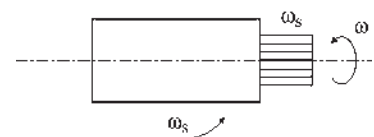


Figure 31.26

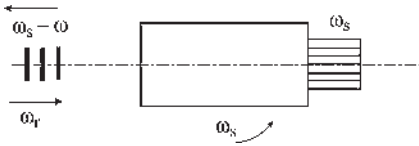


Figure 31.27

**d) Changeur de fréquence autonome**

Figure 31.27. Alimentation stator. Alimentation rotor par bagues ou balais. Réversible. Pas d'arbre sorti. Un champ stator. Deux champs rotoriques.

Fonctionnement à deux étages.  $\omega' = 0$ . Moteur (stator/rotor), générateur (stator/rotor). Autopilotage nécessaire dans l'alimentation rotor par les bagues. Énergie électrique  $\omega_s$ /énergie électrique  $g\omega_s$ .

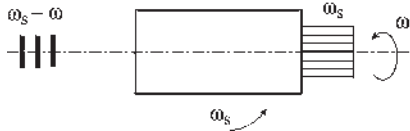


Figure 31.28

**e) Générateur polymorphique**

Figure 31.28. Arbre mécanique. Alimentation stator. Un champ stator. Deux champs rotoriques.  $\omega' = 0$ . Double fonctionnement en générateur. Énergie mécanique/énergies électriques  $\omega_s$  et  $\omega_r$ . Réversibilité possible, mais peu utilisée.

**31.1.6 Cas particuliers**

**a)  $\omega_s = 0$  machine généralisée à champ de direction fixe**

Pour  $\omega_s = 0$ , en laissant les balais fixes,  $\omega' = 0$ , on obtient pour les f.é.m. aux bornes des bagues et des balais frottant sur le collecteur :

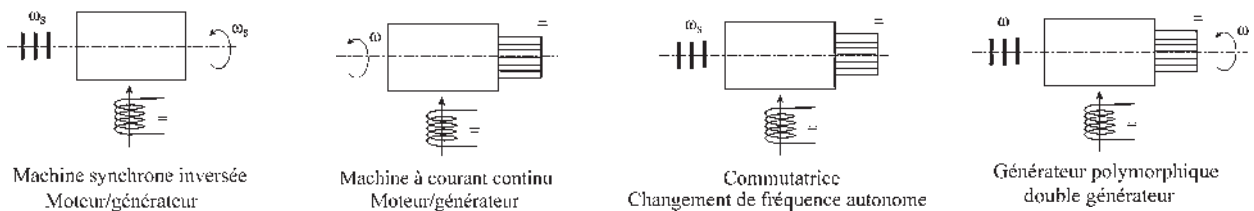
$$e_{ba} = \phi_d (\omega - \omega_s) \sin \frac{\alpha}{2} \cos [(\omega - \omega_s)t + \theta_0]$$

$$e_{BA} = \phi_d (\omega - \omega_s) \sin \frac{\alpha}{2} \cos (-\omega_s t + \theta'_0)$$

qui s'écrivent :

$e_{ba} = \phi_d \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega t + \theta_0)$	$= nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega t + \theta_0)$
$e_{BA} = \phi_d \omega \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0$	$= nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0$

On retrouve toutes les machines, convertisseurs et générateurs à champ de direction fixe (figure 31.29).



Machine synchrone inversée  
Moteur/générateur

Machine à courant continu  
Moteur/générateur

Commutatrice  
Changeur de fréquence autonome

Générateur polymorphique  
double générateur

Figure 31.29

**b)  $\omega = 0$ , rotor bloqué**

Rotor bloqué, mais réglable en position par une vis sans fin.

Les seuls dispositifs intéressants rotor bloqué avec une unique alimentation stator, donc un seul champ tournant stator à vide, sont : la machine asynchrone rotor ouvert

$e_{ba} = -\phi_d \omega_s \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega_s t - \theta_0)$  et la machine alternative à collecteur  
 $e_{BA} = -\phi_d \omega_s \sin \frac{\alpha}{2} \cos(\omega_s t - \theta'_0)$  permettant de fournir des f.é.m. polyphasées à phases réglables (figure 31.30).

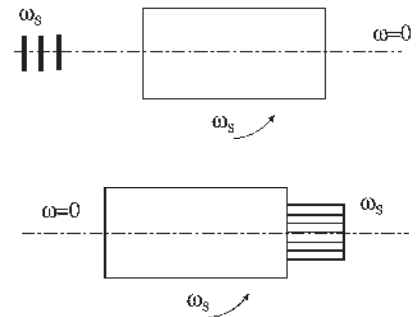


Figure 31.30

Utilisation en :

- transformateur à champ tournant à phases réglables ;
- régulateur d'induction avec un double rotor pour l'asynchrone.

Décaleurs de phase en réglant  $p\theta_0$  ou  $p\theta'_0$

Transformateurs du nombre de phases par  $m$  ou  $q$ .

**c) Stator ferromagnétique non excité**

Figure 31.31. Un seul champ rotor. À l'arrêt ou en rotation, vu des bagues, se présente comme une inductance triphasée.

Un seul champ rotor. À l'arrêt, se présente comme une inductance. En rotation, si  $\omega > \omega_s$ , se présente comme une capacité.

Deux champs rotor. Est un changeur de fréquence non autonome en rotation. À l'arrêt, est un autotransformateur à phase réglable et amplitude proportionnelle à  $\frac{m}{q_2}$ .

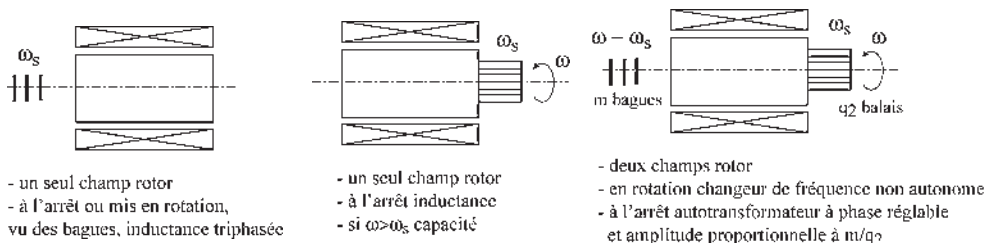


Figure 31.31

**31.1.7 Nombre et types de champs déterminants**

**a) Un seul champ rotorique**

Rotor à collecteur et à bagues placé dans un stator ferromagnétique non excité.

α) Alimenté par les bagues en courants polyphasés de pulsation  $\omega_s$ , se comporte comme un ensemble d'inductances polyphasées. La mise en rotation ne change rien, la vitesse de déplacement du champ par rapport au bobinage restant  $\omega_s$ .

β) Alimentation par les balais du collecteur en courants polyphasés de pulsation  $\omega_s$ . Le champ tourne à  $\omega_s$  par rapport aux bobines pseudo-stationnaires. Il tourne à  $\omega_s - \omega = \omega_r$  par rapport au bobinage rotorique.

$0 \leq \omega < \omega_s \rightarrow$  induction

$$e = -Kg \frac{di}{dt}$$

$\omega_s < \omega \rightarrow$  capacité

### b) Deux champs rotoriques

Stator ferromagnétique non excité.

À l'arrêt,  $\omega = 0$ . Autotransformateur réversible.

Entraîné à  $\omega$ , devient un changeur de fréquence réversible non autonome.

### c) Deux champs, un stator et un rotor

À l'arrêt  $\omega = 0$ . Transformateur à champ tournant.

Avec possibilité de rotation à  $\omega$ , couple électromagnétique. Fonctionnement moteur/générateur réversible. Machines synchrones inversées, asynchrones, à courant continu, alternatives à collecteur.

On a toujours  $\omega_r = \omega_s - \omega$ ,  $\omega_r$ , pulsation rotorique.  
 $\omega_s$  pulsation statorique des bobines fixes ou pseudo-stationnaires.  
 $\omega$ , vitesse angulaire de rotation du rotor.

Par exemple, pour la machine à courant continu ou pour la machine synchrone inversée,  $\omega_s = 0$ . Pour la machine synchrone,  $\omega = \omega_s$ .

### d) Trois champs tournants, un stator et deux rotoriques

Fonctionnement en changeur de fréquence autonome avec excitation électrique stator et alimentation rotorique, sans échange d'énergie mécanique.

Double générateur polymorphique avec excitation électrique stator et fourniture d'énergie mécanique par l'arbre.

## 31.2 TRANSFORMATIONS DE PARK

### 32.2.1 Prémices des transformations de Park

Différentes étapes ont été indispensables pour permettre l'évolution des idées depuis l'utilisation des complexes d'Euler, en 1740, la corrélation entre un vecteur temporel et un scalaire sinusoïdal avec Fresnel en 1825, les champs pulsants et les champs tournants avec Leblanc et Ferraris en 1886, et enfin la théorie des deux réactions, mettant en relief la décomposition des vecteurs spatiaux, comme celle des complexes temporels, sur les axes  $d$  et  $q$  dans le diagramme espace-temps de Blondel en 1898.

Voici les étapes pour l'élaboration des bobinages virtuels.

### a) Changement d'un bobinage polyphasé réel à $m_2$ phases par un bobinage virtuel à $m_1$ phases en 1920

Historiquement, c'est lors de l'établissement des équations de fonctionnement de la machine asynchrone d'induction qu'a été établie la théorie du quadripôle utilisée ensuite abondamment par les électroniciens, et que, pour ce faire et pour la première fois, un rotor  $m_2$ phasé a été remplacé par un rotor  $m_1$ phasé identique (chapitre 18.4).

Multiplier l'équation du secondaire par  $\frac{m_2}{m_1}$  revenait à remplacer le rotor réel à  $m_2$  phases par un rotor virtuel ayant le même nombre de phases  $m_1$  que le stator, le courant  $I_2$  restant le même et la machine gardant globalement exactement le même fonctionnement qu'avec le rotor réel (paragraphe 21.3.2.b).

### b) Équivalence d'un bobinage polyphasé avec un bobinage diphasé en 1930

La f.é.m. aux bornes des balais  $A$  et  $B$  d'un rotor à collecteur et à bagues placé dans un champ tournant donné par un bobinage polyphasé s'écrit :

$$e_{BA} = \frac{n}{2\pi} \Phi_s (\omega - \omega_0) \sin \frac{\alpha}{2} \cos(-\omega_s t + \theta'_0)$$

Cette f.é.m. est identique à celle obtenue aux bornes des balais  $AB$  du même rotor à collecteur que précédemment, en remplaçant le stator polyphasé par un stator diphasé virtuel comportant deux inducteurs statoriques pulsants, parfaitement positionnés, perpendiculaires entre eux et parcourus par des courants diphasés (paragraphe 31.1.3.d).

### c) Transformations de Park en 1940

Les transformations de Park sont, dans le principe, contenues dans les deux propositions précédentes, mais encore fallait-il le génie de Park pour les formuler mathématiquement.

Leur utilisation permet de passer d'une machine réelle polyphasée à une machine virtuelle diphasée à repère unique en remplissant les conditions  $n_1 m_1 \bar{I} = n_2 m_2 \bar{I}_d$  et  $S_1 = S_2$  pour chaque bobinage polyphasé.

## 31.2.2 Régimes transitoires des machines polyphasées sans collecteur

Les transformations de Park ont été présentées au chapitre 15 à propos des régimes transitoires des machines synchrones.

De manière générale, elles permettent l'étude des régimes transitoires de toutes les machines polyphasées à courant alternatif, qu'elles soient synchrones, asynchrones ou à réluctance.

Après l'élaboration d'un modèle restrictif, machine non saturée, machine symétrique, répartition spatiale sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer et alimentation équilibrée, chaque bobinage polyphasé, statorique ou rotorique, est remplacé par un bobinage diphasé auquel est adjoint  $(m - 2)$  relations de type homopolaire. Une adaptation sera nécessaire si un des critères n'est pas respecté.

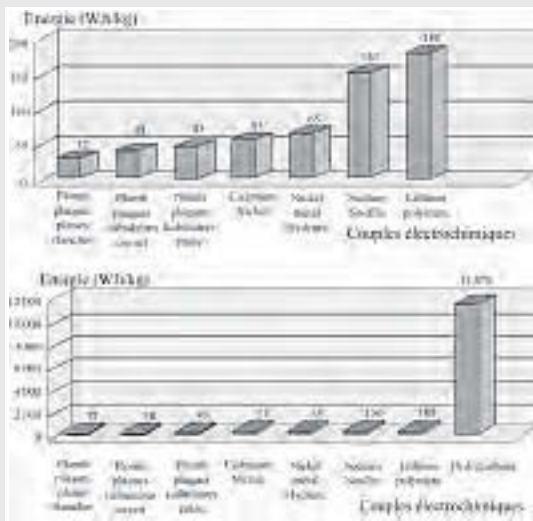
## Le saviez-vous ?

### Accumulateurs

Depuis très longtemps, les accumulateurs chimiques ont permis de stocker de l'énergie électrique sous forme chimique : Luigi Galvani (1737 – 1798) et Alessandro Volta, comte d'Empire (1745 – 1827).

Depuis toujours, tous les matériels électriques ou électroniques, embarqués à bord de véhicules terrestres, spatiaux ou maritimes, ont fait appel à la batterie d'accumulateurs pour suppléer le réseau électrique. Récemment, l'augmentation des applications grands publics dites « portables » telles que le téléphone, le PC, la vidéo, la photographie, les caulettes, les jeux... ont permis une avancée importante dans ce domaine : pour une même énergie stockée, le volume et la masse ont fortement baissé.

L'accroissement des performances est obtenue en faisant appel à de nouveaux couples électrochimiques. Cependant, lorsque l'énergie stockée doit être importante, par exemple pour le « véhicule électrique », les accumulateurs ont beaucoup de mal à se positionner comme compétitifs, face au stockage produit par les hydrocarbures.



Graphique tiré du dossier technique ANFA « le véhicule électrique ».

Dans cette machine virtuelle, un repère commun unique est choisi pour simplifier au maximum les équations.

Pour une machine synchrone à pôles lisses, l'axe direct  $d$  sera pris sur l'axe des pôles. Pour une machine à réluctance comme pour une machine à pôles saillants, l'axe direct sera pris sur l'axe du pôle saillant. Pour une machine à réluctance, le synchronisme concernera le champ et l'axe de réluctance minimale. Pour une machine asynchrone, aucune direction privilégiée ne s'impose d'elle-même, le choix se portera préférentiellement sur l'un des trois axes de flux, stator, rotor ou magnétisant, en fonction de l'application.

Les transformations de Park, initiale et modifiée, permettent d'obtenir pour un bobinage triphasé, ou polyphasé de manière générale, des courants diphasés équivalents.

La transformation initiale permet de conserver l'amplitude efficace du courant (paragraphe 15.2.2).

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

La transformation modifiée permet de conserver la puissance apparente (paragraphe 15.2.3).

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \theta & \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

### 31.2.3 Commande vectorielle de la machine asynchrone

Outre l'étude des régimes transitoires, les transformations de Park permettent aussi pour la machine asynchrone d'induction d'accéder à la commande vectorielle (paragraphe 21.3.2), en transformant les équations pour pouvoir découpler les variables flux et couple, comme dans une machine à courant continu à excitation indépendante où le flux est commandé par le courant inducteur tandis que le couple est contrôlé par le courant induit.

La commande vectorielle a montré sa supériorité par rapport à la commande scalaire qui reste toutefois très utilisée pour des variateurs ordinaires. La commande vectorielle s'impose

dès qu'il y a demande de performances élevées, de couples importants ou de très basses vitesses. Elle fait encore l'objet de nombreuses recherches, car sa mise en œuvre peut être avec alimentation en tension ou en courant, à contrôle direct ou indirect. Dans le contrôle indirect, le flux non régulé est en boucle ouverte, le contrôle s'effectue alors par la régulation d'observateurs tels que f.é.m., puissance... Les performances sont moins bonnes qu'avec le contrôle direct.

Le contrôle direct nécessitant une bonne connaissance du module et de la phase du flux, peut se pratiquer soit par une mesure directe du flux dans la machine, soit par une estimation du flux. Cette dernière méthode étant appréciée, car elle ne nécessite pas la présence de capteurs de flux dans la machine, ce qui se ressent sur le coût.

Toutes ces variantes montrent que les investigations sur la commande vectorielle directe ne sont pas terminées. La mise en place de commandes de plus en plus sophistiquées peut se concevoir même dans des machines de grandes puissances où l'on veut supprimer les capteurs en les remplaçant par des observateurs en temps réel, réalisables aujourd'hui économiquement.

Avec la commande vectorielle, la machine asynchrone d'induction peut prétendre à la première place dans les variateurs de vitesse.

### 31.2.4 Équations de la machine virtuelle diphasée

Quel que soit le type de machine polyphasée utilisée, synchrone, asynchrone, ou à réluctance, on parvient à un maximum de deux bobinages,  $d_S$  et  $d_R$  sur l'axe  $d$ , et de deux bobinages  $q_S$  et  $q_R$  sur l'axe  $q$ .

Dans la transformation de bobinages polyphasés en bobinages diphasés, la simplification provient de la diminution du nombre d'équations finales, mais aussi de la diagonalisation des matrices  $L_{SS}$  et  $L_{RR}$  dans la transformation puisque les bobinages  $d$  et  $q$ , statoriques comme rotoriques, sont perpendiculaires entre eux. (pour en savoir plus, voir chapitre 21).

Quand deux bobinages sont perpendiculaires électriquement, si l'un d'eux donne un champ pulsant, l'autre ne le ressent pas, d'où des simplifications.

Il est donc possible, en vue de la simulation, de reproduire exactement le fonctionnement d'une machine polyphasée en gardant la même vitesse de synchronisme des champs, la même f.m.m. tournante, et le même moment du couple en remplaçant la machine initiale par :

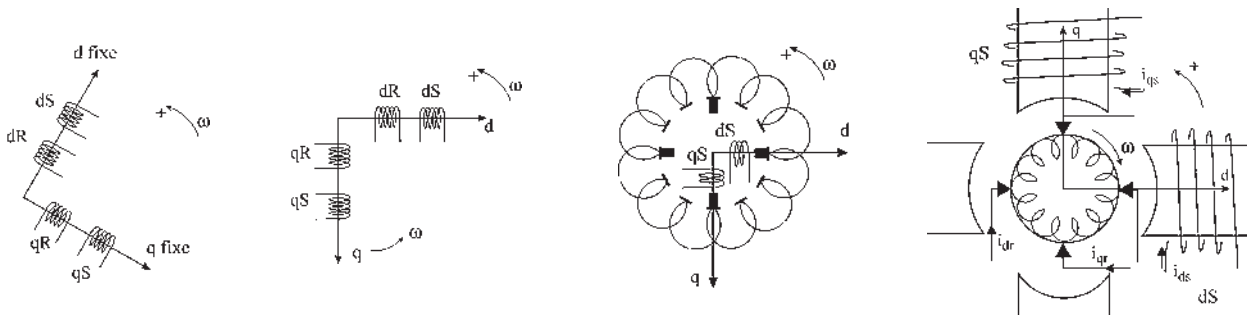


Figure 31.32



- une machine diphasée équivalente à quatre bobinages fixes  $d_s, d_r, q_s, q_r$  parcourus par des courants de pulsation  $\omega$ , où l'observateur est statorique.
- une machine diphasée équivalente à quatre bobinages, tournant à la vitesse de synchronisme, où l'observateur tourne à la vitesse de synchronisme.
- une machine « à collecteur fixe » équivalente avec quatre balais tournant au synchronisme pour former deux bobines « pseudo-stationnaires »  $d_r$  et  $q_r$  tournantes à  $\omega$  et deux bobinages  $d_s, q_s$ , tournant à  $\omega$ , où l'observateur tourne à la vitesse de synchronisme avec l'inducteur  $d_s, q_s$ .
- une machine généralisée à courant continu, à inducteurs fixes  $d_s, q_s$  orthogonaux, à quatre balais fixes diamétraux, deux à deux orthogonaux et à rotor tournant, où l'observateur est toujours installé sur l'inducteur  $d_s, q_s$ , mais dans ce dernier, pour l'observateur, le sens de rotation du rotor est opposé aux sens de rotation précédents (figure 31.32).

Retrouvant l'exacte configuration du modèle de machine généralisée à courant continu, les équations sont celles données au chapitre 30 (Pour en savoir plus).

$$\begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{ds} + L_{ds} \frac{d}{dt} & 0 & M_{ds} \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & R_{qs} + L_{qs} \frac{d}{dt} & 0 & M_{qs} \frac{d}{dt} \\ M_{dr} \frac{d}{dt} & M_{qr} \omega & R_{dr} + L_{dr} \frac{d}{dt} & L_{qr} \omega \\ -M_{dr} \omega & M_{qr} \frac{d}{dt} & -L_{dr} \omega & R_{qr} + L_{qr} \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix}$$

Pour un bobinage rotor unique avec balais décalés de  $\frac{\pi}{2}$  électrique :  $R_{ds} = R_{qs} = R$ . Pour une machine symétrique, sans pôles saillants :

$$L_{dr} = L_{qr} = L_r \quad M_{ds} = M_{qs} = M_r \quad M_{dr} = M_{qr} = M_r$$

$$\begin{pmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{ds} + L_{ds} \frac{d}{dt} & 0 & M_{dsr} \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & R_{qs} + L_{qs} \frac{d}{dt} & 0 & M_{qsr} \frac{d}{dt} \\ M_{dsr} \frac{d}{dt} & M_{qsr} \omega & R_r + L_r \frac{d}{dt} & L_r \omega \\ -M_{dsr} \omega & M_{qsr} \frac{d}{dt} & -L_r \omega & R_r + L_r \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{pmatrix}$$

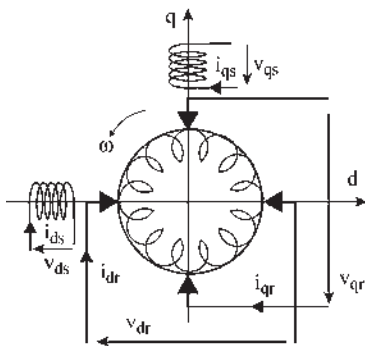


Figure 31.33

Les équations de la machine virtuelle diphasée (figure 31.33) se composent des quatre équations électriques et de l'équation mécanique :

$$\begin{aligned}
 v_{ds} &= R_{ds}i_{ds} + L_{ds}\frac{d}{dt}i_{ds} + M_{dsr}\frac{d}{dt}i_{dr} \\
 v_{qs} &= R_{qs}i_{qs} + L_{qs}\frac{d}{dt}i_{qs} + M_{qsr}\frac{d}{dt}i_{qr} \\
 v_{dr} &= Ri_{dr} + L_r\frac{d}{dt}i_{dr} + M_{dsr}\frac{d}{dt}i_{ds} + \omega(M_{qsr}i_{qs} + L_r i_{qr}) \\
 v_{qr} &= Ri_{qr} + L_r\frac{d}{dt}i_{qr} + M_{qsr}\frac{d}{dt}i_{qs} - \omega(M_{dsr}i_{ds} + L_r i_{dr})
 \end{aligned}$$

$$C_m + C_{em} = J\frac{d\omega}{dt} + \dots \quad \text{avec} \quad C_{em} = \sum \phi_{r+\frac{\pi}{2}} i_r$$

$$C_{em} = (\text{flux dans l'axe } q) \cdot i_{dr} + (\text{flux dans l'axe opposé à } d) \cdot i_{qr}$$

$$C_{em} = \phi_q \cdot i_{dr} - \phi_d \cdot i_{qr}$$

$$\begin{aligned}
 C_{em} &= (M_{qsr}i_{qs} + L_r i_{qr})i_{dr} - (M_{dsr}i_{ds} + L_r i_{dr})i_{qr} \\
 C_{em} &= M_{qsr}i_{qs}i_{dr} - M_{dsr}i_{ds}i_{qr}
 \end{aligned}$$

On peut retrouver facilement l'expression de  $C_{em}$  à partir des expressions de f.c.é.m de rotation :  $+\omega M_{qrs}i_{qs}$  dans l'équation  $v_{dr}$  et  $-\omega M_{drs}i_{ds}$  dans l'équation  $v_{qr}$  en les divisant chacune par  $\omega$  et en les multipliant par le courant correspondant à l'équation

$$C_{em} = +M_{qsr}i_{qr}i_{dr} - M_{dsr}i_{ds}i_{qr}$$

## 31.3 MACHINES AUTOPILOTÉES À COMMUTATION ÉLECTRONIQUE

### 31.3.1 Principe de l'autopilotage

On peut tenter un parallèle entre l'autopilotage et le cavalier qui, dans l'arène, contrôle l'allure de son cheval pour que sa vitesse instantanée soit exactement celle du taureau de telle sorte que le fauve soit toujours un mètre derrière son cheval. Le parallèle est toutefois limité car il n'appartient pas au cavalier de régler la vitesse du taureau et à l'inverse, seul le cavalier peut jouer sur les trajectoires.

Plus sérieusement, l'autopilotage a été conçu pour accroître la stabilité de fonctionnement des machines électriques polyphasées en empêchant tout décrochage. Il y a décrochage dans une machine polyphasée lorsque l'interaction entre le stator et le rotor concerne des systèmes indépendants et de comportements dynamiques très différents. Ce cas se retrouve directement dans

## Vous avez dit électrotechnique ?

### Le développement des énergies renouvelables

La commission Européenne a énoncé la nécessité de promouvoir les énergies nouvelles tout en maintenant la production nucléaire. Les modes de production d'énergies renouvelables, éolien, solaire, microcentrales, vont se développer dans le cadre d'un développement durable en commençant par des initiatives de puissances unitaires limitées mais dont le nombre va croître de manière importante au fil des années. Ces producteurs seront interconnectés au réseau MT. Jusqu'à présent, le réseau comportait de très grosses unités, couplées au réseau THT, à décision d'exploitation centralisée par le dispatching national pour optimiser la gestion.

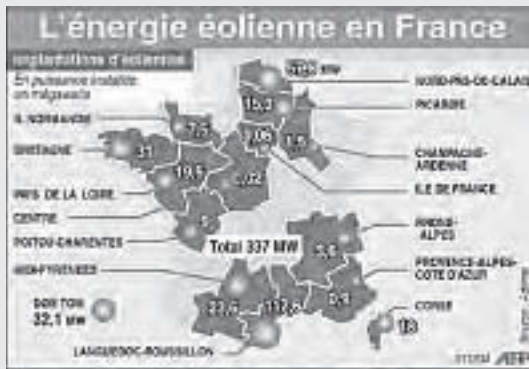
Avec l'insertion à grande échelle de moyens de production décentralisés et indépendants les uns des autres, il faudra préciser les conditions techniques de couplage au réseau pour s'assurer :

- de la qualité (aspect sinusoïdal, harmoniques, production de réactif) ;
- de la continuité du niveau de production ;
- de l'assurance d'un fonctionnement global coordonné.

## Le saviez-vous ?

### Fonctionnement des éoliennes

Une éolienne raccordée au réseau EDF doit délivrer des courants de pulsation  $\omega_s = 314$  rad/sec imposée tandis que son rotor est entraîné par les vents à vitesse variable. Une machine synchrone ne peut pas convenir. Une génératrice asynchrone ne peut pas convenir non plus si les vents sont très variables, ce qui est fréquent. On utilise alors, sur certaines éoliennes, des machines asynchrones à double alimentation, autopilotées, fonctionnant en génératrices, en injectant par les bagues des courants polyphasés de pulsation autopilotée  $\omega_r = \omega_s - \omega$ .



les machines à réluctance où l'interaction concerne un champ stator donné par un système électrique et un rotor ferromagnétique lié à un arbre mécanique. Pour les machines synchrones, comme pour les machines asynchrones d'induction, l'interaction concerne deux champs d'induction, un statorique et un rotorique.

Pour la machine synchrone, le champ rotor  $\vec{B}_r$  est indépendant du champ stator  $\vec{B}_s$ . Il est lié à l'excitation  $j$ . Il n'y a aucun déplacement du champ rotor par rapport au rotor. L'accouplement champ rotor/arbre mécanique est dit « rigide ». Il peut y avoir décrochage entre le champ stator et l'arbre mécanique.

Pour la machine asynchrone d'induction, le champ rotor  $\vec{B}_r$  est lié par la loi de Lenz au champ stator  $\vec{B}_s$ . Le champ rotor créé par induction se déplace par rapport au rotor. L'accouplement champ rotor/arbre mécanique est appelé « élastique ». Il ne peut y avoir décrochage entre le champ stator et le champ rotor. La machine asynchrone d'induction est autopilotée naturellement.

### 31.3.2 Intérêt de l'autopilotage

L'autopilotage empêchant tout décrochage est indispensable pour les machines synchrones et pour les machines à réluctance de type synchrone ou de type à alimentation impulsienne. *A priori*, les machines asynchrones d'induction qui sont des machines autopilotées naturelles pourraient se passer d'un autopilotage supplémentaire, pourtant ce dernier permet de résoudre des problèmes de stabilité à basses fréquences et de changer de variable de contrôle dans les alimentations à fréquences variables.

Pour les machines asynchrones à double alimentation, dans le fonctionnement moteur, à fréquence d'alimentation stator constante et en injectant par les bagues des courants polyphasés de pulsation  $\omega_r = \omega_s - \omega$ , un autopilotage de la fréquence injectée sera nécessaire si l'on désire un couple moteur instantané offrant toujours un couple moyen non nul.

### 31.3.3 Comportement des machines autopilotées

L'autopilotage demande la mise en place de capteurs et la réalisation de l'électronique de commande. La figure 31.34 montre le cas d'une machine synchrone autopilotée.

La commande des convertisseurs à partir d'informations en provenance du rotor (fréquence de rotation, position de  $\vec{B}_s$ ) a permis d'obtenir des ensembles au fonctionnement stable dans une large gamme de vitesse, sans décrochage, avec possibilités de puissances et de vitesses élevées.

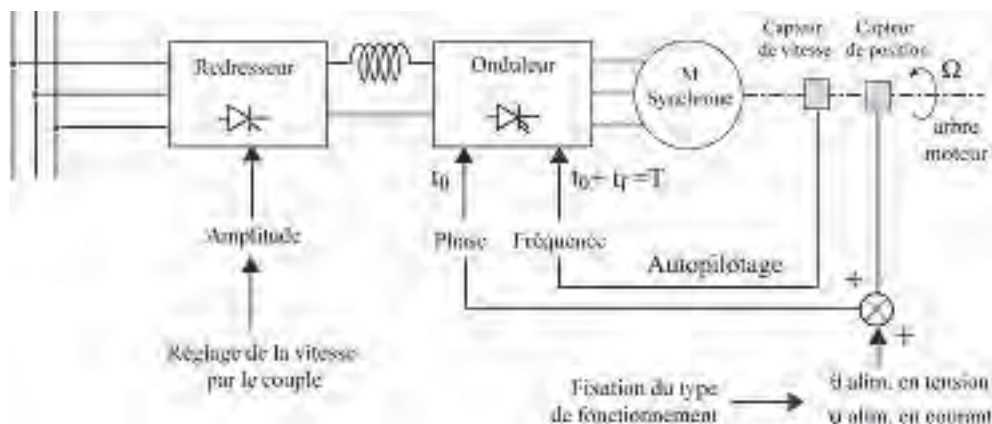


Figure 31.34

Avec cette commande, la machine autopilotée n'a plus du tout le même comportement que la machine initiale et ce comportement n'est pas le même selon que la machine soit alimentée en tension ou en courant.

L'association dans les groupes alternatifs d'un convertisseur, d'une machine et d'un autopilotage transforme profondément le fonctionnement de cette machine et il n'est plus possible, comme cela se passait dans les groupes continus, de traiter successivement chacun des étages pour déduire le fonctionnement de l'ensemble.

Avec la même machine initiale, il est possible de concevoir des machines ayant des comportements totalement différents.

### 31.3.4 Une nouvelle génération de machines électriques

Chaque association particulière représente une machine nouvelle.

Les associations possibles sont nombreuses. Elles peuvent être différentes par le choix du convertisseur, du circuit de commutation, de la source d'alimentation, de la machine utilisée qui peut être au départ, synchronisée, asynchrone d'induction ou à réluctance. C'est une nouvelle génération de machines électriques.

Le 18 mai 1990, le TGV Atlantique, avec une alimentation de 25 kV-50 Hz et une chaîne de traitement de l'énergie formée de transformateurs – redresseurs – source de courant – commutateurs triphasés à thyristors pour alimenter huit moteurs synchronisés triphasés autopilotés de 8 800 kW chacun, a permis de réaliser un nouveau record de vitesse sur rail avec 513,3 km/h.

L'utilisation des machines autopilotées concerne aujourd'hui de nombreux domaines :

- vitesses variables des pompes de pipelines pour régler le débit de manière économique au lieu d'utiliser les robinets en guise de ralentisseurs ;
- vitesses variables des pales d'hélices de stabilisation et de propulsion de sous-marins et de navires ;
- motrices de traction sur rail avec en France les TGV à moteurs synchronisés puis asynchrones et en Allemagne l'ICE avec moteurs asynchrones autopilotés.

## Vous avez dit électrotechnique ?

### *Alimentation et moteurs du métro de Paris*

De 1900 à 1927, l'usine de Bercy produisait de l'alternatif 25 Hz, 13 kV redressé en 600 V continu dans des sous-stations par d'énormes commutatrices, jusqu'en 1970.

En 1918, sur décision d'état, le 25 Hz est remplacé par le 50 Hz. À partir de 1923 apparaissent les premiers redresseurs à vapeur de mercure utilisés jusqu'en 1976.

En 1927, mise en place de ceintures 63 kV et 225 kV autour de Paris pour l'alimentation des sous stations de redressement. À partir de 1963, les sous-stations sont transformées petit à petit en PR, postes de redressement, utilisant des redresseurs secs à semi-conducteurs au silicium.

Dès 1900, les moteurs sont à courant continu de type série : deux moteurs de 125 CV, chacun alimenté par des frotteurs latéraux sur le 3<sup>e</sup> rail. En 1908, apparaît la commande multiple Sprague avec le manipulateur à 4 plots :

- démarrage des deux moteurs en série avec une résistance ;
- marche en série sans résistance ;
- mise en parallèle des moteurs avec résistance en série ;
- suppression des résistances.

En 1930, les deux compagnies gérant le réseau sont unifiées. La loi du 21 mars 1948 crée la RATP Régie autonome des transports parisiens, Établissement public industriel et commercial (EPIC), doté de l'autonomie financière.

Le changement du matériel roulant se répartit sur une trentaine d'années, durée de vie d'une motrice.

- 1951, premier métro sur pneus ;
- 1956, équipement complet sur pneus de la ligne 11 ;
- 1967, pilotage automatique ;
- 1988, essais du MF88 dit train BOA en commençant par les lignes sinueuses, pour la disparition du crissement des roues dans les courbes, bruit dû à la non radialité des essieux et à la non indépendance des roues.

En 1989, mise en place du MP89 pour les matériels à roulement pneus et essais du MF2000 pour les matériels à roulement fer. Ils seront équipés de quatre moteurs triphasés quadripolaires à cage d'écureuil, de 270 kW chacun, contrôlés par deux onduleurs de tension à thyristors GTO.

D'après Jean Tricoire, *Un siècle de métro en 14 lignes*, Éditions La vie du Rail, 1999.

L'emploi des machines autopilotées ne se limite pas aux seules grandes vitesses et grandes puissances. Dans les petites puissances, l'informatique les utilise abondamment.

Le problème du positionnement, évoqué au chapitre 14 avec les moteurs pas à pas à aimants permanents ou à réluctance, peut trouver une signification plus large avec les moteurs tournants susceptibles de se positionner à l'arrêt, à la demande. Applicable directement aux moteurs à réluctance autopilotés à commandes impulsives, il peut être aussi envisagé pour les machines synchrones autopilotées de type Brushless et même pour les moteurs asynchrones d'induction, autopilotés, à contrôle vectoriel avec alimentation en courant : entraînement de lecteurs DVD, de CD-ROM, de disques durs, de positionnement de tête de lecture... Dans chaque PC, se dissimulent 7 à 8 machines autopilotées permettant rotation et positionnement.

# Problèmes

## PROBLÈME 1

**I.** Le stator d'un alternateur triphasé, de fréquence 50 Hz et de vitesse de rotation 750 tr/min, comporte sur sa périphérie 48 encoches régulièrement réparties. Chaque encoche contient 6 conducteurs. Les encoches sont supposées parallèles à l'axe de la machine. Les enroulements sont montés en triangle. Calculer la f.é.m. à vide de cet alternateur pour un flux maximal  $\phi_M = 0,02$  Wb. La longueur utile du stator est de 25 cm et son diamètre de 40 cm. Quelle est la valeur maximale de l'induction  $B_M$  pour la même valeur de  $\phi_M$  ?

**II.** La machine étant entraînée à sa vitesse nominale, et pour un courant d'excitation de 2 A, la tension entre phases mesurée à vide est de 297 V.

Le stator étant court-circuité, il faut un courant d'excitation de 1,4 A pour limiter le courant de court-circuit par phase à 12 A, intensité nominale du courant de l'alternateur.

Quelle est la valeur de la réactance synchrone  $L\omega$  de l'alternateur ? (elle est supposée constante, la résistance des enroulements est négligée et la caractéristique  $E(j_{exc})$  est supposée linéaire).

**III.** La machine est reliée à un réseau triphasé de tensions entre phases 380 V, de puissance très supérieure, par un câble de résistance et de capacité négligeables mais présentant une inductance cyclique  $L_c$  par phase.

1) La machine synchrone, fonctionnant en alternateur, fournit au réseau une puissance purement active de 7,9 kW. Son courant d'excitation est de 3,3 A.

Calculer la réactance  $L_c\omega$  de la ligne, la tension entre phases aux bornes de la machine, la puissance réactive fournie par l'alternateur.

2) L'excitation de l'alternateur n'est pas modifiée, mais le couple fourni par le moteur d'entraînement est divisé par 2.

Calculer la valeur du courant par fil de ligne, la puissance active et la puissance réactive fournies au réseau ainsi que la tension entre phases aux bornes de la machine.

Quelle nouvelle valeur faut-il donner au courant d'excitation pour que le facteur de puissance au niveau du réseau soit égal à l'unité ?

**IV.** L'usine consomme une puissance apparente de 1 MVA avec un facteur de puissance de 0,6 AR. On installe un moteur synchrone de 500 kVA, branché en parallèle sur le réseau. Son fonctionnement en compensateur synchrone doit permettre de relever le facteur de puissance.

1) Quel est le facteur de puissance maximal pouvant être obtenu ? Le moteur est-il alors surexcité ou sous-excité ?

2) Calculer la valeur et le signe de la puissance active et de la puissance réactive mises en jeu dans le moteur.

3) Quelle est la nouvelle valeur de la puissance apparente consommée par l'usine ?

## PROBLÈME 2

**I.** Une machine asynchrone triphasée, à rotor bobiné, fonctionne dans un premier temps en moteur.

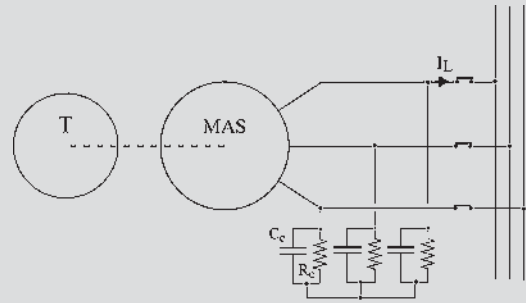
Son point de fonctionnement est caractérisé par les valeurs suivantes :

$f = 50$  Hz,  $U_n = 3$  kV,  $I_{1n} = 62,5$  A,  $\cos \varphi_{1n} = 0,80$ , vitesse de rotation  $N = 570$  tr/min.

Dans un essai à vide en moteur, le stator étant alimenté sous sa tension nominale à 50 Hz, la vitesse est pratiquement de 600 tr/min et le courant efficace par fil de ligne  $I_{1v} = 24$  A.

On adopte un modèle électrique simplifié de cette machine pour lequel ne sont pris en compte que l'inductance propre cyclique  $L$  du stator, l'inductance de fuites totales  $N$  ramenée au stator et la résistance  $R$  d'une phase du rotor ramenée au stator.

- 1) Identifier les valeurs des éléments  $L\omega$ ,  $N\omega$  et  $R$  du modèle.
- 2) Calculer le couple nominal du moteur et la puissance correspondante sur l'arbre.
- 3) Calculer le couple de démarrage et le courant de démarrage, rotor en court-circuit.
- 4) Calculer la résistance à insérer en série avec chaque enroulement du rotor (couplé en étoile) pour que le moteur dispose au démarrage d'un couple égal à  $0,8C_{\max}$ , où  $C_{\max}$  est le couple maximal. La résistance d'un enroulement du rotor est  $R_2 = 2\Omega$ . Quel serait alors le courant de démarrage ?



Figures 31.35

tout en lui permettant de fonctionner de manière autonome au point nominal défini dans la partie II du problème.

**II.** Cette machine asynchrone est accouplée dans une petite centrale hydraulique à une turbine. Cette dernière n'étant pas alimentée en eau, la machine raccordée au réseau électrique est démarrée en moteur asynchrone. Le groupe tourne alors au voisinage de la vitesse de synchronisme.

La turbine est progressivement mise en charge jusqu'à ce que le courant par fil de ligne de la machine asynchrone, fonctionnant maintenant en génératrice, atteigne sa valeur nominale,  $I_{ln} = 62,5$  A. Le point de fonctionnement obtenu est le point de fonctionnement nominal en génératrice.

Quels sont alors :

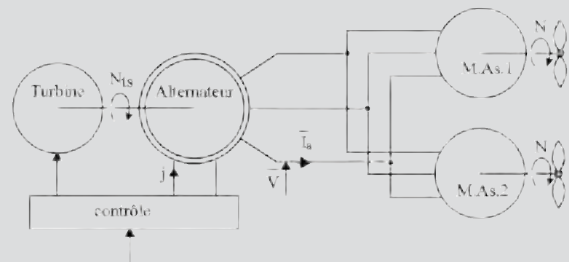
- 1) Le glissement et la vitesse de rotation du groupe ?
- 2) La valeur du couple sur l'arbre et celle de la puissance mécanique fournie par la turbine ?
- 3) Les valeurs et le sens de la puissance active et de la puissance réactive échangées par la machine avec le réseau ?

**III.** On branche en parallèle sur la ligne machine-réseau, un circuit électrique triphasé équilibré constitué de trois résistances  $R_c$  et de trois condensateurs de capacité  $C_c$ , groupés en étoile suivant le schéma de la figure 31.35.

- 1) Exprimer  $R_c$  et  $C_c$  en fonction du glissement  $g$  de la machine pour que le courant  $I_L$  côté réseau soit nul.
- 2) A.N. : Quelles sont les valeurs de  $R_c$  et  $C_c$  qui permettent de déconnecter la génératrice du réseau (en ouvrant l'interrupteur  $K$  de la figure)

### PROBLÈME 3

Le système de propulsion d'un navire est schématisé de manière simplifiée sur la figure ci-dessous.



Figures 31.36

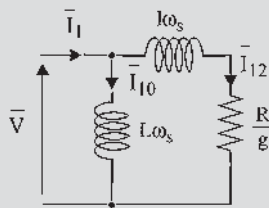
Une turbine à vapeur est couplée arbre à arbre avec un alternateur triphasé.

Ce dernier alimente deux moteurs asynchrones triphasés identiques entraînant chacun une hélice. On suppose que le couple résistant  $C$  créé par l'hélice sur l'arbre de chaque moteur est proportionnel au carré de sa vitesse de rotation  $N$ .

Le contrôle de la turbine permet de faire varier sur une large plage sa vitesse de rotation  $N_{ts}$ . Soit  $V$  la valeur efficace de la tension étoilée au stator de l'alternateur. Le courant d'excitation  $j$  de ce dernier est régulé de façon à maintenir constant le rapport  $\frac{V}{N_{ts}}$ .

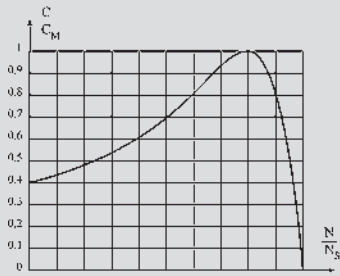
- I. L'alternateur a quatre pôles. La valeur maximale de la vitesse de la turbine est de 1 500 tr/min. À cette vitesse, lorsque l'alternateur est à vide (circuit du stator ouvert), le courant d'excitation réglé à 90 A, la tension composée  $U$  entre deux bornes du stator a pour valeur efficace 2 300 V. Lorsque l'alternateur est en court-circuit, son courant nominal au stator  $I_{an} = 800$  A est atteint pour  $j = 126$  A. On adopte pour l'alternateur un modèle à réactance constante. On néglige la saturation, la résistance de l'induit et toutes les pertes de la machine. Calculer la valeur de la réactance synchrone  $X_a$  à la fréquence de 50 Hz.  $X_a = L_a \omega$ .

- II. Les moteurs asynchrones ont 20 pôles. Pour leur modélisation simplifiée, on adopte le schéma de la figure 31.37, dont les paramètres sont ceux d'une phase de l'étoile équivalente. En conséquence, on néglige toutes les pertes des moteurs, hormis les pertes Joule au rotor.



Figures 31.37

Chaque moteur asynchrone, alimenté sous une tension composée de 2 300 V, à la fréquence de 50 Hz présente, compte tenu du modèle adopté, une caractéristique théorique couple-vitesse  $C(N)$  représentée ci-dessous en valeurs réduites.



$C_M$  : couple maximal pour  $U = 2300$  V et  $f = 50$  Hz  
 $N_s$  : vitesse de synchronisme pour  $f = 50$  Hz

Figures 31.38

La valeur de  $C_{max}$ , couple maximal, est  $C_{max} = 100.10^3$  N.m.

La valeur correspondante de  $N/N_s$  est 0,8 ;  $N_s$  est la vitesse de synchronisme d'un moteur à la fréquence de 50 Hz. Le courant à vide de ce moteur est  $I_{1v} = 160$  A.

Calculer la valeur des éléments  $L\omega_s$ ,  $l\omega_s$ , et  $R$  du modèle à la fréquence 50 Hz.

- III. L'ensemble turbine - alternateur tourne à la vitesse  $N_{ts} = 1 500$  tr/min. L'excitation de l'alternateur est réglée de manière à ce que la tension composée d'alimentation des moteurs asynchrones soit de 2300V.

Les moteurs asynchrones tournent à une vitesse  $N$ . À cette vitesse, le couple résistant  $C_r$  développé sur l'arbre d'une hélice est de  $40.10^3$  N.m.

Calculer la vitesse de rotation  $N$ , la puissance sur l'arbre de chaque moteur, la puissance absorbée par chaque moteur, le facteur de puissance et la puissance réactive correspondants, le courant dans une phase de l'alternateur, le courant d'excitation de ce dernier et le couple fourni par la turbine.

- IV. La vitesse de la turbine est réduite dans un rapport 2 :  $N_{ts} = 750$  tr/min. Le rapport  $\frac{V}{N_{ts}}$  est maintenu constant comme indiqué plus haut.

- 1) Quelles sont les nouvelles valeurs des éléments du modèle d'un moteur ?
- 2) Quelle est la valeur du couple maximal et du glissement correspondant ?
- 3) Tracer la nouvelle caractéristique réduite couple-vitesse d'un moteur.  
 Soit  $C_r = k.N^2$  la caractéristique couple-vitesse d'une hélice. Tracer la caractéristique réduite correspondante. En déduire une valeur approchée du couple d'un des moteurs alimenté dans ces nouvelles conditions.
- 4) Pour cette valeur du couple, calculer la valeur du glissement et de la vitesse d'un moteur.
- 5) Quelle est la nouvelle valeur du courant statorique, de la puissance absorbée par un moteur ainsi que de son facteur de puissance ?



- 6) Quelle est la nouvelle valeur du courant d'excitation  $j$  de l'alternateur correspond à ce fonctionnement ainsi que le couple fourni par la turbine ?

## PROBLÈME 4

I. Une machine à courant continu à pôles lisses, non saturée, bipolaire, à deux voies d'enroulements, à balais diamétraux sur la ligne de neutre, à excitation indépendante, possède un enroulement de compensation dans l'axe  $q$ . Cet enroulement statorique en série avec l'induit crée un flux en opposition avec le flux de réaction d'induit.

1) Écrire les équations de fonctionnement en prenant pour variables  $v_s, i_s, v$  aux bornes de l'ensemble induit et enroulement de compensation en série,  $i$  le courant commun,  $\Omega$  et  $C_m$ .

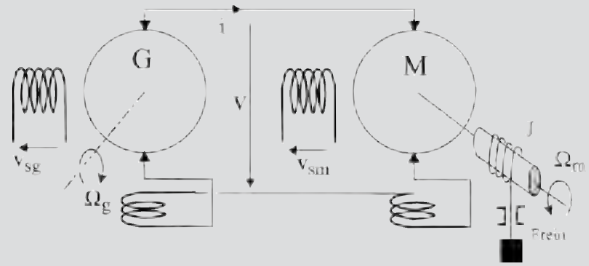
On prendra pour les indices respectivement «  $s, r$  et  $c$  » pour le stator, l'induit et l'enroulement de compensation.

2) Quelle relation doit-il exister entre  $L_r, L_c$  et  $M_{cr}$  pour que la compensation soit totale si on néglige les fuites magnétiques ? Donner les équations de la machine compensée totalement.

II. Deux machines identiques, compensées totalement, sont montées en Ward-Léonard pour réaliser un dispositif de levage avec contrôle de vitesse  $\Omega_m$  du moteur par la tension d'excitation  $v_{sg}$  de la génératrice. Avant l'instant  $t = 0$ , le moteur est à l'arrêt et le frein du treuil est serré.

Le moteur est excité par la tension  $v_{sm}$ , la génératrice n'est pas excitée mais entraînée à une vitesse constante  $\Omega_g = 157,08 \text{ rad/s}$  et  $v_{sm} = 200 \text{ V} = \text{cste}$ .

À l'instant  $t = 0$ , simultanément on desserre le frein et on excite la génératrice par la tension  $v_{sg}$ . La



Figures 31.39

charge présente pour le moteur un couple constant  $C_m \cdot J$  est le moment d'inertie des parties tournantes.

1) Compte tenu des diverses impositions, déterminer par le raisonnement l'ordre du système, c'est-à-dire le nombre minimal d'équations différentielles qui régissent le fonctionnement du dispositif.

2) Écrire les équations minimales du système. Donner en symbolique  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $v_{sg}(p)$  et de  $C_m(p)$ .

En déduire les fonctions de transfert  $\frac{\Delta\Omega_m(p)}{\Delta v_{sg}(p)}$  à  $C_m = \text{cste}$  et  $\frac{\Delta\Omega_m(p)}{\Delta C_m(p)}$  à  $v_{sg} = \text{cste}$  que l'on exprimera en faisant ressortir les constantes de temps électrique  $\tau_e$  et mécanique  $\tau_m$ .

3) Donner la loi de mise en vitesse du moteur  $\Omega_m(t)$ .

4) Sachant que  $R_r = R_c = 0,25 \Omega$ ,  $R_s = 200 \Omega$ ,  $L_s = 10 \text{ H}$ ,  $M_{sr} = 1,25 \text{ H}$ ,  $J = 1,56 \text{ kg.m}^2$ ,  $v_{sm} = 200 \text{ V}$ ,  $v_{sg} = 40 \text{ V}$  et  $C_m = 15 \text{ Nm}$ , calculer les valeurs numériques de  $\tau_e, \tau_m, \Omega_m(\infty)$  et des deux fonctions de transfert.

Tracer la loi de mise en vitesse du moteur  $\Omega_m(t)$ . Quel accroissement de vitesse en régime permanent, exprimé en tr/min, correspond à un accroissement de 1 volt de la tension d'excitation de la génératrice ?

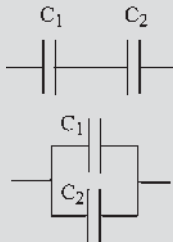
# Solutions des questions, exercices et problèmes

## CHAPITRE 1

### QUESTIONS

1.1 Le diélectrique permet d'augmenter la capacité

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{x_0} S = \frac{\epsilon S}{x_0} \quad (\text{air : } \epsilon_r = 1 ; \text{ mica : } \epsilon_r = 6 \text{ à } 9).$$



Figures 1.32

Association série :

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C} = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$\text{d'où } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Association parallèle :  $Q_1 = C_1 V$  et  $Q_2 = C_2 V$   
d'où  $Q_1 + Q_2 = C_1 V + C_2 V = CV$  et  
 $C = C_1 + C_2$ .

1.2  $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{e_1}$ ,  $C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{e_2}$  et  $C_3 = \frac{\epsilon_0 S}{e_3}$ . La capacité du condensateur est donc telle que :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{e_1}{\epsilon_0 S} + \frac{e_2}{\epsilon_0 \epsilon_r S} + \frac{e_3}{\epsilon_0 S} =$$

$$\frac{e_1 + e_3 + \frac{e_2}{\epsilon_r}}{\epsilon_0 S} \text{ et donc } C = \frac{\epsilon_0 S}{e_1 + e_3 + \frac{e_2}{\epsilon_r}}.$$

1.3  $C' = \frac{\epsilon_0}{x} S$   $C'' = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{x} S$  et  $C = \frac{\epsilon}{x} S$

À  $q = \text{cste}$

$$F = - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right)}{\partial x} \Big|_{q=\text{cste}} = - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{q^2 x}{\epsilon S} \right)}{\partial x} \Big|_{q=\text{cste}}$$

$$= - \frac{1}{2} \frac{q^2}{\epsilon S} \quad F'' = \frac{F'}{\epsilon_r}$$

À  $v = \text{cste}$

$$F = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} C v^2 \right)}{\partial x} \Big|_{v=\text{cste}} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{\epsilon S v^2}{x} \right)}{\partial x} \Big|_{v=\text{cste}}$$

$$= - \frac{1}{2} \frac{\epsilon S v^2}{x^2} \quad F'' = \epsilon_r F'$$

1.4 Dans les deux cas  $C \cdot d\theta = \frac{v^2}{2} dC$  est positif. C'est un mouvement spontané vers la capacité maximale.  $\theta$  croît jusqu'à  $180^\circ$ .

$$\text{À } q = \text{cste } C = - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right)}{\partial \theta} \Big|_{q=\text{cste}} > 0, \text{ énergie}$$

et coénergie diminuent. Le condensateur étant isolé, la force tend à rendre minimales l'énergie et la coénergie.

$$\text{À } v = \text{cste } C = \frac{-\partial \left( \frac{1}{2} C v^2 \right)}{\partial \theta} \Big|_{v=\text{cste}} > 0, \text{ énergie}$$

et coénergie augmentent. Maintenu à tension constante, le condensateur peut puiser de l'énergie dans la source. La force tend à rendre énergie et coénergie maximales.

1.5 a) Dans les deux cas,  $n_2$  ouvert ou en court-circuit,

$C \cdot d\theta = \frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R} > 0$  mouvement spontané vers la réductance minimale  $C < 0$ ,  $d\theta < 0$ , le système tend vers  $\theta = 0$ .

b) Cas du bobinage ouvert : comme précédemment, le système tend vers  $\theta = 0$ , le couple de réductance ne changeant pas de sens avec les alternances de l'inducteur.

Cas du bobinage court-circuité : le couple électromagnétique s'oppose à la perturbation ou plus exactement réagit pour faire disparaître la perturbation (loi de Lenz). Le système tend vers  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

1.6 – En maintenant le flux constant  $\varphi = \text{cste}$ , on a  $d\varphi = 0$ .

$$Ei dt = \xi d\varphi = \mathfrak{R} \varphi d\varphi = 0$$

$$= d \left( \frac{1}{2} \mathfrak{R} \varphi^2 \right) - \frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R}$$

$$C d\theta = - \frac{\varphi^2}{2} d\mathfrak{R} > 0 \text{ spontané.}$$

S  
N  
O  
I  
T  
U  
L  
O  
S

Aucune énergie n'est puisée dans la source. L'énergie nécessaire au mouvement est puisée dans l'énergie magnétique emmagasinée. Énergie et coénergie diminuent simultanément. Cela n'est pas l'hypothèse envisagée.

– En maintenant la f.m.m. constante  $\xi = ni = \text{cste}$ , on a  $d\xi = 0$ .

$$Ei dt = \xi d\varphi = \Re \varphi d\varphi - \varphi^2 d\Re = d\left(\frac{1}{2} \Re \varphi^2\right) - \frac{\varphi^2}{2} d\Re$$

Les deux énergies égales  $d\left(\frac{1}{2} \Re \varphi^2\right)$  et  $-\frac{\varphi^2}{2} d\Re =$

$Cd\theta > 0$  ne peuvent être puisées que dans la source. Énergie et coénergie augmentent simultanément.

**1.7** Masse de l'armature :

$$M = 7800 \times 0,14 \times 15.10^{-4} = 1,638 \text{ kg}$$

Force à déployer :

$$F = M \times g = 1,638 \times 9,81 = 16,07 \text{ N}$$

Induction nécessaire : on a  $F = 2 \frac{B^2 S}{2\mu_0}$  d'où  $B = \sqrt{\frac{F\mu_0}{S}}$

$$= \sqrt{\frac{16,07 \times 4\pi \cdot 10^{-7}}{15.10^{-4}}} = 0,116 \text{ T.}$$

**1.8**  $S = \pi r^2 = \pi \times 0,2^2 = 0,13 \text{ m}^2$  et  $F = \frac{B^2 S}{2\mu_0} =$

$\frac{0,13}{2 \times 4\pi \cdot 10^{-7}} = 51730 \text{ N}$ . Cette force peut soulever une masse de  $\frac{F}{g} = 5270 \text{ kg}$ , c'est sensiblement la valeur de la force exprimée en daN.

**EXERCICES**

**1.1** Le courant va circuler dans le sens trigonométrique positif. La force de Laplace sera dirigée vers la droite.  $\vec{B}$  est dans le sens de la normale orientée positivement par le sens du courant. Quand  $t \rightarrow \infty$ , la vitesse de la barre tend vers la limite  $v_\infty$  c'est-à-dire que les forces de Laplace s'annulent. Donc la f.é.m. totale du circuit est nulle d'où  $e_0 = v_\infty l B$ ,  $l$  est la longueur de la barre.

Lois  $\dot{x}(t)$  et  $x(t)$  ;  $i$  est orienté positivement dans le sens trigonométrique direct.

$$e = \oint_+ \vec{E} \cdot d\vec{l} = Ri \quad \text{et} \quad e = \oint_+ \vec{E} \cdot d\vec{l} = e_0 - Bl\dot{x} \quad \text{où}$$

$$B = \|\vec{B}\| \quad \text{et} \quad m\ddot{x} = iBl$$

finalement on a  $m\ddot{x} = Bl \left( \frac{e_0 - Bl\dot{x}}{R} \right)$  soit  $\ddot{x} + \frac{B^2 l^2}{mR} \dot{x}$

$$= \frac{e_0 Bl}{mR}, \text{ posons } \tau = \frac{mR}{B^2 l^2}$$

$$\text{on a } \dot{x}(t) = \frac{e_0}{Bl} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = v_\infty \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{et}$$

$$x(t) = \frac{e_0}{Bl} v_\infty t - \frac{e_0 \tau}{Bl} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{CI : } \dot{x}(0) = 0 \quad \text{et} \\ x(0) = 0$$

Bilan énergétique

$$E_g = \int_0^t e_0 i dt ; E_J = \int_0^t Ri^2 dt ; E_C = \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t). \text{ Or si}$$

on applique le théorème de l'énergie cinétique on a :

$$E_C = \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t) = \int_0^t iBl\dot{x} dt = \text{travail des forces de Laplace} = W_{\text{Laplace}}.$$

$$\text{Comme } Ri = e_0 - Bl\dot{x} \quad \text{on a } \int_0^t e_0 i dt = \int_0^t Ri^2 dt$$

$$+ \int_0^t iBl\dot{x} dt \text{ donc } E_g = E_J + W_{\text{Laplace}} = E_J + E_C.$$

**1.2** On peut utiliser une solution énergétique car les seules forces qui travaillent dérivent d'une énergie potentielle.

$$E_{p \text{ poids}} = -mg \frac{a}{2} \cos \theta + \text{cste} ;$$

$$E_{p \text{ Laplace}} = -I\phi = -IBab \sin \theta \text{ avec } \vec{B} = B\vec{k}.$$

À l'équilibre  $\frac{dE_{p \text{ totale}}}{d\theta} = 0 = mg \frac{a}{2} \sin \theta - IBab \cos \theta$

d'où  $\tan \theta = \frac{2IBb}{mg}$ ,  $\theta$  n'est défini qu'à  $\pi$  près. On peut

vérifier qu'avec  $B > 0$  la solution  $\theta \in \left[ 0 ; \frac{\pi}{2} \right]$  est stable,

l'autre dans  $\left[ \pi ; \frac{3\pi}{2} \right]$ , est instable. Règle du flux maximal.

**1.3** Comme  $d\vec{F} = Id\vec{l} \wedge \vec{B}$ , la force de Laplace sur  $ab$  est  $F_{ab} = IBl$ . Les forces s'exerçant sur les brins  $da$  et  $cb$  passent par le centre de courbure. Leurs moments en ce point sont donc nuls. Quant au brin rectiligne  $cd$ , il est en dehors du champ.

L'équilibre de la balance se traduit par l'annulation de la somme des moments des forces extérieures suivant l'axe de rotation. À partir de la figure, on a :  $IBlR = m \cdot g \cdot d$

$$\text{soit } m = \frac{IBlR}{gd} = \frac{IBl}{g} = \frac{10 \times 0,5 \times 1,5 \cdot 10^{-2}}{10} = 7,5 \text{ g.}$$

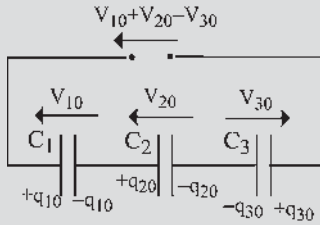
$$\text{La sensibilité vaut : } \frac{\Delta B}{B} = \frac{Bg}{Il} \frac{\Delta m}{m} = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ T.}$$

**1.4** Avant l'équilibre :  $V_{10} = \frac{q_{10}}{C_1}$  ;  $V_{20} = \frac{q_{20}}{C_2}$  ;  $V_{30} = \frac{q_{30}}{C_3}$

Après l'équilibre :  $V_{11} = \frac{q_{11}}{C_1}$  ;  $V_{21} = \frac{q_{21}}{C_2}$  ;  $V_{31} = \frac{q_{31}}{C_3}$

Conservation de la charge :

$$\begin{cases} -q_{10} + q_{20} = -q_{11} + q_{21} & (1) \\ -q_{20} - q_{30} = -q_{21} - q_{31} & (2) \end{cases}$$



Figures 1.33

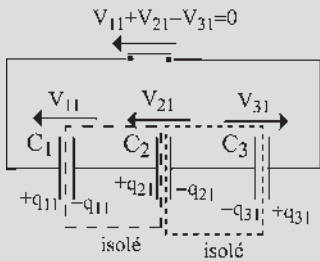
De plus,  $V_{11} + V_{21} - V_{31} = 0 \Rightarrow \frac{q_{11}}{C_1} + \frac{q_{21}}{C_1} - \frac{q_{31}}{C_1} = 0$

(1)  $q_{11} = q_{10} - q_{20} + q_{21} \Rightarrow \frac{q_{10} - q_{20} + q_{21}}{C_1}$

$+ \frac{q_{21}}{C_2} - \frac{q_{31}}{C_3} = 0$

$q_{31} = q_{20} + q_{30} - q_{21} \Rightarrow \frac{q_{10} - q_{20} + q_{21}}{C_1}$

(2)  $+ \frac{q_{21}}{C_2} - \frac{q_{20} + q_{30} - q_{21}}{C_3} = 0$



Figures 1.34

$$q_{21} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) = -\frac{q_{10}}{C_1} + \frac{q_{20}}{C_1} + \frac{q_{20}}{C_3} + \frac{q_{30}}{C_3}$$

$$= -\frac{q_{10}}{C_1} + q_{20} \left( \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} \right) + \frac{q_{30}}{C_3}$$

$$q_{21} = \left( \frac{C_1 C_2 + C_2 C_1 + C_2 C_3}{C_1 C_2 C_3} \right) \text{ avec } q_{21} = C_2 V_{21}$$

$$\left( -\frac{q_{10}}{C_1} + q_{20} \left( \frac{C_1 + C_3}{C_1 C_3} \right) + \frac{q_{30}}{C_3} \right)$$

$$V_{21} = \frac{1}{C_2} \left( \frac{C_1 C_2 + C_2 C_1 + C_2 C_3}{C_1 C_2 C_3} \right) \text{ , de même :}$$

$$\left( -V_{10} + V_{20} \left( \frac{C_1 + C_3}{C_1 C_3} \right) C_2 + V_{30} \right)$$

$$V_{11} = \left( \frac{C_1 C_2 + C_2 C_1 + C_2 C_3}{C_1 C_2 C_3} \right)$$

$$\left( -\frac{V_{20}}{C_1} + V_{10} \left( \frac{C_2 + C_3}{C_2 C_3} \right) + \frac{V_{30}}{C_1} \right)$$

et  $V_{31} = -V_{11} - V_{21}$

CHAPITRE 2

QUESTIONS

- 2.1  $\phi$  en Weber,  $\mu_0$  en mT/A,  $\mu_r$  sans dimension et  $\xi$  en A.
- 2.2 Vecteur axial  $\vec{M} = \text{volume} \cdot \vec{C}$   $\vec{C} = \vec{M} \wedge \vec{B}$  moment du couple.
- 2.3 En fermant le circuit magnétique par une armature ferro-magnétique.
- 2.4 a)  $F_{\text{Newton}} = \frac{S B^2}{2\mu_0}$   $B = \mu_0 H$   $F = \frac{\mu_0 H^2 S}{2}$   
 b)  $7,89 \text{g/cm}^3 \rightarrow 7\,800 \text{kg/m}^3$  volume du disque =  $S \cdot e$   
 $e = 0,003 \text{ m}$   
 Force de pesanteur =  $7\,800 \cdot g \cdot S \cdot e$   
 $\frac{B^2 S}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 H^2 S}{2} > 7\,800 \cdot 9,81 \cdot 3 \cdot 10^{-3} S > 229,56$  d'où  
 $B^2 > 5,8 \cdot 10^{-4}$  soit  $B > 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ .  
 c) Non, puisque la surface  $S$  intervient dans les deux forces, attraction et pesanteur.

EXERCICES

- 2.1 1. Force de pesanteur :  
 $P = M \cdot g = 7\,800 \times 0,14 \times 15 \cdot 10^{-4} \times 10 = 16,07 \text{ N}$   
 Force portante :  $F = 2 \frac{B^2 S}{2\mu_0} = \frac{B^2}{4\pi \cdot 10^{-7}} 15 \cdot 10^{-4}$   
 Pour soulever l'armature, il faut assurer  $P = F$  d'où  
 $B = 0,116 \text{ T}$ .

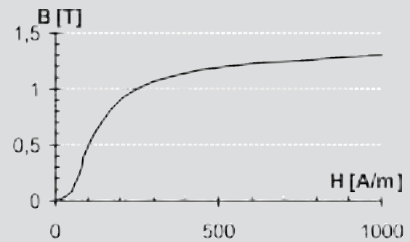


Figure 2.19

D'après la caractéristique  $B(H)$ , on déduit la valeur du champ magnétique dans le fer  $H_{\text{fer}} \approx 60 \text{ A/m}$  et  
 $H_{\text{entrefer}} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,116}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 9,24 \cdot 10^4 \text{ A/m}$ .  
 D'après le théorème d'Ampère,  $2eH_{\text{entrefer}} + (L + l)H_{\text{fer}} = \xi = NI$ , d'où  $\xi = 373 \text{ A}$  et  
 $I = \frac{\xi}{N} = 18,7 \text{ A}$ .

2. Lorsque l'armature est collée,  $\xi = (L + l)H_{\text{fer}} = 373 \text{ A}$ , d'où  $H_{\text{fer}} = \frac{\xi}{L + l} = 666 \text{ A/m}$ , on constate que le champ est environ 10 fois plus important que dans le cas où l'armature est décollée.

3.  $F = \frac{B^2}{\mu_0} S$  on détermine la valeur de  $B$  correspondante à l'aide de la caractéristique  $B(H)$ , pour  $H = 666 \text{ A/m}$ , on a  $B \approx 1,25 \text{ T}$  d'où  $F = 1,78 \cdot 10^3 \text{ N}$ .

2.2 1. Théorème d'Ampère :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = Ni \frac{B}{\mu_0} a + \frac{B}{\mu_0 \mu_r} \ell + H\lambda = Ni$$

$$\text{ou } B \left( a + \frac{\ell}{\mu_r} \right) = \mu_0 (Ni - H\lambda).$$

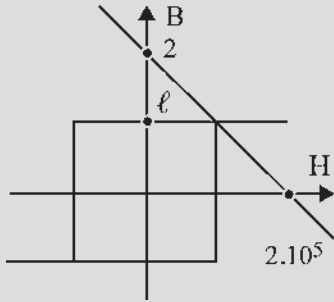


Figure 2.20

Si  $a > 1 \text{ mm} \gg \frac{\ell}{\mu_r} = 0,04 \text{ mm}$ , il vient

$$B \approx \frac{\mu_0 N}{a} i - \frac{\mu_0 \lambda}{a} H.$$

2. Si  $a = 5 \text{ mm} \rightarrow B = i - 10^{-5} \times H$ .

2.3 D'après le « Pour en savoir plus » sur le champ magnétique terrestre

$$B_n = B_0 \left( \frac{R}{R + H} \right)^3 \cos \varphi$$

$$= 3 \cdot 10^{-5} \left( \frac{6,4 \cdot 10^6}{6,4 \cdot 10^6 + 178} \right) 0,669 = 20 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$B_n = B \cos 64^\circ \rightarrow \|\vec{B}\| = B = 4,6 \text{ T}$$

2.4 La force au niveau du cadre mobile est telle que  $\vec{F} = i(d\vec{\ell} \wedge \vec{B})$ .

Le couple moteur est donc  $ni\ell B \cdot 2r = nBSi = \phi i = K\theta$  d'où la proportionnalité.

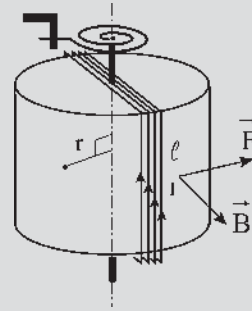


Figure 2.21

### CHAPITRE 3

#### QUESTIONS

3.1  $\xi = ni = H_1(L + l) + H_2 \cdot 2 \cdot e$  ne permet pas de calculer  $H_1$  et  $H_2$ . Comme au paragraphe 3.2.2, on se donne une valeur arbitraire de  $\varphi$  d'où la valeur numérique de  $B = B_1 = B_2 = \frac{\varphi}{S}$ . La courbe de première aimantation  $B(H)$  permet d'obtenir  $H_1$  et  $H_2$ .

$H_1(L + l) + H_2 \cdot 2 \cdot e = \xi$  permet d'obtenir un point de la courbe  $\xi(\varphi)$ . On peut prendre  $L$  et  $\ell$  sur les trajets moyens. On a donc besoin de  $n$ ,  $L$ ,  $\ell$ ,  $e$ ,  $S$  et de la courbe d'aimantation  $B(H)$  du matériau. Un calcul répétitif pour différentes valeurs de  $\varphi$  sera nécessaire pour tracer  $\xi(\varphi)$ . Pour la valeur de  $\xi$  correspondant à  $n \cdot i = n \cdot 20$  on déterminera le flux  $\varphi$  de circulation d'où les valeurs de  $B$ , de  $H$  et de la force d'attraction de l'armature  $F = 2 \frac{B^2 S}{2\mu_0}$ .

3.2 Si l'armature est collée à l'électroaimant en ne laissant aucun entrefer.

3.3 Dépenses d'énergie dans le fer :  $\frac{1}{2} \mathfrak{R}_{\text{fer}} \varphi^2$  avec

$$\mathfrak{R}_{\text{fer}} = \frac{L + \ell}{\mu_0 \mu_r S}.$$

Dépenses d'énergie dans l'entrefer :  $\frac{1}{2} \mathfrak{R}_e \varphi^2$  avec

$$\mathfrak{R}_e = \frac{2e}{\mu_0 S}.$$

$$\frac{1}{2} \frac{\varphi^2}{\mu_0 S} \frac{L + \ell}{\mu_r} \ll \frac{1}{2} \frac{\varphi^2}{\mu_0 S} 2e.$$

3.4  $\frac{\tan \varphi_1}{10^4} = \frac{\tan \varphi_2}{1} \Rightarrow \varphi_2 \rightarrow 0$  quel que soit  $\varphi_1$ .

EXERCICES

3.1 Dans l'entrefer :  $B = \frac{\phi_e}{S} = \frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 1,1 \text{ T}$  et

$$H_0 = \frac{1,1}{4\pi 10^{-7}} = 875 \cdot 10^3 \text{ At/m.}$$

Dans la colonne 3 :  $B = 1,1 \text{ T}$  et  $H_3 = 220 \text{ At/m}$ , d'où  $H_0e + H_3l_3 = 985 \text{ A}$ .

Dans la colonne 1 :

$$H_1l_1 = 985 \text{ A} \rightarrow H_1 = \frac{985}{0,5} = 1970 \text{ At/m et}$$

$$B = 1,45 \text{ T d'où } \phi_1 = B_1S = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ Wb.}$$

$$\phi_2 = \phi_1 + \phi_3 = (1,45 + 1,1)10^{-3} = 2,55 \cdot 10^{-3} \text{ Wb.}$$

$$B = \frac{\phi_2}{S_2} = \frac{2,55 \cdot 10^{-3}}{16 \cdot 10^{-3}} = 1,59 \text{ T} \rightarrow H_2 = 6000 \text{ At/m}$$

$$\text{et } H_2l_2 = 6000 \times 0,3 = 1800 \text{ At.}$$

$$\text{Finalement } ni = H_2l_2 + H_1l_1 = 985 + 1800 = 2785 \text{ A}$$

$$\rightarrow i = \frac{2785}{500} = 5,57 \text{ A.}$$

3.2 1. À vide,  $i_2 = 0$ ,  $v_1 = n_1 \frac{d\phi_1}{dt}$  et  $v_2 = n_2 \frac{d\phi_2}{dt}$

De plus :

$$(\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_c)\phi_2 = -\mathfrak{R}_c\phi_1 \rightarrow (\mathfrak{R} + \mathfrak{R}_c) \frac{d\phi_2}{dt} = -\mathfrak{R}_c \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$\boxed{-\frac{v_{20}}{v_1} = \frac{n_2}{n_1} \frac{\mathfrak{R}_c}{\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}}}$$

$$n_1 i_{10} = \left( \mathfrak{R}_c + \frac{\mathfrak{R}_c \mathfrak{R}}{\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}} \right) \phi_1$$

$$\rightarrow n_1 \frac{di_{10}}{dt} = \left( \mathfrak{R}_c + \frac{\mathfrak{R}_c \mathfrak{R}}{\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}} \right) \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$\text{d'où } \boxed{v_1 = \frac{n_1^2}{\mathfrak{R}_c + \frac{\mathfrak{R}_c \mathfrak{R}}{\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}}} \frac{di_{10}}{dt}}$$

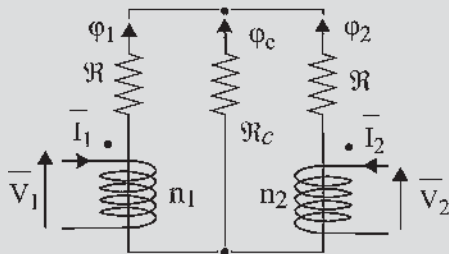


Figure 3.20

En régime sinusoïdal et en posant  $\mathfrak{R}_c = a\mathfrak{R}$ , on obtient :

$$\bar{V}_{20} = -\bar{V}_1 \frac{n_2}{n_1} \frac{a}{a+1} \text{ et } \bar{I}_{10} = \frac{\bar{V}_1 \mathfrak{R}_c}{j\omega n_1^2} \left( \frac{1+2a}{1+a} \right).$$

2. En court-circuit :  $v_2 = 0 \rightarrow \phi_2 = 0$  et  $\phi_1 = -\phi_c$

$$n_2 i_{2cc} = -\mathfrak{R}_c \phi_c = \mathfrak{R}_c \phi_1 \rightarrow n_2 \frac{di_{2cc}}{dt} = \mathfrak{R}_c \frac{d\phi_1}{dt} \text{ soit en}$$

multipliant tout par  $n_1$ ,  $n_1 n_2 \frac{di_{2cc}}{dt} = \mathfrak{R}_c v_1$  d'où :

$$\bar{V}_1 = \frac{n_1 n_2}{\mathfrak{R}_c} j\omega \bar{I}_{2cc} \text{ et } \boxed{\bar{I}_{2cc} = \frac{\bar{V}_1 a \mathfrak{R}_c}{j\omega n_1 n_2}}$$

$$n_1 i_{1cc} = (\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R})\phi_1 \rightarrow n_1 \frac{di_{1cc}}{dt} = (\mathfrak{R}_c + \mathfrak{R}) \frac{d\phi_1}{dt} \text{ d'où}$$

$$\boxed{\bar{I}_{1cc} = \frac{\bar{V}_1 (1+a)\mathfrak{R}_c}{j\omega n_1^2}}$$

3.3 1. Tracé de la caractéristique  $B(H)$  de l'acier doux (voir ci-dessous).

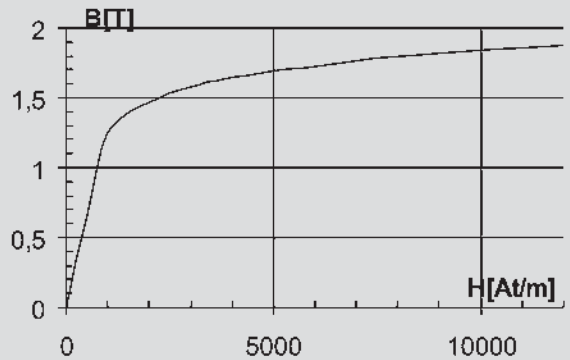


Figure 3.21

2. On souhaite produire un flux de 1 mWb à travers la section du tore :  $\phi = B \cdot S = 1,66 \text{ T} \rightarrow H \approx 4100 \text{ At/m}$

$$\rightarrow \xi = H \cdot l = 2062 \text{ At avec } l = 2\pi r = 0,503 \text{ m d'où}$$

$$n = \frac{\xi}{i} = 1031 \text{ spires.}$$

3. Dans le cas où il n'y a pas de fuites magnétiques :  
- la force magnétomotrice dans le fer est inchangée :

$$\xi_{\text{fer}} = 2062 \text{ At ;}$$

- détermination de la force magnétomotrice nécessaire dans l'entrefer telle que :

$$H_{\text{entrefer}} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1,66}{4\pi 10^{-7}} = 1,32 \cdot 10^6 \text{ At/m}$$

$$\rightarrow \xi_{\text{entrefer}} = H_{\text{entrefer}} \cdot e = 2656 \text{ At}$$

D'où au total :

$$\xi_{\text{total}} = \xi_c + \xi_{\text{entrefer}} = 4718 \text{ At} = Ni \rightarrow i = 4,58 \text{ A.}$$

4. Application de la formule de Boucherot :

$$U = 4,44 \cdot B \cdot N \cdot S \cdot f = 228 \text{ V.}$$

Courant efficace dans la bobine :

$$\phi_{\max} = 1 \text{ mWb} \rightarrow I_{\max} = 4,58 \text{ A} \rightarrow I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = 3,24 \text{ A.}$$

$$\text{D'où l'impédance de la bobine } Z = L\omega = \frac{U}{I} = 47,8 \Omega$$

$$\rightarrow L = 158 \text{ mH à } 50 \text{ Hz.}$$

## CHAPITRE 4

### QUESTIONS

4.1 On veut obtenir :

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{u}_1 B e^{-j\omega t} = \vec{u}_1 B (\cos(\omega t) - j \sin(\omega t)) \\ &= \vec{u}_1 B \cos(\omega t) - \vec{u}_2 B \sin(\omega t). \end{aligned}$$

La bobine 1 donne au point  $O$   $\vec{u}_1 B \cos(\omega t)$  et la bobine 2 doit donner  $-\vec{u}_2 B \sin(\omega t)$  qui peut s'écrire :

– soit

$$+\vec{u}_2 B \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow i_{21} = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

– soit

$$-\vec{u}_2 B \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow i_{22} = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

4.2  $\vec{B} = \vec{u}_1 B_1 \cos(\omega t) + \vec{u}_2 B_2 \sin(\omega t)$  est un champ elliptique d'équation paramétrique  $x = B_1 \cos \omega t$ ,  $y = B_2 \sin \omega t$  et d'équation cartésienne  $\frac{x^2}{B_1^2} + \frac{y^2}{B_2^2} = 1$ . D'où la construction de l'ellipse par les coordonnées d'un point  $x = B_1 \cos \omega t$ ,  $y = B_2 \sin \omega t$ .

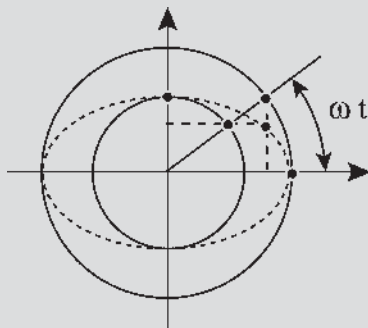


Figure 4.13

4.3 Le champ tourne en sens inverse. On peut le calculer par une décomposition eulérienne ou se servir de la proposition : « le champ aura la direction de l'axe d'une bobine lorsque le courant sera maximal dans cette bobine. » À  $t = 0$  direction de l'axe 1, à  $t = \frac{2\pi}{3\omega}$  direction de l'axe 3 où passe le courant  $i_2 = I\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$ .

$$\begin{aligned} 4.4 \quad \vec{B} &= \vec{u}_1 B \cos(\omega t) + \vec{u}_2 B \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &\quad + \vec{u}_3 B \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{u}_1 B \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \\ &\quad + \vec{u}_1 B e^{j\frac{2\pi}{3}} \frac{e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}}{2} \\ &\quad + \vec{u}_1 B e^{j\frac{4\pi}{3}} \frac{e^{j(\omega t - \frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{4\pi}{3})}}{2} \\ &= \vec{u}_1 \frac{3B}{2} e^{j\omega t} \end{aligned}$$

$$\text{avec } \vec{u}_1 \frac{B}{2} e^{-j\omega t} \left(1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{8\pi}{3}}\right) = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{u}_1 B \cos(\omega t) + \vec{u}_2 B \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &\quad + \vec{u}_3 B \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\vec{u}_1 B \cos(\omega t) = \vec{u}_1 \frac{B}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) = \vec{b}_1 + \vec{b}_2$$

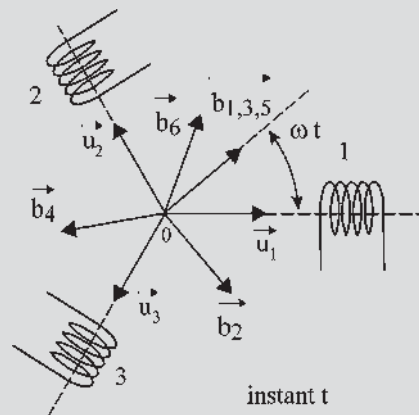


Figure 4.14

$$\begin{aligned} \vec{u}_2 B \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) &= \vec{u}_1 \frac{B}{2} (e^{j\omega t} + e^{j\frac{4\pi}{3}} e^{-j\omega t}) \\ &= \vec{b}_3 + \vec{b}_4 \\ \vec{u}_3 B \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) &= \vec{u}_1 \frac{B}{2} (e^{j\omega t} + e^{j\frac{8\pi}{3}} e^{-j\omega t}) \\ &= \vec{b}_5 + \vec{b}_6 \\ \vec{b}_1 + \vec{b}_3 + \vec{b}_5 &= 3\frac{B}{2}\vec{u}_1 e^{j\omega t} \text{ et } \vec{b}_2 + \vec{b}_4 + \vec{b}_6 = \vec{0}. \end{aligned}$$

**EXERCICES**

4.1 Le champ magnétique élémentaire créé en  $M$  par une

$$\text{spire est } \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2r} \sin^3 \alpha \vec{u}_x$$

On considère à l'abscisse  $x$  une tranche de solénoïde

d'épaisseur  $dx$  composée de  $\frac{N}{L} dx$  spires. La contribution

correspondante au champ magnétique en  $P$  est alors :

$$d\vec{B} = \frac{N}{L} dx \frac{\mu_0 i}{2r} \sin^3 \alpha \vec{u}_x.$$

Par intégration on obtient :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N i}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \vec{u}_x.$$

En intégrant les données du problème on obtient :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N i}{2} \left( \frac{x+L}{[(x+L)^2 + r^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{x}{[x^2 + r^2]^{\frac{1}{2}}} \right) \vec{u}_x$$

$$\text{et } \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

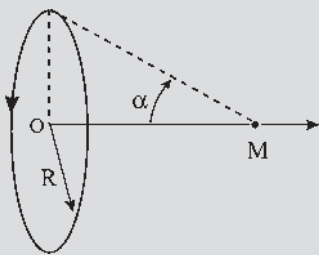


Figure 4.15

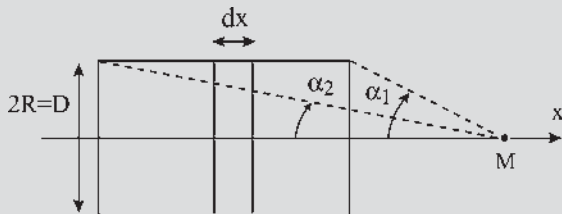


Figure 4.16

4.2 1. On a établi dans l'exercice 4.1 que l'excitation créée par un solénoïde de longueur  $L$  composé par  $N$  spires et parcouru par un courant d'intensité  $i$ , est de la forme

$$\vec{H} = \frac{Ni}{2L} \left( \frac{x+L}{[(x+L)^2 + r^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{x}{[x^2 + r^2]^{\frac{1}{2}}} \right) \vec{u}_x.$$

En appliquant la formule, on a pour chaque bobine un champ  $\vec{H}$  d'intensité en  $P$  :

$$H = \frac{200}{0,4} i (0,996 - 0,970) = 6,5i.$$

Le solénoïde horizontal est alimenté par un courant

$$i_1 = I_{1m} \sqrt{2} \sin \omega t \rightarrow \text{en } P : h_1 = 65 \sin \omega t.$$

Le solénoïde vertical est alimenté par un courant

$$i_2 = I_{2m} \sqrt{2} \cos \omega t \rightarrow \text{en } P : h_2 = 130 \cos \omega t.$$

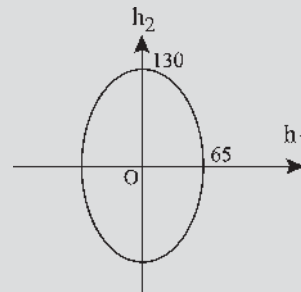


Figure 4.17

Avec le système

$$\begin{cases} h_1 = 65 \sin \omega t \\ h_2 = 130 \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow \frac{h_1^2}{65^2} + \frac{h_2^2}{130^2} = 1 \text{ avec } \vec{h}_1 \perp \vec{h}_2,$$

donc  $\vec{H}$  décrit une ellipse.

2. La valeur maximale de  $\vec{H}$  est donnée par le demi-grand axe de l'ellipse soit  $H_{\max} = 130$  A/m.

4.3 1. On retrouve le résultat de l'exercice 4.1 :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N i}{2} \left( \frac{\ell + L}{[(\ell + L)^2 + r^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{\ell}{[\ell^2 + r^2]^{\frac{1}{2}}} \right) \vec{u}_x = k i \vec{u}_x.$$

$$\text{A.N. : } k = 2,76 \text{ T/A et } B = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

2. La paire (1-1') parcourue par  $i_1 = kI\sqrt{2} \sin(\omega t)$  crée un champ  $\vec{B}_1 = kI\sqrt{2} \sin(\omega t) \vec{u}_1$

La paire (2-2') parcourue par  $i_2 = kI\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$

crée un champ  $\vec{B}_2 = kI\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) e^{j\frac{2\pi}{3}} \vec{u}_1.$

La paire (3-3') parcourue par  $i_3 = kI\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$



crée un champ  $\vec{B}_3 = kI\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) e^{j\frac{4\pi}{3}} \vec{u}_1$ .

Après calculs, on trouve

$$\begin{aligned} \vec{B}_{\text{total}} &= \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = -\frac{3}{2j} kI\sqrt{2} e^{-j\omega t} \\ &= \frac{3}{\sqrt{2}} kI e^{-j\omega t + j\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

, il s'agit d'un

champ tournant dans le sens inverse au sens trigonométrique.

A.N.:  $\omega = 50$  tours/s et  $\|\vec{B}_{\text{total}}\| = 7 \cdot 10^{-3}$  T.

## CHAPITRE 6

### QUESTIONS

6.1

$$\begin{aligned} e_{\text{max}} = \phi_{\text{am}} \omega &= \frac{S_{\text{am}} B_m \omega}{\text{surface apparente maximale}} = \frac{n}{2} \frac{S B_m \omega}{\text{surface d'une spire}} = \frac{n}{2} \frac{\phi_m \omega}{\text{flux max par spire}} \\ &= n\pi \frac{f}{\text{fréquence}} \frac{\phi_m}{\text{courant inducteur}} = M j \omega \end{aligned}$$

6.2  $e_2 = \phi_{\text{am}} \omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$  ;  $e_3 = \phi_{\text{am}} \omega \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$  ;

$e_4 = \phi_{\text{am}} \omega \sin(\omega t - \pi)$  ;  $e_5 = \phi_{\text{am}} \omega \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$  ;

$e_6 = \phi_{\text{am}} \omega \sin\left(\omega t - \frac{5\pi}{3}\right)$

6.3  $2p = 6 \implies p = 3$  ;

$$p N_{\text{tr/s}} = p \frac{N_{\text{tr/min}}}{60} = 3 \frac{1000}{60} = 50 = f ;$$

$$\omega = 2\pi f = 100\pi = 314 \text{ rad/s.}$$

6.4  $2p = 4 \implies p = 2$  ;  $\theta_{\text{elec}} = p\theta_{\text{méca}}$  ;  $\theta_{\text{elec}} = 2\frac{\pi}{2} = \pi$ .

6.5 Non. La magnétisation des matériaux implique la présence de deux pôles nord et sud. Une machine ne peut avoir qu'un nombre pair de pôles  $2p$ .

6.6 Sur la figure 6.14 les vecteurs sont des vecteurs temporels tournants.

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 &= \vec{u}_1 E \sqrt{2} e^{j\omega t} + \vec{u}_1 E \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ &+ \vec{u}_1 E \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = (\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3) E \sqrt{2} e^{j\omega t} = \vec{0}. \end{aligned}$$

Sur la figure 6.15, les vecteurs sont des vecteurs temporels pulsants, projection « vectorisée » du vecteur tournant

$$\vec{E} = \vec{u}_1 E \sqrt{2} e^{j\omega t}.$$

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \vec{u}_1 E \sqrt{2} \cos \omega t + \vec{u}_2 E \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$+ \vec{u}_3 E \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$= \vec{u}_1 E \sqrt{2} \left\{ \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \frac{e^{j\omega t} e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\omega t} e^{j\frac{2\pi}{3}}}{2} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \frac{e^{j\omega t} e^{-j\frac{4\pi}{3}} + e^{-j\omega t} e^{j\frac{4\pi}{3}}}{2} \right\}$$

$$= \vec{u}_1 E \sqrt{2} \left\{ e^{j\omega t} \frac{3}{2} + \frac{e^{-j\omega t}}{2} \left(1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{8\pi}{3}}\right) \right\}$$

$$= \frac{3}{2} \vec{u}_1 E \sqrt{2} e^{j\omega t} = \frac{3}{2} \vec{E}$$

6.7 Avantages :

- lecture directe instantanée de  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  et  $\vec{B}_3$  ;
- vision du champ tournant  $\vec{B}_I$  dans la machine ;
- $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{3}{2} \vec{B} = \vec{B}_I$ .

6.8 Un champ fixe n'aurait qu'un développement spatial non temporel  $\vec{b} = \vec{u}_m B_m \cos p(\theta + \theta_0)$ . Le champ proposé est un champ pulsant d'axe fixe avec un développement spatial fixe  $B_m \cos p(\theta + \theta_0)$  et un développement temporel fonction sinusoïdale du temps  $B_m \cos p(\omega t - \phi_1)$ . Un champ tournant aurait un développement spatio-temporel variable, fonction sinusoïdale de l'espace et du temps  $\vec{b} = \vec{u}_m B_m \cos(p\theta + p\theta_0 - \omega t)$ .

### EXERCICES

6.1 1.  $50 \text{ Hz} = f_{\text{Hz}} = p \cdot N \text{ t/sec} = p \frac{N \text{ tr/min}}{60} = p \frac{1000}{60}$   
d'où  $p = 3$  ;  $2p = 6$ .

2. Voir machine C figure 6.11, machine synchrone hexapolaire.

3. Machine hexapolaire électrique  $2\pi_{\text{électrique}} = p \frac{2\pi}{3} \text{ mécanique}$  puisque  $p = 3$ .

L'angle entre deux bobines successives d'une machine triphasée est de :

$$\frac{2\pi}{3} \text{ électrique} = p \cdot \theta_{\text{mécanique}} \quad \theta_{\text{mécanique}} = \frac{2\pi}{9} \text{ soit } 40^\circ.$$

6.2 1.  $\vec{b} = \vec{u}_M B_m \cos(p\theta') = \vec{u}_M B_m \cos(-\omega t + p\theta + p\theta_0)$ . Au point M, un observateur voit un champ radial, d'amplitude  $B_m$ , pulsant dans le temps.

2.  $\vec{b} = \vec{u}_g e^{jp\theta'} B_m \cos(p\theta')$ .

Un observateur installé sur le rotor aperçoit un champ radial d'entrefer à répartition spatiale sinusoïdale fixe par rapport au rotor.

$$3. \vec{b} = \vec{u}_S e^{-jp\theta_0} e^{j\omega t} e^{jp\theta'} B_m \cos(p\theta')$$

Un observateur stator voit le long de l'entrefer un champ radial à répartition spatiale sinusoïdale fixe par rapport au rotor  $\vec{b} = u_R e^{jp\theta'} B_m \cos(p\theta')$ , tournant avec l'axe rotorique  $\vec{u}_R = \vec{u}_S e^{-jp\theta_0} e^{j\omega t}$ . Il voit un champ tournant à répartition spatiale sinusoïdale.

6.3 1.  $\theta_{méca}(t) = \Omega t$ .

2.  $2p = 6 \implies p = 3$ .

Pour une rotation d'un tour du rotor, l'axe 1 aura vu 3 passages d'un pôle nord (ou sud). La fréquence de passage d'un pôle nord et donc triple de celle de rotation du rotor.

$$\theta_{élec} = \omega t = p\Omega t = p\theta_{méca}$$

3.  $b(t) = B_m \cos \omega t \implies \varphi_1(t) = SB_m \cos \omega t$

$$\theta'_{méca} = \frac{2\pi}{9} \implies \theta'_{élec} = 3 \frac{2\pi}{9} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\implies \varphi_2(t) = SB_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

et  $\varphi_3(t) = SB_m \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$ .

d)  $e_1(t) = -\frac{n}{2} \frac{d\varphi_1}{dt} = -\frac{n}{2} SB_m \omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$= \frac{n}{2} SB_m \omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{n}{2} SB_m \omega \sin \omega t$$

$$e_1(t) = \frac{n}{2} SB_m \omega \sin \omega t ; e_2(t) = \frac{n}{2} SB_m \omega \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) ;$$

$$e_3(t) = \frac{n}{2} SB_m \omega \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

4.  $\theta'_{méca} = 3 \frac{2\pi}{9} \implies \theta'_{élec} = 9 \frac{2\pi}{9} = 2\pi ;$

$$\theta''_{méca} = 6 \frac{2\pi}{9} \implies \theta''_{élec} = 2\pi$$

$$e'_1(t) = \frac{n}{2} SB_m \omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - 2\pi\right)$$

$$\frac{n}{2} SB_m \omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = e_1(t) = \frac{n}{2} SB_m \omega \sin \omega t$$

et  $e'_2(t) = e_2(t) ; e'_3(t) = e_3(t)$

de même  $e''_1(t) = e_1(t) ; e''_2(t) = e_2(t) ; e''_3(t) = e_3(t)$ .

Inconvénients : harmoniques de dents.

Remède : inclinaison des encoches d'un pas polaire.

7.2 Pour obtenir une f.é.m. maximale avec un bobinage monophasé, on ne peut occuper que le tiers des encoches du stator. Avec un bobinage triphasé, on peut occuper toutes les encoches par les trois phases, chacune de même puissance que le bobinage monophasé. Pour sensiblement la même masse de stator, la puissance est triple.

7.3 De nombreux « coups de main » permettent d'obtenir une f.é.m. sinusoïdale : forme de l'épanouissement polaire, inclinaison des encoches, bobinage à pas raccourcis... Le développement en série de Fourier montre que la sinusoïde est le seul signal périodique à n'engendrer aucun harmonique, causes de pertes dans les machines.

7.4 Elle permet le calcul rapide de  $e_{max} = \phi_{am} \omega = S_{am} B_m \omega$ .

Son expression  $S_{am} = k k_s \frac{n_e}{2} S$  fait apparaître directement l'élaboration de la f.é.m.

7.5 Non. Un bobinage à droite vu par un bout est un bobinage à droite vu par l'autre bout. Les deux bobinages « à droite » et à « gauche » ne sont pas superposables.

7.6 Octopolaire :  $\frac{\pi}{4 \text{ mécanique}}$  ; décapolaire :  $\pi_{\text{électrique}}$ .

7.7 Employant les mêmes fils actifs, le résultat est le même.

7.8 Pour améliorer la forme sinusoïdale de la f.m.m.

### EXERCICES

7.1 Bobines concentriques

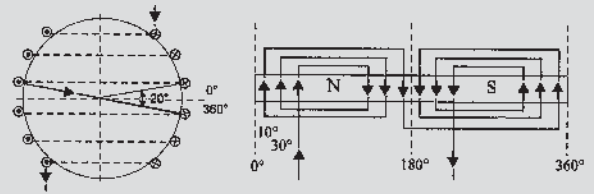


Figure 7.34

Bobines identiques et décalées

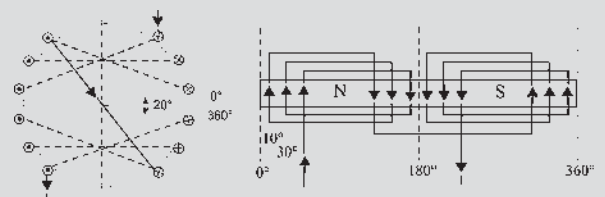


Figure 7.35

## CHAPITRE 7

### QUESTIONS

7.1 Avantages : permet d'obtenir une f.é.m. la plus sinusoïdale possible ainsi que de répartir les nuisances causées par une encoche importante dans le stator.

Conclusion : les deux bobinages présentés figures 7.34 et 7.35 sont équivalents et permettent de créer la même force magnétomotrice d'entrefer.

7.2

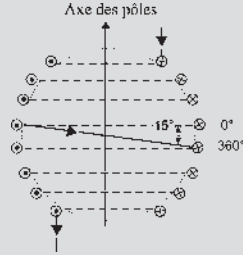


Figure 7.36

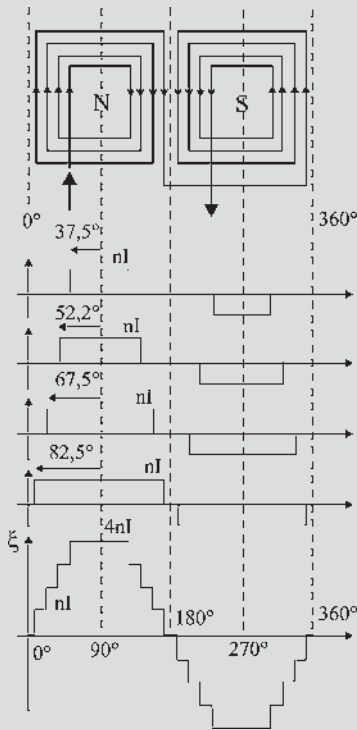


Figure 7.37

La force magnétomotrice obtenue est donnée pour être à répartition spatiale sinusoïdale, il est donc intéressant de calculer l'amplitude du fondamental de sa décomposition en série de Fourier.

➔ **Rappels** : décomposition en série de Fourier

Un signal périodique  $s(t)$  de période  $T$  peut se décomposer en une somme de sinus et de cosinus :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t))$$

$$\text{où } a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \sin(n\omega t) dt$$

Ici le signal  $\xi(t)$  est un signal périodique impair, pour calculer l'amplitude du fondamental il suffit donc de calculer le coefficient  $b_1$  et d'après les propriétés de symétrie du signal il est possible de réduire l'intervalle d'intégration de 0 à  $\frac{T}{4}$  :

$$b_1 = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} \xi(t) \sin(\omega t) dt = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \xi(\omega t) \sin(\omega t) d(\omega t)$$

$$b_1 = \frac{4}{\pi} \left( \int_{\pi/24}^{\pi/8} nI \sin(\omega t) d(\omega t) + \int_{\pi/8}^{5\pi/24} 2nI \sin(\omega t) d(\omega t) + \int_{5\pi/24}^{7\pi/24} 3nI \sin(\omega t) d(\omega t) + \int_{7\pi/24}^{\pi/2} 4nI \sin(\omega t) d(\omega t) \right)$$

$$b_1 = 3,28 \times \frac{4}{\pi} nI \text{ donc } \xi_{\text{fond}}(t) = 3,28 \frac{4}{\pi} nI \sin(\omega t).$$

D'autre part, on sait que  $\xi \approx R_e \phi$ , l'entrefer étant constant on peut donc en déduire que si  $\xi$  est à répartition spatiale sinusoïdale, la f.é.m. proportionnelle au flux  $\phi$  est également à répartition spatiale sinusoïdale.

7.3 À partir des figures 7.31 et 7.32, il est possible de calculer les coefficients de la décomposition en série de Fourier. Seuls les harmoniques de rang impair  $b_{2k+1}$  sont présents dans la décomposition. On remarque que le pas rallongé et le pas raccourci génèrent des f.m.m identiques.

	Pas diamétral	Pas raccourci
$\xi_1$	1,84	1,78
$\xi_3$	0	0
$\xi_5$	0,1	0,03
$\xi_7$	0,07	0,02
$\xi_9$	0	0
$\xi_{11}$	0,17	0,16
$\xi_{13}$	0,14	0,14
$\xi_{15}$	0	0
$\xi_{17}$	0,03	0,007
$\xi_{19}$	0,03	0,007

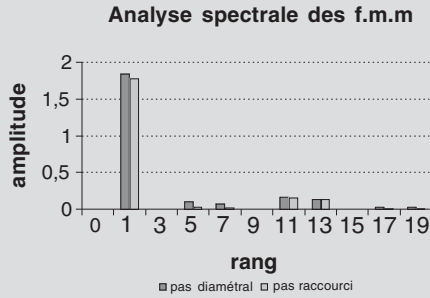


Figure 7.38

Dans les deux cas, les harmoniques des rangs 3, 9, 15 sont nuls. Le pas raccourci comme le pas rallongé donne une f.m.m. plus faible qu'avec le pas diamétral (fondamental d'amplitude inférieure) mais plus « sinusoïdale » (les harmoniques de rang supérieur ont été atténués).

7.4 D'après le théorème d'Ampère :  $0,9\xi = \Re\phi$  avec

$$\Re = \frac{e}{\mu_0 S} \text{ et } \phi = B_{\max} S$$

D'où  $0,9\xi = B_{\max} \frac{e}{\mu_0}$  et  $B_{\max} = 0,9 \frac{\mu_0}{e} \xi = 0,9 \frac{\mu_0}{e} knI$

On obtient alors l'expression de l'intensité  $I = \frac{B_{\max} \cdot e}{0,9\mu_0 n} = 4,8 \text{ A}$ .

7.5  $\phi_{\text{am}} = \frac{E_v \sqrt{2}}{\omega} = \frac{U \sqrt{2}}{2\pi f} = \frac{380 \times \sqrt{2}}{2\pi \times 50} = 1,7 \text{ Wb}$

$\phi_{\text{am}} = S_{\text{am}} B_m$   
avec

$$S_{\text{am}} = k \frac{n_e}{2} k_s L d = \frac{\sin\left(m \frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} k_s L d$$

$$= \frac{\sin\left(2 \times \frac{30}{2}\right)}{\sin\left(\frac{30}{2}\right)} \times 20 \times 0,17 \times 0,33 = 1,12 \text{ m}^2$$

d'où  $B_m = \frac{\phi_m}{S_{\text{am}}} = \frac{1,7}{1,12} = 1,5 \text{ T}$ .

## CHAPITRE 8

### QUESTIONS

8.1  $\vec{B}_I$  : en AR  $\frac{\pi}{2}$ , générateur,  $C_{\max}$  négatif ;

en phase,  $C = 0, P = 0$ , ni moteur, ni générateur ;

en AV  $\frac{\pi}{2}$ , moteur,  $C_{\max}$  positif ;

en opposition de phase,  $C = 0, P = 0$ , ni moteur, ni générateur.

8.2 Type de réaction magnétique d'induit :

– AR de  $\frac{\pi}{2} \implies$  réaction longitudinale de démagnétisation,

– AV de  $\frac{\pi}{2} \implies$  réaction longitudinale magnétisante ;

– en phase  $\implies$  réaction transversale, fonctionnement générateur,  $C < 0$  ;

– en opposition de phase  $\implies$  réaction transversale, fonctionnement moteur,  $C > 0$ .

8.3

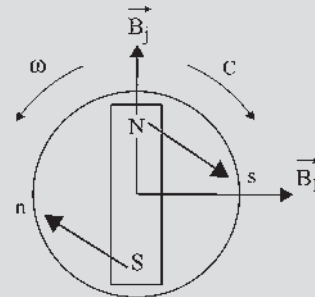


Figure 8.10

8.4

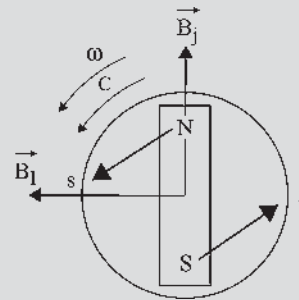


Figure 8.11

### EXERCICES

8.1

– Transport HT monophasé 63 kV :

Intensité :  $S = UI$  d'où  $I = \frac{S}{U} = \frac{10^7}{63 \cdot 10^3} = 159 \text{ A}$

Section des câbles :

$$s = \frac{I}{12} \times 2 \text{ mm}^2 = \frac{159}{12} \times 2 \text{ mm}^2 = 13,3 \text{ mm}^2$$

– Transport HT triphasé 63 kV :

$$S = \sqrt{3}UI \text{ d'où } I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{10^7}{\sqrt{3} \times 63.10^3} = 92 \text{ A ;}$$

$$s = 7,7 \text{ mm}^2 ;$$

– Transport BT triphasé 230 V :

$$S = \sqrt{3}UI \text{ d'où } I = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{10^7}{\sqrt{3} \times 230} = 43,5 \text{ kA ;}$$

$$s = 3\,625 \text{ mm}^2 ;$$

Conclusion : il apparaît ici de façon évidente que la solution la mieux adaptée est le transport en triphasé HT. Pour une même puissance apparente absorbée, le courant est plus faible, ce qui implique des câbles plus légers de section plus petite.

8.2 Deux solutions sont possibles pour un fonctionnement à couple nul :  $\vec{B}_I$  et  $\vec{B}_j$  en phase et,  $\vec{B}_I$  et  $\vec{B}_j$  en opposition de phase. La force de répulsion entre les pôles de noms contraires  $N$  et  $s$ , et  $S$  et  $n$ , ou la force d'attraction entre

les pôles de même nom, existe toujours mais elle passe par le centre de rotation. Le moment du couple est nul puisqu'il n'y a pas de bras de levier. On a montré dans l'exercice d'application les positions relatives de  $\vec{B}_j$  et  $\vec{B}_I$  si  $i$  et  $e_v$  étaient en phase en précisant la position des champs à l'instant où  $i$  et  $e_v$  étaient maximaux (figure 8.7).

Gardons pour la suite l'instant où  $i$  est maximal en positionnant  $\vec{B}_I$  et plaçons le rotor à cet instant en tenant compte du déphasage. Quatre cas sont alors envisageables (voir figure 8.12).

8.3 1. Cf. machine c figure 6.12

$$2. N_{s \text{ tr/min}} = \frac{60 \times f}{p} = \frac{60 \times 50}{3} = 1\,000 \text{ tr/min ;}$$

$$\Omega_{s \text{ rad/s}} = \frac{2\pi \times f}{p} = \frac{2\pi \times 50}{3} \approx 104,7 \text{ rad/s}$$

3. Voir figure 8.13

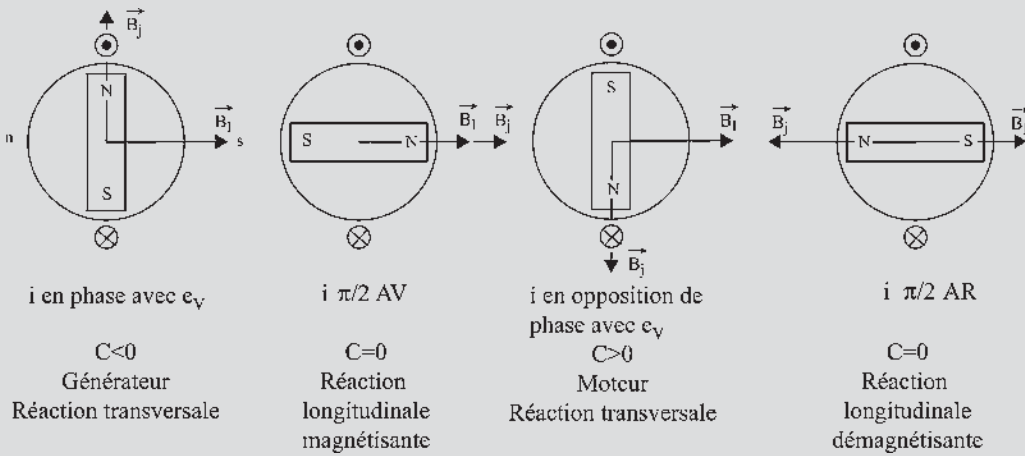


Figure 8.12

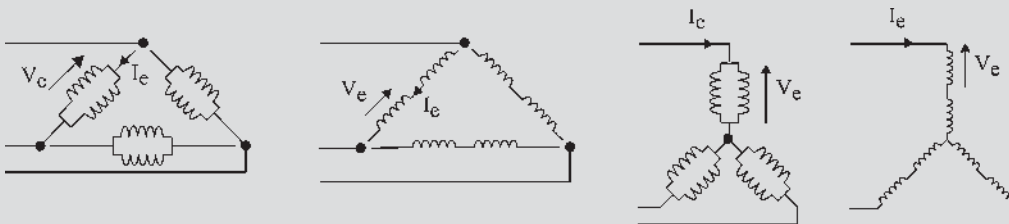


Figure 8.13

4)

	a	b	c	d
Tension aux bornes d'une bobine $V_b$	$V_b = U$	$V_b = \frac{U}{2}$	$V_b = V = \frac{U}{\sqrt{3}}$	$V_b = \frac{V}{2} = \frac{U}{2\sqrt{3}}$
Courant traversant cette bobine $I_b$	$I_b = \frac{J}{2} = \frac{I}{2\sqrt{3}}$	$I_b = \frac{I}{\sqrt{3}} = J$	$I_b = \frac{I}{2}$	$I_b = I$
Produit $V_b \times I_b$	$\frac{UI}{2\sqrt{3}}$	$\frac{UI}{2\sqrt{3}}$	$\frac{UI}{2\sqrt{3}}$	$\frac{UI}{2\sqrt{3}}$

On constate que, quel que soit le couplage, le produit  $V_b \times I_b$  est le même.

5) Lemme de la machine « noire » : pour étudier la machine, on pourra travailler en supposant l'un de ces 4 couplages sans modifier les résultats !

### CHAPITRE 9

#### QUESTIONS

9.1 Prendre la machine bipolaire équivalente en développant sur  $2\pi$  une paire de pôle de la machine étudiée.

- 9.2  $C_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \sin(\vec{B}_j, \vec{I}) = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \sin(\psi')$   
 - fonctionnement moteur  $C_{em}$  et  $\omega$  de même sens  $C_{em} > 0$  ;  
 - fonctionnement moteur au couple maximal  $\psi' = -\frac{\pi}{2}$ .

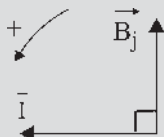


Figure 9.13

9.3  $Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \cos(\vec{B}_j, \vec{I})$   
 $= -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \cos(\vec{I}, \vec{B}_j)$  or  $(\vec{I}, \vec{B}_j) = \psi' = \psi + \frac{\pi}{2}$ .

$\vec{I}$  en opposition de phase avec  $\vec{B}_j$  donne  $\psi' = \pi$ ,  $Q_{em} > 0$  : production de puissance réactive.

$P_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \sin(\vec{B}_j, \vec{I})$   
 $= \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \sin(\psi')$ , or  $\psi' = \pi \implies P_{em} = 0$ .

La machine fonctionne en compensateur synchrone en produisant du réactif à puissance active nulle.

9.4  $P_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \sin(\psi')$  et

$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \cos(\psi')$ ,  $P_{em} = Q_{em}$   
 $\iff \sin \psi' = -\cos \psi' \iff \cos \psi = \sin \psi$ , avec  
 $\psi' = \psi + \frac{\pi}{2}$  d'où  $\psi = \frac{\pi}{4}$ .

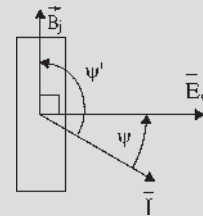


Figure 9.13

9.5  $P_{em} = 3E_v I \cos \psi = -C_{em} \omega \implies C_{em} = -\frac{3E_v I \cos \psi}{\omega}$

$E_v = \frac{M \omega j}{\sqrt{2}} \implies C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} M j I \cos \psi$   
 $= -\frac{3}{\sqrt{2}} M j I \sin \psi'$

$M j = \phi_{am} = S_{am} B_j \implies C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \cos \psi$

$$\begin{aligned} \text{or } \psi' = \psi + \frac{\pi}{2} &\implies C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \sin \psi' \\ &= -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I \sin(\vec{T}, \vec{B}_j) \\ \vec{C}_{em} &= -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{I} S_{am} \wedge \vec{B}_j) \\ &= \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I} S_{am}) \end{aligned}$$

9.6 Non.  $\vec{M}_s = i_1 \vec{S}_1 + i_2 \vec{S}_2 + i_3 \vec{S}_3 = S(\vec{u}_1 i_1 + \vec{u}_2 i_2 + \vec{u}_3 i_3)$ , ce vecteur tourne à  $\Omega = \omega/p$  dans le diagramme espace et à  $\omega$  dans le diagramme temps puisque  $\vec{M}_s = S(\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3) = \frac{3}{2} S \vec{T}$  avec  $\vec{T} = \vec{u}_1 I \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{-j\varphi}$ .

9.7 Au choix, puisque  $\vec{E}_v \sqrt{2} = \vec{V} \sqrt{2} + r \vec{I} \sqrt{2} + j L \omega \vec{I} \sqrt{2}$ , «  $\sqrt{2}$  » figure dans tous les termes. On peut donc au choix le laisser ou le supprimer.

9.8 La machine n'étant pas saturée  $\varphi = k j$ .  
 $\varphi_j$  est le flux parcourant le tube sous l'action du seul courant  $j$ .  
 $\varphi_I$  est le flux parcourant le même tube sous l'action du seul courant  $I$ .  
 $\varphi_r$  est le flux parcourant le même tube sous l'action de  $j$  et  $I$ . Le théorème de superposition s'applique.

**EXERCICES**

9.1 
$$\begin{cases} E \cos \theta = V + L\omega_s I \sin \varphi \\ E \sin \theta = L\omega_s I \cos \varphi \end{cases} \text{ donc } I \cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U}$$

$$\sin \theta = L\omega_s \frac{P}{\sqrt{3}UE} = 18,5 \frac{600 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 5\,500 \times 3\,300} = 0,612$$

$$\implies \cos \theta = 0,791$$

De là,  $I \sin \varphi = \frac{E_v \cos \theta - V}{L\omega_s} = 32,8 \text{ A}$  et  $I \cos \varphi = 105 \text{ A}$   
 $\implies$  d'où  $\tan \varphi = 0,313$ .  
 Conclusion :  $I = 110 \text{ A}$  et  $\cos \varphi = 0,954$ .

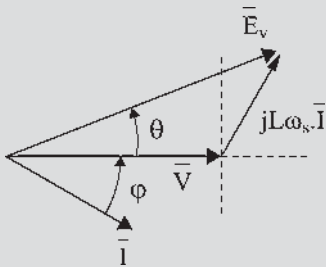


Figure 9.15

9.2 1) En court-circuit  $E_{cc} = Z_{CC} I_{CC} \implies k_e j = Z_{CC} k_{CC} j$  avec  $k_e = 18,28$  et  $k_{CC} = 11$ , donc  $Z_{CC} = \frac{k_e}{k_{CC}} = 1,66 \Omega$ . De plus la résistance  $R$  d'un enroulement est  $R = \frac{r}{2} = 0,25 \Omega$  et  $Z_{CC} = \sqrt{R^2 + (L\omega_s)^2}$  soit  $L\omega_s = 1,64 \Omega$ .

2)  $N = 500 \text{ tr/min}$  ;  $U = 380 \text{ V}$  ;  $I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} \times 380} = 120 \text{ A}$  ;  
 $\cos \varphi = 0,8 \text{ AR} \neq \vec{E}_v = \vec{V} + R \vec{I} + j L \omega_s \vec{I} \implies E_v e^{j\theta} = V + R I e^{-j\varphi} + j L \omega_s I e^{j(-\varphi + \frac{\pi}{2})}$   
 On projette :  

$$\begin{cases} E \cos \theta = V + R I \cos \varphi + L \omega_s I \sin \varphi = 361 \text{ V} \\ E \sin \theta = -R I \sin \varphi + L \omega_s I \cos \varphi = 139 \text{ V} \end{cases}$$
  
 d'où :  $E = 387$ ,  $\theta = 21^\circ$  et  $j = \frac{E}{k_e} = 21,2 \text{ A}$ .

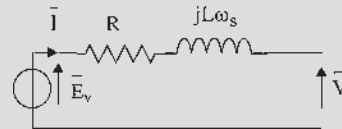


Figure 9.16

9.3  $E \cos \theta = V + L\omega_s I \sin \varphi = V + L\omega_s \frac{P}{\sqrt{3}U} \tan \varphi$   
 et  $E \sin \theta = L\omega_s I \cos \varphi = L\omega_s \frac{P}{\sqrt{3}U}$   
 $\varphi = 0$  :  $E^2 = V^2 + \left( L\omega_s \frac{P}{\sqrt{3}U} \right)^2$ ,  $E = 8\,240 \text{ V}$  et  $j = 130 \text{ A}$   
 $\cos \varphi = 0,8 \text{ AR}$  :  $E \cos \theta = 10\,290$   
 et  $E \sin \theta = 5\,250$   
 d'où  $E = 11\,550 \text{ V}$  et  $j = 182 \text{ A}$ .  
 $\cos \varphi = 0,8 \text{ AV}$  :  $E \cos \theta = 2\,410$   
 et  $E \sin \theta = 5\,250$   
 d'où  $E = 5\,578 \text{ V}$  et  $j = 91 \text{ A}$ .

**CHAPITRE 10**

**QUESTIONS**

- 10.1 Mettre en place un régulateur de vitesse sur la turbine permettant de diminuer la pression du jet si la vitesse augmente.
- 10.2 Prenons la machine bipolaire équivalente développant sur  $2\pi$  une paire de pôles de la machine hexapolaire.

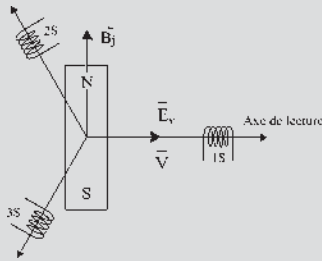


Figure 10.8

10.3 Le robinet de débit de la turbine permet de régler la vitesse de rotation du groupe. Le courant d'excitation permet de régler  $E_v = \frac{Mj\omega}{\sqrt{2}}$  en tenant compte de  $\omega$ .

10.4 Le régulateur agit sur le débit de la turbine pour maintenir la vitesse  $\omega$  constante :  $\omega_s = \text{cste}$  ;  
 $\tan \varphi = \frac{L_c \omega_s}{R_c} = \text{cste}$  ;  $\zeta = \text{cste}$ .

Le théorème de Thalès appliqué à  $jL_c \omega_s \bar{I}$  et  $jL \omega_s \bar{I}$  montre qu'alors  $\theta = \text{cste}$ . Le courant d'excitation permet de régler  $E_v = \frac{M \omega_s j}{\sqrt{2}}$ . Quand  $j$  varie, le point  $M$  reste sur la droite  $\overrightarrow{OM} = \vec{u}_1 E_v e^{j\theta}$ ,  $j$  règle donc à la fois  $V$ ,  $I$  et les puissances  $P = 3VI \cos \varphi$  et  $Q = 3VI \sin \varphi$ .

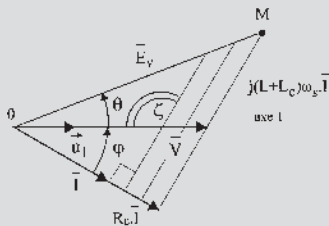


Figure 10.9

EXERCICES

10.1 Si l'on règle la manette de la turbine, on règle la valeur du couple  $C_t$  donnant sur la figure un déplacement de la droite  $(\Delta)$  parallèlement à elle-même. La courbe  $(\gamma)$  d'équation  $C_{em} = -\frac{3}{2} R_c M^2 j^2 \frac{1}{\frac{R_c^2}{\omega} + (L_c + L)^2 \omega}$  est une courbe fixe pour  $j = \text{cste}$ .  
 Le réglage de  $C_t$  par déplacement de la droite sans toucher à  $j$  permet de déplacer le point  $M$  sur la courbe  $(\gamma)$ . Le réglage de  $j$ , sans toucher à la manette de la turbine, impose  $C_t = \text{cste}$ . La droite  $(\Delta)$  est donc fixe. Par

réglage de  $j$ , la courbe  $(\gamma)$  se déforme en gardant la même allure.  $C_{em}(0) = 0$  et  $C_{em}(\infty) \rightarrow 0$ .

Seul le couple maximal,  $C_{em} = -\frac{3}{4} \frac{M^2 j^2}{(L_c + L)}$ , obtenu

pour la valeur  $\omega = \frac{R_c}{(L_c + L)} = \text{cste}$ , est réglable par  $j$ .

Le point  $M$  se déplace sur la droite  $(\Delta)$  fixe. En fonctionnement générateur  $P_{em} = -C_{em} \omega > 0$ ,  $P_{em} = \text{cste}$  est une hyperbole. En diminuant  $j$  pour que  $(\gamma)$  passe par  $M'$  et en diminuant  $C_{em}$  pour que  $\Delta$  passe par  $M'$ .

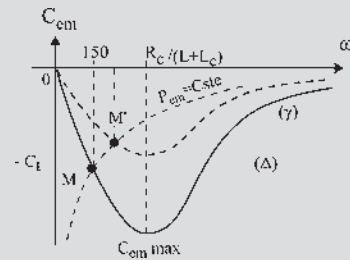


Figure 10.10

10.2  $MH = E_v \sin \theta = L \omega I \cos \varphi$  ;  
 $AK = V \sin \theta = L \omega I \cos \psi$   
 d'où  $E_v = \frac{L \omega I \cos \varphi}{\sin \theta}$  et  $I \cos \psi = \frac{V \sin \theta}{L \omega}$ .

En multipliant les deux membres par  $3E_v$ ,  
 $3E_v I \cos \psi = P_{em} = \frac{V \sin \theta}{L \omega} 3 \frac{L \omega}{\sin \theta} I \cos \varphi$   
 $= 3VI \cos \varphi = P$

On peut aussi découper de la surface  $E_v \cdot \overline{AK}$  tout ce qui dépasse de la surface  $V \cdot \overline{MH}$  pour montrer l'égalité des surfaces en comblant la surface restante non couverte de  $V \cdot \overline{MH}$ . On peut retrouver cela en écrivant :

$$V \cdot \overline{MH} = E_v \cdot \overline{AK} = L \omega VI \cos \varphi = \frac{L \omega}{3} P = \frac{L \omega}{3} P_{em}$$

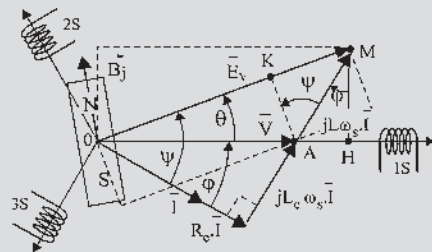


Figure 10.11



10.3

1. En court-circuit :  $I_{CC} = \frac{E}{L\omega}$  soit  $L\omega = \frac{E_v}{I_{CC}}$   
 $= \frac{87,5 \cdot j}{343 \cdot j} = 255 \text{ m}\Omega$ .

2.

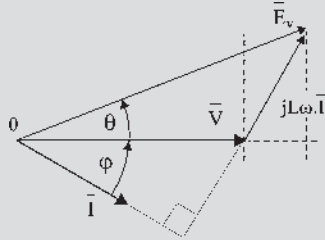


Figure 10.12

3. F.é.m. à vide :

$$\vec{E} = \vec{V} + jL\omega\vec{I} \Rightarrow \begin{cases} E \cos \theta = V + L\omega I \sin \varphi \\ E \sin \theta = L\omega I \cos \varphi \end{cases}$$

$I_n = 434 \text{ A} ; V = 115 \text{ V} .$   
 $E \sin \theta = 99,6 \text{ V}$   
 $E \cos \theta = 163,8 \text{ V}$  }  $E = 191,7 \text{ V}$

$$\Rightarrow I_{ex} = \frac{191,7}{87,5} = 2,2 \text{ A} .$$

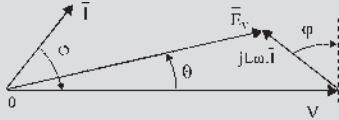


Figure 10.13

4. Fonctionnement sur charge variable ;  $\cos \varphi = 0,9$  AV ;  $I_{ex} = 1,35 \text{ A}$  ;  $I$  est en avance sur  $V$ ,  $\varphi < 0$

$$\begin{cases} E \cos \theta = V + L\omega I \sin \varphi \\ E \sin \theta = L\omega I \cos \varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow E^2 = V^2 + 2VL\omega I \sin \varphi + L^2\omega^2 I^2$$

5.  $f(V, I) = V^2 + a.V.I + b.I^2 - c = 0$  (équation d'une ellipse).

Afin d'assurer une tension  $V = 115 \text{ V} = \text{cste}$  en sortie de l'alternateur, on peut agir sur la f.é.m. à vide et donc sur  $j$  et  $\theta$ .

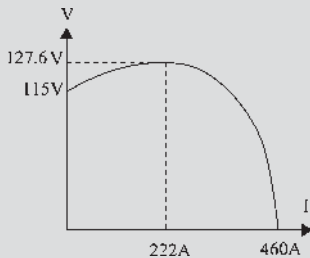


Figure 10.14

CHAPITRE 11

QUESTIONS

- 11.1 Il faut obtenir des f.é.m. triphasées, de même sens de rotation, de même amplitude, de même pulsation et de même phase.
- 11.2 Il faut dérégler légèrement la vitesse de rotation :  $\omega \neq \omega_s$ . Les trois lampes se mettent à battre simultanément à la pulsation  $\omega - \omega_s$ .
- 11.3  $E_v$  en avance par rapport à  $V$  : la machine fonctionne en générateur. Elle fournit de la puissance active au réseau.  $I$  en retard par rapport à  $V$  : la machine fonctionne en générateur de puissance active et elle fournit de la puissance réactive au réseau.
- 11.4 Oui. Les réglages de  $P$  et de  $Q$  sont indépendants. Pour augmenter  $Q$  il suffit de surexciter davantage la machine.
- 11.5 Oui. On règle  $P$  par la turbine et  $Q$  par l'excitation.
- 11.6 Non. Dans un fonctionnement moteur, la charge placée sur l'arbre impose son couple. Par exemple si le couple est constant, le point  $M$  ne peut se déplacer que sur la droite  $C = \text{cste}$ . En moteur on ne dispose que du réglage de l'excitation  $j$  pour se déplacer continûment sur la droite.
- 11.7 Non.  $-C_{em}.\omega_s = 3E_v I \cos \psi = P_{em}$ .  
Sur le diagramme  $E_v \cos \psi = V \cos \varphi$  d'où  $-C_{em}.\omega_s = 3VI \cos \varphi = P = -C.\omega_s$ .
- 11.8 Les impositions sont  $V = \text{cste}$  et  $\omega_s = \text{cste}$ . Une baisse de tension dans un dispatching (poste de contrôle du réseau) demande une réaction rapide : production de puissance réactive et soutien de puissance active aux points pilotes si le phénomène persiste. Une baisse de fréquence traduit un manque de puissance active.

EXERCICES

11.1 1. Au point nominal :

$$P_n = S_n \cos \varphi_n = 80 \text{ MW} \Rightarrow$$

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = 2887 \text{ A}$$

Et donc  $Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi = 60 \text{ MVAR}$ .

D'autre part, on a pour l'alternateur :  $\vec{E} = \vec{V} + jL\omega_s \vec{I}$   
 et en projection (figure 11.6) on obtient

$$\begin{cases} E \cos \theta = V + L\omega_s I \sin \varphi = 25\,404 \text{ V} \\ E \sin \theta = L\omega_s I \cos \varphi = 18\,477 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow \text{A.N. : } \\ E = 31\,413 \text{ V}$$

Si on raisonne en linéaire  $j = 300 \text{ A} \Rightarrow E = V_n$  et  
 $E = 2,7V_n \Rightarrow j = 2,7 \times 300 \text{ A}$  donc  $j = 816 \text{ A}$ .

2. L'alternateur délivre  $P = 50 \text{ MW}$  pour  $\cos \varphi = 1$ .

Courant de ligne :  $P = \sqrt{3}UI$  soit  $I = 1\,443 \text{ A}$

Courant d'excitation :  $E = 16\,330 \text{ V} = 1,4V_n$  soit  $j = 424 \text{ A}$ .

Couple sur l'arbre :  $P = C\Omega$  et s'il n'y a pas de pertes,

$$C = 318 \text{ kNm}$$

Limites de puissance réactive :

Limite 1 :

$$E_{1 \max} \text{ soit à } \Omega = \text{cste} \quad j = j_{\max} = 816 \text{ A} \Rightarrow \\ E = 31\,413 \text{ V}$$

On a  $Q > 0$ , la machine est surexcitée.

$$\begin{cases} E \cos \theta = V + L\omega_s I \sin \varphi = 25\,404 \text{ V} \\ E \sin \theta = L\omega_s I \cos \varphi = 18\,477 \text{ A} \end{cases}$$

$$\text{A.N. } \sin \theta = 0,367 \Rightarrow \theta = 21,6^\circ$$

$$I \sin \varphi = 2\,208 \text{ A} \text{ et } I \cos \varphi = 1\,443 \text{ A} \Rightarrow$$

$$I = 2\,638 \text{ A}$$

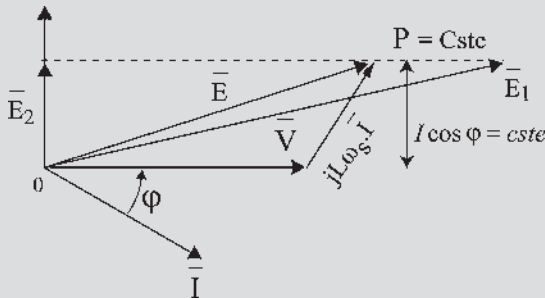


Figure 11.20

Limite 2 :  $\theta = \frac{\pi}{2}$  la machine est sous-excité

$$\begin{cases} V_n = -L\omega_s I \sin \varphi \\ E = \frac{L\omega_s P}{\sqrt{3}U_n} = L\omega_s I \cos \varphi \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} I \sin \varphi &= -1\,443 \text{ A} \\ I \cos \varphi &= 1\,443 \text{ A} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = 2\,041 \text{ A} \text{ et}$$

$$E = 11\,547 \text{ V} = V_n \Rightarrow j = j_0 = 300 \text{ A}.$$

3. La puissance réactive est maximale  
 $Q = Q_{\max} = \sqrt{3}UI \sin \varphi$ , lorsque  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  soit

$$\theta = 0 \Rightarrow E = V + L\omega_s I. \text{ De plus } \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$P = 0 \text{ donc } Q_{\max} = \sqrt{3}UI_{\max}.$$

$$j = j_{\max} = 816 \text{ A} = 2,72 \times j_0 \Rightarrow E = 2,72 \times V_n \text{ et}$$

$$I = \frac{E - V_n}{L\omega_s} = 2\,482 \text{ A}$$

$$\text{Donc } Q_{\max} = \sqrt{3}UI_{\max} = 86 \text{ MVAR}.$$

**11.2** 1. Intensité en ligne :  $j = 1,6j_0$ . Si on raisonne en linéaire alors  $E = 1,6E_v$ ,  $E_v$  étant la valeur nécessaire de la f.é.m. pour l'accrochage sur le réseau soit

$$E_v = V_n = \frac{20 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 11\,547 \text{ V}, \text{ donc } E = 1,6V_n.$$

L'équation électrique en régime permanent s'écrit :  
 $\vec{E} = \vec{V} + jL\omega_s \vec{I}$ .

Par projection  $\begin{cases} E \cos \theta = V + L\omega_s I \sin \varphi \\ E \sin \theta = L\omega_s I \cos \varphi = L\omega_s \frac{P}{\sqrt{3}U_n} \end{cases}$

$$1,6V_n \sin \theta = L\omega_s \frac{P}{\sqrt{3}U_n} \text{ d'où } \sin \theta = 0,417 \text{ et } \\ \theta = 24,7^\circ.$$

$$\text{D'où } I \cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_n} 2\,887 \text{ A et } I \sin \varphi =$$

$$\frac{V_n}{L\omega_s} (1,6 \cos \theta - 1) = 1\,964 \text{ A} \Rightarrow I = 3\,492 \text{ A}.$$

Facteur de puissance : On a besoin de connaître le signe algébrique de  $Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$ .  $\sin \varphi = \frac{V_n}{IL\omega_s}$

$(1,6 \cos \theta - 1) > 0$  donc  $Q > 0$ , la machine est surexcitée, soit  $\cos \varphi \text{ AR} \Leftrightarrow P$  et  $Q$  de même signe  $\Rightarrow$

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_n I} = 0,83.$$

Limite de stabilité : Si on néglige toutes les pertes d'un alternateur alors la puissance électromagnétique convertie sur l'arbre est  $P = \sqrt{3}UI \cos \varphi = \frac{3VE}{L\omega_s} \sin \theta$ .  $V$  et

$L\omega_s$  sont fixées, on peut agir sur  $E$  et  $\sin \theta$ . L'alternateur doit pouvoir convertir la puissance mécanique  $P_{\text{méca}}$  disponible sur l'arbre en puissance électromagnétique  $P_{\text{em}}$ .

Première limite de stabilité :  $P_{\text{méca}} = P_{\text{em max}}$  soit à  $j$  fixé  $P_{\text{em max}} \Rightarrow \sin \theta = 1$  soit  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . A.N.

$$P = \frac{3 \times 1,6 \times V \times V}{L\omega_s} = U_n^2 \frac{1,6}{L\omega_s} = 240 \text{ MW}$$

Seconde limite de stabilité : on coupe l'excitation,  $P_{em} = 0$ , ce qui correspond à une limite du modèle, on ne décroche pas.

2. On a toujours  $j = 1,6j_0$  c'est-à-dire  $E = 1,6E_v$  et on souhaite imposer  $\cos \varphi = 1$  en agissant sur la turbine, c'est-à-dire en agissant sur la puissance mécanique sur l'arbre. Les équations deviennent alors :

$$E \cos \theta = V \text{ or } E = 1,6V_n \text{ soit } \cos \theta = \frac{1}{1,6} \implies$$

$$\theta = 51,3^\circ$$

$$\sin \theta = L\omega_s I = \frac{L\omega_s P}{1,6U_n^2} \implies$$

$$P = 1,6U_n^2 \frac{\sin \theta}{L\omega_s} = 187 \text{ MW}$$

Si on néglige les pertes :  $P_{fournie} = P_{arbre} = C\Omega$  soit

$$C = \frac{P}{\Omega} = 596 \text{ kNm}$$

3. On souhaite imposer  $\cos \varphi = 0,958$  AV soit  $P > 0$  et  $Q < 0$ .

$$C = 596 \text{ kNm} \implies P = 187 \text{ MW} = \sqrt{3}UI \cos \varphi$$

soit  $I = 5638 \text{ A}$

$$\begin{cases} E \cos \theta = V + L\omega_s I \sin \varphi \\ E \sin \theta = L\omega_s I \cos \varphi \end{cases}$$

$$\text{A.N. : } \begin{cases} E \cos \theta = 14423 \text{ V} \\ E \sin \theta = 7230 \text{ V} \end{cases} \implies E = 16133 \text{ V}$$

et donc  $j = 1,4j_v$

## CHAPITRE 12

### QUESTIONS

12.1  $P = 3VI \cos \varphi = -C\omega$ . De plus d'après le diagramme à réactance constante  $L\omega I \cos \varphi = E_v \cdot \sin \theta$

$$= \frac{M\omega j}{\sqrt{2}} \sin \theta \implies I \cos \varphi = \frac{M\omega j \sin \theta}{\sqrt{2} L\omega}$$

D'où  $P = 3V \frac{M\omega j \sin \theta}{\sqrt{2} L\omega} = -C\omega$  et donc

$$C = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{Mj}{L\omega} V \sin \theta$$

12.2  $\vec{C}_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I} S_{am})$

d'amplitude

$$C_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \sin(\vec{B}_j, \vec{I}) = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \sin(\psi')$$

or  $B_j S_{am} = \phi_{am} = M \cdot j$

d'où  $C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} M \cdot j \cdot I \sin(\psi')$

12.3  $P_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I} S_{am}) \vec{\omega} = -\vec{C}_{em} \vec{\omega} \implies$

$$P_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \sin(\vec{B}_j, \vec{I})$$

$$\vec{C}_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I} S_{am}) \implies$$

$$C_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \sin(\vec{B}_j, \vec{I})$$

$$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \cdot \vec{I} S_{am}) \omega \implies$$

$$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \cos(\vec{B}_j, \vec{I})$$

Dans le moteur Brushless,  $(\vec{B}_j, \vec{I}) = -\psi' = +\frac{\pi}{2}$  d'où :

$P_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega < 0$  fonctionnement moteur absorbant de la puissance active.

$C_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} > 0$  moteur fonctionnant au couple maximal.

$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega = 0$  aucune énergie réactive.

Réaction transversale.

12.4 On peut changer la vitesse de rotation en réglant l'amplitude du moment du couple

$$C = -\frac{3}{\sqrt{2}} \frac{Mj}{L\omega_s} V \sin \theta \text{ pour une alimentation en tension.}$$

$$C = -\frac{3}{\sqrt{2}} Mj I \sin \psi' \text{ pour une alimentation en courant}$$

En augmentant le moment du couple,  $C + C_m = J \frac{d\omega}{dt}$ , la machine accélère. Simultanément, l'autopilotage assure l'augmentation de la vitesse angulaire de rotation et de la pulsation de l'alimentation.

EXERCICES

**12.1** La machine étant excitée et mise en rotation, les bobines rotoriques tournent dans un champ de direction fixe et sont, d'après la loi de Faraday, sources de f.é.m. alternatives sinusoïdales de pulsation toujours égale à la vitesse angulaire électrique de rotation du rotor. Comme dans le cas d'une machine synchrone en fonctionnement autonome, il ne peut y avoir de décrochage. Le décrochage ne se produit que pour des machines synchrones accrochées au réseau où l'on doit réaliser en permanence l'égalité : pulsation  $\omega_s$  = vitesse angulaire électrique de rotation  $\omega$ . Dans la machine à courant continu, l'autopilotage est donc réalisé directement. Les balais frottant sur le collecteur, positionnés dans l'axe  $q$ , sont les capteurs de position permettant de donner aux bornes des balais  $A$  et  $B$  la f.é.m. instantanée maximale par rapport à la génération sinusoïdale précédente. Le dispositif balais/collecteur permet de donner en permanence aux bornes des balais  $A$  et  $B$  la f.é.m. maximale précédente. Cette f.é.m. maximale « commutée » est d'autant plus constante qu'il y a de lames au collecteur. Dans une machine synchrone autopilotée à commutation électronique, il n'y aura pas cette constance, seule la tension moyenne sera constante due au fait du nombre limité de thyristors.

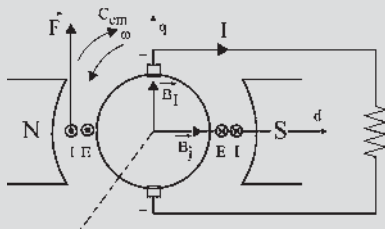


Figure 12.19

Dès que cette somme de tensions, « commutée continue constante », est branchée sur une charge résistive, elle débite un courant  $I$  continu. En générateur,  $E$  et  $I$  sont de même sens. La loi de Laplace appliquée aux fils actifs situés dans l'axe  $d$  montre que la force  $F$  crée un couple électromagnétique  $C_{em}$ . En générateur  $C_{em}$  et  $\omega$  sont opposés. La machine à courant continu est une machine synchrone autopilotée à commutation électromécanique.

- 12.2**
1. Du diagramme des tensions, on tire :  
 $V \cos \varphi = E_v \cos \psi$ .
  2. La puissance fournie au pont est  $U_0 I_0$ . La puissance mise en jeu dans le moteur est due au fondamental du courant.

- 3)  $C = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} k_1 j I_0 \cos \varphi \rightarrow C = 2,13 I_0$ . Le courant  $I_0$  est imposé par le couple.
- 4)  $U_0 = 2,34 E \cos \psi$ . Avec  $E = k_1 j \Omega \rightarrow U_0 = K' \Omega$ . Avec  $j$  constant  $\rightarrow \Omega = 0,47 U_0$ .
- 5) Tout comme pour la machine à courant continu à excitation indépendante, le moment du couple est lié au courant tandis que la vitesse est reliée à la tension.

CHAPITRE 13

QUESTIONS

- 13.1**  $\varphi_r = \varphi_i + \varphi_j$ , on décompose en 2 tubes de flux.  $\varphi_r \neq \varphi_i + \varphi_j$  chacun des flux  $\varphi_i$  et  $\varphi_j$  occupe à lui seul tout le tube. Avec les deux flux, il peut y avoir saturation.
- 13.2** Le courant  $j$  excite le rotor d'où une f.m.m. fixe le long du rotor. Le rotor tourne à  $\omega_s$ ,  $\vec{j}$  est donc le vecteur d'une f.m.m. tournante pour un observateur stator.
- 13.3** Parce que  $i$  est une projection de  $\vec{I}$  décomposable sur 2 axes quelconques, par exemple perpendiculaires, axes  $d$  et  $q$ .
- 13.4**  $E_v$  à  $\frac{\pi}{2}$  électrique  $AR$  par rapport au pôle Nord  
 $\psi = 0 \iff I$  et  $E_v$  en phase  $\implies \vec{I}$  et  $\vec{B}_l$  en phase.  
Le flux est transversal  $\phi_{tr}$ .  
On a un fonctionnement générateur, le couple s'oppose à  $\omega_s$ .

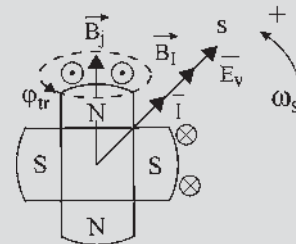


Figure 13.52

- 13.5**  $\bar{\phi}_j \rightarrow \bar{E}_v$  à  $\frac{\pi}{2} AR$  ;  $\bar{\phi}_{TR} \rightarrow \bar{E}_{TR}$  à  $\frac{\pi}{2} AR$  ;  
 $\bar{\phi}_{lL} \rightarrow \bar{E}_{lL}$  à  $\frac{\pi}{2} AR$   
 $\vec{C}_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I}_{tr} S_{am})$

$$C_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j S_{am} I_{tr} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

or  $B_j S_{am} = Mj = \phi_{am}$

d'où  $C_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} Mj I_{tr}$  et  $I_{tr} = I \cos \psi$ .

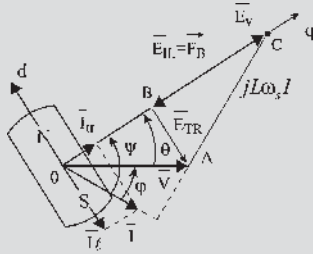


Figure 13.53

13.6 
$$\left. \begin{aligned} P_{em} &= 3E_v I \cos \psi \\ E_v &= \frac{S_{am} B_j \omega}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} P_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \sin \psi' \text{ avec}$$

$\psi' = \psi + \frac{\pi}{2}$ ;  $\psi' = (\vec{I}; \vec{B}_j)$

d'où 
$$P_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{I} \wedge \vec{B}_j) \cdot \vec{\omega} = -\vec{C}_{em} \cdot \vec{\omega} \implies \vec{C}_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{I} \wedge \vec{B}_j) = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I})$$

De plus  $\vec{I} = \vec{I}_{tr} + \vec{I}_{\ell}$  avec  $\vec{I}_{tr}$  perpendiculaire à  $\vec{B}_j$  et  $\vec{I}_{\ell}$  en phase avec  $\vec{B}_j$ .

Donc 
$$\vec{C}_{em} = \frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \wedge \vec{I}_{tr} S_{am})$$

13.7 
$$Q_{em} = 3E_v I \sin \psi = \frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \sin \psi$$
  

$$= -\frac{3}{\sqrt{2}} B_j I S_{am} \omega \cos \psi' = -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \cdot \vec{I} S_{am}) \omega$$

De plus  $\vec{I} = \vec{I}_{tr} + \vec{I}_{\ell}$  donc 
$$Q_{em} = -\frac{3}{\sqrt{2}} (\vec{B}_j \cdot \vec{I}_{\ell} S_{am}) \omega$$

13.8 
$$\vec{E}_{TR} = -j\omega_s \vec{\phi}_{TR} = -j\omega_s L_q \vec{I}_{tr} = -jX_q \vec{I}_{tr}$$
  

$$\vec{E}_{IL} = -j\omega_s \vec{\phi}_{IL} = -j\omega_s L_d \vec{I}_{\ell} = -jX_d \vec{I}_{\ell}$$

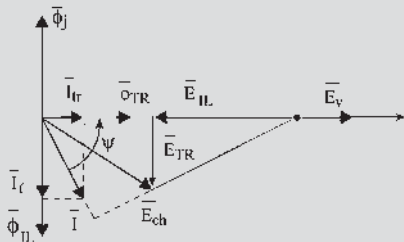


Figure 13.54

EXERCICES

13.1  $V \sin \theta = L_q \omega_s I \cos \psi = X_q I \cos \psi$

$V^2 \sin 2\theta = 2V \sin \theta \cdot V \cos \theta$

$= 2X_q I \cos \psi (E_v - X_d I \sin \psi)$

$$C = -q_1 \frac{X_q}{X_d} \left[ \frac{E_v I \cos \psi}{\omega_s} + X_d I \cos \psi (E_v - X_d I \sin \psi) \left( \frac{X_d - X_q}{X_d X_q \omega_s} \right) \right]$$

$$C = -q_1 \frac{X_q}{X_d} \left[ \frac{E_v I \cos \psi}{\omega_s} + \frac{E_v X_d I \cos \psi (X_d - X_q)}{X_d X_q \omega_s} - X_d^2 I^2 \cos \psi \sin \psi \frac{X_d - X_q}{X_d X_q \omega_s} \right]$$

$$C = -q_1 \frac{X_q}{X_d} \left[ \frac{E_v I \cos \psi}{\omega_s} + \frac{X_d E_v I \cos \psi}{X_q \omega_s} - \frac{E_v I \cos \psi}{\omega_s} - \frac{X_d I^2 \sin 2\psi}{2} \frac{X_d - X_q}{\omega_s} \right]$$

d'où 
$$C = -q_1 \frac{E_v I \cos \psi}{\omega_s} + q_1 \frac{I^2}{2\omega_s} \sin 2\psi (X_d - X_q)$$

13.2 1)  $I_d = I \sin \psi$  et  $I_q = I \cos \psi$

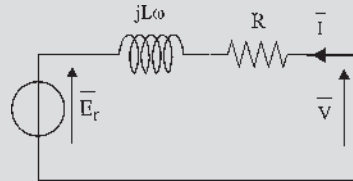


Figure 13.55

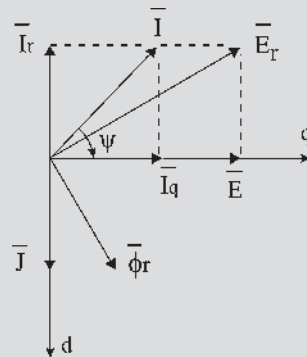


Figure 13.56

2)  $P_{em} = \text{Re}(3\vec{E}_r \vec{I})$  avec  $\vec{E}_r = j\omega \phi_r$  et  $\phi_r = \phi_d + j\phi_q$ ,  
 $\phi_d = \phi_j + L_d I_d$  et  $\phi_q = L_q I_q$  d'où  $\vec{E}_r = j\omega \phi_d - \omega \phi_q$  et  
 $P_{em} = \text{Re}[3(j\omega \phi_d - \omega \phi_q)(I_d - jI_q)] = 3\omega(\phi_d I_q - \phi_q I_d)$ .

3.  $P_{em} = 3\omega(\phi_d I_q - \phi_q I_d)$  d'où  $C = 3p(\phi_d I_q - \phi_q I_d)$  avec  $p$  le nombre de paires de pôles au stator.

$$P_{em} = 3\omega(\phi_d I_q - \phi_q I_d)$$

$$P_{em} = 3\omega \left( (\phi_j + L_d I \sin \psi) I \cos \psi - L_q I^2 \cos \psi \sin \psi \right) = 3\omega \left( \phi_j I \cos \psi + (L_d - L_q) I^2 \cos \psi \sin \psi \right)$$

$$P_{em} = 3\omega \left( \phi_j I \cos \psi + \left( \frac{L_d - L_q}{2} \right) I^2 \sin 2\psi \right).$$

Et donc :

$$C = 3p \left( \phi_j I \cos \psi + \left( \frac{L_d - L_q}{2} \right) I^2 \sin 2\psi \right) = 3p \left( K_j I \cos \psi + \left( \frac{L_d - L_q}{2} \right) I^2 \sin 2\psi \right).$$

Le couple se décompose suivant deux termes : un couple dit « synchrone » correspondant au couple de la machine sans saillance et un couple réactant.

$$4) I = 500 \text{ A} ; j = 175 \text{ A} ; L_d = 0,950 \text{ mH} ; L_q = 0,700 \text{ mH} ; \phi_j = 0,589 \text{ Wb} \Rightarrow 2650 + 281,25 \sin 2\psi$$

Le couple est maximal pour  $\psi = 11,3^\circ$ , sa valeur est alors de 2707 Nm.

- 13.3** 1) L'expression de la puissance électromagnétique  $P_e = 3\omega(\phi_d I_q - \phi_q I_d)$  et du couple  $C = 3p(\phi_d I_q - \phi_q I_d)$  restent inchangées, mais il n'y a plus de linéarité entre courants et flux, il faut séparer les ampères-tours sur les axes longitudinal et transversal et en déduire les flux.
- 2) Sur l'axe  $q$  on a  $\bar{T}_q$  et sur l'axe  $d$  on a  $\bar{T}_{ed} = J + \alpha I \sin \psi$ .
- 3) Pas de saturation sur  $q$ ,  $\phi_q = L_q I_q = L_q I \cos \psi$  et sur  $d$  on utilise l'expression analytique du flux sur l'axe longitudinal donnée avec la caractéristique à vide  $\phi_d = a + b I_{ed} + c I_{ed}^2 + d I_{ed}^3 + e I_{ed}^4$ .
- 4) La démarche est la même que pour l'exercice 13.2, on calcule  $\phi_d, \phi_q, I_d, I_q$  connaissant  $I, J, \psi$  puis le couple  $C = 3p(\phi_d I \cos \psi - L_q I^2 \cos \psi \sin \psi)$ .

## CHAPITRE 14

### QUESTIONS

- 14.1** Le rotor est la structure « excitante ». Le couple s'écrit :  $\vec{C} = \vec{M} \wedge \vec{B} = \text{volume} \cdot \chi \vec{H}_m \wedge \vec{B}$ . La structure « excitée » est à pôles saillants d'axes  $d$  et  $q$  ;  $\vec{H}_m = \vec{H}_d + \vec{H}_q$  d'où pour la structure excitée  $\vec{B}_d$  et  $\vec{B}_q$  avec  $B_d \gg B_q$  d'où  $\vec{B}_d + \vec{B}_q = \vec{B}$  non colinéaire à

$\vec{H}_m$  et plus proche de l'axe  $d$  que  $\vec{H}_m$ .

Position finale d'équilibre  $\theta = 0$ ,  $\vec{H}_m$  et  $\vec{B}$  colinéaires.

$$14.2 \quad C = \frac{\delta_{(\text{coénergie})}}{\delta \theta} \Big|_{\xi=ni=\text{cste}} = \frac{\delta \left( \frac{1}{2} L i^2 \right)}{\delta \theta} \Big|_{i=\text{cste}} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}.$$

Le travail élémentaire  $C \cdot d\theta = \frac{1}{2} i^2 dL$  n'étant pas nul, il y a déplacement spontané où  $C$  et  $d\theta$  sont obligatoirement de même signe  $C \cdot d\theta > 0$ .

$dL > 0$  : c'est la règle de l'inductance maximale, plus connue ( $i$  étant constant) sous le nom de règle du flux maximal :  $\phi = Li$  maximal.  $L$  maximal ou  $\frac{dL}{d\theta} = 0$  s'obtient pour  $\theta = 0$ .  $L_{\max} = L_d$ . Le rotor se place de telle sorte que  $\vec{H}_m$  soit sur l'axe  $d$ .

$$14.3 \quad P_{em} = q_1 E_v I \cos \psi = -C_{em} \omega_s$$

Dans une machine synchrone à pôles saillants  $C < 0$  en générateur.

$$C = -\frac{q_1 E_v I}{\omega_s} \cos \psi + \frac{q_1 I^2}{2\omega_s} (X_d - X_q) \sin 2\psi$$

$C = C_{em} + C_{réactance}$  et  $P = -C\omega_s$ . Pour que les couples s'ajoutent, il faut que la machine soit sous-excité :  $\frac{3\pi}{2} < \psi < 2\pi$  et  $3\pi < 2\psi < 4\pi$ . La génératrice doit absorber du réactif.

**14.4** Pour équilibrer les forces électrodynamiques par rapport à l'axe de rotation.

$$14.5 \quad \text{Stator 100 dents : pas dentaire } \frac{360^\circ}{100} = 3,6^\circ \text{ et } \frac{100}{8} = 12,5 \text{ dents par bobine.}$$

$$\text{Rotor 102 dents : pas dentaire } \frac{360^\circ}{102} = 3,53^\circ \text{ et } \frac{102}{8} = 12,75 \text{ dents par bobine.}$$

À chaque commutation, le rotor tourne de  $12,75 \cdot (3,6 - 3,53) = 0,89^\circ$  ce qui correspond à 404 pas par tour.

**14.6** Non, la symétrie par rapport à l'origine implique que deux champs statoriques  $\vec{B}_i$  d'une machine à réductance, décalés de  $\pi$  entraînent le même fonctionnement.

**14.7** Un autopilotage est comparable à un embiillage de roues d'une locomotive à vapeur. Dans les machines autopilotées, la pulsation est imposée, égale à la vitesse angulaire de rotation. Dans un asservissement la vitesse angulaire de rotation réelle serait comparée à une vitesse « de référence ». La différence appelée « erreur » agirait directement sur le couple pour annuler cette erreur.

14.8 Il faut obligatoirement magnétiser la structure. Or il n'y a pas de courant inducteur.  $E_v = 0$  dans le diagramme de Blondel. La magnétisation provient alors de  $\bar{E}_{IL}$  d'axe  $q$  d'où  $\bar{I}_l$  d'axe  $d$ .

EXERCICES

14.1 1) En supposant l'entrefer très petit, on peut négliger les effets de bords sur la denture, et considérer les lignes de champs variables dans l'entrefer.  $S(\theta)$  représente alors la surface de denture stator en regard avec les dents du rotor pour un pôle. Cette surface dépend de l'angle  $\theta$  :

$$0 < \theta < \frac{\pi}{N_r} \implies S(\theta) = N_{sp} \frac{Rd}{N_r} (\pi - N_r \theta)$$

$$\frac{\pi}{N_r} < \theta < \frac{2\pi}{N_r} \implies S(\theta) = N_{sp} \frac{Rd}{N_r} (N_r \theta - \pi)$$

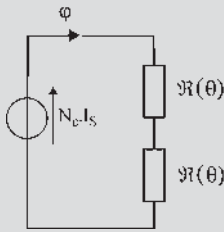


Figure 14.38

2) Valeur maximale  $L_M$  du coefficient d'inductance

$$L(\theta) : L(\theta) = \frac{N_e^2}{2\Re(\theta)} \text{ avec } \Re(\theta = 0) = \frac{\varepsilon N_r}{\mu_0 N_{sp} Rd \pi}$$

$$\text{d'où } L_M = \frac{N_e^2}{2\Re(\theta = 0)} = \frac{N_e^2 \mu_0 N_{sp} Rd \pi}{2\varepsilon N_r} = 8,73 \text{ mH.}$$

$$\text{Valeur maximale } B_M : 2\varepsilon H_m = N_e i_s \text{ or } i_s = I_{sn} \implies H_M = \frac{N_e I_{sn}}{2\varepsilon} \text{ et } B_M = \mu_0 H_M = \mu_0 \frac{N_e I_{sn}}{2\varepsilon} = 1,85 \text{ T.}$$

3) Expression du couple :  $i_s$  et  $\theta$  sont des variables d'états indépendantes.

$$C_{em} = \frac{\partial W'(i_s, \theta)}{\partial \theta} \text{ avec } W'(i_s, \theta) = \frac{1}{2} L(\theta) i_s^2$$

$$\implies C_{em} = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} \text{ avec } L(\theta) = \frac{N_e^2 \mu_0 S(\theta)}{2\varepsilon} \text{ d'où}$$

$$C_{em} = \frac{1}{2} i_s \frac{N_e^2 \mu_0}{2\varepsilon} \frac{\partial S(\theta)}{\partial \theta} \text{ et } \frac{\partial S(\theta)}{\partial \theta} = \pm \frac{Rd}{N_r} N_r$$

$$= \pm \frac{Rd}{N_r} \begin{cases} + & \leftarrow \frac{\pi}{N_r} < \theta < \frac{2\pi}{N_r} \\ - & \leftarrow 0 < \theta < \frac{\pi}{N_r} \end{cases}$$

Valeur maximale de  $C_{em}$  : avec les approximations faites,  $C_{em}$  évolue entre deux valeurs  $C_{em \max} = \frac{1}{2} I_{sn}^2 \frac{N_e^2 \mu_0}{2\varepsilon} N_{sp} Rd$ .

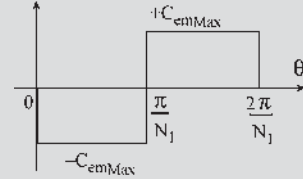


Figure 14.39

14.2 1. Expression du couple moyen :  $C_{em} = k i_s^2 \sin(N_r \theta)$

$$\text{avec } k = -\frac{1}{2} N_r \frac{L_M - L_m}{2}$$

$$C_{em} = k i_s^2 \sin^2(\omega t - \alpha) \sin(N_r \Omega t)$$

$$= k i_s^2 \frac{1}{2} (1 - \cos(2\omega t - 2\alpha)) \sin(N_r \Omega t)$$

Le couple moyen

$$C_{em \text{ moyen}} = \langle -k i_s^2 \frac{1}{2} (1 - \cos(2\omega t - 2\alpha)) \sin(N_r \Omega t) \rangle$$

$\neq 0$ . Si on est à la pulsation de synchronisme

$$2\omega = N_r \Omega \implies \omega = \omega_s = \frac{N_r \Omega}{2}$$

2. Couple moyen : on a  $\omega = \omega_s$

$$\implies C_{em \text{ moy max}} = -k I_{sn}^2 \frac{1}{4} \sin(2\alpha)$$

$$= \frac{1}{16} N_r (L_M - L_m) I_s^2 \sin(2\alpha)$$

14.3 1. Diagramme vectoriel convention récepteur

$$\begin{cases} \bar{\Phi}_{sd} = L_{sd} \bar{I}_{sd} \\ \bar{\Phi}_{sq} = L_{sq} \bar{I}_{sq} \end{cases} \text{ et } \bar{E}_s = j\omega \bar{\Phi}_s$$

$$\bar{V}_s = \bar{E}_s + R_s \bar{I}_s$$

$$\bar{\Phi}_s = \bar{\Phi}_{sd} + j\bar{\Phi}_{sq}$$

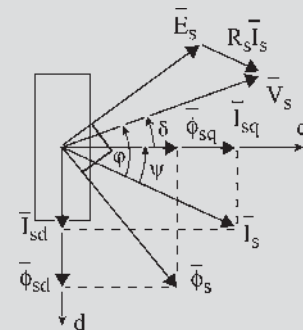


Figure 14.40

$$\vec{V}_s = V_{sd} + jV_{sq} ; \begin{cases} V_{sd} = -V_s \sin \delta \\ V_{sq} = V_s \cos \delta \end{cases} ;$$

$$\vec{I}_s = I_{sd} + jI_{sq} ; \begin{cases} I_{sd} = I_s \sin \psi \\ I_{sq} = I_s \cos \psi \end{cases} ;$$

$$\vec{E}_s = E_{sd} + jE_{sq} ; \begin{cases} E_{sd} = -\omega\phi_{sq} \\ E_{sq} = \omega\phi_{sd} \end{cases}$$

2) La machine est alimentée en courant : l'amplitude  $I_s$  et l'angle de calage  $\psi$  sont contrôlés. Le vecteur représentatif de  $I_s$  est donc positionné dans le plan  $dq$ , il est donc possible de déduire les grandeurs importantes à partir de celles-ci.

$$\text{Tension de phase : } \vec{V}_s = \vec{E}_s = -\omega\phi_{sq} + j\omega\phi_{sd}$$

$$P = 3\text{Re}(\vec{V}\vec{I}^*) = 3\omega I_{sd} I_{sq} (L_{sd} - L_{sq})$$

$$= \frac{3}{2}\omega(L_{sd} - L_{sq})I_s^2 \sin(2\psi)$$

$$Q = 3\text{Im}(\vec{V}\vec{I}^*) = 3\omega(L_{sd}I_{sd}^2 + L_{sq}I_{sq}^2)$$

$$= \frac{3}{2}\omega[(L_{sd} + L_{sq}) - (L_{sd} - L_{sq})]I_s^2 \cos(2\psi)$$

Couple électromagnétique :

$$P = C_{em}\Omega = \frac{2}{N_r}\omega C_{em}$$

$$= \frac{4N_r}{3}(L_{sd} - L_{sq})I_s^2 \sin(2\psi).$$

## CHAPITRE 15

### QUESTIONS

15.1 La transformation inverse  $|P_m|^{-1}$  permet d'écrire :

$$i_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_d \cos \theta + i_q \sin \theta + \frac{i_0}{\sqrt{2}} \right)$$

$$i_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_d \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_q \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \frac{i_0}{\sqrt{2}} \right)$$

$$i_3 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_d \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) + i_q \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{i_0}{\sqrt{2}} \right)$$

Le système triphasé étant équilibré  $i_1 + i_2 + i_3 = 0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 3 \cdot \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \cdot i_0$ , la composante homopolaire est nulle et le système diphasé est équilibré.

15.2 En connectant les bobines stator en étoile avec neutre isolé.

15.3 Non. Si l'on veut obtenir  $\vec{M}_1 = \vec{M}_2$  et  $\vec{\xi}_1 = \vec{\xi}_2$ , il faut  $S_1 = S_2$  et  $n_1 m_1 \vec{I} = n_2 m_2 \vec{I}_d$ .

15.4 Oui avec  $n_1 = n_2 = n$ ,  $S_1 = S_2 = S$   $n_1 m_1 \vec{I} = n_2 m_2 \vec{I}_d$ ,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2} = \frac{\vec{I}_d}{\vec{I}}$$

d'après la figure ci-dessous :

$$\vec{u}_1 i_1 = \vec{u}_1 \frac{2}{3} \cdot i_\alpha$$

$$\vec{u}_2 i_2 = \vec{u}_2 \frac{2}{3} \cdot (-i_\alpha \cos 60^\circ - i_\beta \sin 60^\circ)$$

$$\vec{u}_3 i_3 = \vec{u}_3 \frac{2}{3} \cdot (-i_\alpha \cos 60^\circ + i_\beta \sin 60^\circ)$$

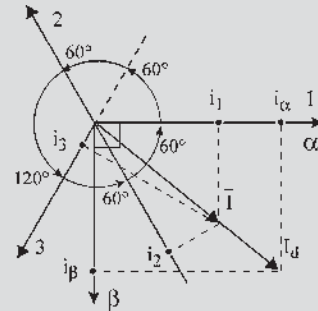


Figure 15.14

$\vec{u}_1 i_1 + \vec{u}_2 i_2 + \vec{u}_3 i_3 = \frac{m_1}{2} \vec{I} = \frac{3}{2} \vec{I} = \vec{I}_s = \vec{I}_d$  ne change pas si l'on rajoute  $\vec{u}_1 i_h + \vec{u}_2 i_h + \vec{u}_3 i_h = 0$

Le coefficient  $\frac{2}{3}$  provient ici du rapport des courants.

$$\begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & +\sqrt{3}/2 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{vmatrix} = |C|^{-1} \begin{vmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{vmatrix}$$

$$\text{avec } |C| = \begin{vmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & +\sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{vmatrix}$$



15.5 Leur produit est la matrice unité.

$$|CR| \cdot |CR|^{-1} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

15.6

$$|C_m| \cdot |C_m|^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & +\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{vmatrix} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & +\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 3/2 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3/2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

En effet :  $|C_m| \cdot |C_m|^T = |C_m| \cdot |C_m|^{-1} =$  matrice unité.

15.7

$$|C_i| \cdot |C_i|^T = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & +\sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{vmatrix} \cdot \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 \\ -1/2 & +\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{vmatrix} = \frac{4}{9} \begin{vmatrix} 3/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 3/2 & 0 \\ 3/4 & 0 & 3/4 \end{vmatrix}$$

$$|C_i| \cdot |C_i|^{-1} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & +\sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & +\sqrt{3}/2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 3/2 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3/2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Dans tous les cas  $|C_i| \cdot |C_i|^{-1}$  et  $|C_m| \cdot |C_m|^{-1}$  on obtient la matrice unité alors que  $|C_i|^T \neq |C_i|^{-1}$  tandis que  $|C_m|^T = |C_m|^{-1}$ .

15.8  $|P_i| \cdot |P_i|^{-1} = |P_m| \cdot |P_m|^{-1} =$  matrice unité.

$$|P_i| \cdot |P_i|^{-1} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta - 4\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|P_m| \cdot |P_m|^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{vmatrix} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1/\sqrt{2} \\ \cos(\theta - 4\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) & 1/\sqrt{2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Après utilisation des transformations

$$\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\text{et } \sin 2\theta = 2 \cos \theta \sin \theta.$$

## EXERCICES

15.1  $i_d =$

$$\frac{2}{3} \left[ i_1 \cos \theta + i_2 \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_3 \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$

$$i_d = \frac{2}{3} I \sqrt{2} \left[ \cos(\omega t - \varphi_1) \cos \theta + \cos \left( \omega t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left( \omega t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$

$$i_d = \frac{2}{3} I \sqrt{2} \frac{3}{2} \cos(-\omega t + \varphi_1 + \theta)$$

$$i_d = I\sqrt{2}\cos(-\omega t + \varphi_1 - \theta)$$

$$i_q =$$

$$\frac{2}{3} \left[ i_1 \sin \theta + i_2 \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + i_3 \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$

$$i_q = \frac{2}{3} I\sqrt{2}$$

$$[\cos(\omega t - \varphi_1) \sin \theta$$

$$+ \cos \left( \omega t - \varphi_1 - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$+ \cos \left( \omega t - \varphi_1 - \frac{4\pi}{3} \right) \sin \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) ]$$

$$i_d = \frac{2}{3} I\sqrt{2} \frac{3}{2} \sin(\theta - \omega t + \varphi_1)$$

$$i_q = -I\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi_1 - \theta)$$

$$= I\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \varphi_1 - \theta + \frac{\pi}{2} \right)$$

**15.2** 1)  $p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 = [v_{123}]^T [i_{123}]$

2) On a

$$[v_{123}]^T = [[C_m]^T [CR]^T [v_{dqo}]]^T = [v_{dqo}]^T [CR][C_m]$$

et

$$[i_{123}] = [C_m]^T [CR]^T [i_{dqo}] \text{ d'où}$$

$$p = [v_{123}]^T [i_{123}]$$

$$= [v_{dqo}]^T [CR][C_m][CR]^T [C_m]^T [i_{dqo}]$$

or  $[C_m][C_m]^T = |id| = [CR][CR]^T$  et donc

$$p = [v_{123}]^T [i_{123}] = [v_{dqo}]^T [i_{dqo}].$$

**15.3** 1)  $i_d = \frac{2}{3} \left[ I_0 \cos \theta - I_0 \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$  et

$$i_q = \frac{2}{3} \left[ I_0 \sin \theta - I_0 \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

2)  $\theta = \psi - \frac{5\pi}{6} + \omega t$

$$\text{d'où } i_d = \frac{2\sqrt{3}}{3} I_0 \cos \left( -\frac{2\pi}{3} + \psi + \omega t \right)$$

$$\text{et } i_q = -\frac{2\sqrt{3}}{3} I_0 \sin \left( -\frac{2\pi}{3} + \psi + \omega t \right)$$

$$I_d = \frac{3}{\pi} \int_0^{\pi/3} \frac{2\sqrt{3}}{3} I_0 \cos \left( -\frac{2\pi}{3} + \psi + \omega t \right) dt$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0 \sin \psi$$

$$I_q = \frac{3}{\pi} \int_0^{\pi/3} \frac{2\sqrt{3}}{3} I_0 \sin \left( -\frac{2\pi}{3} + \psi + \omega t \right) dt$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_0 \cos \psi$$

3)  $\varphi_d = \phi + L_d i_d$  et  $\varphi_q = L_q i_q$ .

## CHAPITRE 16

### QUESTIONS

**16.1** On peut avoir  $m_1 \neq m_2$  mais il faut le même nombre de pôles au stator et au rotor.

**16.2**  $\phi_{\%1S} = \phi_{\%1R} e^{jp\theta_0}$  avec  $p\theta_0 = -\varphi_1 - \frac{\pi}{2}$

$$\bar{\phi} = \frac{n}{2} B_s S e^{j\omega_s t} e^{-j\varphi_1} = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} e^{j\omega_s t} e^{-j\varphi_1}$$

$$= m_1 \frac{M_{sr}}{2} \bar{I}_1$$

avec  $\bar{I}_1 = I_1 \sqrt{2} e^{-j\varphi_1} e^{j\omega_s t}$  vecteur tournant.

**16.3** Par rapport à 1R :  $\bar{E}_2 = -j\omega_s \bar{\phi} = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} \omega_s e^{j\omega_s t}$ .

Par rapport à 1S :  $\bar{E}_2 = -j\omega_s \bar{\phi}$

$$= -jm_1 \frac{M_{sr}}{2} \omega_s I_1 \sqrt{2} \omega_s e^{j\omega_s t} e^{-j\varphi_1}$$

$$= -jm_1 \frac{M_{sr}}{2} \omega_s \bar{I}_1.$$

**16.4**  $\bar{E}_2 = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} \omega_s e^{j\omega_s t}$  en multipliant par

$$e^{-jp\theta_0} \cdot e^{+jp\theta_0} \text{ avec } p\theta_0 = -\varphi_1 - \frac{\pi}{2}.$$

$$\bar{E}_2 = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} \omega_s e^{j\omega_s t} \cdot e^{-jp\theta_0} \cdot e^{-j\varphi_1} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$= -jm_1 \frac{M_{sr}}{2} \omega_s \bar{I}_1 \cdot e^{-jp\theta_0}.$$

**16.5** Par rapport à 1R :

$$\bar{E}_2 = -jm_1 \frac{M_{sr}}{2} \omega_s \bar{I}_1 \cdot e^{-jp\theta_0} = -j \frac{m_1}{m_2} M \omega_s \bar{I}_1 \cdot e^{-jp\theta_0}.$$

Par rapport à 1S :  $\bar{E}_2 = -j \frac{m_1}{m_2} M \bar{I}_1 \cdot e^{jp\theta_0}$ .

Pour  $m_1 = m_2$  : transformateur à même nombre de phases au primaire et au secondaire.

Pour  $m_1 \neq m_2$  : transformateur - changeur du nombre de phases.

16.6 Un champ stator et un champ rotor, presque en opposition, tournant au synchronisme à  $\Omega_r = \Omega_s - \Omega$ , à la vitesse angulaire électrique  $\omega_r = \omega_s - \omega$ .

16.7 Non, pour un transformateur à champ tournant à rotor fixé, comme pour un transformateur, une mise en court-circuit du secondaire amène une destruction de l'appareil par des forces électrodynamiques considérables. Pour un transformateur à champ tournant à rotor non fixé comme pour la machine asynchrone d'induction, la mise en court-circuit est possible et provoque la mise en rotation du rotor.

16.8 On doit toujours avoir  $\omega_s = \omega_r + \omega$ .  $\omega_s$  est imposée par le réseau,  $\omega_r$  est pilotée et  $\omega$  peut varier en fonction de la charge. Si l'on ne réagit pas à une variation de  $\omega$  en agissant sur  $\omega_r$  on peut avoir  $\omega_s \neq \omega_r + \omega$  entraînant un décrochage.

EXERCICES

16.1 960 tr/min et 50 Hz  $\implies p = 3$  paires de pôles, 6 pôles.

$$P_{JS} = \frac{3}{2} R I_s^2 = \frac{3}{2} 0,44 \cdot 24^2 = 380 \text{ W.}$$

$$P_2 = \sqrt{3} U I \cos \varphi - P_{JS} - P_F$$

$$= 12\,795 - 380 - 415 = 12\,000 \text{ W,}$$

$$g = 4 \%$$

$$P_{JR} = g P_2 = 480 \text{ W } P_{mec} = (1 - g) P_2 = 11\,520 \text{ W}$$

$$P_u = P_{mec} - p_{mec}$$

$$= 11\,520 - 310 = 11\,210 \text{ W.}$$

$$\text{Rendement : } \eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{11\,210}{12\,795} = 0,88.$$

16.2 Le couple de démarrage s'écrit par paires de pôles :

$$\vec{C}_d = \vec{M}_r \wedge \vec{B}_s = \frac{n}{2} i_r \vec{S} \wedge \vec{B}_s$$

$$C_d = i_r \frac{n}{2} S \cdot B_s \cdot \sin(\vec{S}, \vec{B}_s).$$

Le couple s'annule :

- quand  $i_r = 0$ , lorsque  $N_s$  et  $\vec{B}_s$  sont sur l'axe  $\Delta'$

- quand  $\sin(\vec{S}, \vec{B}_s) = 0$ , alors l'angle  $(\vec{S}, \vec{B}_s) = 0$ ,  $N_s$  sur

l'axe  $\Delta$  or  $\frac{n}{2} S \cdot B_s = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2}$  et

$$\sin(\vec{S}, \vec{B}_s) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega_s t\right)$$

$$C = I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2) m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} \cos(\omega_s t)$$

$$C = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 I_2 [\cos(\varphi_2) + \cos(2\omega_s t - \varphi_2)].$$

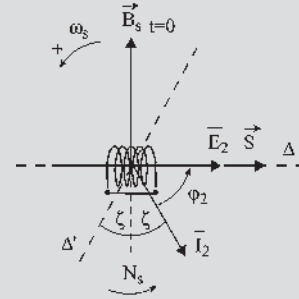


Figure 16.18

Il existe un couple de démarrage

$C_d = pm_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 I_2 \cos(\varphi_2)$  dans le sens de rotation du champ tournant et un couple pulsatoire de valeur moyenne nulle.

Le champ stator étant un champ tournant, le moment du couple agissant sur le rotor changera de signe chaque fois que l'inducteur stator  $\vec{B}_s$  sera sur l'axe  $\Delta$  ou  $\Delta'$ .

$\Delta'$  repéré par  $\zeta$  correspond à l'annulation de  $i_r$ ,  $\Delta$  à celle de l'angle nul entre les deux champs. Le moment du couple garde la même valeur pour une rotation de  $\pi$  de l'induction  $\vec{B}_s$ .

Avec un rotor triphasé, le moment du couple serait  $C_d = pm_1 M I_1 I_2 \cos(\varphi_2)$  avec  $M = m_2 \frac{M_{sr}}{2}$ ,  $m_2$  étant le nombre de phases rotoriques. Le couple est donc trois fois plus important avec le rotor triphasé.

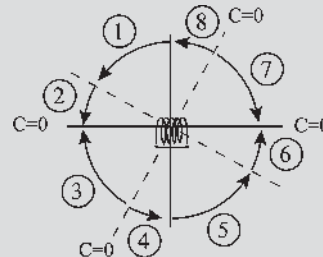


Figure 16.19

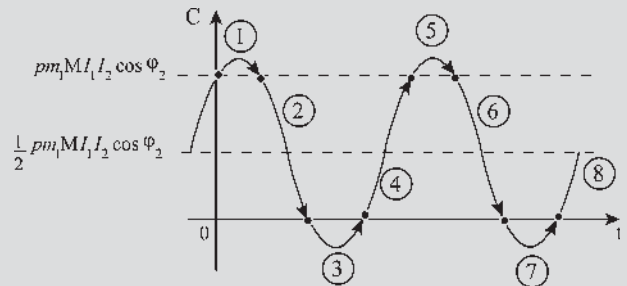


Figure 16.20

16.3  $N = 475 \text{ tr/min} \rightarrow N_s = 500 \text{ tr/min}$ ,  $p = 6$ ,

$$g = \frac{500 - 475}{500} = 5 \%$$

a)  $P_u = F \times v = 10^4 \times 9,81 \times 3 = 294 \text{ kW}$ ,

$$C_u = \frac{P_u}{\Omega} = 5910 \text{ Nm}, P_{abs} = \frac{P_u}{\eta} = 310 \text{ kW}$$

$$\cos \varphi = \frac{P_{abs}}{\sqrt{3}UI} = 0,75, P_{JR} = g P_{abs} = 15,5 \text{ kW}$$

b)  $P_{abs} = \frac{P_u}{\eta} = 310 \text{ kW}$

$$C = 3p \cdot (M \cdot I)^2 \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{\omega_r} + L_{r2}^2 \cdot \omega_r} = \frac{3p}{\omega_s} (M \cdot I)^2 \frac{\frac{R_2}{g}}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + L_{r2}^2}$$

ce couple est maximal pour un glissement  $g_{\max} = \frac{R_2}{L_{r2}}$

$$\Rightarrow C_{\max} = \frac{3p}{\omega_s} (M \cdot I)^2 \frac{1}{2L_{r2}} = \frac{3p}{\omega_s} (M \cdot I)^2 \frac{g_{\max}}{2R_2}$$

$$\frac{C_{\max}}{C} = \frac{g_{\max}}{2R_2} = \frac{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + \left(\frac{R_2}{g_{\max}}\right)^2}{\frac{R_2}{g}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{g_{\max}}{g} + \frac{g}{g_{\max}} \right]$$

d'où  $C_{\max} = \frac{C}{2} \left[ \frac{g_{\max}}{g} + \frac{g}{g_{\max}} \right] = 12560 \text{ Nm}$ .

Le démarrage correspond à  $g = 1$ , d'où

$$\frac{C_{\max}}{C_d} = \frac{1}{2} \left[ \frac{0,2}{1} + \frac{1}{0,2} \right] = 2,6 \Rightarrow C_d = 4831 \text{ Nm}$$

c) Le couple est constant, le rapport  $\frac{R_2}{g}$  est donc

constant. La nouvelle vitesse est  $N' = \frac{475}{3}$  d'où

$$g' = \frac{N_s - N'}{N_s} = 0,683 \text{ et } R_2' = \frac{g'}{g} R_2 = 13,6 R_2.$$

Pertes Joule rotor :  $P_{JR} = g P_{abs} = 15,5 \text{ kW}$   
 $= 3R_2 I_2^2$  avec  $I_2 = 450 \text{ A}$  d'où  $R_2 = 2,6 \text{ m}\Omega$  et  
 $R_2' = 13,6 R_2 = 34,7 \text{ m}\Omega$   
 $= R_2 + R_h \rightarrow R_h = 32,1 \text{ m}\Omega$ .

## CHAPITRE 17

### QUESTIONS

17.1 L'intérêt des enroulements répartis est de limiter les ondulations de couple.

17.2 Oui, comme pour une machine synchrone le stator peut être multipolaire et polyphasé.

17.3 Pour que la machine produise du couple, il faut que le nombre de pôles rotoriques soit identique au nombre de pôles statoriques. Ici, on aura 6 pôles au rotor.

17.4 Dans un rotor bobiné à bagues, les bagues permettent le court-circuit des bobines et la modification éventuelle des caractéristiques rotoriques par intervention extérieure, utile par exemple pour augmenter le couple de démarrage.

17.5 Pour faciliter le démarrage et en particulier pour permettre des démarrages fréquents et prolongés, il est intéressant d'utiliser les rotors à encoches profondes, la résistance  $R_2$  diminuant avec la vitesse.

17.6 Oui, le rotor double cage est utilisé pour augmenter le couple de démarrage, s'il y a des démarrages prolongés et des risques de surcharge.

17.7 La machine asynchrone étant réversible, il est possible de l'alimenter par le rotor mais cependant il est nécessaire d'adapter le niveau de tension avant de l'alimenter.

17.8 Pour qu'une machine asynchrone, alimentée à la bonne tension par les bagues rotoriques, se mette en rotation, il est nécessaire de court-circuiter les enroulements statoriques.

### EXERCICES

17.1 1) On a 4 pôles par phase et une bobine permet d'obtenir deux pôles de noms contraires, soit deux bobines par phase nécessaires pour une machine tétrapolaire. Pour une machine tétrapolaire triphasée, il y a 3 phases, soit un total de 6 bobines régulièrement réparties sur la périphérie du stator :  $\theta_{\text{méca}} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ .

2)  $n = 25 \text{ tr/min}$ .

$$\begin{aligned} 3) B(\theta_{\text{méca}}) &= B_{\max} \cos(\omega t - p\theta_{\text{méca}}) \\ &= 1,2 \cos(\omega t - 2\theta_{\text{méca}}), \text{ à } t = 0, \\ B(\theta_{\text{méca}}) &= 1,2 \cos(2\theta_{\text{méca}}). \end{aligned}$$

17.2 1) Le théorème de Ferraris montre que le stator donne un champ tournant unique  $\vec{B}_s$  tournant dans le sens trigonométrique et porté par le vecteur  $\vec{T}_1$  :

$$\vec{B}_s = (3/2) B e^{j\omega_s t - \varphi_1} \vec{u}_1.$$

2) Flux dans la spire :  $\varphi_r = \vec{B}_s \cdot \vec{S} = B_s \cdot \vec{S} \cos(\vec{B}_s \cdot \vec{n})$   
 $= B_s \cdot S \cos\left(-\omega_s t - \frac{\pi}{2}\right) = -B_s \cdot S \sin \omega_s t.$

D'où la force électromotrice rotorique :

$$\begin{aligned} e_r &= -\frac{d\varphi}{dt} = \frac{n_2}{2} B_s \cdot S \cdot \omega_s \cdot \sin\left(\omega_s t + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 3 \frac{M_{sr} \cdot I_1 \cdot \sqrt{2}}{2} \omega_s \cos \omega_s t. \end{aligned}$$

La bobine rotorique étant court-circuitée, on peut écrire :  $e_r = r_2 \cdot i_r + \ell_{l2} \frac{di_r}{dt}$ . La solution particulière de l'équation différentielle linéaire à coefficients constants avec second membre sinusoïdal s'écrit :  $i_r = I_2 \sqrt{2} \cos(\omega_s t - \varphi_2)$  où  $I_2$  et  $\varphi_2$  restent à déterminer.  $\bar{I}_r = I_2 \cdot e^{-j\varphi_2}$   $\bar{E}_2 = (r_2 + j\ell_{l2}\omega_s)\bar{I}_r$  donne :

$$I_2 = \frac{3 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \cdot \omega_s}{\sqrt{r_2^2 + \ell_{l2}^2 \omega_s^2}} \text{ et } \cos \varphi_2 = \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + \ell_{l2}^2 \omega_s^2}}$$

3) Couple de démarrage :  $\vec{C} = \vec{M}_r \wedge \vec{B}_s = i_r \cdot \vec{S} \wedge \vec{B}_s$   
 $\Rightarrow C = i_r \cdot S \cdot B_s \sin(\vec{n}, \vec{B}_s)$   $C = 3 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \cdot I_2 \cos \varphi_2$ .

En remplaçant  $I_2$  et  $\cos \varphi_2$ ,  $C = \frac{6(M \cdot I_1)^2 \cdot r_2}{\left(\frac{r_2^2}{\omega_s} + \ell_{l2}^2 \cdot \omega_s\right)}$ .

**17.3** 1) On suppose que tous les ampères-tours servent à magnétiser l'entrefer, d'où d'après le théorème d'Ampère, la f.m.m. due à un enroulement statorique diamétral est telle que  $2H_e e = \frac{N_s}{2p} i_{s1} = 2\xi_{s1}(M)$  donc  $\xi_{s1}(M) = \frac{N_s}{4p} i_{s1}$ . La structure de la machine est symétrique donc pour  $\gamma > \frac{\pi}{2}$ ,  $\xi_{s1}(M) = -\frac{N_s}{4p} i_{s1}$ . Le fondamental de cette f.m.m. pour un enroulement statorique est donc  $\xi_{s1}(M) = k_s \frac{N_s}{p\pi} i_{s1} \cos \gamma$  ( $k_s$  est le coefficient de bobinage).

2) Les contributions de chaque enroulement s'ajoutent :  
 $\xi_s(M) = \xi_{s1}(M) + \xi_{s2}(M) + \xi_{s3}(M)$   
 $= k_s \frac{N_s}{p\pi} \left[ i_{s1} \cos \gamma + i_{s2} \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{s3} \cos\left(\gamma - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$

De même :

$$\xi_r(M) = k_r \frac{N_r}{p\pi} \left[ i_{r1} \cos \alpha + i_{r2} \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{r3} \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

et  $B_s(M) = \frac{\mu_0 \xi_s(M)}{e}$  et  $B_r(M) = \frac{\mu_0 \xi_r(M)}{e}$

## CHAPITRE 18

### QUESTIONS

**18.1**  $\varphi_{2s} = m_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} e^{jg\omega_s t} e^{-j\varphi_1} e^{-jp\theta_0}$ .

**18.2**  $\bar{E}_2 = -jg\omega_s \bar{\varphi}_{2s}$   
 $= -jm_1 \frac{M_{sr}}{2} I_1 \sqrt{2} g \omega_s e^{jg\omega_s t} e^{-j\varphi_1} e^{-jp\theta_0}$ .

- 1) On simplifie les équations en supprimant  $\sqrt{2} e^{jg\omega_s t}$ . Le diagramme du secondaire reste le même solidairement s'il tourne à  $\omega_s$  ou à  $g\omega_s$ .
- 2) On multiplie par  $\frac{1}{g}$ , la pulsation au secondaire devient  $\omega_s$ , le secondaire est donc fixé.
- 3) On multiplie par  $e^{jp\theta_0}$  afin de repérer  $\bar{E}_2$  par rapport au stator 1S.
- 4) On multiplie par  $\frac{m_2}{m_1}$  et on fait apparaître  $M = m_2 \frac{M_{sr}}{2}$  en passant à un rotor à  $m_1$  phases alors  $\bar{E}_2 = -jMI_1 \sqrt{2} \omega_s e^{-j\varphi_1} e^{-jM\omega_s \bar{T}_1}$ .

**18.3**  $\bar{\varphi}_{1r} = MI_2 \sqrt{2} e^{j\omega_s t} e^{-j\varphi_2} e^{jp\theta_0} = M\bar{I}_r e^{jp\theta_0} = M\bar{T}_2$ .

**18.4** Le scalaire f.m.m.  $\xi = n_1 i_1$  étant la projection instantanée sur l'axe 1 de  $\vec{\xi} = \vec{u}_1 n_1 i_1 = n_1 \vec{i}_1$   
 – pour le rotor triphasé :  
 $\vec{\xi}_{tri} = n_1 (\vec{i}_1 + \vec{i}_2 + \vec{i}_3) = n_1 \frac{m_1}{2} \bar{T}_1$  ;  
 – pour le rotor diphasé :  $\vec{\xi}_{di} = n_2 (\vec{i}_\alpha + \vec{i}_\beta) = n_2 \frac{m_2}{2} \bar{T}_2$ ,  
 d'où  $n_1 m_1 \bar{T}_1 = n_2 m_2 \bar{T}_2$ .

**18.5** À vide  $g = 0$ ,  $N = N_s$  le moteur n'entraîne aucune charge.

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = r_1 \bar{T}_1 + j\ell_{l1} \omega_s \bar{T}_1 + jM\omega_s \bar{T}_2 \\ 0 = \frac{R_2}{g} \bar{T}_2 + jL_{l2} \omega_s \bar{T}_2 + jM\omega_s \bar{T}_1 \end{cases}$$

$g$  étant nul, l'équation du secondaire s'écrit  $0 = R_2 \bar{T}_2 + jL_{l2} g \omega_s \bar{T}_2 + jMg\omega_s \bar{T}_1$ , d'où  $0 = R_2 \bar{T}_2$ ,  $\bar{T}_2 = 0$  et  $\bar{V}_1 = (r_1 + j\ell_{l1} \omega_s) \bar{T}_1$ .

Si  $r_1$  est négligeable,  $\bar{T}_{10}$  est pratiquement à  $\frac{\pi}{2}$  arrièrre par rapport à  $\bar{V}_1$ .

**18.6** À vide  $g = 0$ ,  $N = N_s$ ,  $\bar{T}_2 = 0$ , le schéma équivalent se réduit à :  
 $\bar{V}_1 = (r_1 + j\ell_{l1} \omega_s) \bar{T}_{10}$ .

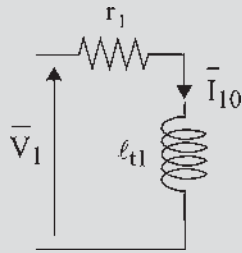


Figure 18.19

18.7 Dans le rendement approché, on ne prend en compte que les pertes principales que l'on sait calculer, mesurer... voire exprimer. On néglige ce que l'on appelle pudiquement les pertes supplémentaires  $\sum_{\text{vraie}} \text{pertes} =$

$$\sum_{\text{approchée}} \text{pertes} + P_{\text{supplémentaires}}$$

$$\eta_{\text{vrai}} = \frac{P_u}{P_{\text{abs}}} = \frac{P_{\text{abs}} - \sum_{\text{vraie}}}{P_{\text{abs}}}$$

$$\text{et } \eta_{\text{approché}} = \frac{P_u \text{ approché}}{P_{\text{abs}}} = \frac{P_{\text{abs}} - \sum_{\text{approchée}}}{P_{\text{abs}}}$$

$$= \eta_{\text{vrai}} + \frac{P_{\text{sup}}}{P_{\text{abs}}}$$

18.8 Prenons arbitrairement  $D'$  comme axe de glissement. Menons  $D$  parallèle à  $D'$  passant par  $\bar{I}_{1\infty}$ , d'où le point de vue  $P$ . Les deux triangles hachurés sont semblables. En appelant  $a, b$  et  $A, B$  la mesure des côtés et sachant que  $\frac{a}{b}$  est proportionnel à  $\frac{1}{g}$  :  $\frac{a}{A} = \frac{b}{B} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{A}{B}$  proportionnel à  $\frac{1}{g}$  donc  $\frac{B}{A}$  est proportionnel à  $g$ . Si  $A = \text{cste}$ ,  $B$  est proportionnel à  $g$ .

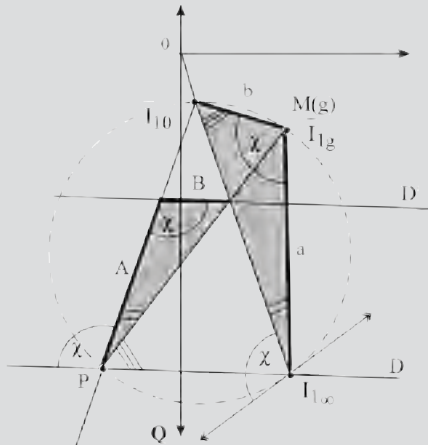


Figure 18.20

EXERCICES

18.1 Essai rotor ouvert et bloqué,  $I_r = 0$  :  
 - la puissance active correspond aux pertes fer

$$P_0 = 3 \frac{V^2}{R_f} = \frac{U^2}{R_f} \rightarrow R_f = 62 \Omega$$

- La puissance réactive est telle que :

$$Q_0 = 3 \frac{V^2}{\ell_{t1}} = \frac{U^2}{\ell_{t1}} \rightarrow \ell_{t1} = \frac{U^2}{P_0 \tan \phi_0} = 7,76 \Omega$$

Essai en court-circuit à rotor bloqué, considérons la branche parcourue par le courant  $I_r$  :

- La puissance active  $P'$  est telle que :

$$P' = P_{cc} - P'_0 = 3190 - 2580 \left( \frac{104}{400} \right)^2 = 3015 \text{ W}$$

- La puissance réactive est telle que :

$$Q' = P_{cc} \tan \phi_{cc} - Q'_0$$

$$\text{avec } \phi_{cc} = \arccos \left( \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} U_{Scc} I_{Scc}} \right)$$

$$Q' = 14,68 \text{ kVAR et } I_{Rcc} = \frac{\sqrt{P'^2 + Q'^2}}{\sqrt{3} U_{cc}} = 83,2 \text{ A}$$

$$Q' = 3 X_2 I_{Rcc}^2 \rightarrow X_2 = 0,707 \Omega$$

$$P' = 3(r_1 + R_2) I_{Rcc}^2 \rightarrow r_1 + R_2 = 0,145 \Omega,$$

$$r_1 = 0,05 \Omega \text{ et } R_2 = 0,095 \Omega$$

18.2 1. On a  $g = 3 \%$

$$\underline{Z} = \left( r_1 + \frac{R_2}{g} \right) + j X_2 \rightarrow Z = 3,3 \Omega$$

$$\text{On pose } R = r_1 + \frac{R_2}{g}$$

$$\underline{I}_S = \underline{I}_R + \underline{I}_0 \text{ avec}$$

$$\left. \begin{aligned} I_R \cos \phi_R &= 68,45 \text{ A} \\ I_R \sin \phi_R &= 15,11 \text{ A} \end{aligned} \right\} I_R = 70 \text{ A}$$

$$\text{et } \left. \begin{aligned} I_0 \cos \phi_0 &= \frac{V}{R_f} = 3,73 \text{ A} \\ I_0 \sin \phi_0 &= \frac{V}{\ell_{t1}} = 29,76 \text{ A} \end{aligned} \right\} I_0 = 30 \text{ A}$$

$$\left. \begin{aligned} I_S \cos \phi_S &= I_R \cos \phi_R + I_0 \cos \phi_0 = 72,2 \text{ A} \\ I_S \sin \phi_S &= I_R \sin \phi_R + I_0 \sin \phi_0 = 44,9 \text{ A} \end{aligned} \right\} I_S = 85 \text{ A}$$

et  $\cos \phi_S = 0,85$ .

Couple utile nominal :

$$C_n = \frac{P_2}{\Omega_S} = \frac{g}{\omega_s} \frac{R_2}{g} I_R^2 = 444 \text{ Nm}$$

Couple de démarrage :

$$C_d = \frac{P_2}{\Omega_S} = \frac{g}{\omega_s} \frac{R_2}{g} I_R^2 = 444 \text{ Nm avec } I_d \approx 360 \text{ A}$$

2. On va négliger  $R_f$

$$\left. \begin{aligned} I_S \cos \varphi_S &= I_R \cos \varphi_R \\ I_S \sin \varphi_S &= I_R \sin \varphi_R + I_0 \end{aligned} \right\}$$

$$I_S^2 = I_0^2 + I_R^2 + 2I_R I_0 \sin \varphi_R$$

$$\text{et } \sin \varphi_R = \frac{X_2}{Z} = \frac{X_2}{V} I_R.$$

Après résolution on obtient :

$$I_R = 154 \text{ A} \rightarrow Z = \frac{V}{I_R} = 1,49 \Omega$$

$$r_1 + R_2 = \sqrt{Z^2 - X_2^2} = 1,32 \Omega.$$

$$R_d = 1,32 - 0,145 = 1,175 \Omega \text{ et ramené au secondaire}$$

$$R_d = 1,175 \cdot \left(\frac{300}{400}\right)^2 = 0,66 \Omega.$$

18.3 1.  $U = 400 \text{ V} \Rightarrow$  couplage étoile ;  $N = 960 \text{ tr/min}$   
 $\Rightarrow N_s = 1000 \text{ tr/min}$ ,  $p = 3$ , 6 pôles et  $g = 4\%$ .

$$2. C = \frac{P_2}{\Omega_s} = \frac{p}{\omega_s} 3 \frac{R_2}{g} I_R^2 = \frac{3p}{\omega_s} V_s^2 \frac{\frac{R_2}{g}}{\left(r_1 + \frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2}.$$

Au démarrage  $g = 1$  d'où  $C_d = 148 \text{ Nm}$  avec  $I_d = 176 \text{ A}$ .

Le couple est maximum pour  $g(r_1^2 + X_2^2) = \frac{R_2^2}{g}$ ,

$$g_{\max} = \frac{R_2}{\sqrt{r_1^2 + X_2^2}} = 0,142 \text{ et } C_{\max} = 504 \text{ Nm}.$$

3. Si on néglige  $R_f$  et  $r_1$  :  $C_d = 152 \text{ Nm}$  ;  
 $C_{\max} = 546 \text{ Nm}$  ;  $I_R = 44,5 \text{ A}$ , et  $C_{\text{nominal}} = 283 \text{ Nm}$ .

4.  $P_{\text{abs}} = \sqrt{3}UI \cos \varphi = 30,4 \text{ kW}$  ; pertes fer  $P_f =$   
 $3 \frac{V^2}{R_f} = 1,35 \text{ kW}$  ;

- pertes Joule :  $P_j = 3(r_1 + R_2)I_R^2 = 1,7 \text{ kW}$  d'où

$$P_u = 3(r_1 + R_2)I_R^2 = 27,35 \text{ kW}.$$

- rendement :  $\eta = 0,90$ .

## CHAPITRE 19

### QUESTIONS

$$19.1 \quad \frac{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{1\infty}}{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10}} = -\frac{R_2}{g} \frac{l_{t1}}{L_{t2}} \frac{1}{jN_1\omega_s} = \frac{R_2}{g} \frac{j}{N_2\omega_s}$$

$$= \frac{\vec{OM} - \vec{OB}}{\vec{OM} - \vec{OA}} = \frac{\vec{BM}}{\vec{AM}}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{1\infty} - \bar{I}_{10} &= \frac{\bar{V}_1}{j\omega_s} \left( \frac{1}{N_1} - \frac{1}{l_{t1}} \right) \\ &= \frac{\bar{V}_1}{j\omega_s} \left( \frac{L_{t2}}{l_{t1}L_{t2} - M^2} - \frac{1}{l_{t1}} \right), \\ &= \frac{\bar{V}_1}{j\omega_s N_2 \left( \frac{l_{t1}}{M} \right)^2} \end{aligned}$$

c'est le diamètre du cercle.

19.2

$$\frac{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{1\infty}}{\bar{I}_{1g} - \bar{I}_{10}} = \frac{R_2}{g} \frac{j}{N_2\omega_s} = \frac{\vec{BM}}{\vec{AM}}, \vec{BM} = kj\vec{AM}, \chi = \frac{\pi}{2}$$

$\vec{OA} = \bar{I}_{10} = \frac{\bar{V}_1}{j l_{t1} \omega_s}$ ,  $\vec{OB} = \bar{I}_{1\infty} = \frac{\bar{V}_1}{j N_1 \omega_s}$ , A et B sont sur l'axe imaginaire.

19.3 Voir figure ci-dessous.

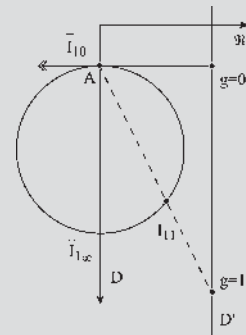


Figure 19.25

$$19.4 \quad P_2 = P_1 = C\Omega_s = C \frac{\omega_s}{p} = 2\pi N_s C = m_1 \frac{R_2}{g} I_2^2.$$

$$P_{JR} = gP_2 = C\Omega_r = Cg\Omega_s = Cg \frac{\omega_s}{p} = C2\pi N_r$$

$$= m_2 r_2 I_2^2 = m_1 R_2 I_2^2.$$

$$P_u = (1-g)P_2 = C\Omega = C\Omega_s(1-g) = C \frac{\omega_s}{p} (1-g)$$

$$= 2\pi N C = m_1 \frac{R_2}{g} (1-g) I_2^2.$$

$$19.5 \quad \bar{\Phi}_{t2} = \bar{\Phi}_{2s} + \bar{\Phi}_{2r}, \bar{\Phi}_{2r} = L_{t2} \bar{I}_2 = \left( N_2 + \frac{M^2}{l_{t1}} \right) \bar{I}_2.$$

Au vecteur  $\bar{\Phi}_{2r}$ , on retire  $\frac{M}{l_{t1}} \bar{I}_2 \times M$ , il reste dans le triangle

hachuré de la figure 19.5 le terme  $N_2 \bar{I}_2$ . Le troisième côté

du triangle hachuré représente  $\bar{\Phi}_{2s} + \frac{M^2}{l_{t1}} \bar{I}_2 = M \bar{I}_{10}$ .

19.6  $C_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{(1-g)P_2}{\Omega_s(1-g)} = \frac{P_2}{\Omega_s} = \frac{P_1}{\Omega_s} = C_{em}$ .

19.7 Il faut que le moment magnétique ne change pas :  $\vec{C} = \vec{M}_r \wedge \vec{B}_s$ .

Pour le rotor réel diphasé,  $m_2 = 2$  phases, formé de  $\frac{n_2}{2}$  spires par phase, chacune de surface  $S$ , parcourue par le courant  $I_2$ ,  $\vec{M}_r \text{ diphasé} = \frac{n_2}{2} S(\vec{i}_{r1} + \vec{i}_{r2}) = \frac{n_2}{2} S \frac{m_2}{2} \bar{I}_2 \sqrt{2}$ .

Pour le rotor virtuel triphasé,  $m_1 = 3$  phases, formé de  $\frac{m_2 n_2}{m_1 2}$  spires par phase, chacune de surface  $S$ , parcourue par le courant  $I_2$ ,

$$\begin{aligned} \vec{M}_r \text{ tri} &= \frac{m_2 n_2}{m_1 2} S(\vec{i}_{r1} + \vec{i}_{r2} + \vec{i}_{r3}) \\ &= \frac{m_2 n_2}{m_1 2} S \frac{m_1}{2} \bar{I}_2 \sqrt{2} = \frac{n_2}{2} S \frac{m_2}{2} \bar{I}_2 \sqrt{2}. \end{aligned}$$

19.8 Le vecteur  $\bar{I}_1$  peut être remplacé par une composante sur  $\bar{\phi}_{r2}$  et une normale à  $\bar{\phi}_{r2}$ . Cette dernière étant parallèle à  $\bar{I}_2$ , ne donne pas de couple.

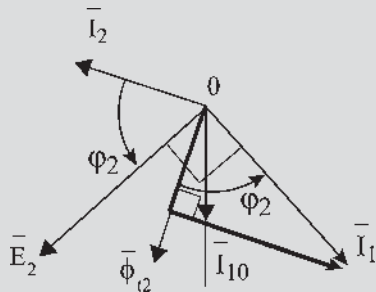


Figure 19.26

EXERCICES

19.1

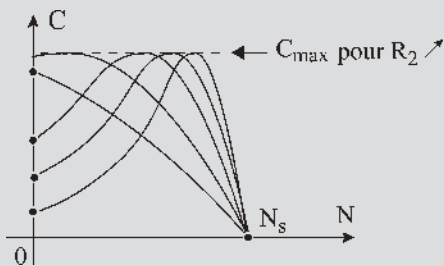


Figure 19.27

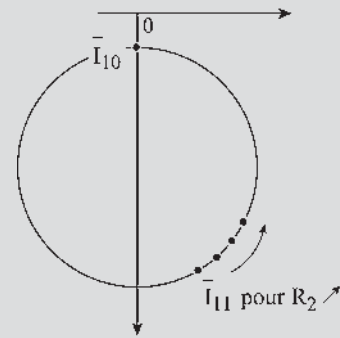


Figure 19.28

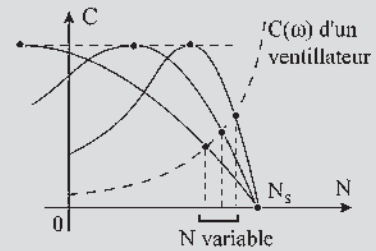


Figure 19.29

19.2 1.  $\bar{I}_{10} = -j \frac{V_1}{X_m}$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{I}_{10} + \bar{I}_{12}$ ,

$$\bar{V}_1 = \frac{R}{g} \bar{I}_{12} + j N \omega_s \bar{I}_{12}$$

ou  $-j \frac{\bar{V}_1}{N \omega_s} = -j \frac{R}{g N \omega_s} \bar{I}_{12} + \bar{I}_{12}$  soit dans le plan complexe le diagramme :

$g = 0 \implies I_1 = I_0$  point fixe  $M_0$

$g = \infty \implies I_1 = I_{1\infty} = -j \frac{V_1}{N \omega_s} \rightarrow M_\infty$ .

Le point  $M$  décrit un cercle de diamètre  $M_0 M_\infty$ .

Tracé : 1.  $g = 0$ ,  $I_1 = I_{10}$ ,

$M_0 : (I_{10} = 15 \text{ A ; } \cos \varphi_0 = 0)$

2.  $g = 1$ ,  $I_{11} = 47 \times \frac{380}{95} = 188 \text{ A}$

$\cos \varphi_{CC} = \frac{P_{CC}}{\sqrt{3} U I_{CC}} = 0,25$

$M_1 : (I_{11} = 188 \text{ A ; } \cos \varphi_1 = 0,25)$



3. Centre du cercle sur l'axe imaginaire.

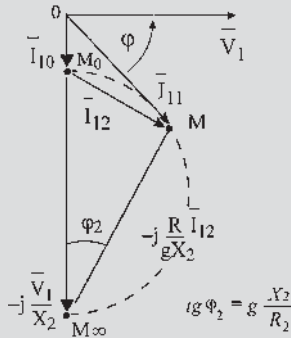


Figure 19.30

2. Point nominal  $I_{1n} = 55 \text{ A} \rightarrow M$  est tel que  $\cos \varphi_n = 0,82$ .

$$P_n = \sqrt{3} U_n I_{1n} \cos \varphi_n = 29,7 \text{ kW}, \quad C_n = \frac{P_n}{\Omega_s} = 283 \text{ Nm},$$

$C_n$  fixe l'échelle des couples.

3. Ainsi il est possible de mesurer  $C_d = 169 \text{ Nm}$ ,  $C_{\max} = 314 \text{ Nm}$  et un courant de démarrage  $I_{1d} = 188 \text{ A}$ .

19.3 1. Considérons le diagramme du cercle établi dans l'exercice 19.2. Si on augmente  $R_2$ , le point  $M$  se déplace vers le haut, le couple de démarrage  $C_d$  augmente jusqu'à  $C_{\max}$ .

Pour  $C_d = C_{\max}$ ,  $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$ ,  $\tan \varphi_2 = 1$  et

$$R_2 = X_2 = L_{r2} \omega_s.$$

2. Si le stator est couplé en étoile, les impédances du modèle sont multipliées par 3 alors que courants, puissances et couples sont divisés par 3.

Pour  $g = 1$ ,  $C_d = 56 \text{ Nm}$ ,  $I_d = 63 \text{ A}$ , ainsi le courant de démarrage est réduit ce qui réduit d'autant la valeur du couple de démarrage.

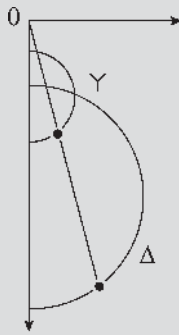


Figure 19.31

## CHAPITRE 20

### QUESTIONS

20.1 Le couple est maximal si  $R_2 = g N_2 \omega_s$ , résistance = réactance. Pour avoir le couple maximal à  $g = 1$  il faut  $R_2 = N_2 \omega_s$ .

20.2 Dans le fonctionnement à contre-courant, le rotor est entraîné en sens inverse du sens du champ tournant stator. Par exemple, suite à une surcharge, un ascenseur de mine est entraîné vers le fond. Avec  $R_2$  grande le couple opposé à la rotation augmente avec la vitesse. Comme un parachute, il limite la vitesse de descente.

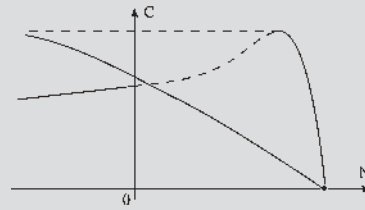


Figure 20.14

20.3 En moteur :  $P_u$  mécanique,  $P_a$  électrique. En génératrice :  $P_u$  électrique,  $P_a$  mécanique

– méthode directe :  $\eta_{\text{vrai}} = \frac{P_u}{P_a}$

– méthode indirecte :  $\eta_{\text{vrai}} = \frac{P_a - \sum_v P}{P_a}$  en moteur ;

$$\eta_{\text{vrai}} = \frac{P_u}{P_u + \sum_v P} \text{ en génératrice.}$$

$$\eta_{\text{approché}} = \frac{P_a - \sum_{\text{app}} P}{P_a} \text{ en moteur ;}$$

$$\eta_{\text{approché}} = \frac{P_u}{P_u + \sum_{\text{app}} P} \text{ en génératrice.}$$

20.4  $\eta_{\text{app}} = \frac{P_a - a - b P_a^2}{P_a} = 1 - b P_a - \frac{a}{P_a}$ ,

$$\frac{d\eta_{\text{app}}}{dP_a} = -b + \frac{a}{P_a^2} = 0 \implies a = b P_a^2. \text{ On peut aussi}$$

dire que le produit  $b P_a \times \frac{a}{P_a} = ab$  étant constant, la

somme est minimale quand  $b P_a = \frac{a}{P_a}$ . En effet, de tous

les rectangles ayant la même surface, le carré a le périmètre minimal.

20.5 Pour la bobine 1S,  $\bar{V}_1 = r\bar{I}_1 + jL\omega_s\bar{I}_1$ ,

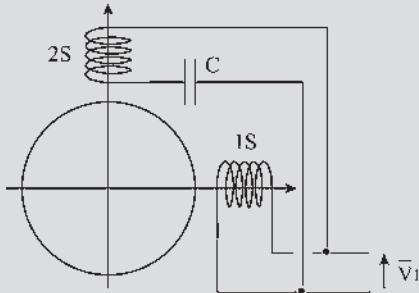


Figure 20.15

$$i_1 = I_1\sqrt{2}\cos(\omega_s t - \varphi_1), \bar{I}_1 = I_1 e^{-j\varphi_1}$$

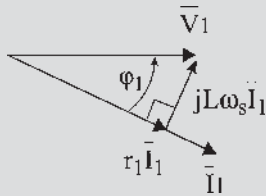


Figure 20.16

Pour la bobine 2S,  $\bar{V}_1 = r\bar{I}_2 + jL\omega_s\bar{I}_2 - \frac{j}{C\omega_s}\bar{I}_2$ ,  
 par rapport à 2S  $\bar{I}_2 = I_2 e^{-j\varphi_2}$ , par rapport à 1S  
 $\bar{I}_2 = I_2 e^{-j\varphi_2} e^{j\pi/2}$ .

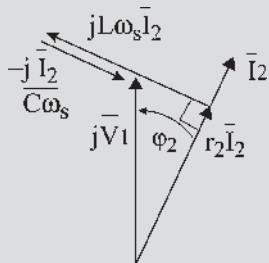


Figure 20.17

Les deux courants de même pulsation, d'amplitudes et phases différentes, sont sensiblement déphasés de  $\pi/2$  et donnent deux champs pulsants décalés de  $\pi/2$  dans l'espace et de  $\varphi_1 - \varphi_2 + \pi/2$  dans le temps. La résultante est un champ tournant elliptique. Le moteur démarre.

20.6 Chaque bobine supporte au maximum 220 V. Les couplages à effectuer sont le couplage étoile en 380 V et le couplage triangle en 220 V. Le point de fonctionnement est le même, les bobines dans les deux cas étant alimentées de manière identique.

Avec le réseau 220 V, le montage étoile-triangle permet en étoile une alimentation réduite, la tension aux bornes de chaque bobine en étoile est alors de 127 V. Le démarrage étoile-triangle est possible.

Avec le réseau 380 V, seul le couplage étoile est possible avec cette machine. Le démarrage étoile-triangle est donc impossible.

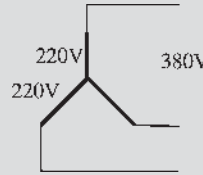


Figure 20.18

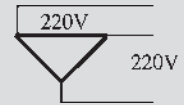


Figure 20.19

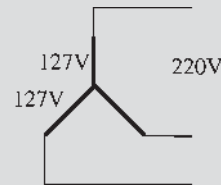


Figure 20.20

20.7

$$C_d = m_1 \left( \frac{M}{l_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{p}{\omega_s} \frac{R_2}{R_2^2 + (N_2 \omega_s)^2}$$

$$C_{\max} = m_1 \left( \frac{M}{l_{t1}} V_1 \right)^2 \frac{p}{\omega_s} \frac{1}{2N_2 \omega_s}$$

La variation de  $R_2$  permet d'obtenir le couple maximal au démarrage.

$R_2$  varie de  $R_2 = g N_2 \omega_s$ , avec  $g$  compris entre 0,6 et 0,2 selon le moteur jusqu'à  $R_2 = N_2 \omega_s$  avec  $g = 1$ .  $\bar{I}_{11}$  se déplace sur le cercle en diminuant, tandis que le couple varie en augmentant de  $C_d$  à  $C_{\max}$ .

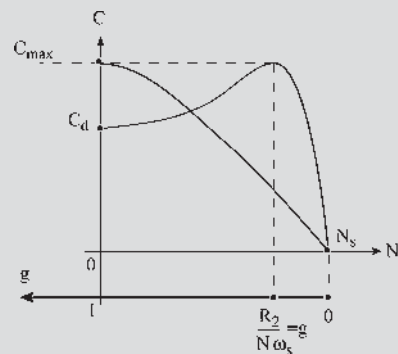


Figure 20.21

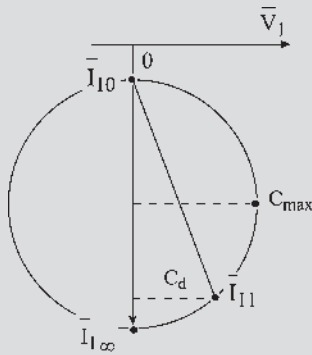


Figure 20.22

**20.8** Aujourd'hui, le diagramme circulaire ne sert plus à mesurer les grandeurs  $I$ ,  $U$ , etc., on procède par calculs. En revanche, il garde un intérêt pédagogique : prévision de l'évolution d'un point de fonctionnement en régime permanent à un autre point de même type mais pour une charge différente. Le diagramme normalisé permet un dialogue et une assurance entre le constructeur et l'utilisateur. La mesure se fera d'après les normes pour les deux parties.

## EXERCICES

20.1

$$1) C = \frac{3p}{\omega_s} V_s^2 \frac{\frac{R_2}{g}}{\left(r_1 + \frac{R_2}{g}\right)^2 + X_2^2} \text{ si } X_2^2 \ll \left(\frac{R_2}{g}\right)^2$$

$$\text{alors } C \simeq \frac{3p}{\omega_s} V_s^2 \frac{g}{R_2} \left( = \frac{P}{\omega_s} P_2 \right)$$

$$P_2 = \frac{P_u}{1-g} = 3V^2 \frac{g}{R_2} \text{ d'où}$$

$$R_2 = \frac{3V^2 g(1-g)}{P_u} = 0,17 \Omega.$$

$$2) g_{\max} = 0,125 \text{ et } g_{\max} = \frac{R_2}{L_{t2}\omega_s} = \frac{R_2}{X} \text{ d'où}$$

$$X = \frac{R_2}{g_{\max}} = 1,36 \Omega \text{ et } C_{\max} = \frac{3p}{\omega_s} V_s^2 \frac{1}{2X} = 113 \text{ Nm.}$$

$$\text{Au démarrage } g = 1, C_d = \frac{3p}{\omega_s} V_s^2 \frac{R_2}{R_2^2 + X^2} = 28 \text{ Nm.}$$

3) On veut  $C_d = C_{\max} \Rightarrow g_{\max} = g_d = 1$  soit  $R_2 = X = 1,36 \Omega$  d'où  $R_d = 1,36 - 0,17 = 1,19 \Omega$ .

Résistance réelle :

$$\frac{R'_d}{R_d} = \frac{R'_2}{R_2} = \frac{1,03}{2 \times 0,17} \Rightarrow R'_d = 3,6 \Omega.$$

- 20.2** 1)  $p = 3, n_s = 1000 \text{ tr/min} \Rightarrow n_N = 974 \text{ tr/min}$ .  
 2) Bilan de puissance :  $P_2 = 120 \text{ kW}$  ;  $P_{Jr} = 3,13 \text{ kW}$  ;  
 $P_{Js} = 2,91 \text{ kW}$  ;  $P_a = 128 \text{ kW}$ .  
 Rendement nominal approché :  $\eta_N = 0,906$ .  
 Facteur de puissance nominal  $\cos \varphi_N = 0,883$ .  
 3) Moment du couple :  $C = P_2/\Omega = 1150 \text{ Nm}$ .  
 Moment du couple utile :  $C_u = P_u/\Omega = 1140 \text{ Nm}$ .
- 20.3** 1)  $P_0 = 6,43 \text{ kW} \Rightarrow \cos \varphi_0 = 0,132 \Rightarrow \varphi_0 = 82,4^\circ$   
 d'où le point  $A\{15 \text{ mm}, 2 \text{ mm}\}$ .  
 2) En adaptant l'essai en court-circuit à la tension nominale, on trouve que le point  $B$  a pour coordonnées  $\{224 \text{ mm}, 63 \text{ mm}\}$ .  
 3) Le centre du cercle se trouve à l'intersection de la parallèle à l'axe des abscisses passant par  $A$  et de la médiatrice de  $AB$ .  
 4)  $P_{JS} = 80,9 \text{ kW}$ . On en déduit l'échelle des puissances actives :  $1 \text{ mm} \Rightarrow 3,29 \text{ kW}$ .  
 Le point  $D$  a pour coordonnées  $\{224 \text{ mm}, 26,6 \text{ mm}\}$   
 $N$  est distant de  $O$  de  $44 \text{ mm}$  et sur le cercle.

Dans son fonctionnement permanent un moteur asynchrone d'induction doit être utilisé à la puissance nominale indiquée sur la plaque.

Le rendement et le facteur de puissance sont mauvais aux faibles charges.

L'absorption exagérée de puissance réactive est pénalisée par EDF.

## CHAPITRE 21

## QUESTIONS

**21.1** Sont imposés  $\omega_s$  et  $V_1$ . Prenons un fonctionnement à couple constant.

$$C_m + C_{em} = J \frac{d\Omega}{dt}.$$

En régime permanent  $C_m$  imposé  $\Rightarrow C_{em}$  imposé  $\Rightarrow$  droite  $(D)$  imposée.

Point de fonctionnement  $M$  imposé. Sont fixés  $P_1, Q_1, I_1, \varphi_1, P_2, I_2, P_{JR} = m_1 R_2 I_2^2 = g P_2$  donc  $g$  fixé et  $\Omega = \Omega_s(1-g)$  imposé.

Dans ce fonctionnement, tout est imposé.

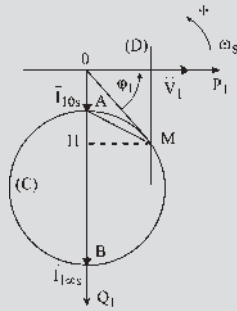


Figure 21.58

21.2 Mêmes impositions qu'à la question 21.1. avec la possibilité de faire varier  $R_2$ . Même raisonnement que pour la machine à rotor à cage. Sont imposés : (C), (D), M,  $P_1$ ,  $Q_1$ ,  $I_1$ ,  $\phi_1$ ,  $P_2 = P_1$ ,  $I_2$  mais, l'opérateur peut agir sur  $P_{JR}$ ,  $g$  et  $\Omega$  par l'intermédiaire de  $R_2$ .

$$m_1 \cdot R_2 \cdot I_2^2 = P_{JR} = g \cdot P_2 ; \frac{\omega_s}{P} (1 - g) = \Omega.$$

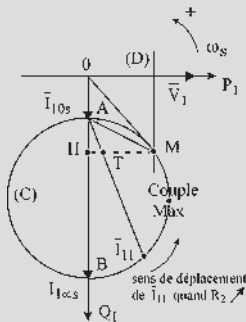


Figure 21.59

21.3 Le réseau fournit la puissance réactive  $Q_m$  demandée pour la magnétisation. Si l'on fournit par le secondaire la puissance réactive  $Q_m$  nécessaire à la machine, elle n'en prend pas sur le réseau. Possibilité de fourniture ou d'absorption de puissance réactive (figure 21.5).

21.4 Oui, il est possible de régler l'absorption de réactif au primaire et la vitesse de rotation en injectant de la puissance au secondaire.

Considérons la figure 21.10 : pour régler le réactif, il suffit de régler  $M$  en  $M'$  ou en  $M''$ . En  $M''$  il n'y a plus d'absorption de réactif et la vitesse sera alors fonction de la position de  $\bar{E}$  par rapport à  $\bar{I}_2$  (figures 21.13 et 21.14).

21.5 Le rotor du changeur de fréquence de la figure 21.22 est alimenté par des courants de pulsation  $\omega_r$ . Ces courants créent un champ tournant à  $\omega_r$  par rapport au rotor. Le premier bobinage est alors parcouru par des courants de

pulsation  $\omega_r$  et le second bobinage, par effet transformateur, est parcouru par des courants de même pulsation mais d'amplitude modifiée dans le rapport  $\frac{n_2}{n_1}$ .

Si le rotor tourne à la vitesse  $\omega$  dans le même sens, les enroulements statoriques sont parcourus par des courants à la pulsation  $\omega + \omega_r = \omega_s$ .

21.6 Une machine alternative à collecteur est une cascade électromécanique de type Scherbius intégrée dans une seule machine avec suppression des éléments redondants. L'avantage est de permettre un démarrage dès la mise sous tension et un réglage de la vitesse dans une certaine proportion (cf. paragraphe 21.2.4).

21.7 Si les balais  $AA'$ ,  $BB'$ , et  $CC'$  sont mis en court-circuit, la machine de Schrage fonctionne comme une machine asynchrone inversée. Elle est alimentée par le rotor et son stator est en court-circuit (cf. paragraphe 17.2).

21.8 Les montages « cascade » permettent les trois types de récupération : en triphasé, en continu et en mécanique (cf. paragraphe 21.2.5.b).

EXERCICES

21.1 1) Au niveau d'une phase de la MAS on a,  $E_2 = g \cdot m \cdot V = g \cdot m \cdot \frac{U}{\sqrt{3}} = 220 \cdot g \cdot m$ .

2) D'autre part, la tension continue au niveau du PD3 est telle que  $V_{C\text{ moy}} = \frac{3E_2\sqrt{6}}{\pi} = 515 \cdot m \cdot g$ .

3) La tension moyenne en sortie du PT3 est telle que  $V'_{C\text{ moy}} = \frac{3m'V\sqrt{6}}{\pi} \cos \alpha = 515 \cdot m' \cdot \cos \alpha$ .

4) La tension moyenne aux bornes de l'inductance  $L$  est nulle  $U_{L\text{ moy}} = 0$ .  
D'où  $g \cdot m = -m' \cdot \cos \alpha$ .

1 5) On limite la valeur de  $g$  à 0,5 et celle de  $\alpha$  à  $150^\circ$   
d'où  $m' = -\frac{g \cdot m}{\cos \alpha} = -\frac{0,5 \times 0,826}{\cos(150^\circ)} = 0,477$  ;  $T'$

sert à adapter la tension onduleur avec le meilleur facteur de puissance possible et permet de réaliser le glissement maximal désiré.

6)  $P = 425 \cdot g \cdot I$  ;  $P = 72,3 \text{ kW}$ .

7)  $K = 2,71 \text{ Nm/A}$  ;  $C_{em} = 920 \text{ Nm}$ .

8) Les caractéristiques  $C_{em}(N)$  sont des droites parallèles à l'axe des couples. Elles coupent l'axe des vitesses à 750, 887, 1 000, 1 200, 1 350 tr/min pour les valeurs de  $\alpha$  données par le texte.

- 21.2 1)  $C = \frac{6V^2}{\omega} \times \frac{\frac{R}{g}}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (N\omega)^2}$  d'où  $A = 313 \text{ Nm}$ .
- 2) Le couple maximal est indépendant de la fréquence.
- 3)  $\Delta N = g\omega/p$  (en rad/s). Donc  $\Delta N$  est constante si  $f$  varie.  
 Pour  $C_n$  :  $\Delta N_n = 60 \text{ tr/min}$  ; pour  $C_{\max}$  :  $\Delta N_{\max} = 254 \text{ tr/min}$ .
- 4) Vitesse en fonction de la fréquence :

fréquence	10Hz	30Hz	50Hz
à vide	300 tr/min	900 tr/min	1 500 tr/min
$C = C_n$	240 tr/min	840 tr/min	1 440 tr/min
$C = C_{\max}$	46 tr/min	646 tr/min	1 246 tr/min

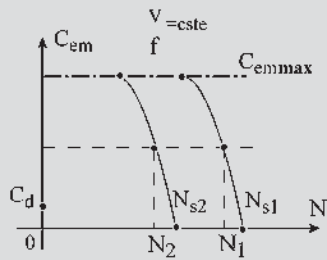


Figure 21.60

- 21.3 1) Puissance dissipée par effet Joule :
- $$P_{\text{joule}} = \frac{3}{2}r_1(i_{sd}^2 + i_{sq}^2) + \frac{3}{2}R_2(i_{rd}^2 + i_{rq}^2)$$
- Puissance électromagnétique :
- $$P_{\text{mag}} = \frac{3}{2} \left( \frac{d\phi_{sd}}{dt}i_{sd} + \frac{d\phi_{sq}}{dt}i_{sq} + \frac{d\phi_{rd}}{dt}i_{rd} + \frac{d\phi_{rq}}{dt}i_{rq} \right)$$
- Puissance mécanique :
- $$P_{\text{méca}} = \frac{3}{2} [\omega_s(\phi_{sd}i_{sq} - \phi_{sq}i_{sd}) + \omega_r(\phi_{rd}i_{rq} - \phi_{rq}i_{rd})]$$
- 2)  $\begin{cases} \phi_{sd}i_{sq} = l_{11}i_{sd}i_{sq} + M i_{rd}i_{sq} \\ \phi_{sq}i_{sd} = l_{11}i_{sq}i_{sd} + M i_{rq}i_{sd} \end{cases}$   
 on soustrait  $\implies M(i_{rd}i_{sq} - i_{sd}i_{rq}) = \phi_{sd}i_{sq} - \phi_{sd}i_{sd}$   
 De même on établit que  $M(i_{rd}i_{sq} - i_{sd}i_{rq}) = -(\phi_{rd}i_{rq} - \phi_{rq}i_{rd})$   
 D'où  $\phi_{sd}i_{sq} - \phi_{sq}i_{sd} = -(\phi_{rd}i_{rq} - \phi_{rq}i_{rd})$ .
- 3)  $P_{\text{méca}} = \frac{3}{2}\omega(\phi_{sd}i_{sq} - \phi_{sq}i_{sd}) = \frac{3}{2}\omega(\phi_{rq}i_{rd} - \phi_{rd}i_{rq})$ .
- 4)  $P_{\text{méca}} = \frac{\omega}{p}C_{\text{em}} \implies C_{\text{em}} = \frac{3}{2}p(\phi_{rq}i_{rd} - \phi_{rd}i_{rq})$  or

$$i_{rd} = \frac{\phi_{rd} - M i_{sd}}{L_{r2}} \text{ et } i_{rq} = \frac{\phi_{rq} - M i_{sq}}{L_{r2}}$$

et donc  $C_{\text{em}} = \frac{3}{2} \frac{pM}{L_{r2}} (\phi_{rd}i_{sq} - \phi_{rd}i_{sd})$ .

## CHAPITRE 22

### QUESTIONS

- 22.1 On peut utiliser un transformateur à champ tournant triphasé stator, hexaphasé rotor. Le rotor est bloqué à l'arrêt et c'est en changeant la position de blocage que la phase  $p\theta_0$  électrique des tensions secondaires varie.
- 22.2 On peut obtenir une tension variant de  $220 - 2 \times 20 = 180 \text{ V}$  pour  $p\theta_0 = \pi$  à  $220 + 2 \times 20 = 260 \text{ V}$  pour  $p\theta_0 = 0$ .

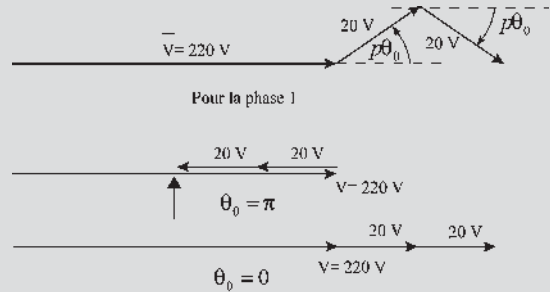


Figure 22.13

- 22.3 Oui, le dispositif est convenable. En montagne, il est fortement déconseillé de ne se servir que du frein à disque, on doit se servir du frein moteur. Toutefois, pour les fortes descentes, ce dispositif est limiteur de vitesse dès sa mise en fonctionnement, même si on ne se sert pas du frein à disque. Il y aurait donc avantage dès une petite pression sur le frein d'actionner la machine monophasée et de ne se servir du frein à disque que pour de fortes pressions sur la pédale.  
 Pour le stator monophasé, la figure 22.4 montre que pour une vitesse importante de descente du véhicule,  $R_2$  est grand et la machine monophasée fonctionne en limiteur de vitesse comme pourrait le faire une machine triphasée. Cependant, la convergence de la courbe au point O montre que le limiteur monophasé est plus efficace.
- 22.4 Le dispositif est représenté figure 22.14. Un synchro transmetteur situé en soute permet d'indiquer si les machines sont opérationnelles. Deux plots de verrouilla-

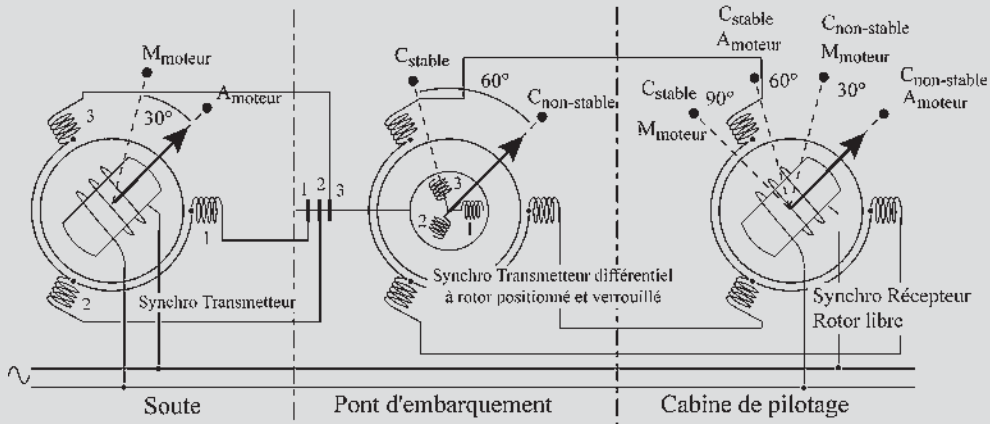


Figure 22.14

ge rotor, arrêt moteur ( $A_m$ ) ou marche moteur ( $M_m$ ), distants de  $30^\circ$ , fixent la première information à transmettre. Cette information est envoyée vers les bagues rotoriques d'un transmetteur différentiel situé sur le pont d'embarquement. Deux plots de verrouillage rotor, distants de  $60^\circ$ , indiquent si le chargement est stabilisé ou non ( $C_s$  ou  $C_{ns}$ ). La somme de ces deux informations est transmise au niveau du poste de pilotage au stator d'un synchro récepteur dont le rotor, libre en rotation, pourra s'orienter vers un des quatre plots : à  $0^\circ$   $A_m C_{ns}$ , à  $30^\circ$   $M_m C_{ns}$ , à  $60^\circ$   $A_m C_s$ , à  $90^\circ$   $M_m C_s$ .

**EXERCICES**

22.1 1) On repère un point quelconque  $M$  de l'entrefer par son angle  $\theta$ . ( $\theta = 0$  lorsque  $M$  appartient à l'axe du bobinage principal).

$$\begin{aligned} \xi &= N_p i_p \cos \theta + N_a i_a \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= N_p \sqrt{2} I_p \cos(\omega t) \cos \theta \\ &\quad + N_a \sqrt{2} I_a \cos(\omega t + \theta_a) \cos \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

En menant les calculs on parvient à mettre  $\xi(\theta)$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{\sqrt{2}} [(N_p I_p - N_a I_a \sin \theta_a) \cos(\omega t + \theta) \\ &\quad - N_a I_a \cos \theta_a \sin(\omega t + \theta)] \text{ composante directe} \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} [(N_p I_p + N_a I_a \sin \theta_a) \cos(\omega t - \theta) \\ &\quad + N_a I_a \cos \theta_a \sin(\omega t - \theta)] \text{ composante inverse} \end{aligned}$$

2) Il est possible d'annuler la composante inverse de la f.m.m. en imposant  $N_p I_p = N_a I_a$  et  $\theta_a = \frac{\pi}{2}$ . Dans ce cas on a alors  $\xi(\theta) = \sqrt{2} N_p I_p \cos(\omega t + \theta)$ .

22.2 1) On cherche à calculer  $g$  à l'aide de l'expression de la puissance mécanique.

$$\begin{aligned} P_{mec} &= (1 - g) P_{elec} = (1 - g) 3 \frac{R}{g} I_{12}^2 \\ &= \frac{1 - g}{g} U^2 \frac{R}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + X_2^2} = -2.10^5 \text{ W} \end{aligned}$$

d'où  $g = -0,029 \Rightarrow 2,9\%$ .

$$\begin{aligned} g &= \frac{n_s - n}{n_s} \Rightarrow n = (1 - g)n_s \\ &= (1 - 0,029) \frac{60 \times 50}{6} = 486 \text{ tr/min.} \end{aligned}$$

Puissance active  $P_{elec} = \frac{P_{méc}}{(1 - g)} = -194 \text{ kW}$  et

$$I_{12} V_1 / \sqrt{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + X_2^2} = 287 \text{ A.}$$

Puissance réactive :

$$Q = 3 \left( \frac{V_s^2}{X_m} \right) + 3 X_2 I_{12}^2 = 139,5 \text{ kVAR.}$$

d'où  $I_1 = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3}U} = 345 \text{ A}$  et  $\cos \varphi = -0,8$ .

2) L'intensité du courant est minimale si  $Q_{total} = 0$ , ce qui revient à imposer  $-3C\omega U^2 = -139,5 \text{ kW}$  soit  $C = 2775 \mu\text{F}$ .

- 22.3 1) Le système  $ABC$  est déséquilibré.  $\vec{A}'\vec{N} = 3\vec{V}_d$  et  $\vec{A}\vec{N} = 3\vec{V}_i \implies \vec{V}_d = \frac{2}{3}\vec{V}_A, \quad \vec{V}_i = -\frac{1}{3}\vec{V}_A$  avec  $V_A = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{231}{\sqrt{3}} = 132,8 \text{ V}$ .
- 2) À 1 410 tr/min :  $g_d = 6 \%$  et  $g_i = 2 - g_d = 194 \%$ .
- 3)  $\vec{I}_d = \frac{\vec{V}_d}{\vec{Z}_d} = [6,67 \text{ A}; -31^\circ]$   
 et  $\vec{I}_i = \frac{\vec{V}_i}{\vec{Z}_i} = [16,05 \text{ A}; 97^\circ]$ .
- 4)  $\vec{I}_A = \vec{I}_d + \vec{I}_i = [13,05 \text{ A}; -73,2^\circ]$   
 $\vec{I}_B = a^2\vec{I}_d + a\vec{I}_i = [22,67 \text{ A}; -214,6^\circ]$   
 $\vec{I}_C = a\vec{I}_d + a^2\vec{I}_i = [14,89 \text{ A}; -1,5^\circ]$ .

CHAPITRE 23

QUESTIONS

23.1  $e = \vec{B} \cdot (d\vec{l} \wedge \vec{v})$ ,  $d\vec{l}$  et  $v$  étant constants au cours de la rotation,  $e(t)$  reproduit dans le temps l'image de  $B_{\text{induction}}$ , à répartition spatiale sinusoïdale dans l'espace, nulle sur la ligne neutre et maximale sur la ligne des pôles.  $e$  est de pulsation  $\omega$ .

23.2

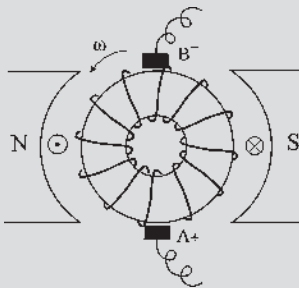


Figure 23.21

23.3 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13...  
 En revanche, si on suit le bobinage on a : 1, 14, 3, 16, 5, 18, 7...

23.4 Sur la figure 23.6, avec  $n = 24$  fils sur le pourtour, en admettant que deux fils forment une spire diamétrale, ces deux fils sont décalés entre eux d'un angle électrique  $\pi + \frac{2\pi}{24}$  et ont des f.é.m. instantanées de sens contraire

mais sont bobinés pour additionner de fait deux f.é.m. déphasées entre elles de  $\frac{2\pi}{24}$ . La résultante est une f.é.m. de même pulsation. La spire tournant avec le rotor, la f.é.m. aux bornes de cette spire est la projection instantanée de la résultante sur l'axe de lecture. Les f.é.m. aux bornes des spires successives sont décalées entre elles de  $2 \times \frac{2\pi}{24}$  et il y a 12 spires sur le rotor. Le bobinage étant fermé sur lui-même, 6 de ces f.é.m. s'additionnent entre les balais.

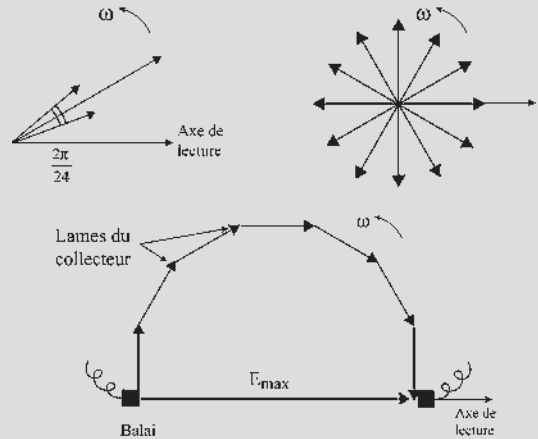


Figure 23.22

- 23.5 Oui, car dans l'espace de Fresnel, la somme de vecteurs d'amplitudes et de phases différentes peut se faire à la condition que la pulsation soit la même.
- 23.6 En moteur comme en générateur, le courant induit circule en sens inverse de chaque côté de la ligne neutre. Le courant change de sens dans le fil actif lorsque celui-ci passe sous un balai. En conséquence, l'image stroboscopée des courants est toujours la même, comme si elle était donnée par une bobine fixe... et pourtant le rotor tourne.
- 23.7 (1) Générateur :  $i$  et  $e$  de même sens  
 (2) Générateur :  $C$  et  $\omega$  de sens opposés  
 (3) Moteur :  $C$  et  $\omega$  de même sens  
 (4) Moteur :  $C$  et  $\omega$  de même sens

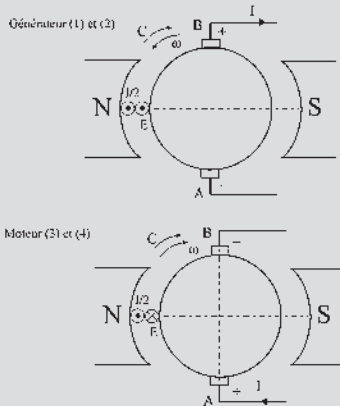


Figure 23.23

23.8

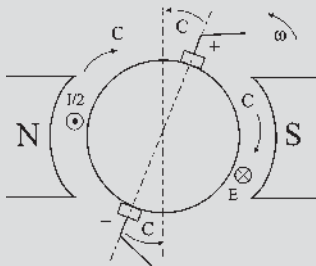
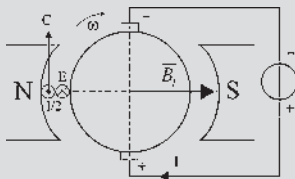


Figure 23.24

EXERCICES

23.1



23.2

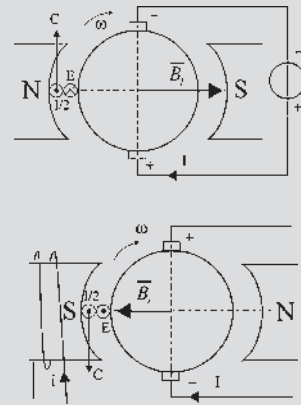


Figure 23.25

23.3

$$1) E\sqrt{2} - E\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{n_{\min}}\right) = \frac{5}{100} E\sqrt{2}$$

$$\text{d'où } \cos\left(\frac{\pi}{n_{\min}}\right) = \frac{95}{100} \Rightarrow n_{\min} = 9,89 \approx 10.$$

$$2) \langle e_{AB} \rangle = \int_{-\frac{\pi}{10}}^{\frac{\pi}{10}} E\sqrt{2} \cos(\theta) d\theta \approx 0,847E.$$

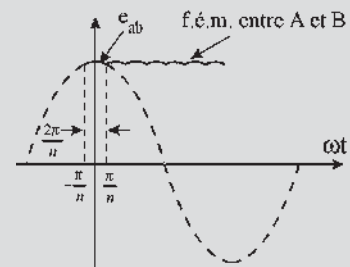


Figure 23.26



## CHAPITRE 24

## QUESTIONS

- 24.1** Dans une machine synchrone triphasée, quatre fils sortent du stator et deux bagues sont nécessaires pour l'alimentation de l'excitation du rotor. Pour la machine à courant continu, cette même conception nécessiterait deux bagues pour l'excitation, comme pour la machine synchrone, mais en plus deux balais tournants liés électriquement aux deux bagues pour la liaison avec l'extérieur, les balais étant en quadrature avec l'axe des pôles.
- 24.2** Pas nécessairement. Le nombre de lames est lié au diamètre du collecteur qui ne peut dépasser une certaine limite au-delà de laquelle il y a arrachement des lames par force centrifuge. Les lames sont collées sur un support nécessairement isolant. En conséquence, il est intéressant de pouvoir diminuer le nombre de lames au collecteur soit en diminuant le nombre de sections, soit en réalisant  $k$  collecteurs distincts pour les rotors ayant  $2k$  ou  $2kp$  voies.
- 24.3** C'est théoriquement possible. Cela se pratique sur des rotors ayant un très grand nombre d'encoches, le pas entre deux lames du collecteur restant très faible. On le réalise aussi sur de très petites machines (par exemple pour les jouets) mais c'est au détriment de la commutation.
- 24.4** Oui, mais pas directement. La détermination d'un point de la courbe de magnétisme de la machine ne peut se faire qu'en sens unique en se donnant  $\phi_i$  pour calculer  $\xi$ . Après avoir tracé la courbe  $\phi_i(\xi)$  par plusieurs points, on peut se donner  $\xi$  pour trouver  $\phi_i$ .
- 24.5** Non. Les spires étant toujours sensiblement diamétrales, les faisceaux étant le rassemblement des fils actifs, les têtes de bobines, d'allures perceptiblement différentes ayant des pertes Joule identiques, la puissance de la machine reste la même.
- 24.6** On peut réaliser sur le rotor un enroulement imbriqué bipolaire, simple ou multiple.  
Le simple est formé d'un seul bobinage fermé sur lui-même et donne  $2a = 2$  voies.  
Le multiple est formé de  $k$  bobinages distincts fermés sur eux-mêmes et donne  $2a = 2k$  voies si  $n$ , nombre d'encoches, est multiple de  $k$ . Si  $n$  et  $k$  sont premiers entre eux, le bobinage donne *toujours*  $2a = 2k$  voies *mais* avec un seul enroulement fermé sur lui-même.  
Le choix, à puissance égale,  $P = E \cdot 2I = (E/k) \cdot 2kI$ , portera sur le nombre de voies pour réaliser les caractéristiques tension/courant que l'on désire.
- 24.7** Ce type d'enroulement permettra d'obtenir  $2k$  voies. Le pas arrière étant  $y' = 25 \pm 2k$ , pour chaque valeur de  $k$  deux pas arrière sont possibles.  $k = 1$  correspond à l'enroulement imbriqué bipolaire simple. Les deux pas arrière sont alors  $y' = 23$  et  $y' = 27$ .  
Pour les valeurs croissantes de  $k, 2, 3, \dots, n$  lorsque  $n$  est multiple de  $k$ , il est alors possible de réaliser  $k$  bobinages distincts fermés sur eux-mêmes et comportant  $\frac{n}{k}$  encoches soit  $\frac{n}{2k}$  spires. Si  $n$  et  $k$  sont premiers entre eux alors un seul bobinage fermé sur lui-même est possible en effectuant  $k$  tours de rotor pour le réaliser. Voir le tableau suivant.

k	n = 48 Multiple de k	Bobinages	Pas arrière $y' = y \pm 2k$	y' possibles		Nombres de voies $2a = 2k$
1	$1 \times 48$	1 bobinage de 48 fils	$y' = 25 \pm 2$	23	27	2
2	$2 \times 24$	1 bobinage de 24 fils	$y' = 25 \pm 4$	21	29	4
3	$3 \times 16$	1 bobinage de 16 fils	$y' = 25 \pm 6$	19	31	6
4	$4 \times 12$	1 bobinage de 12 fils	$y' = 25 \pm 8$	17	33	8
5	premiers entre eux	1 bobinage de 48 fils	$y = 25 \pm 10$	15	35	10

**24.8** Au préalable, était réalisé  $2py = n \pm 2k$  avec  $2p = 6$ ,  $y = 21$ ,  $k = 2$  soit  $6 \times 21 = 126 = 122 + 4$ .  
 Le rebobinage en ondulé multipolaire simple devrait réaliser :  $2py = 122 \pm 2 = 6y$  soit  $y = \frac{124}{6} = 20,67$   
 ou  $y = \frac{120}{6} = 20$ . Aucun ne convient, y doit être entier et impair. La solution est de bobiner un imbriqué multipolaire simple donnant un seul bobinage fermé sur lui-même et présentant  $2a = 2p = 6$  voies.

**EXERCICES**

**24.1** 1.  $2a = 2$  voies  $A1 + yAV = R40 \implies$  pas avant  $y = 39$ , le fil A suivant diamétral est le 3 ou le 79.  
 Si on prend le 3,  $y' = 37$

A	R	A	R	A	R	...etc
1	40	3	42	5	44	

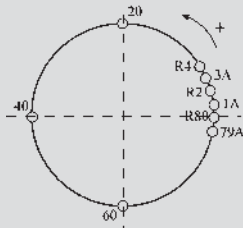


Figure 24.21

On a réalisé un bobinage à droite en avançant. En un tour du rotor, on a pris tous les fils.  
 Si on prend le 79,  $y' = 41$

A	R	A	R	A	R	...etc
1	40	79	38	77	36	

On a réalisé un bobinage à droite en reculant. En un tour du rotor, on a pris tous les fils.

2.  $N = 1500 \text{ tr/min} = 25 \text{ tr/s}$ ,  $E_{AB} = (p/a)nN\phi_m$ ,  
 $p = 1$   $a = 1$   $n = 80$ .  
 $\phi_m = S \cdot B_m = L \cdot D \cdot B_m = 0,2 \times 0,3 \times 1 = 0,06 \text{ W b}$   
 $\implies E_{AB} = 120 \text{ V}$ .

**24.2** 1.  $k$  correspond au nombre de bobinages distincts fermés sur eux-mêmes,  $n$  est multiple de  $k$ .  
 2.  $k$  est appelé le facteur de multiplicité.  
 120 encoches d'où  $n = 240$  il y a donc deux fils par encoches.

A	R	A	...etc
1	6 2	3	

Pas avant  $y = +61$  et pas arrière  $y' = -59$

**24.3**

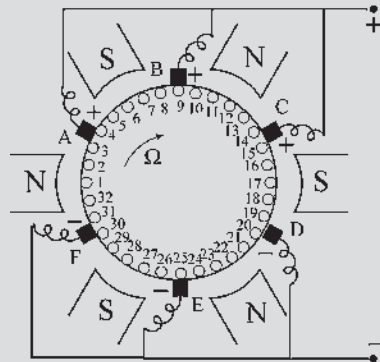


Figure 24.22

$2p = 6$ ,  $1 + 6y = \begin{cases} n + 3 \\ n - 1 \end{cases}$  on prendra donc  $y = 5$

Voir le tableau suivant.

⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙	⊙	⊙	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙
A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A
1	6	11	16	21	26	31	4	9	14	19	24	29	2	7	12	17
⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙	⊙	⊙	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙	⊗	⊙
R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R	A	R
22	27	32	5	10	15	20	25	30	3	8	13	18	23	28	1	

CHAPITRE 25

QUESTIONS

25.1 La création de f.é.m. dans un fil actif est identique dans une machine à courant continu et dans une machine synchrone, il n'y a qu'inversion du stator et du rotor. Sans calcul, on peut affirmer que dans une machine synchrone, tout fil actif qui sera en face d'un repère rotorique aura la même f.é.m. instantanée.

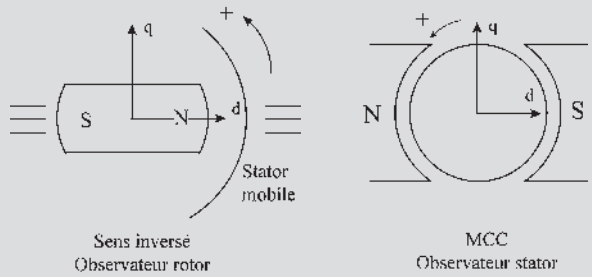


Figure 25.20 (suite)

25.4  $E_{BA} = nN\phi_m \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0$  ;  $\phi_m = S.B_m = 2RLB_m$   
 $E_{BA} = nNL2R \sin \frac{\alpha}{2} \cos \theta'_0$  ;  
 $R \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{AB}}{2}$  ;  $B_m \cos \theta'_0 = B_n$  ;  
 $E_{BA} = nNL.\overline{AB}.B_n$  ;  $L.\overline{AB} = S$  ;  $S.B_n = \phi$  ;  
 $E_{BA} = nN\phi = \frac{n}{2\pi}\phi\omega$  le flux cherché est  $\frac{n\phi}{2\pi}$ .

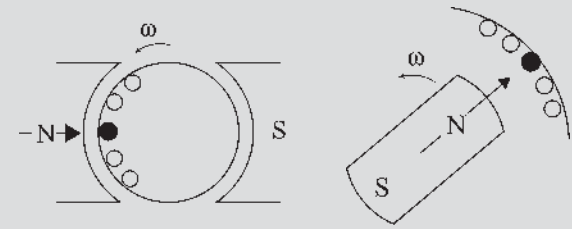


Figure 25.18

25.2 La f.é.m. change de signe lorsque le fil actif passe sur la ligne neutre. En appelant  $a, b, d, a', b', d'$  les points du bobinage rotorique indiqués sur le dessin, on a  $e_{BA} = e_{ba} = e_{b'a'}$ ,  $e_{db} = -e_{d'b'}$  et  $e_{d'a'} = -e_{a'd} = e_{d'a}$ .

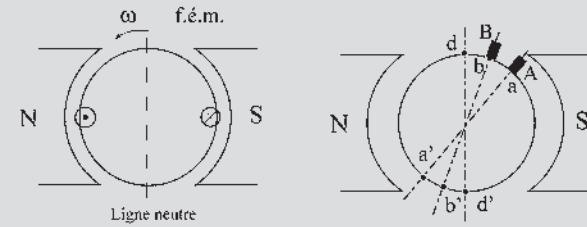


Figure 25.19

25.3

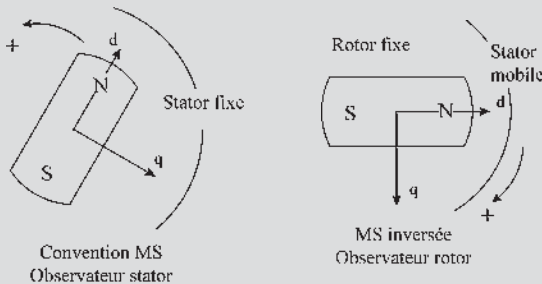


Figure 25.20

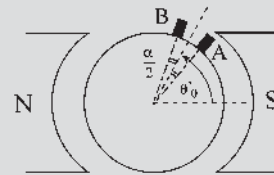


Figure 25.21

25.5 La f.é.m. s'écrit  $E_{BA} = \phi_d\omega$  pour une bipolaire et  $E_{BA} = \frac{p}{a}\phi_d\omega$  pour une multipolaire. Chaque demi induit reçoit un flux  $\phi_d$  dans l'axe  $d$  et un flux nul dans l'axe  $q$ . En conséquence, avec la rotation, la f.é.m. est maximale et dans le même sens pour chaque demi-induit lorsqu'il est sur l'axe  $q$ . À vide, les f.é.m. s'opposent, en charge, elles débitent en parallèle. Parce qu'il y a à tout instant deux demi-induits dans l'axe  $q$  donnant la f.é.m. maximale aux balais, mais ce ne sont jamais les mêmes au cours de la rotation. On rejoint la notion de bobine pseudo-stationnaire.

EXERCICES

25.1 1.  $E = \frac{p}{a}M_{st}i\omega = K.i.\omega$  avec  $K$  constante caractéristique de la machine. Si  $i$  est maintenu constant, la f.é.m. à vide est proportionnelle à la vitesse :

$$\frac{E_1}{N_1} = \frac{E_2}{N_2} \Rightarrow N_2 = \frac{E_2}{E_1} N_1 = \frac{250}{230} 1000 = 1087 \text{ tr/min}$$

2) Même raisonnement :

$$\frac{E_1}{N_1} = \frac{E_2}{N_2} \Rightarrow E_2 = \frac{N_2}{N_1} E_1 = \frac{1000}{800} 200 = 250 \text{ V}$$

ce qui correspond à un courant inducteur de 1,5 A.

3) On se place avec un courant inducteur  $i = 1 \text{ A}$ , pour  $E_1 = 200 \text{ V}$ ,  $N_1 = 1000 \text{ tr/min}$ , à vide  $E_2 = 230 \text{ V}$  d'où  $N_2 = 1150 \text{ tr/min}$ .

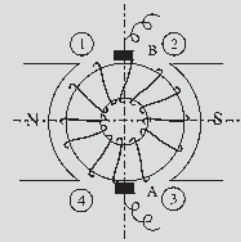
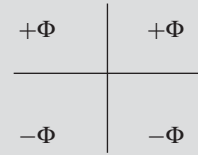


Figure 25.22

Soit  $\phi$  la somme des flux reçus par ces spires en série. Chaque quadrant reçoit :



D'où :

- flux reçu par l'ensemble du bobinage = 0 = flux ensemble induit ;
- flux reçu par toutes les spires situées à droite de l'axe  $q = 0 = \phi_q$
- flux reçu par toutes les spires situées au dessus de l'axe  $d = 2\phi = \phi_d$ .

Flux reçu par une spire repérée par un angle  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} \varphi &= \vec{B}_m \cdot \vec{S} = B_m \cdot S \cos(\vec{B}_m, \vec{n}) = B_m \cdot S \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= B_m \cdot S \sin(\alpha) = \phi_m \sin(\alpha) \end{aligned}$$

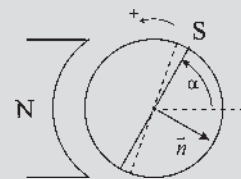


Figure 25.24

Dans l'angle  $d\alpha$  il y a  $\frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} d\alpha$  spires puisqu'il y a  $n$  fils sur le pourtour (ici  $n = 80$ ).

$$\begin{aligned} \phi_d &= \int_0^\pi \varphi(\alpha) d\alpha = \int_0^\pi \frac{n}{2} \frac{1}{2\pi} \phi_m \sin \alpha d\alpha \\ &= \frac{n\phi_m}{4\pi} [-\cos \alpha]_0^\pi = \frac{n\phi_m}{2\pi} \end{aligned}$$

Calcul de la f.é.m. entre les balais :  $E_{AB} = \frac{p}{a} n N \phi_m$

A.N. :  $p = 1$ ,  $a = 1$ ,  $n = 80$ ,  $\phi_m = S \cdot B_m = 0,06 \text{ Wb}$  d'où  $E_{AB} = 96 \text{ V}$ .

25.2 1)  $\phi_u = \int_{S_c} d\varphi = \int_{S_c} \vec{B} d\vec{S}$  vecteurs colinéaires  $\Rightarrow \phi_u =$

$$\int_{S_c} B \cdot dS \text{ avec } B = B_m \cos \alpha \text{ et } dS = LR d\alpha.$$

En faisant l'approximation pour des angles petits,

$\tan \alpha \simeq d\alpha = \frac{dl}{R}$  on a alors :

$$\begin{aligned} \phi_u &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_m \cos \alpha LR d\alpha = B_m LR \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha \\ &= 2RLB_m = DLB_m = SB_m = \phi_m. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) B_{\text{moyen}} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_m \cos \alpha d\alpha = \frac{B_m}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha \\ &= \frac{2}{\pi} B_m. \end{aligned}$$

D'autre part la surface coupée est telle que :

$$S_c = \frac{2\pi R}{2} L = \frac{\pi}{2} DL = \frac{\pi}{2} S$$

D'où le résultat attendu :

$$\begin{aligned} \phi_u &= \phi_m = S \cdot B_m = S \left(\frac{\pi}{2} B_{\text{moyen}}\right) \\ &= \left(S \frac{\pi}{2}\right) B_{\text{moyen}} = S_c B_{\text{moyen}}. \end{aligned}$$

3) Magnétisation de la machine :  $\xi = ni \simeq \mathfrak{N}_e \cdot \phi_u$

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{\mu_0} \frac{2e}{S_p} \text{ car il y a deux entrefers et } \phi_u = S \cdot B_m =$$

$$S_c B_{\text{moyen}} = S_c \frac{2}{\pi} B_m$$

$$\text{d'où } \xi = ni \simeq \mathfrak{N}_e \cdot \phi_u = \frac{2e}{\mu_0 S_p} S_c \frac{2}{\pi} B_m = \frac{2e}{\mu_0 \beta} \frac{2}{\pi} B_m$$

A.N. :  $\xi = 804 \text{ ampères-tours}$ .

25.3 On raisonne sur le bobinage équivalent en anneau. Sur le dessin, on a réalisé un bobinage à droite en avançant. Orientons toutes les spires à droites.

Les spires situées dans :

- le quadrant 1 reçoivent un flux par la face sud ;
- le quadrant 2 reçoivent un flux par la face sud ;
- le quadrant 3 reçoivent un flux par la face nord ;
- le quadrant 4 reçoivent un flux par la face nord.

CHAPITRE 26

QUESTIONS

- 26.1 Voir fiche mémo.
- 26.2 En moteur, on règle  $V$  et  $i$ , mais on parle plutôt du flux  $\phi$  et l'on s'intéresse à  $N(C)$ . En générateur on règle  $N$  et  $i$  et l'on s'intéresse à  $V(I)$ .
- 26.3 La machine a été démagnétisée. Il faut la remagnétiser, montée en excitation indépendante, puis la remonter « en série » en vérifiant que le flux inducteur renforce le flux rémanent. Vérifier enfin que  $R_{ext} < R_{critique}$ .

26.4 La trace sur le plan  $NO\phi$  a pour équation  $N = \frac{V}{\frac{p}{a} n \phi}$  puisque  $C = 0$ .  $N\phi = cste = \frac{V}{\frac{p}{a} n}$  est l'équation d'une hyperbole. Les deux asymptotes étant orthogonales, l'hyperbole est équilatère.

26.5 La section d'équation  $C(\phi) = -N \frac{(\frac{p}{a} n)^2}{2\pi r} \phi^2 + V \frac{\frac{p}{a} n}{2\pi r} \phi$  est une parabole  $C(\phi) = -A\phi^2 + B\phi$  passant par l'origine puisqu'il n'y a pas de terme constant, de concavité tournée vers les  $C$  négatifs puisque le coefficient de  $\phi^2$  est négatif ayant pour racines  $\phi = 0$  et  $\phi = \frac{B}{A}$ .

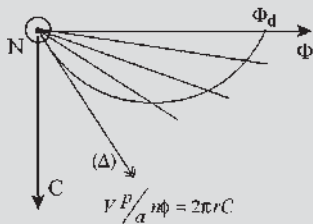


Figure 26.25

La tangente à l'origine définie par  $\frac{dC}{d\phi}$  pour  $\phi=0 = \frac{p}{a} n$  a pour équation  $C = V \frac{\frac{p}{a} n}{2\pi r} \phi$  quelle que soit la valeur de  $N$ . En conséquence, la surface caractéristique formée de paraboles pour chaque valeur de  $N$ , admet un plan tangent formé par l'axe  $ON$  et cette

tangente. Cette tangente est l'intersection de la surface avec le plan  $N = 0$ , d'équation  $V \frac{p}{a} n \phi = 2\pi r C$ .

- 26.6 Il faut que la parabole directrice du cylindre d'intersection soit la projection verticale d'une des paraboles de la surface caractéristique. Le moteur doit donc être à flux soustractif pour que la concavité de la parabole soit tournée vers les  $C$  négatifs.
- 26.7 Il faut un moteur compound à flux différentiels. Réaliser  $\frac{V}{r} = \frac{\phi_d}{k_4}$  traduisant que la droite  $I_a$  est la tangente à l'origine de cette parabole et régler  $\frac{V}{\phi_d} = \frac{p}{a} n N$  pour fixer la vitesse  $N$  désirée.
- 26.8 Le taux de compoundage est  $\tau = \frac{A \cdot \text{tours}_{série}}{A \cdot \text{tours}_{shunt}}$ , il doit être inférieur à l'unité. Une machine qui aurait  $\tau = 1$  est inutilisable et mal conçue. Il faut alors réduire les  $A \cdot \text{tours}_{série}$ .

EXERCICES

- 26.1 1)  $E = \frac{p}{a} n N \phi = K N$  d'où  $K = \frac{U - rI}{N} = \frac{(220 - 20) \times 60}{1500} = 8 \text{ V.s/tr}$ .  
 $C = \frac{EI}{N \times 2\pi} = \frac{KI}{2\pi} = \frac{K}{2\pi} \frac{U - KN}{R} = \frac{8}{2\pi} \frac{U - 8N}{1} = \frac{4(U - 8N)}{\pi}$ .
- 2) Démarrage :  
 $N = 0$ , d'où  $E = 0$  et donc  $C = C_r = 12 \text{ Nm}$ .  
 $I_d = \frac{C}{K} \frac{2\pi}{60} = \frac{12}{0,133} \frac{2\pi}{60} = 9,42 \text{ A}$ ,  $U_d = rI_d = 9,42 \text{ V}$ .  
 - Caractéristique mécanique :  $C_r = aN + b$  avec  $a = 0,54 \text{ tr/s/Nm}$  et  $b = 12 \text{ Nm}$ .  
 Au point de fonctionnement  $C = C_r$  d'où  $\frac{4(U - 8N)}{\pi} = 0,54N + 12$   
 soit  $N = 0,12U - 1,12$ .  
 - A.N. : Pour  $U = 110 \text{ V}$  :  $N = 12 \text{ tr/s}$  et  $I = 14 \text{ A}$  ;  
 Pour  $U = 220 \text{ V}$  :  $N = 25 \text{ tr/s}$  et  $I = 20 \text{ A}$ .

- 26.2 1)  $I = \frac{P_{abs}}{U} = 25 \text{ A}$  ;  
 $P_{em} = P_u = P - (r + r_s)I = 2690 \text{ W}$  et donc  
 $C = \frac{P}{2\pi N} = \frac{2690 \times 60}{1500 \times 2\pi} = 17,1 \text{ Nm}$ .

$$2) C = \frac{P}{2\pi N} = \frac{EI}{2\pi N} = KI\phi \quad \text{avec} \quad K = \frac{pn}{2\pi a} \quad \text{et} \\ \phi = \beta I, \beta \text{ constante, donc :}$$

$$C = K'I^2 \text{ où } K' = K\beta = \frac{C}{I^2} = 2,74 \cdot 10^{-3} \\ \text{constante et } E = 2\pi K'NI.$$

$$3) E = 2\pi K'NI = 0,172NI = U - (r + r_s)I \quad \text{soit} \\ N_{tr/s} = \frac{U}{4,3} - 2,9.$$

$$4) \text{ Pour } N_{tr/s} = 12,5 \text{ tr/s, } U = 66,3 \text{ V.}$$

$$5) \text{ Pour } N_{tr/s} = 0 \text{ tr/s, } U = 12,5 \text{ V.}$$

- 26.3** 1) Pour modifier le point de fonctionnement de la machine à courant continu, il faut modifier la valeur du flux.
- 2) Au fur et à mesure que l'on diminue le flux par rapport à  $\phi_a$ , la machine à courant continu fonctionne en moteur ; le courant, le couple moteur et la puissance électromagnétique augmentent tandis que la f.é.m. diminue. La machine synchrone fonctionne en alternateur.

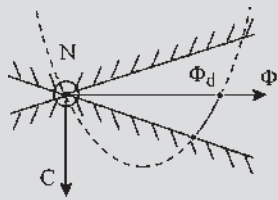


Figure 26.26

- 3) Si l'on augmente le flux par rapport à  $\phi_a$ , la machine à courant continu fonctionne en génératrice et la machine synchrone en moteur.

Conclusion : le sens de l'échange d'énergie entre les deux réseaux ne dépend que de l'excitation de la machine à courant continu.

## CHAPITRE 27

### QUESTIONS

- 27.1** La réaction transversale d'induit est due à la saturation. Il peut y avoir saturation dans une machine à pôles lisses si l'on pousse l'induction.
- 27.2** Oui, car l'existence du flux transversal crée dans les bobines, situées dans le plan  $q$  et court-circuitées par les balais, des f.é.m. maximales occasionnant un problème

de commutation dû aux étincelles de rupture à l'ouverture des bobines.

- 27.3** Non, il n'est pas envisageable d'utiliser une machine à charges variables obligeant un réglage des balais à chaque utilisation. Cela ne peut être envisagé que dans le cas d'une charge invariable en admettant les étincelles avant d'arriver au point nominal.

- 27.4** Au déplacement des balais dans une machine à pôles saillants. Pour une telle machine, les balais doivent être placés dans l'axe  $q$ .

- 27.5** Oui, toujours, pour les machines à pôles lisses comme pour les machines à pôles saillants. Le prix est plus élevé mais les avantages sont considérables. Pas d'étincelles au collecteur. Pas de réaction longitudinale d'induit dans les machines à pôles saillants. Pas de déplacement des balais. Rappelons que le déplacement des balais doit être dans un sens pour le fonctionnement moteur et en sens contraire en générateur, tout en tenant compte de l'amplitude. Une machine totalement compensée aura besoin, dans le cas d'une alimentation extérieure commutée, d'une inductance extérieure en série pour éviter les variations trop brusques de courant  $I$ .

- 27.6** Non, Le couple est dû à l'interaction de  $\vec{B}_i$  et  $\vec{B}_l$  donné par la bobine pseudo-stationnaire. Ce couple travaille au cours de la rotation. Le couple égal et opposé entre  $\vec{B}_i$  et  $\vec{B}_{cI}$  existe mais ne travaille pas, les deux bobinages étant statoriques.

- 27.7** On peut le faire sur l'un des quatre cas de la figure 27.21. Prenons le fonctionnement en générateur tournant dans le sens trigonométrique. Le courant  $I/2$  parcourant la spire court-circuitée s'éteint lentement. Il faut lancer un courant  $I/2$  dans l'autre sens, au moment où le court-circuit va cesser, en créant une f.é.m. de même sens que le courant. Le courant devrait donner un flux d'autodéfense sortant par la face nord, la spire étant orientée d'après le courant. Il faut un pôle nord dans l'axe  $q$ .

- 27.8** S'il n'est pas réglé, il y a détérioration du collecteur, les étincelles « piquant » ce dernier.

### EXERCICES

- 27.1** 1)  $P = 15 \text{ kW} = V \cdot I \implies I = \frac{P}{V} = \frac{15 \text{ kW}}{230 \text{ V}} = 65 \text{ A.}$
- 2) À vide on a  $V = 230 \text{ V, } I = 0$  et  $i_s = 1,34 \text{ A.}$   
En charge on a  $V = 230 \text{ V, } I = 65 \text{ A}$  et  $i_s = 1,48 \text{ A}$   
 $\Delta(n_s i_s) = (1,48 - 1,34)1820 = \Delta(n_c i_c) = n_c I$

$$= n_c \times 65 \Rightarrow n_c = \frac{(1,48 - 1,34)1820}{65} = 3,92.$$

On prendra  $n_c = 4$ .

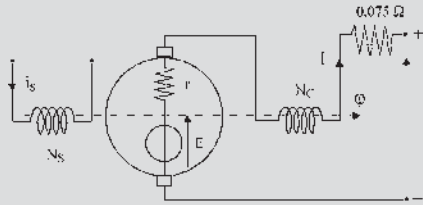


Figure 27.29

27.2 1)  $P_u = P_a - p_f - p_j - p_m$

$$P_u = 220 \times 73,3 - \frac{220^2}{169} - 0,14 \times 72^2 - 1100 = 14,01 \text{ kW}$$

$$\text{Rendement : } \eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{14,01 \cdot 10^3}{200 \times 73,3} = 0,87 \Rightarrow 87 \%$$

2) La puissance appelée à l'instant du démarrage est égale à  $P_u + p_m = 15,11 \text{ kW}$ , d'où le couple de démarrage :

$$C_d = \frac{P_u + p_m}{N \times \frac{2\pi}{60}} = \frac{15,11 \cdot 10^3}{1150 \times \frac{2\pi}{60}} = 125 \text{ Nm.}$$

À l'instant du démarrage :  $N = 0 \Rightarrow V = (r + R_d)I_d$

$$\text{d'où } R_d = \frac{V}{I_d} - r = \frac{220}{72} - 0,14 = 2,9 \Omega.$$

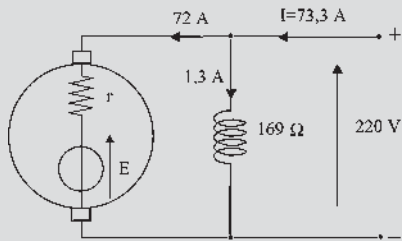


Figure 27.30

27.3 1) D'après les caractéristiques à vide, pour  $I = 22,6 \text{ A}$ ,  $E = 335 \text{ V}$ , d'où :  $N = 1086 \text{ tr/min}$

$$C_{em} = \frac{P_{em}}{N \times \frac{2\pi}{60}} = \frac{EI}{N \times \frac{2\pi}{60}} = 72,3 \text{ Nm.}$$

À l'instant du démarrage :

$$N = 0 \Rightarrow V = (r + r_s + R_d)I_d, \text{ d'où :}$$

$$R_d = \frac{V}{I_d} - r - r_s = \frac{400}{45} - 1,6 = 7,29 \Omega.$$

Tant que  $R_d$  reste connecté, la vitesse est limitée à  $N = 448 \text{ tr/min}$ .

2)  $U_0 = 366 \text{ V}$  ;  $i_0 = 22,6 \text{ A}$  ;  $p_{fm} = 800 \text{ W}$ .

$$C_u = 65,3 \text{ Nm} ; \eta = 82,1 \%$$

## CHAPITRE 28

### QUESTIONS

28.1 Non. Le hacheur permet une commande de la vitesse à atteindre par le rapport cyclique  $R = t_f/T$  et un contrôle du courant en fixant  $T$ ,  $t_f$  ou  $t_0$ .

28.2 Elle permet d'incliner la courbe  $i(t)$  autorisant un lissage de courant instantané en régime permanent, mais surtout son existence empêche, à l'instant  $t = 0$  de mise sous tension, le courant de prendre instantanément la valeur inadmissible  $u/r$ .

28.3 On veut :  $\Phi \nearrow \boxed{N}$

$$\text{alors : } \boxed{E} = \frac{P}{a} n \boxed{N} \Phi \quad \boxed{V} = \boxed{E} + r \nearrow$$

$$\nearrow = \boxed{E} \nearrow = 2\pi \boxed{N} \searrow$$

Il faut installer une réversibilité en courant. Le courant doit pouvoir circuler dans les deux sens, en entrant par le pôle + en moteur et en sortant par le même pôle + en générateur.

28.4 Le pont de diodes ne donne qu'une tension moyenne non réglable. C'est une alimentation à tension constante. Pas de variation de vitesse possible. Pas de contrôle de courant par le pont au démarrage. Il faut prévoir un dispositif de démarrage.

28.5 Le montage en pont de thyristors pour  $0 < \theta_0 < 90^\circ$  donne une tension moyenne réglable. C'est un variateur de vitesse. Sens unique du courant dans l'induit. Ne peut fonctionner qu'en moteur et dans un seul sens si l'on ne touche pas au flux. Fonctionnement en moteur dans les deux sens par inversion du flux à l'arrêt.

28.6 Pas besoin d'un rhéostat de démarrage. Le courant est contrôlable par le pont au démarrage. Il est possible de régler la vitesse tout en contrôlant le courant pendant le démarrage en réglant au départ  $\theta = 90^\circ$ .

28.7 La machine peut fonctionner en génératrice pour faire de la récupération d'énergie si elle tourne en sens inverse du moteur.

28.8 Faire un montage quatre quadrants formé de deux ponts à thyristors double alternance tête-bêche.

## EXERCICES

**28.1** 1. Lorsque la vitesse est contrôlée par ajustement du champ inducteur et que les deux moteurs ont la même puissance mécanique à 1 650 tr/min :

- le moteur A doit fournir une puissance constante entre 1 650 et 450 tr/min et pour diminuer la vitesse à puissance constante, il faut augmenter le flux. Négligeant les pertes et la saturation, une puissance constante entraîne  $EI = C\omega = K\phi\omega I$ , si on augmente le flux, on diminue la vitesse en maintenant le courant constant  $I = 100$  A.
- Le moteur B doit fournir un couple constant entre 1 650 et 450 tr/min et pour diminuer la vitesse à couple constant il faut augmenter le flux. Négligeant les pertes et la saturation, couple constant veut dire  $K\phi I$  constant, si on augmente le flux, le courant diminue linéairement

$$I = 100 \times \frac{450}{1650} = 27,3 \text{ A.}$$

Lorsque la vitesse est contrôlée par ajustement du champ inducteur et que les deux moteurs ont la même puissance mécanique à 450 tr/min :

- le moteur A doit fournir une puissance constante entre 450 et 1 650 tr/min et pour augmenter la vitesse à puissance constante il faut diminuer le flux. Négligeant les pertes et la saturation, une puissance constante entraîne  $EI = C\omega = K\phi\omega I$ , si on diminue le flux, on augmente la vitesse en maintenant le courant constant  $I = 100$  A.
- Le moteur B doit fournir un couple constant entre 450 et 1 650 tr/min et pour augmenter la vitesse à couple constant il faut diminuer le flux. Négligeant les pertes et la saturation, couple constant veut dire constant, si on diminue le flux, le courant augmente linéairement  $I = 100 \times \frac{1650}{450} = 367$  A.

2. Lorsque la vitesse est contrôlée par ajustement de la tension d'induit et que les deux moteurs ont la même puissance mécanique à 1 650 tr/min :

- le moteur A doit fournir une puissance constante entre 1 650 et 450 tr/min et pour diminuer la vitesse à puissance constante, il faut diminuer  $E$ . Négligeant les pertes et la saturation, une puissance constante entraîne  $EI = C\omega$ ,  $I$  augmente linéairement à  $I = 367$  A.
- Le moteur B doit fournir un couple constant entre 1 650 et 450 tr/min et pour diminuer la vitesse à couple constant, il faut diminuer  $E$ . Négligeant les pertes et la saturation, couple constant veut dire constant,  $I$  demeure constant.

Lorsque la vitesse est contrôlée par ajustement de la tension d'induit et que les deux moteurs ont la même puissance mécanique à 450 tr/min :

- le moteur A doit fournir une puissance constante entre 450 et 1 650 tr/min et pour augmenter la vitesse à puissance constante, il faut augmenter  $E$ . Négligeant les pertes et la saturation, une puissance constante entraîne  $EI = C\omega = K\phi\omega I$ , flux constant et augmentation de vitesse entraîne une diminution de  $I$ ,  $I = 27,3$  A.
- Le moteur B doit fournir un couple constant entre 450 et 1 650 tr/min et pour augmenter la vitesse à couple constant il faut augmenter  $E$ . Négligeant les pertes et la saturation, couple constant veut dire  $K\phi I$  constant,  $I$  demeure constant.

**28.2** 1.  $u_c(t)$  est périodique. Son motif s'appuie sur la courbe  $v(t)$  entre  $t_1$  et  $t_2 = t_1 + T/2$ .

$$2. U_{c0} = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T/2} V\sqrt{2} \sin(\omega t) dt = 0,9 \times V \times \cos \theta.$$

$P = 0,9VI_c \cos \theta$ . Pour  $\theta = 120^\circ \implies P < 0$ , donc la charge ne peut être purement passive.

3.

	$N_0$	$N_0/2$	$N_0/50$
$\theta$ [°]	115,6°	102°	89,5°
$U_{c0}$ [V]	-973	-466	+19,8
$P$ [kW]	-973	-466	+19,8
Fonction	Onduleur	Onduleur	Redresseur

**28.3** 1. La présence de  $D$  empêche que  $u_c(t)$  devienne négative.  $u_c(t)$  est périodique. Son motif s'appuie sur 0 V de  $t = 0$  à  $t = T/4$  pour  $\theta = 90^\circ$  et sur  $v(t)$  de  $t = T/4$  à  $T/2$ .

Intervalle de temps	0 à $T/4$	$T/4$ à $T/2$	$T/2$ à $3T/4$	$3T/4$ à $T$
Conduction	$D$	$T_{h1}$ et $T_{h3}$	$D$	$T_{h2}$ et $T_{h4}$

Le domaine de variation de  $\theta$  est (théoriquement) de 0 à  $180^\circ$ .

$$2. U_{c0} = 0,45 V [1 + \cos \theta] U_{c0} = 1530 V \theta = 69^\circ.$$

On a par définition :

$$I_{Th}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} I_c^2 dt = I_c^2 \left[ \frac{1}{2} - \frac{\theta}{2\pi} \right] \longrightarrow I_{Th} = 0,555 I_c$$

de même :

$$I_D^2 = \frac{2}{T} \int_0^{T/4} I_c^2 dt = 2I_c^2 \left[ \frac{\theta}{2\pi} \right] \longrightarrow I_D = 0,62 I_c$$

soit  $I_{Th} = 833$  A ;  $I_D = 929$  A.



CHAPITRE 29

QUESTIONS

29.1 f.é.m. de transformation

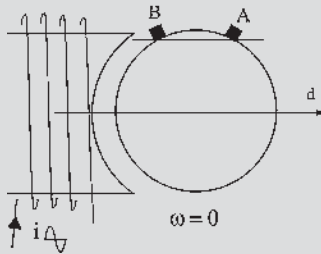


Figure 29.33

f.é.m. de rotation

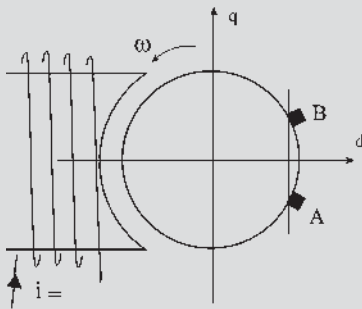


Figure 29.34

29.2 En continu :  $V = \text{chute ohmique} + \text{f.c.é.m. de rotation}$ ,

$$\text{f.c.é.m. de rotation} = E = \frac{p}{a} n N \phi = \frac{p}{a} M i_s \omega.$$

En alternatif :

$$V = \text{chute ohmique} + \text{f.c.é.m. de rotation} + \text{f.c.é.m. de transformation}.$$

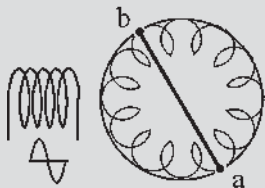


Figure 29.35

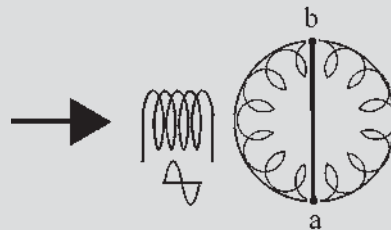


Figure 29.36

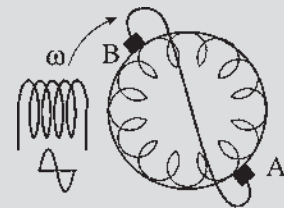


Figure 29.37

29.3 Il faut qu'il y ait un angle dans l'espace entre les deux champs stator et rotor.

29.4 Il faut qu'il y ait un angle entre les deux champs stator et rotor dans l'espace, et il ne faut pas que ces deux champs soient déphasés de  $\frac{\pi}{2}$  dans le temps. Le couple maximal moyen sera obtenu avec deux champs perpendiculaires dans l'espace et en phase dans le temps.

$$29.5 \quad v = r i + L \frac{di}{dt} - M \sin \theta_b \omega i$$

et  $c_m - M i^2 \sin \theta_b = J \frac{d\omega}{dt}$ . En régime permanent  $\omega = \text{cste}$ , l'équation mécanique n'est plus différentielle. Elle permet de calculer le courant efficace  $i$  en connaissant  $C_m$ . L'équation électrique est différentielle, linéaire, à coefficients constants.  $v = V \cos(\omega t)$  étant sinusoïdal, il en est de même de  $i = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$ . On peut donc écrire  $\bar{V} = r \bar{I} + j L \omega \bar{I} - M \sin \theta_b \omega \bar{I}$ .

29.6 Non, le flux de compensation est égal et opposé au flux transversal d'induit. Le couple résultant de l'interaction du flux inducteur et du flux transversal d'induit est le couple de la machine. Il travaille au cours de la rotation. Le couple égal et opposé entre le flux inducteur et le flux de compensation ne travaille pas, les deux bobinages étant statoriques.

29.7 Pas besoin de rhéostat de démarrage. Les balais doivent être placés sur l'axe neutre. En tournant les balais dans un sens ou dans l'autre, on obtient les deux sens de rotation. À chaque position correspond, en régime permanent, une vitesse et un point de fonctionnement.

29.8 Avec  $a$  et  $b$  court-circuités, c'est un actionneur de type loquet où  $a$  et  $b$  se placent sur la ligne neutre pour que les bobines d'axe  $ab$  ne sentent plus les perturbations. Avec des balais court-circuités, il s'agit d'un moteur à répulsion (figures 29.35 à 29.37).

EXERCICES

29.1 1) Puissance absorbée par le moteur :

$$P_a = VI \cos \varphi \implies I = \frac{P_a}{V \cos \varphi} = 10 \text{ A.}$$

2) Équation électrique :

$$v = ri + L \frac{di}{dt} - M\Omega i = ri + L \frac{di}{dt} + e' \quad \text{avec } e' \text{ f.c.é.m.}$$

$$E(V) = \frac{p}{a} n N \phi = \frac{p}{2\pi a} n \Omega \phi = k\alpha \Omega \phi \text{ et } \phi = \alpha I \text{ soit}$$

$$E'(V) = k\alpha \Omega I.$$

$$C_{em} = \frac{E'I}{\Omega} = k\alpha I^2$$

or pour  $I = 10 \text{ A}$ ,  $C_{em} = C_m = 2 \text{ Nm}$ ,  $C_{em} = 0,02 I^2$ .

3) Reprenons l'équation électrique en notation complexe :  $\bar{V} = (r + jL\omega)\bar{I} + \bar{E}'$  or  $\bar{E}'(V) = k\alpha\Omega\bar{I}$ , d'où  $\bar{V} = (r + k\alpha\Omega)\bar{I} + jL\omega\bar{I}$  On en déduit :  $L = 47 \text{ mH}$  et  $r = 0,93 \Omega$ .

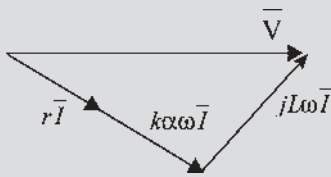


Figure 29.38

29.2 1)

$$v = (R_s + R)i + L \frac{di}{dt} - \left( M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right) \Omega i,$$

$$c_{em} = \left[ -M_{sr} \sin \theta_b - \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] i^2$$

$$c_m + c_{em} = J \frac{d\Omega}{dt} \text{ avec}$$

$$L = L_s + \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} \cos 2\theta_b + 2M_{sr} \cos \theta_b.$$

2) Fonctionnement moteur : si  $i > 0$ ,  $v > 0$ ,  $c_{em} < 0$  et  $\Omega < 0$  ; si  $i > 0$ ,  $v > 0$ ,  $c_{em} < 0$  et  $\Omega < 0$ .

3)  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$ ,

$$\bar{V} = (R_s + R)\bar{I} + jL\omega\bar{I} - \left[ M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] \Omega \bar{I}$$

d'où

$\bar{I} =$

$$\frac{\bar{V}}{(R_s + R) - \left[ M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] \Omega + jL\omega}$$

de là  $I$  et  $\varphi$ .

$$\text{Couple } c_{em} = - \left[ M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] i^2 \text{ où}$$

$$i^2 = 2I^2 \cos^2(\omega t - \varphi) = I^2 [1 + \cos(2(\omega t - \varphi))]$$

$$c_{em} = - \left[ M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] I^2 [1 + \cos(2(\omega t - \varphi))] \text{ pulsatoire.}$$

Couple moyen :

$$C_{em \text{ moyen}} = - \left[ M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] I^2.$$

En continu :

$$V_c = V\sqrt{2}$$

$$= (R_s + R)I_c - \left[ M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] \Omega_c I_c$$

$$I_c = \frac{V\sqrt{2}}{(R_s + R) - \left[ M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] \Omega_c}$$

$$\text{et } C_{em \text{ moyen}} = - \left[ M_{sr} \sin \theta_b + \frac{L_d - L_q}{2} \sin 2\theta_b \right] I_c^2$$

$$5) \frac{P_c}{P} = \frac{V\sqrt{2}I_c}{VI \cos \varphi} = \frac{I_c}{I} \frac{\sqrt{2}}{\cos \varphi}.$$

CHAPITRE 30

QUESTIONS

$$30.1 \begin{cases} v_s = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s \\ v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r - M_{sr} i_s \omega \\ c_m - M_{sr} i_s i_r = J \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$$

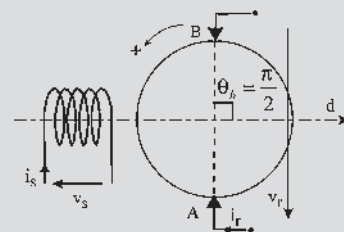


Figure 30.34

$$30.2 \begin{cases} v_s = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_r}{dt} \\ v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r + M_{sr} \cos \theta_b \frac{di_s}{dt} - M_{sr} i_s \omega \sin \theta_b \\ c_m - M_{sr} i_s i_r \sin \theta_b = J \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$$

avec  $v_r = 0$  et  $v_s = V_s \sqrt{2} \cos(\omega_s t)$

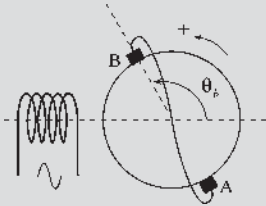


Figure 30.35

$$30.3 \begin{cases} v_{ds} = \left( R_{ds} + L_{ds} \frac{d}{dt} \right) i_{ds} + M_{sr} \frac{di_{dr}}{dt} \\ v_{qs} = \left( R_{qs} + L_{qs} \frac{d}{dt} \right) i_{qs} + M_{sr} \frac{di_{qr}}{dt} \end{cases}$$

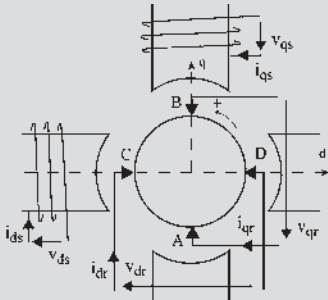


Figure 30.36

$$30.4 \begin{aligned} v_{dr} &= \left( R + L \frac{d}{dt} \right) i_{dr} + M_{sr} \frac{di_{ds}}{dt} + (Li_{qr} + M_{sr} i_{qs}) \omega ; \\ v_{qr} &= \left( R + L \frac{d}{dt} \right) i_{qr} + M_{sr} \frac{di_{qs}}{dt} - (Li_{dr} + M_{sr} i_{ds}) \omega \end{aligned}$$

$$E_{dr} = \sum \phi_{r+\frac{\pi}{2}} \cdot \omega = \phi_q \cdot \omega = (Li_{qr} + M_{sr} i_{qs}) \omega ;$$

$$E_{qr} = \sum \phi_{r+\frac{\pi}{2}} \cdot \omega = -\phi_d \cdot \omega = -(Li_{dr} + M_{sr} i_{ds}) \omega$$

$$30.5 \begin{aligned} c_{em} &= \sum_R i_r \sum_S \phi_{r+\frac{\pi}{2}} = i_{dr} \cdot \phi_q + i_{qr} \cdot (-\phi_d) \\ &= i_{dr} (Li_{qr} + M_{sr} i_{qs}) - i_{qr} (Li_{dr} + M_{sr} i_{ds}) \\ &= M_{sr} (i_{dr} i_{qs} - i_{qr} i_{ds}) \end{aligned}$$

$$30.6 \begin{cases} v_s = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s + M_{sS} \frac{di_S}{dt} \\ v_S = \left( R_S + L_S \frac{d}{dt} \right) i_S + M_{sS} \frac{di_s}{dt} \\ v_r = \left( R_r + L_r \frac{d}{dt} \right) i_r - M_{sr} i_s \omega - M_{sr} i_S \omega \\ c_m - M_{sr} i_s i_r - M_{sr} i_S i_r = J \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$$

Équations de liaisons  $v = v_s$ ,  $v = v_S + v_r$ ,  $i_s = i_r$  le système s'écrit alors :

$$\begin{cases} v = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_s + M_{sS} \frac{di_S}{dt} \\ v_r = [(R_r + R_S) + (L_r + L_S) \frac{d}{dt}] i_r \\ \quad + M_{sS} \frac{di_S}{dt} - (M_{sr} i_s + M_{sr} i_r) \omega \\ c_m - M_{sr} i_s i_r - M_{sr} i_r^2 = J \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$$

En régime permanent :

$$\begin{cases} v = R_s i_s \\ v_r = (R_r + R_S) i_r - (M_{sr} i_s + M_{sr} i_r) \omega \\ c_m - M_{sr} i_s i_r - M_{sr} i_r^2 = 0 \end{cases}$$

En moteur :  $v > 0$  ;  $i_s > 0$  ;  $i_r > 0$  ;  $\omega < 0$  ;  $C_{em} < 0$

En générateur :  $v > 0$  ;  $i_s > 0$  ;  $i_r < 0$  ;  $\omega > 0$  ;

$C_{em} < 0$

C'est une génératrice compound à flux soustractif.

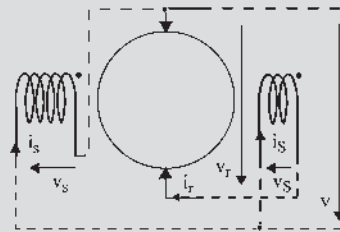


Figure 30.37

30.7 On peut donner « à vue » l'ordre du système : ordre 4 composé de 3 mailles électriques différentielles et 1 arbre mécanique.

Trois impositions :  $v_{sg}$ ,  $v_{rq} = 0$  et  $c_m$ . Quatre variables  $i_{sg}$ ,  $i$ ,  $i_{rq}$  et  $\omega$ .

Quatre équations différentielles à 7 variables  $i_{sg}$ ,  $i$ ,  $i_{rq}$ ,  $\omega$ ,  $v_{sg}$ ,  $v$  et  $c_m$ .

**30.8** *A priori*, l'ordre est 5 puisqu'il y a deux inducteurs, deux arbres mécaniques et un circuit induit. Il faut 4 impositions pour obtenir un point de fonctionnement :  $v_{sg}$ ,  $v_{sm}$ ,  $c_{mg}$  et  $c_{mm}$ . 5 variables  $i_{sg}$ ,  $i_{sm}$ ,  $i$ ,  $\omega_g$  et  $\omega_m$ . Hypothèses à faire pour abaisser l'ordre :

Tension  $v_{sm} = \text{cste}$  bien avant  $t = 0$ . L'équation  $v_{sm} = \left( R_s + L_s \frac{d}{dt} \right) i_{sm}$  n'est plus différentielle.  $\omega_g = \text{cste}$ . C'est le cas des groupes Ilgner avec un cylindre inertiel supplémentaire. Compensation totale des deux induits :  $L_r + L_c - 2M_{rc} = 0$ . La maille électrique n'est plus différentielle. Le système est d'ordre 2.

**EXERCICES**

**30.1** 1)  $\theta_b = \frac{\pi}{2}$  ;  $v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt}$  ;  
 $v_r = R_r i_r + L_r \frac{di_r}{dt} - M_{sr} \omega i_s$  ;  $c_m + c_{em} = J \frac{d\omega}{dt}$  ;  
 $c_{em} = -M_{sr} i_s i_r$

2) En régime permanent : (4 équations, 6 inconnues, 2 impositions  $v_{s0}$  et  $\omega_0$ ).

$v_{s0} = R_s i_{s0} \Rightarrow i_{s0} = 2A$  ;  
 $v_{r0} = R_r i_{r0} - M_{sr} \omega_0 i_{s0} = -R_r i_{r0}$  ;  $C_m + C_{em} = 0$  ;  
 $C_{em} = -M_{sr} i_{s0} i_{r0}$   
 $N_0 = 1760 \text{ tr/min}$  d'où  $\omega_0 = \frac{2\pi N}{60} = 184,3 \text{ rad/s}$ ,  
 $i_{r0} = \frac{M_{sr} \omega_0 i_{s0}}{R_r} = 17,7 \text{ A}$  et  $v_{r0} = -R_r i_{r0} = -11,1 \text{ V}$ .

**30.2** 1) Machine shunt :  $v_s = -v_r = R(i_r - i_s)$  ;  
 $-v_r = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt}$  ;  
 $v_r = R_r i_r + L_q \frac{di_r}{dt} - (\Phi_0 + M_{sr} i_s) \Omega$  ;  
 $c_m - (\Phi_0 + M_{sr} i_s) i_r = J \frac{d\Omega}{dt}$ .

Fonctionnement en régime permanent : (4 équations, 4 inconnues).

$$\begin{cases} v_{s0} = -v_{r0} = R_s i_{s0} \\ v_{r0} = R_r i_{r0} - (\Phi_0 + M_{sr} i_{s0}) \Omega_0 \\ C_{m0} = (\Phi_0 + M_{sr} i_{s0}) i_{r0} \\ v_0 = -v_{r0} = R(i_{r0} - i_{s0}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{r0} = 20 \text{ A} \\ i_{s0} = 2 \text{ A} \\ C_{m0} = 23,9 \text{ Nm} \\ v_{r0} = -200 \text{ V} \end{cases}$$

Fonctionnement en génératrice shunt :  $i_{s0} > 0$ ,  $i_{r0} > 0$ ,  $v_{s0} > 0$ ,  $v_{r0} < 0$ ,  $C_{em0} < 0$ ,  $\Omega_0 > 0$ .

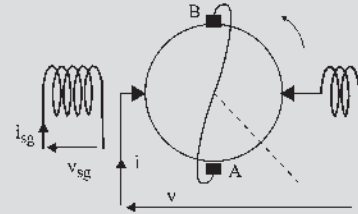


Figure 30.39

2) À  $t = 0$ , mise en court-circuit avec  $\Omega = \text{cste} = \Omega_0$  et on impose  $v_s = v = v_r = 0$ .

Le système différentiel est désormais électrique :

$$\begin{cases} v_s = -v_r = R(i_r + i_s) \\ v_r = R_r i_r + L_q \frac{di_r}{dt} - (\Phi_0 + M_{sr} i_s) \Omega \end{cases}$$

En symbolique :

$$\begin{cases} V_s(p) = -V_r(p) = \frac{0}{p} = 0 = (R_s + L_s p) I_s(p) - L_s i_{s0} \quad (1) \\ V_r(p) = (R_r + L_q p) I_r(p) - L_q i_{r0} - M \Omega_0 I_s(p) - \frac{\Phi_0 \Omega_0}{p} \quad (2) \end{cases}$$

De (1) on tire :

$$I_s(p) = \frac{i_{s0}}{R_s/L_s + p} \Rightarrow i_s(t) = i_{s0} e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

avec  $\tau_s = \frac{L_s}{R_s} = 0,1 \text{ s}$  et  $i_{s0} = 2 \text{ A}$ .

De (2) on tire :

$$I_r(p) = \frac{i_{r0}}{R_r/L_q + p} + \frac{M_{sr} \Omega_0 i_{s0}}{L_q} \frac{1}{(R_s/L_s + p)(R_r/L_q + p)} + \frac{\Phi_0 \Omega_0}{L_q} \frac{1}{p(R_r/L_q + p)}$$

$$I_r(p) = \frac{i_{r0}}{R_r/L_q + p} + \frac{M_{sr} \Omega_0 i_{s0} L_s}{R_s L_q - R_r L_s} \left( \frac{1}{R_r/L_q + p} - \frac{1}{R_s/L_s + p} \right) + \frac{\Phi_0 \Omega_0}{R_r L_q} \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{R_r/L_q + p} \right)$$

$$i_r(t) = \left( i_{r0} - \frac{\phi_0 \Omega_0}{R_r} \right) e^{-\frac{t}{\tau_q}} + \frac{M_{sr} \Omega_0 i_{s0} L_s}{R_s L_q - R_r L_s} \left( e^{-\frac{t}{\tau_q}} - e^{-\frac{t}{\tau_s}} \right) + \frac{\phi_0 \Omega_0}{R_r}$$

avec  $\tau_q = \frac{L_q}{R_r} = 0,05 \text{ s}$  et  $i_{r0} = 20 \text{ A}$ .

### CHAPITRE 31

#### PROBLÈMES

31.1 I.  $p = 4$  ; 2 encoches par pôles ;  $n_c = 8$  ; coefficient de bobinage  $\alpha = \cos 15^\circ = 0,966$   
d'où  $E = 0,966 \cdot p \cdot n_c \cdot n \cdot \omega \cdot \phi_M = 388 \text{ V}$

et  $\phi_M = \frac{2}{p} R \cdot l \cdot B_M \Rightarrow B_M = 0,8 \text{ T}$ .

II.  $L\omega = \frac{E_{cc}}{I_{cc}} = \frac{k j_{exc}}{k' j_{exc}} = 10 \Omega$ .

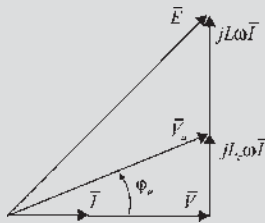


Figure 31.40

III. 1)  $E = \frac{297}{2\sqrt{3} \cdot 3,3} = 283 \text{ V}$  ;  $V = 220 \text{ V}$   
 $I = \frac{P}{3V} = 12 \text{ A}$  d'où  $L_c \omega = 4,83 \Omega \approx 5 \Omega$  et  
 $V_a = 228 \text{ V}$   
 $U_a = \sqrt{3} V_a = 395 \text{ V}$  ;  
 $Q = 3V_a I \sin \phi_a = 3L_c \omega I^2 = 2160 \text{ VAR}$ .

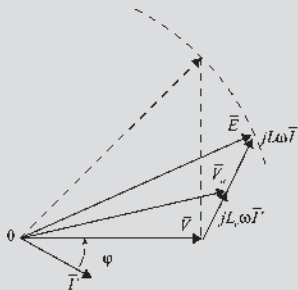


Figure 31.41

III. 2)  $C/2 \Rightarrow P/2$  et  $j_{exc} = \text{cste} \Rightarrow E = 283 \text{ V}$ .  
 $E^2 = [V + (L + L_c)\omega I' \sin \phi]^2 + [(L + L_c)\omega I' \cos \phi]^2$   
 $P' = P/2 = 3950 \text{ W}$  ;  $I' \cos \phi = I/2 = 6 \text{ A}$  ;  
 $I' \sin \phi = 3,33 \text{ A}$   
d'où  
 $I' = 6,86 \text{ A}$ ,  $Q' = 3VI' \sin \phi = 2200 \text{ VAR}$  39  
 $U'_a = \sqrt{3} V'_a = 413 \text{ V}$ .

IV.  $|S_m| = |S_u|/2$   
 $\sin(\phi - \phi') = 0,15 \Rightarrow \phi - \phi' = 30^\circ \Rightarrow \phi' = 53^\circ$   
Facteur de puissance maximal :  $\cos \phi' = 0,92$   
 $S_t = 866 \text{ kVA}$  ;  $P_t = 796 \text{ kW}$  ;  $P_m = 196 \text{ kW}$   
 $Q_t = 341 \text{ kVA}$  ;  $Q_m = 459 \text{ kVA}$   
Le moteur doit être surexcité.

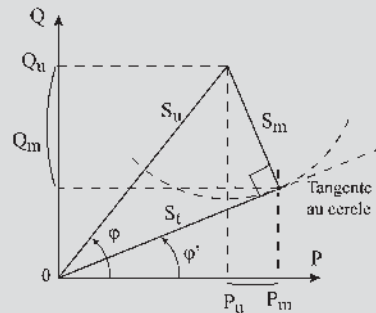


Figure 31.42

31.2 I. 1)  $L\omega = 72,2 \text{ A}$  ;  $I_{12} = 51,8 \text{ A}$  ;  
 $\tan \varphi_2 = \frac{N\omega}{R/g} = 0,27$   
 $R = \frac{Pg}{3I_{12}^2} = 1,61 \Omega$  et  $N\omega = 8,72 \Omega$ .

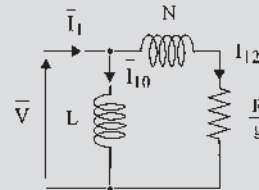


Figure 31.43

I. 2)  $C_n = 4135 \text{ Nm}$  ;  $P_{méca} = 246,8 \text{ kW}$ .  
I. 3)  $I_{12d} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (N\omega)^2}} = 195,3 \text{ A}$   
 $\Rightarrow I_{1d} = 219,3 \text{ A}$

I. 4) On veut  $C_d = 0,8C_{\max} \frac{C_{\max}}{C_d} = \frac{1}{2} \left( g_{\max} + \frac{1}{g_{\max}} \right)$

avec  $g_{\max} = \frac{R + R_d}{N\omega}$ .

Deux solutions :  $g_{\max} = 2$  et  $g_{\max} = 0,5$

$\Rightarrow R_d = 19,6 \Omega$  avec  $I_{1d} = 113 \text{ A}$

ou  $R_d = 3,42 \Omega$  avec  $I_{1d} = 201 \text{ A}$ .

II. Le point de fonctionnement nominal, sur le diagramme du cercle simplifié est en générateur, le symétrique de celui en moteur.

$g' = -g'_n = -0,05$  d'où  $N = 1,05N_s = 630 \text{ tr/mn}$ .

La puissance électrique côté réseau est la même au signe près.

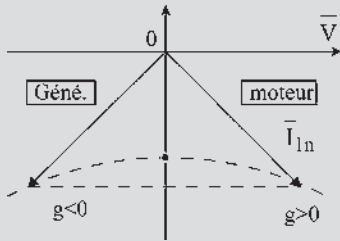


Figure 31.44

$P_{\text{méca}} = P_{\text{élec}} + P_{\text{joules rotor}} = 1,05P_{\text{élec}} = 273 \text{ kW}$  ;

$C = \frac{P_{\text{méca}}}{\Omega} = 4\,135 \text{ Nm}$

Le couple est le même, la puissance active a changé de sens, la puissance réactive garde le même signe.

La puissance réactive est toujours absorbée par la machine asynchrone.

III.  $R_c = - \left[ \frac{R}{g} + \frac{g}{R} (N\omega)^2 \right]$  avec  $g < 0$ .

$C_c \omega = \frac{1}{L\omega} + \frac{N\omega}{\left(\frac{R}{g}\right)^2 + (Nm)^2}$

A.N. :  $R_c = 34 \Omega$  ;  $C = 69 \mu\text{F}$

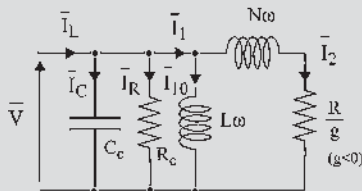


Figure 31.45

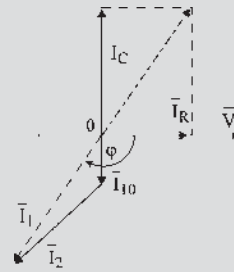


Figure 31.46

31.3 I.  $X_a = 2,324 \Omega$ .

II.  $C_{\max} = \frac{3P}{\omega_s} V^2 \frac{1}{2I\omega_s} \Rightarrow l\omega_s = 0,842 \Omega$ ,

$g_{\max} = 0,2$  et  $R = 0,168 \Omega$ ,  $L\omega_s = \frac{V_v}{I_{1v}} = 8,3 \Omega$ .

III.  $\frac{C_{\max}}{C} = \frac{1}{2} \left( \frac{g_{\max}}{g} + \frac{g}{g_{\max}} \right) \Rightarrow g = 0,0417$  et

$N = 287,5 \text{ tr/mn}$ ,

$P_a = C\Omega_s = 1\,257 \text{ kW}$ ,

$P_u = C\Omega = (1 - g)P_a = 1\,204 \text{ kW}$

$I_{12} = \frac{V}{\sqrt{(l\omega_s)^2 + (R/g)^2}} = 321,9 \text{ A}$ ,

$\cos \phi_{12} = 0,979$  ;  $I_1 = 387,6 \text{ A}$  et  $\cos \phi = 0,813$

$P = \sqrt{3}UI_1 \cos \phi = 1\,255 \text{ kW}$  ;

$Q = P \tan \phi = 898,8 \text{ kVAR}$

Au niveau de l'alternateur  $I_a = 2I_1 = 775 \text{ A}$ .

$\begin{cases} E \cos \theta = V + X_a I_a \sin \phi_a = 2\,376,5 \text{ V} \\ E \sin \theta = X_a I_a \cos \phi_a = 1\,464,3 \text{ V} \end{cases}$

d'où  $E = 2\,791 \text{ V}$  et  $j = 189,2 \text{ A}$ .

$P = C_{tr} \cdot \Omega_{tr} = C \cdot \Omega_s \times 2$  d'où

$C_{tr} = 2C \frac{\Omega_s}{\Omega_{tr}} = 16.10^3 \text{ Nm}$ .

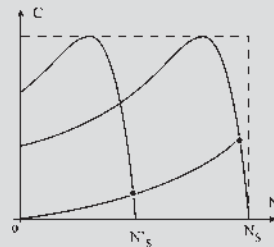


Figure 31.47

IV.  $R$  conservée,  $l'\omega_s = l\omega_s/2$  et  $L'\omega_s = L\omega_s/2$ .

Le couple maximum est conservé :

$$g'_{\max} = \frac{R}{l'\omega_s} = 0,4$$

Pour  $N' = N/2$ ,  $C' = C/4 = 10.10^3 \text{ Nm}$ .

Pour  $N' = N_s/2$ ,  $C' = C \frac{N'_s}{N} = 10,88.10^3 \text{ Nm}$ .

$$C \approx \frac{3p}{\omega_s} V^2 \frac{g}{R} = 3p \left( \frac{V}{\omega_s} \right)^2 \frac{g\omega_s}{R};$$

$$\frac{g'\omega'_s}{g\omega_s} = \frac{C'}{C} \approx \frac{10,5}{40}; \quad \frac{\omega'_s}{\omega_s} = \frac{1}{2}; \quad g' \approx 0,02.$$

Calcul du courant statorique :

$$I'_{12} = \frac{V}{\sqrt{(l'\omega_s)^2/(R/g')}} = 78,75 \text{ A},$$

$\cos \varphi'_{12} = 0,9988$  ;  $I'_1 = 178,3 \text{ A}$  et  $\cos \varphi' = 0,442$ .

$P' = 156,9 \text{ kW} \approx P/8$  ;  $E' = 1419 \text{ V}$  ;  $j' = 96,2 \text{ A}$ .

31.4 I. 1)

$$\begin{cases} v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} \\ v = (R_c + R_r)i + (L_r + L_c - 2M_{rc}) \frac{di}{dt} - M_{sr} i_s \Omega \\ C_m - M_{sr} i_s i = J \frac{d\Omega}{dt} \end{cases}$$

I. 2)  $L_r + L_c - 2M_{rc} = 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} \\ v = (R_c + R_r)i - M_{sr} i_s \Omega \\ C_m - M_{sr} i_s i = J \frac{d\Omega}{dt} \end{cases}$$

II. 1) Au total le système présente 5 mailles différentielles. Cependant, en imposant la vitesse constante, l'équation mécanique n'est pas différentielle. De plus  $v_{sm} = \text{cste} \Rightarrow i_{sm} = \text{cste}$ . Les induits sont compensés, la maille des induits n'est plus différentielle. Globalement, le système est du 2<sup>e</sup> ordre géré par deux variables  $i_{sg}$  et  $\Omega_m$  et un paramètre  $v_{sg}$ .

II. 2) Équations minimales du système :

$$\begin{cases} v_{sg} = R_s i_{sg} + L_s \frac{di_{sg}}{dt} \\ C_m + \frac{M_{sr}^2 i_{sm} \Omega_g}{2(R_r + R_c)} i_{sg} - \frac{M_{sr}^2 i_{sm}^2}{2(R_r + R_c)} \Omega_m = J \frac{d\Omega_m}{dt} \end{cases}$$

On a un système différentiel du 2<sup>e</sup> ordre, on cherche  $v_{sg}(p)$  et  $C_m(p)$  avec  $\Omega_{m0} = 0$  et  $i_{sg0} = 0$ .

$$\begin{cases} V_{sg}(p) = (R_s + L_s p) I_{sg}(p) \\ C_m(p) + \frac{M_{sr}^2 i_{sm} \Omega_g}{2(R_r + R_c)} I_{sg}(p) \\ - \frac{M_{sr}^2 i_{sm}^2}{2(R_r + R_c)} \Omega_m(p) = J p \Omega_m(p) \end{cases}$$

$$\Omega_m(p) = \frac{C_m(p) + \frac{M_{sr}^2 i_{sm} \Omega_g}{2(R_r + R_c)} \frac{1}{R_s + L_s p} V_{sg}(p)}{J \left[ \frac{M_{sr}^2 i_{sm}^2}{2J(R_r + R_c)} + p \right]}$$

$$\frac{\Delta \Omega_m(p)}{\Delta C_m(p)} \Big|_{v_{sg}=\text{cste}} = \frac{M_{sr}^2 i_{sm} \Omega_g}{2J(R_r + R_c) L_s} \frac{1}{\frac{R_s}{L_s} + p}$$

$$\frac{1}{J \left[ \frac{M_{sr}^2 i_{sm}^2}{2J(R_r + R_c)} + p \right]}$$

$$= \frac{\Omega_g}{i_{sm} R_s} \frac{1}{1 + \tau_e p} \frac{1}{1 + \tau_m p}$$

$$\frac{\Delta \Omega_m(p)}{\Delta V_{sg}(p)} \Big|_{C_m=\text{cste}} = \frac{1}{J} \frac{1}{\frac{M_{sr}^2 i_{sm}^2}{2J(R_r + R_c)} + p}$$

$$= \frac{\tau_m}{J} \frac{1}{1 + \tau_m p}$$

avec  $\tau_m = \frac{2J(R_r + R_c)}{M_{sr}^2 i_{sm}^2}$  et  $\tau_e = \frac{L_s}{R_s}$ .

II. 3)

$$\Omega_m(t) = \frac{C_m \tau_m}{J} \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right]$$

$$+ \frac{v_{sg} \Omega_g}{i_{sm} R_s} \left[ 1 + \frac{\tau_e}{\tau_m - \tau_e} e^{-\frac{t}{\tau_e}} \frac{\tau_m}{\tau_e - \tau_m} e^{-\frac{t}{\tau_m}} \right]$$

et  $\Omega_{m\infty} = \frac{C_m}{J} \tau_m + \frac{v_{sg} \Omega_g}{i_{sm} R_s}$ .

II. 4) A.N. :  $\tau_e = 0,05 \text{ s}$  ;  $\tau_m = 1 \text{ s}$  ;

$$\frac{\Delta \Omega_m(p)}{\Delta C_m(p)} \Big|_{v_{sg}=\text{cste}} = 0,7854 \frac{1}{1 + 0,05p} \frac{1}{1 + p};$$

$$\frac{\Delta \Omega_m(p)}{\Delta V_{sg}(p)} \Big|_{C_m=\text{cste}} = 0,64 \frac{1}{1 + p}$$







# Index

## A

accrochage à lampes ou à feux tournants 176  
accrochage des alternateurs 178  
accumulateurs 598  
actionneur électrodynamique 431  
actionneurs à aimants permanents et commutation électronique 205  
aimantation induite 35  
alimentation « en courant » 197  
alimentation « en tension » 197  
alimentations sans interruption (ASI) 266  
angle de conduction 507  
angle d'ouverture du bobinage 452  
angle électrique 80  
apparition du confort au foyer 443  
applications de l'induction 291  
arbre électrique 412  
Archimède, Pythagore et le paraboloïde hyperbolique 473  
ascenseurs électriques 344  
atterrissage tout temps 265  
automates et système de contrôle-commande des centrales 185  
autorégulateur de vitesse 469  
autorégulateur de puissance 470  
avantages du transport de l'énergie électrique en courant continu haute tension 171  
axe de lecture 84  
axe de magnétisation 242  
axes de lectures simultanées 84  
axes de projection des grandeurs scalaires temporelles 283

## B

balance commerciale du secteur électrotechnique 202  
bataille du continu et de l'alternatif 430  
besoins mondiaux en énergie 85  
bobinage « à droite » 424  
bobinage en anneau 425  
bobinage en tambour 425  
bobine pseudo-stationnaire 429

## C

canons électromagnétiques 61  
caractérisation des champs magnétiques radiaux d'entrefer 89  
cascade hyposynchrone 372  
cascade hyposynchrone électromécanique de type Scherbius 382  
cascade Kramer 387  
cascades hyposynchrones électromécaniques 389  
champ coercitif 36  
champ démagnétisant 36  
champ magnétique terrestre 41  
champs pulsants 56  
champs tournants 57  
changeur de fréquence à collecteur et à bagues 381  
chauffage par induction 364  
choix d'un moteur industriel 576  
Christophe Colomb 35  
chute ohmique 558  
circuits électromagnétiques déformables 16  
classe d'un appareil de mesure 493  
classification SNCF pour la traction électrique 498

collecteur 426

commande vectorielle 394  
compensateur Leblanc 387  
compensation totale 484  
composantes symétriques et diagramme Espace-Temps 272  
condition de compoundage en vitesse 471  
conducteurs aller 439  
conducteurs retour 439  
constantes de temps électrique et mécanique 565  
contrôle rhéostatique 499  
contrôle scalaire V/f 393  
conventions « générateur » 148  
couplage étoile-triangle 360  
couple de synchronisation 412  
couple de réluctance 237  
couple instantané 531  
couple moyen 533  
courants de Foucault 364  
courbes de Mordey 183  
critère d'Evershed 38

## D

découplage des commandes du flux et du couple 399  
décrochage d'un alternateur 187  
développement des énergies renouvelables 601  
développement durable 70  
diagonalisation des matrices inductances des machines électriques symétriques 349  
diagramme de l'ingénieur 179  
diagramme des deux réactions de Blondel 224

diagramme espace 151  
 diagramme espace-temps 152  
 diagramme temps de Fresnel 150  
 diodes, triodes et redresseur à vapeur de mercure 543  
 dispositif balais/collecteur 428  
 disque de Faraday 11  
 domaine du génie électrique 158

**E**

écartement dentaire 113  
 écriture symbolique du moment du couple 558  
 effet Couronne 143  
 effet de peau électrique 326  
 effet de peau magnétique 327  
 effet Kelvin 326  
 effet pelliculaire 326  
 effet piézoélectrique 51  
 Électricité de France 191  
 électrification des chemins de fer 296  
 électrostriction 52  
 énergies renouvelables 70  
 enroulement de compensation 484  
 enveloppe de droites 474  
 épaisseur de l'entrefer d'une machine asynchrone d'induction 362  
 épanouissement polaire 436  
 équation de Maxwell-Ampère 10  
 équations de Maxwell 29  
 espace de conduction 507  
 espace-temps 399  
 évolution des besoins électriques dans les automobiles 458

**F**

f.é.m. continue commutée 427  
 facteur de multiplicité du bobinage 439  
 faisceau 437  
 fils actifs 424  
 fission nucléaire 71  
 flux rémanent 566  
 fonctionnement des éoliennes 602  
 fonctionnement quatre quadrants sans inversion de flux 513  
 fonctions de transfert 565  
 force de Lorentz 12  
 force portante d'un électroaimant 23

forces électrostatiques 8  
 formule de Steinmetz 37  
 funiculaire à eau 5  
 fusion nucléaire 71

**G-H**

grandes étapes de la mécanique 4  
 groupe Ward-Léonard 499  
 High Voltage Direct Current 171  
 Hutchinson 492  
 hypothèse de la répartition spatiale sinusoidale de l'induction 76  
 hystérésis 36

**I**

idée d'autopilotage 200  
 image du secteur électrotechnique 129  
 incontournable énergie électrique 189  
 indicateur de développement économique 80  
 inductance de lissage 503  
 induction rémanente 36  
 IP : indice de protection 446

**L**

ligne neutre 424  
 linéarisation d'un système 568  
 loi de Biot et Savart 10  
 loi de Coulomb 6  
 loi de Faraday 11  
 loi de Laplace 11  
 loi de Lenz 12  
 loi de Paschen 161

**M**

machine à collecteur idéale généralisée en aboutissement des transformations de Park 575  
 machine généralisée à champ de direction fixe 582  
 machine synchrone bipolaire équivalente 80  
 machine virtuelle de Park 267  
 machine virtuelle diphasée 599  
 machines à courant continu à rotor à disque et à bobinage imprimé 447  
 machines à courant continu alimentées en alternatif 528  
 machines à influence 10  
 machines à réductance autopilotées 244  
 machines alternatives à collecteur 383  
 machines asynchrones en régimes transitoires 402  
 machines électrostatiques 9  
 machines monophasées 528  
 machines super synchrones 139  
 machines synchrones autopilotées à commutation électronique 200  
 machines synchrones autopilotées à commutation électromécanique 202  
 magnétostriction 52  
 marques et indications à porter sur les machines 304  
 matériaux ferromagnétiques 35  
 matériaux magnétiques 41  
 mesures et possibilités pour les machines « à cage » à rotor non accessible 346  
 mesures et possibilités pour les machines « à rotor bobiné » 348  
 méthode de Blondel 220  
 méthode de Lehmann 48  
 méthode de Potier 210  
 méthode des petites perturbations 568  
 microcentrales hydroélectriques 168  
 modèle graphique symbolique de la machine de Gramme 426  
 modélisation des micro-systèmes 160  
 modélisation et simulation 160  
 modélisation et technologie 569  
 moment magnétique du rotor 317  
 moment magnétique vectoriel du stator 151  
 montage gradateur 360  
 montages en cascades 386  
 moteur à coupleur centrifuge 361  
 moteur à courant continu à 3 lames 456  
 moteur à double cage 361  
 moteur à encoches profondes 361  
 moteur à excitation série 516  
 moteur à réductance à alimentation impulsionnelle 249  
 moteur à répulsion 539  
 moteur à rotor bobiné et à bagues 361  
 moteur linéaire 60  
 moteur Schrage 385

moteur série 535  
 moteur tout en induit 538  
 moteur universel 532  
 moteurs pas à pas 239, 253  
 moteurs pas à pas à réluctance de type Vernier 243

**N**

naissance de l'automatique 490  
 nombre de mailles indépendantes 563  
 notations de Fresnel en amplitudes efficaces complexes 154  
 noyaux polaires 436

**O-P-Q**

ordinateurs et développement durable 205  
 ordre d'un système 562  
 pas arrière 439  
 pas avant 439  
 perméabilité 34  
 perte de synchronisme du réseau 189  
 pertes par hystérésis et courants de Foucault 38  
 phase géométrique polypositionnée 87  
 pôles de commutation 489  
 politique énergétique européenne 71  
 potentiel disruptif 143  
 principe de la conservation de l'énergie 5  
 prix du kWh en Europe 117  
 produit scalaire de deux vecteurs 28  
 produit vectoriel de deux vecteurs 28  
 propriétés du rotor à collecteur des machines à courant continu 380  
 protection contre les dangers de l'électricité 93  
 protection des machines électriques 445  
 puissance d'une machine multipolaire 103  
 puissance massique d'un alternateur 103  
 quadripôle non dissipatif 312

**R**

Rayleigh et Kapp 492  
 réactance transversale 222  
 réacteurs PWR 122  
 réaction longitudinale 220  
 réaction longitudinale d'induit 483

réaction longitudinale démagnétisante 141  
 réaction longitudinale magnétisante 141  
 réaction transversale 141, 220  
 réaction transversale d'induit 482  
 recherche en électrotechnique 229  
 recherches et essais en traction ferroviaire électrique 522  
 recherches sur la variation de vitesse des moteurs asynchrones d'induction 400  
 records de vitesse 399  
 redresseur à vapeur de mercure 545  
 refroidissement des alternateurs de grande puissance 115  
 réglage de la fréquence 186  
 réglage de la tension 186  
 règle de la réluctance minimale 16  
 règle des trois doigts 12  
 règle du flux maximal 18  
 règle du tire-bouchon de Maxwell 28  
 réseaux de téléaffichage 414  
 réseaux de télécommande 416  
 retard à l'amorçage 510  
 rôle du dispatching 191  
 roue de Barlow 11

**S**

secteur de l'électrotechnique en Allemagne 251  
 secteur industriel électrotechnique 169  
 sections 437  
 Shinkansen 342  
 shuntage des pôles de commutation 489  
 simulateur de vol du Concorde 154  
 supraconducteurs 413  
 sur les réactions d'induit des alternateurs 224  
 surface caractéristique 465  
 surface caractéristique et géométrie analytique 475  
 susceptibilité magnétique 34  
 synchro détecteur 416  
 synchro récepteur 414  
 synchro transmetteur 414  
 synchronisme des champs 140

**T**

taux de compoundage 473  
 techniques de l'électromécanique 69  
 théorème d'Ampère 10  
 théorème de Ferraris 58  
 théorème de l'énergie cinétique 4  
 théorème de Leblanc 57  
 théorème des forces vives 4  
 théorème des travaux virtuels 21  
 théorie des composantes symétriques 230  
 théorie des domaines de Weiss 36  
 tout électrique 417  
 trains à grande vitesse de croisière 322  
 trains à sustentation ou à répulsion magnétiques 414  
 trains vendus à l'exportation 325  
 tramway inertiel 6  
 transfert énergétique spontané 5  
 transformation initiale de Park 263  
 transformation modifiée de Park 266  
 transformations de Concordia 268  
 transformations de Park 263  
 tripositionnées 79  
 troisième programme nucléaire français 131  
 trolleybus 544  
 trotinettes électriques pour déplacements urbains 429

**U-V**

usines marémotrices au monde 70  
 utilité de la plaque des machines 301  
 VAL 289  
 validité des hypothèses 555  
 variation de R2 371  
 variations simultanées de l'énergie et de la coénergie 5  
 vecteur pulsant 85  
 vecteur spatial 83  
 vecteur temporel 83  
 vecteurs axiaux 28  
 vecteurs polaires 28  
 vérins hydrauliques et pneumatiques 26  
 vision des forces électrodynamiques 56  
 vitesse angulaire « électrique » 81  
 voiture électrique 487

## Crédits photographiques

Page 26 : Direction des voies navigables du ministère de l'Équipement. Site Internet consacré au Canal du Centre en Belgique, [www.canalducentre.be](http://www.canalducentre.be)

Page 57 : Copyright Dassault Aviation, tous droits réservés.

Pages 119 à 121, 123 à 125, 128 : EDF, tous droits réservés.

Page 137 : Réseau de transport d'électricité, RTE, tous droits réservés.

Page 141 : École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, tous droits réservés.

Page 158 : Copyright ABB, tous droits réservés.

Page 168 : Copyright Same NSC, tous droits réservés.

Page 176 : Copyright DSF Technologies, tous droits réservés.

Page 178 : Copyright Compagnie nationale du Rhône, tous droits réservés.

Page 185 : Copyright Réseau de transport d'électricité, RTE, tous droits réservés.

Page 189 : Copyright Digital Vision Ltd.

Pages 205 et 206 : Copyright INPT/ENSEEIH/LEEI, tous droits réservés.

Page 289 : Copyright Siemens Transportation Systems, tous droits réservés.

Pages 296 et 297 : Copyright SNCF.

Pages 300 à 303 : Copyright Leroy-Somer.

Page 323 : Copyright Japan Guide, tous droits réservés.

Page 415 : Copyright Transrapid International.

Page 430 : Photographie Cyrille Benhamou.

Page 446 : Copyright Leroy-Somer.

Page 490 : Photographie Philippe Morin.

Page 526 : Musée des Chemins de fer de Mulhouse.

Page 544 : Photographies Thierry Assa, copyright 2002, collection AMTUIR.



Max Marty • Daniel Dixneuf • Delphine Garcia Gilabert

Préfaces de Bertrand Nogarede, Michel Lajoie-Mazenc,  
Bernard Trannoy, Henri Foch, Jean Faucher

## PRINCIPES D'ÉLECTROTECHNIQUE

Cet ouvrage propose un tour d'horizon complet du domaine de l'électrotechnique. Il est composé de quatre parties : bases physiques de l'électromagnétisme, machines synchrones, machines asynchrones d'induction et machines à courant continu.

Au début de chaque chapitre, les listes des compétences et du vocabulaire que vous allez acquérir sont données. Le cours, parfaitement structuré, met toujours l'accent sur la pratique de l'électrotechnicien. Il est accompagné d'encadrés traitant de l'électrotechnique au quotidien ou des découvertes et développements importants dans le domaine, ainsi que de nombreuses questions d'application résolues pour mieux comprendre les notions abordées. Le texte est abondamment illustré : près de mille deux cents figures, des photographies et tableaux apportent l'éclairage nécessaire à sa bonne compréhension.

Avant d'aborder les exercices, les auteurs apportent des compléments dans les domaines de la vie quotidienne, de la réglementation, etc.

Ensuite, dans un cahier d'évaluation, sont repris les points-clés à retenir, ainsi que les définitions et formules essentielles. Pour vous mettre en condition, des questions qui pourront vous être posées lors d'un entretien d'embauche vous sont proposées. Enfin, des exercices corrigés de difficulté croissante vous permettront de vous entraîner et d'évaluer vos connaissances.

« C'est (sa) passion pour l'électromécanique que nous a transmise le Professeur Marty dans ses cours à l'ENSEEIH, passion et enthousiasme qui sauront sans nul doute convaincre les jeunes étudiants abordant la lecture de ce nouvel ouvrage. »  
Professeur Bertrand Nogarede

« Ce livre, fruit d'une longue expérience pédagogique, intéressera tous ceux qui veulent connaître (ou revoir) le fonctionnement approfondi et les caractéristiques de la machine asynchrone d'induction, les utiliser dans le contexte industriel. »  
Professeur Bernard Trannoy



MAX MARTY  
est président honoraire de  
l'Institut National Polytechnique  
de Toulouse.

DANIEL DIXNEUF  
est professeur à l'Ecole Nationale  
d'Ingénieurs de Tarbes.

DELPHINE GARCIA GILABERT  
est professeur au lycée Déodat  
de Séverac.

